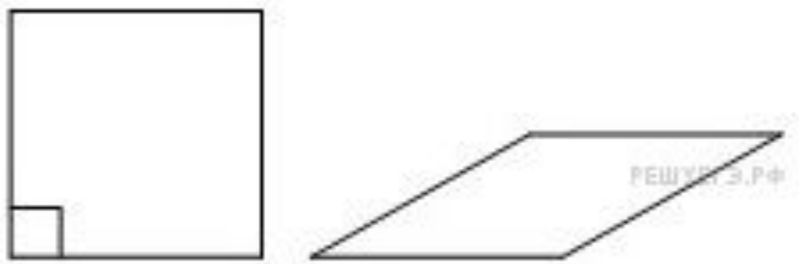
Практикум по решению планиметрических задач

(ромб)

Задача №1

Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны. Найдите площадь ромба, если его острый угол равен 30°, а площадь квадрата равна 64.

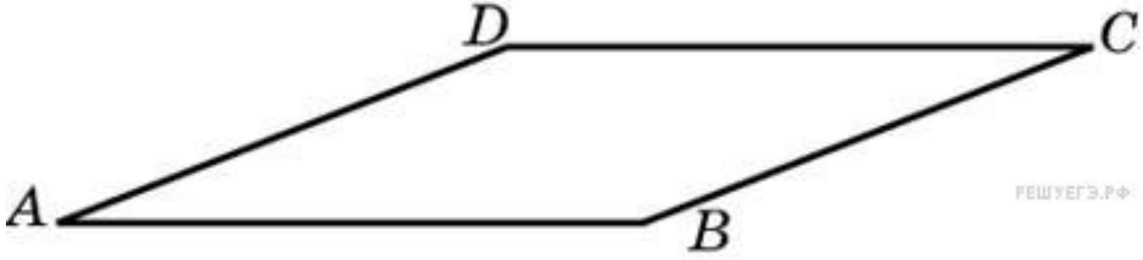


$$S = a^2 \qquad S = a^2 \cdot \sin\alpha.$$

$$S_{\text{ромба}} = S_{\text{квадрата}} \cdot \sin\alpha = 64 \cdot \sin 30^\circ = 64 \cdot \frac{1}{2} = 32$$

Задача №2

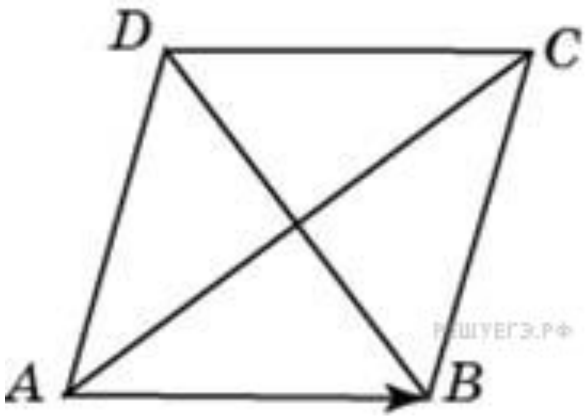
Найдите площадь ромба, если его стороны равны 1, а один из углов равен 150°.



$$S = 1^2 \cdot \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Задача №3

Диагонали ромба ABCD равны 12 и 16. Найдите длину вектора AB .

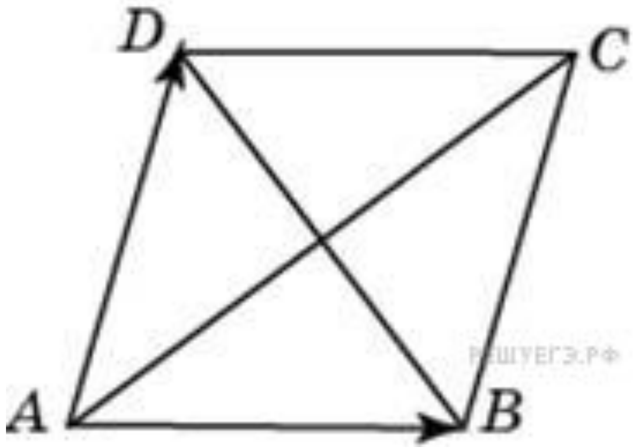


Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Тогда вектор **AB** является гипотенузой в прямоугольном треугольнике. По теореме Пифагора получаем, что

