

Как измерить рост жирафа?

«Жираф большой – ему
видней...»

В. Высоцкий



Цель проекта:

- Научиться измерять высоту очень высокого недоступного объекта , например, дерева.

Гипотеза

- Измерить высоту дерева можно и без специальных приборов промышленного производства.

Ход исследования

1. Изучить теорию по данному вопросу.
2. Разработать способы для измерения высоты дерева.
3. Измерить на практике высоту дерева разработанными способами
4. Сравнить результаты.

Есть такая наука геодезия!

Геодезия - наука, изучающая формы и размеры земли и занимающаяся измерением земельных площадей.

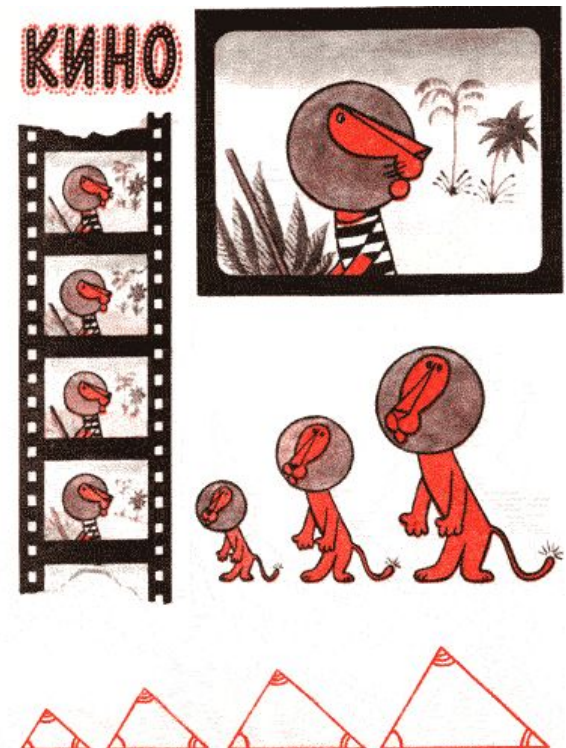
Основными задачами геодезии являются такие, как определение высоты объекта и определение расстояния до недоступной точки.

Основной метод, которым пользуются геодезисты, называется триангуляционным.

В основе этого метода лежат знания о треугольнике и используются приемы, основанные на понятии «подобие треугольников».

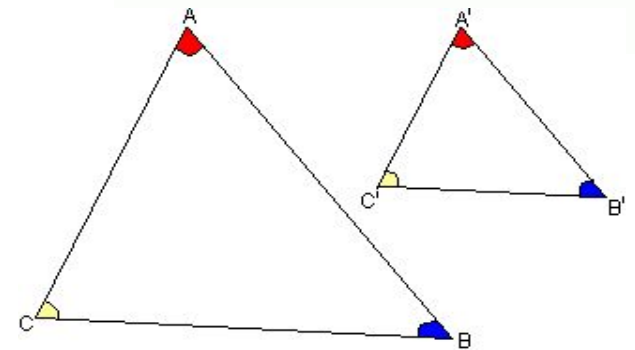
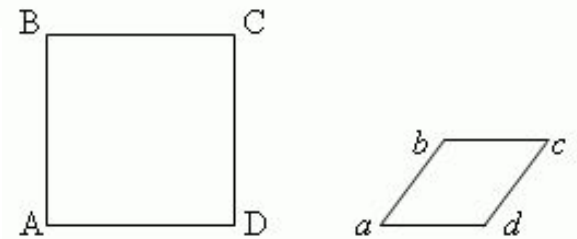
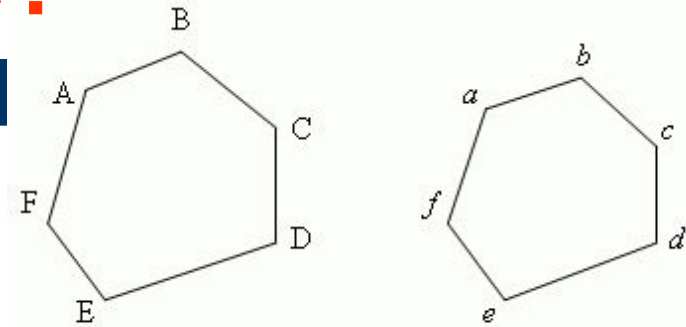
Что же такое подобие?

Если изменить (увеличить или уменьшить) все размеры плоской фигуры в одно и то же число раз, то старая и новая фигуры называются подобными. Например, картина и её фотография – это подобные фигуры.



Что же такое подобие?

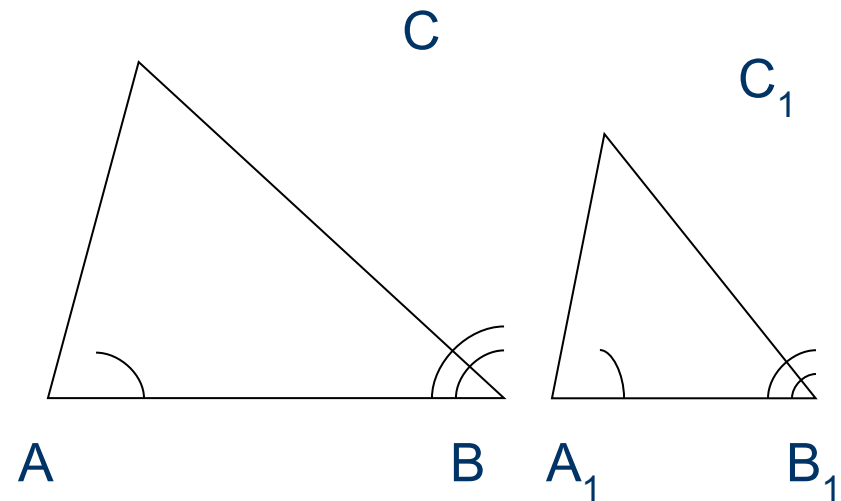
- Два многоугольника подобны, если их углы равны, а стороны пропорциональны
- Для подобия многоугольников недостаточно только пропорциональности сторон. Например, квадрат и ромб имеют пропорциональные стороны, однако они не подобны.
- А что необходимо для подобия треугольников?



Признаки подобия треугольников

1 признак.

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

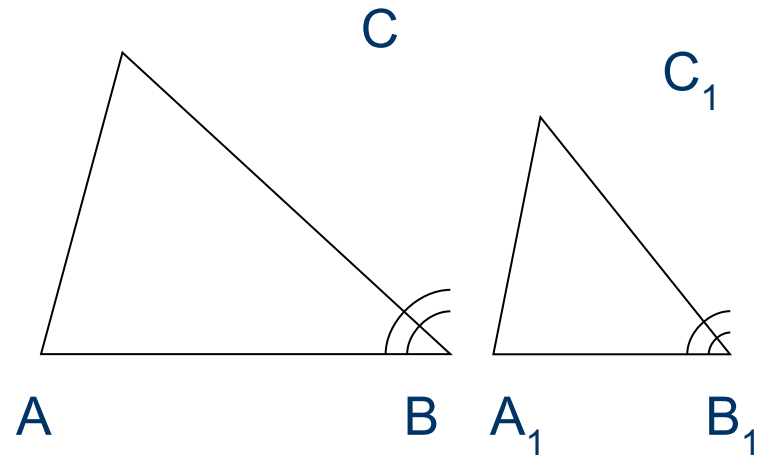


$$\begin{aligned}\angle A &= \angle A_1 \\ \angle B &= \angle B_1\end{aligned}$$

Признаки подобия треугольников

2 признак.

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

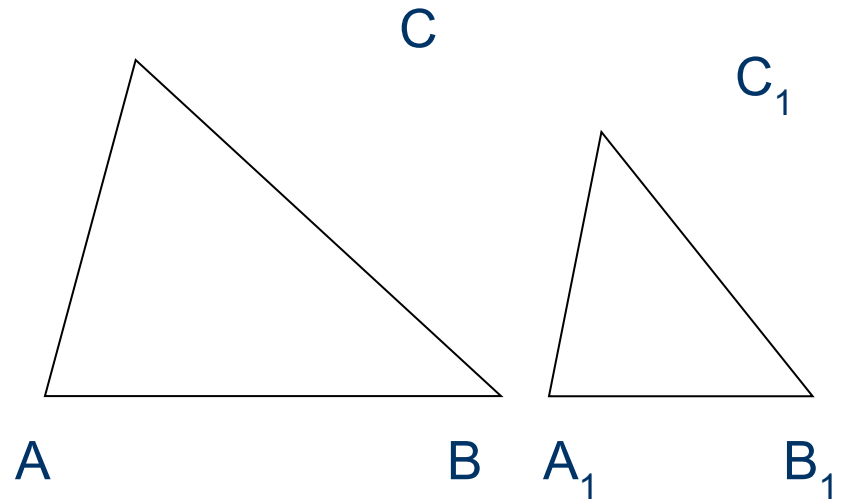


$$\begin{aligned} AB:A_1B_1 &= BC:B_1C_1 \\ \sphericalangle B &= \sphericalangle B_1 \end{aligned}$$