$$AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

Задача №4

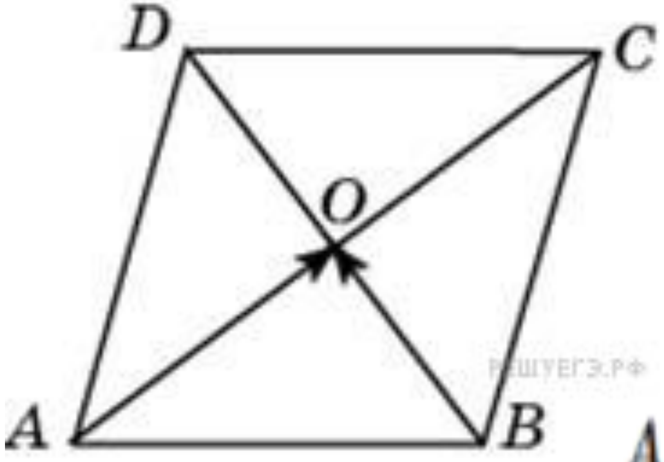
Диагонали ромба ABCD равны 12 и 16. Найдите длину вектора AB-AD.



Разность векторов **AB** и **AD** равна вектору **DB** . А длина вектора **DB** равна **12** .

Задача №5

Диагонали ромба ABCD пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора AO + BO.

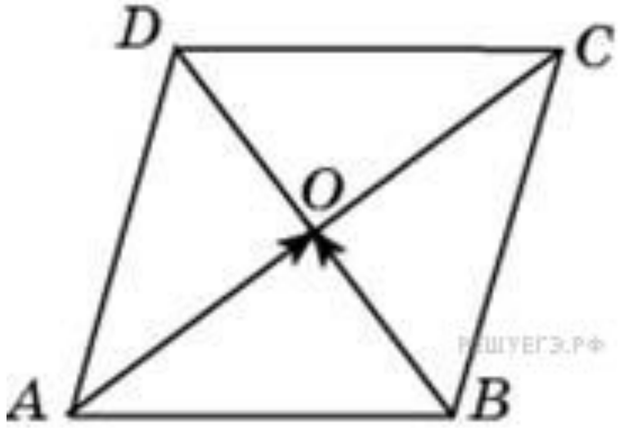


Сумма векторов **AO + BO** равна вектору **AD**. **ABCD** — ромб, его диагонали пересекаются под прямым углом, значит,

$$AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{256 + 144} = 10$$

Задача №6

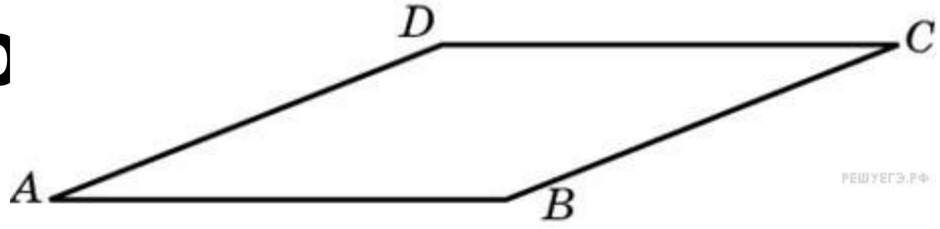
Диагонали ромба ABCD пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите скалярное произведение векторов AO и BO.



Скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Диагонали в ромбе перпендикулярны. Так как косинус прямого угла равен нулю, то и скалярное произведение тоже равно нулю.