Признаки подобия треугольников

3 признак

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.



$$AB:A_1B_1=BC:B_1C_1=AC:A_1C_1$$

Это интересно!

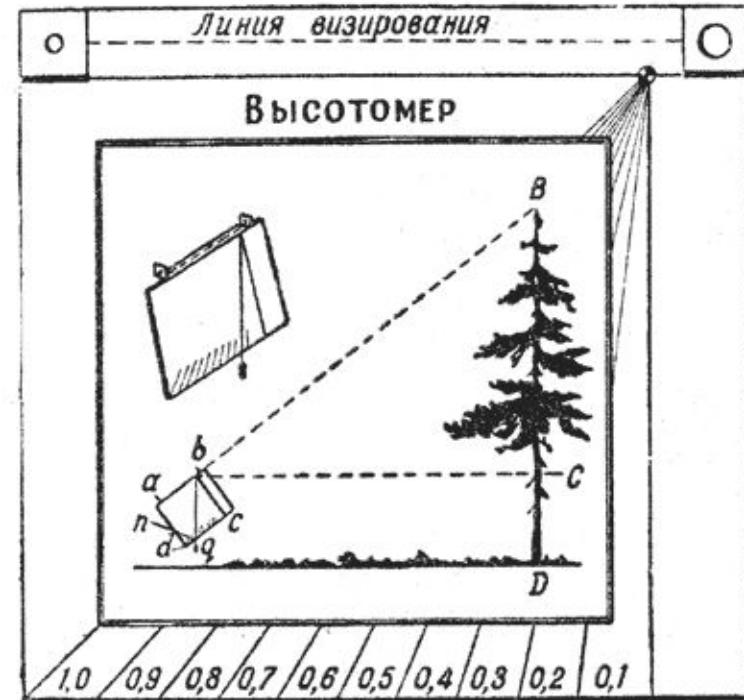
Геодезисты в своей практике пользуются специальными приборами - высотомерами, однако работать с ними довольно сложно.

Работа таких высотомеров строится на принципах подобия треугольников. Поэтому мы решили изготовить свой высотомер, точность измерения которым не будет серьезно отличаться от высотомера промышленного производства.

Высотомер – своими руками!

Мы взяли картонный прямоугольник $abcd$, который держат в руках так, чтобы, глядя вдоль края ab , видеть на одной линии с ним вершину B дерева. В точке b привесили на нити грузик q . Точка n – это точка, в которой нить пересекает линию dc .

Край bc сделали равным 10 см, а на краю dc нанесли сантиметровые деления. Чтобы удобно было смотреть вдоль линии ab , мы отогнули у верхних углов картонного прямоугольника два квадратика с просверленными в них дырочками: одной поменьше – у глаза, другой побольше – для наведения на верхушку дерева.



Измеряем высоту дерева при помощи высотомера.

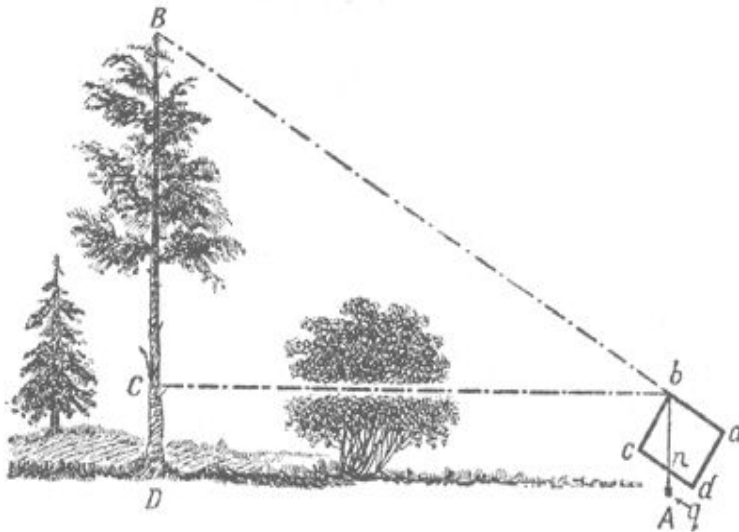
Теоретическое обоснование

Треугольники bBC и bnc подобны, так как оба прямоугольные и имеют равные острые углы bBC и bnc (с соответственно параллельными сторонами). Значит, мы можем написать пропорцию $BC:nc = bC:bc$, отсюда $BC = bC \cdot nc / bc$.