Задача №7

Найдите площадь ромба, если его высота равна 2, а его острый угол р



Площадь ромба равна произведению квадрата его стороны на синус его угла. С другой стороны, площадь ромба равна произведению его основания на высоту, опущенную на это основание. Поэтому, если сторона ромба равна **а**, то

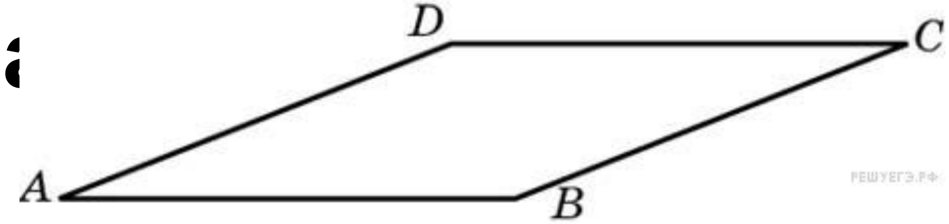
$$a^2 \cdot \sin 30^0 = 2 \cdot a$$

Решаем полученное уравнении и получаем а=4, поэтому

$$S = 2 \cdot 4 = 8$$

Задача №8

Площадь ромба равна 6. Одна из его диагоналей в 3 раза больше другой. Найдите меньшую диагона

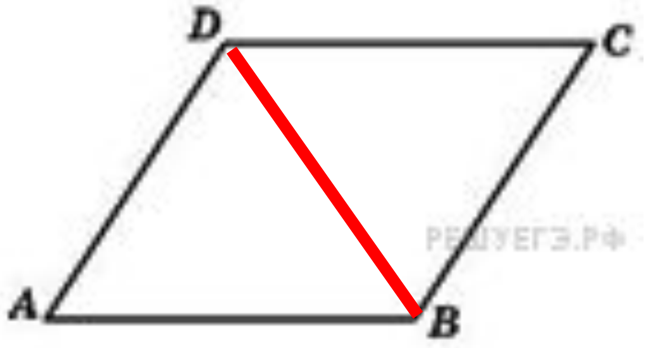


Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Пусть меньшая из диагоналей равна ***а***, тогда большая равна ***3а***.

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a = 6 \qquad a = 2$$

Задача №9

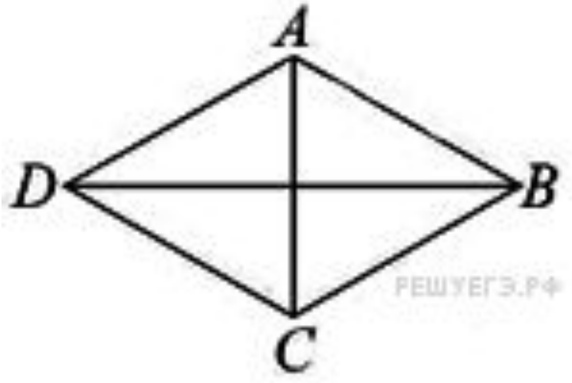
Найдите меньшую диагональ ромба, стороны которого равны 2, а острый угол



меньшая диагональ ромба лежит против острого угла. Треугольник **ADB** равнобедренный. Угол при вершине **A** равен **60°**, значит, треугольник **ADB** – равносторонний. Диагональ равна **2.**

Задача №10

В ромбе ABCD AB=2, AC=√7 . Найдите синус угла BAC .

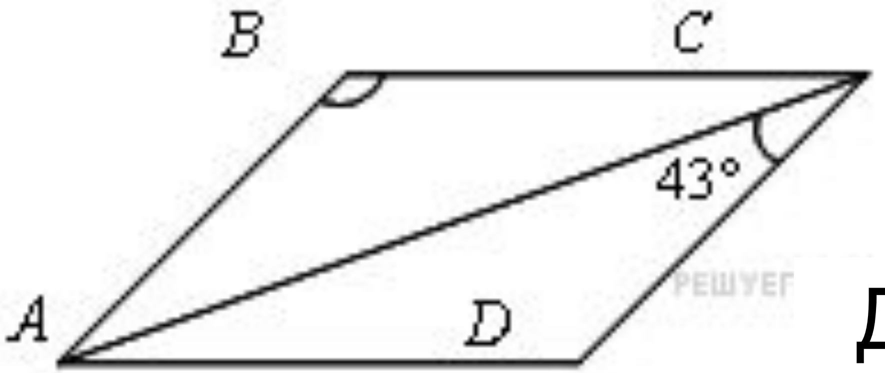


$$BO = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{16-7}{4}} = \frac{3}{2}.$$