Так как BC , nc и bc можно измерить, то легко получить искомую высоту дерева, прибавив к BC длину нижней части CD ствола (высоту высотомера над почвой).

Для чего нужны деления?

Отношение nc/bc всегда выражается дробью, показывающей, какую долю расстояния bC составляет высота BC дерева. Пусть, например, нить остановилась против 7-го деления (т. е. $nc = 7$ см); это значит, что высота дерева над уровнем глаза составляет 0,7 расстояния наблюдателя от ствола.

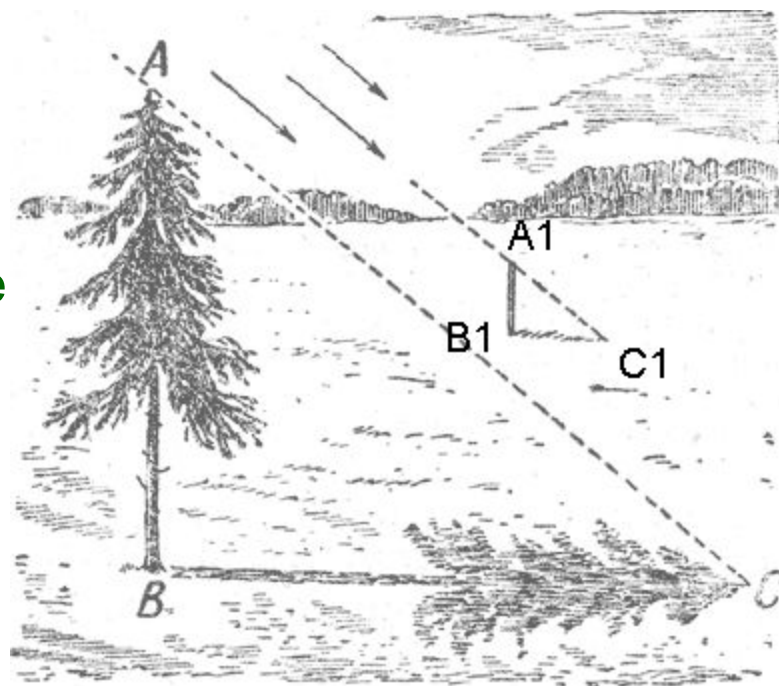


Это интересно

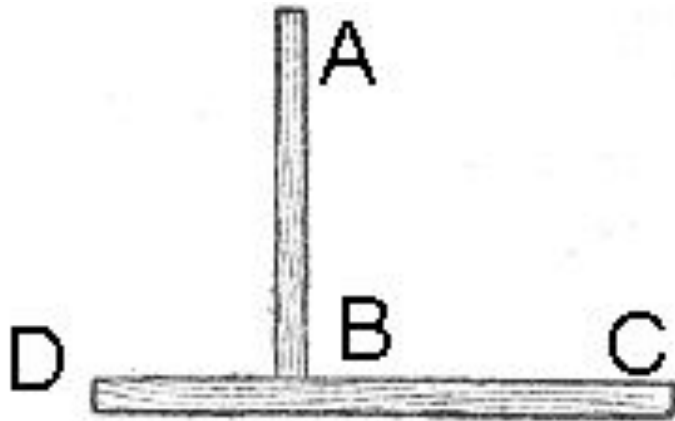
Египетские пирамиды – одно из семи чудес света – привлекали не только путешественников, но и математиков. Одной из трудноразрешимых задач древности была задача об измерении высоты пирамиды. Самый простой способ решения предложил греческий мудрец Фалес. Для определения высоты пирамиды он воспользовался отбрасываемой ею тенью и тенью шеста. Ведь высота пирамиды во столько же раз больше высоты шеста, во сколько раз тень пирамиды длиннее тени шеста.

Измеряем высоту дерева по его тени!

Благодаря Фалесу мы узнали второй способ измерения высоты дерева. В солнечный день для определения высоты дерева можно воспользоваться отбрасываемой им тенью. Так как высота дерева во столько же раз больше нашего роста, во сколько раз тень дерева длиннее нашей тени, то, измерив свою тень, мы смогли вычислить искомую высоту из пропорции : $AB:A_1B_1 = BC:B_1C_1$. Это вытекает из подобия треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ (по двум углам).



Из того, что под руками.



А как измерить высоту дерева, если нет высотомера или небо скрыто тучами?

Можно изготовить измерительный прибор из того, что есть под руками: двух планок (или веток).

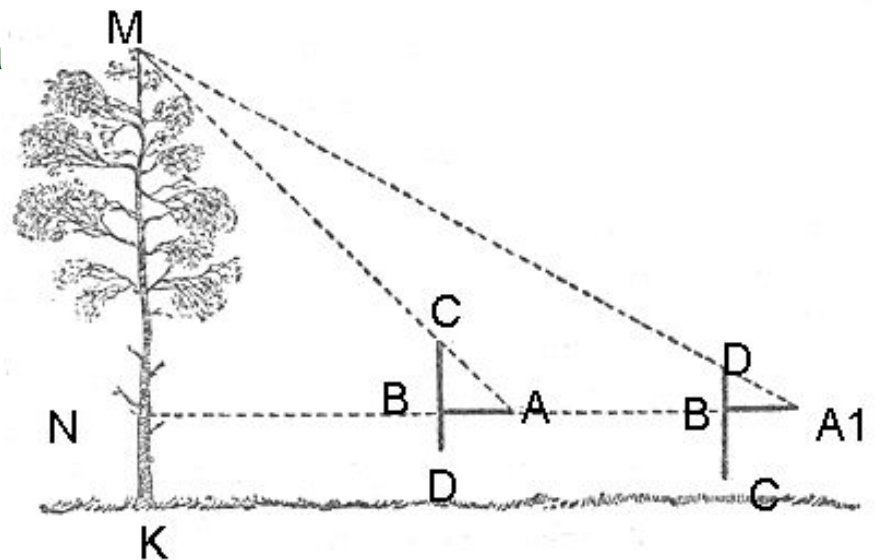
Мы использовали две планки разной длины, скрепленные под прямым углом и такие, что

$$AB = BC, AB = 2 \cdot BD.$$

Измеряем высоту дерева при помощи двух планок.

Высоту дерева мы измеряли так:

1. Держали прибор так, чтобы конец планки C был вверху, а вершина дерева – на одной линии с AC .
2. Затем перешли в другое место, такое, чтобы, держа планку концом D вверху, вершина дерева была на одной линии с A_1D .
3. Измерили расстояние между точками A и A_1 . Это расстояние, сложенное с ростом измеряющего (NK) и равно высоте дерева.



Измеряем высоту дерева при помощи двух планок.

- Теоретическое обоснование.

$$MK = MN + NK$$

$\triangle ABC \sim \triangle ANM$ (по двум углам) и $AB = BC$, значит
 $AN = MN$.

$\triangle A_1BD \sim \triangle A_1NM$ (по двум углам) и

$A_1B = 2BD$, значит $A_1N = 2MN$.

$$AA_1 = A_1N - AN = 2MN - MN$$

$$AA_1 = MN$$

$$MK = AA_1 + NK$$

Результаты измерений.

Мы измерили высоту дерева тремя разработанными нами способами и сравнили результаты замеров.

Разброс результатов не превышал 0,1 м, что позволяет сделать предположение о достаточно высокой точности наших способов измерений.

Выводы

Для измерения высоты очень высокого и недоступного объекта можно применять различные приспособления, принцип действия которых основан на подобии треугольников.

В солнечный день такие подобные треугольники для вас построит само Солнце.

Если же день пасмурный и высотомер оставлен дома, измерить высоту дерева можно при помощи двух веток определенной длины, скрепив их под прямым углом.

Сравнение полученных результатов с гипотезой

Высоту дерева можно измерить и без помощи специальных приборов промышленного производства.

Источники информации

- <http://school-sector.relarn.ru/>
- Атанасян Л.С., «Геометрия 7-9»
- Перельман, «Занимательная геометрия»