$$\sin BAC = \frac{3 \cdot 2}{2} = 0,75.$$

Задача №11

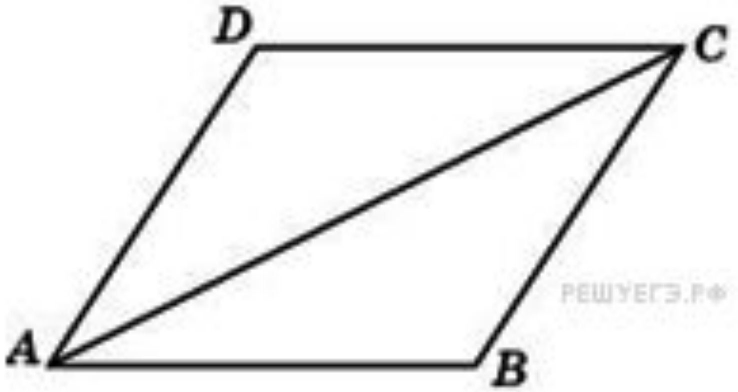
В ромбе *ABCD* угол *ACD* равен 43°. Найдите угол *ABC*. Ответ дайте в градусах.



Диагональ ромба ***AC*** является биссектрисой угла ***C***, поэтому он равен **86°.**Сумма углов ***B*** и ***C*** равна **180°,**поэтому искомый угол ***B*** равен **94°.**

Задача №12

Найдите большую диагональ ромба, сторона которого равна √3, а острый угол равен 60°.



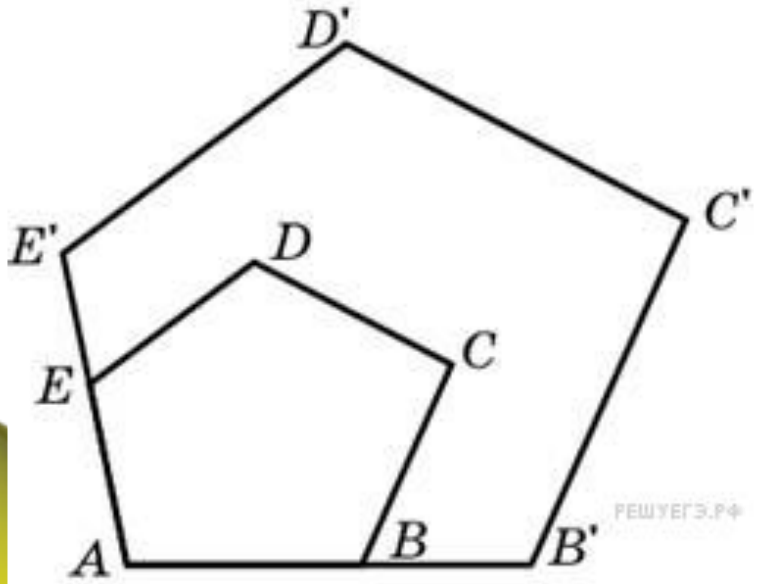
Тупой угол ромба равен **180°- 60°=120°.**
Воспользуемся теоремой косинусов:

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos D} = \sqrt{2AD^2(1 - \cos 120^\circ)} =$$

$$= \sqrt{6(1 + 0,5)} = 3$$

Задача №13

Периметры двух подобных многоугольников относятся как 3:5. Площадь меньшего многоугольника равна 18. Найдите площадь большего многоугольника.



Отношение площадей подобных многоугольников равно квадрату отношения их периметров.

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{18}{S_2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \Rightarrow 9S_2 = 25 \cdot 18$$

$$\Rightarrow S_2 = 50$$