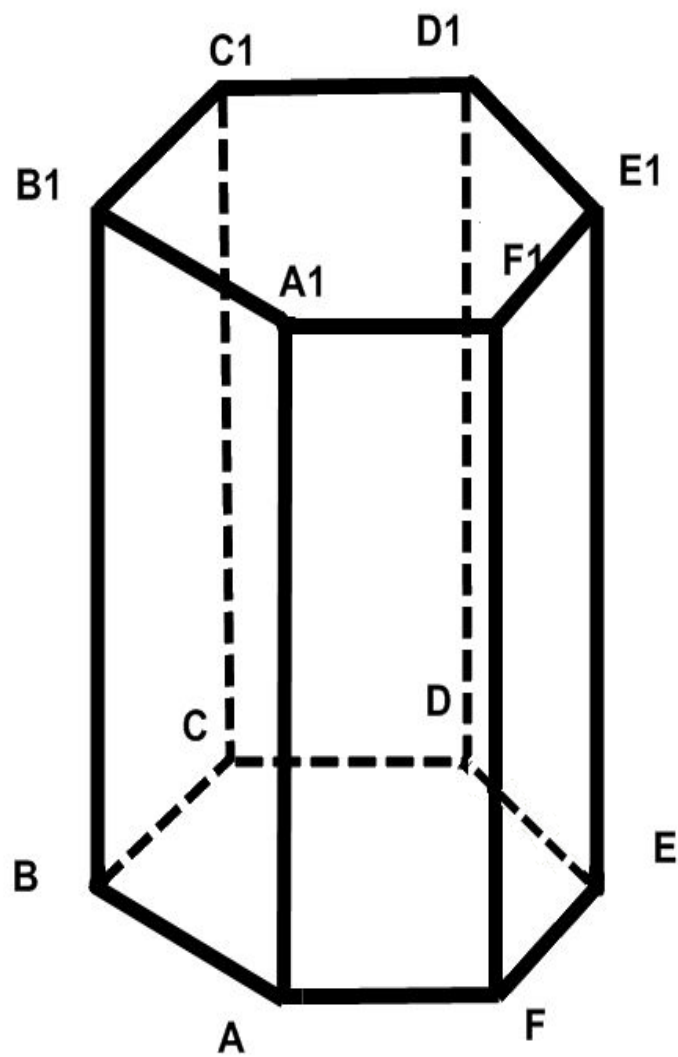


# ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПОНЯТИЯ ПРИЗМА



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ

*Многогранник, две грани которого - одноименные многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, а любые два ребра, не лежащие в этих плоскостях, параллельны, называется **ПРИЗМОЙ**.*

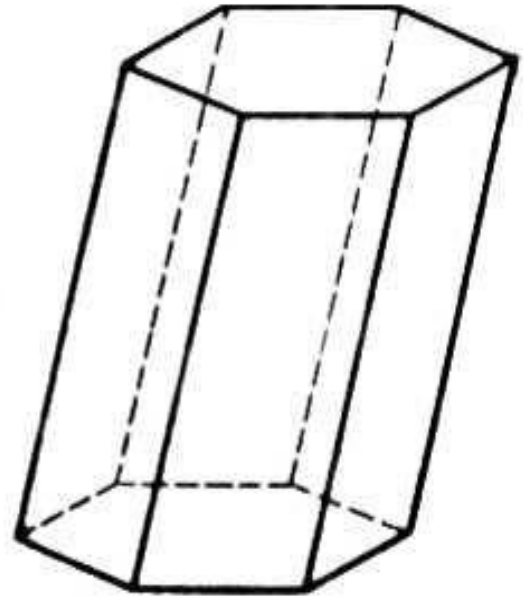
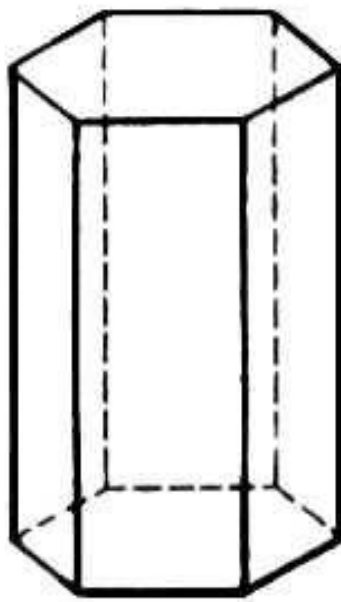
Термин “призма” греческого происхождения и буквально означает “отпиленное” (тело).

Многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, называют основаниями призмы, а остальные грани - боковыми гранями.

Поверхность призмы, таким образом, состоит из двух равных многоугольников (оснований) и параллелограммов (боковых граней).

Различают призмы: треугольные, четырехугольные, пятиугольные и т.д. в зависимости от числа вершин основания.

ПРИЗМЫ  
ДЕЛЯТСЯ НА  
ПРЯМЫЕ И  
НАКЛОННЫЕ



Если боковое ребро призмы перпендикулярно плоскости ее основания, то такую призму называют прямой; если боковое ребро призмы перпендикулярно плоскости ее основания, то такую призму называют наклонной.

У прямой призмы боковые грани - прямоугольники.

Перпендикуляр к плоскостям оснований, концы которого принадлежат этим плоскостям, называют высотой призмы.

# СВОЙСТВА ПРИЗМЫ.

- 1. Основания призмы являются равными многоугольниками.*
- 2. Боковые грани призмы являются параллелограммами.*
- 3. Боковые ребра призмы равны.*

# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ И ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ.

- *Поверхность* многогранника состоит из конечного числа многоугольников (граней). Площадь поверхности многогранника есть сумма площадей всех его граней.
- Площадь поверхности призм ( $S_{пр}$ ) равна сумме площадей ее боковых граней (площади боковой поверхности  $S_{бок}$ ) и площадей двух оснований ( $2S_{осн}$ ) - равных многоугольников:  
 $S_{пов} = S_{бок} + 2S_{осн}$ .
- **Теорема.** Площадь боковой поверхности призмы равна произведению периметра ее перпендикулярного сечения и длины бокового ребра.

# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Боковые грани прямой призмы - прямоугольники, основания которых - стороны основания призмы, а высоты равны высоте  $h$  призмы.  $S_{\text{бок}}$  поверхности призмы равна сумме  $S$  указанных треугольников, т.е. равна сумме произведений сторон основания на высоту  $h$ . Вынося множитель  $h$  за скобки, получим в скобках сумму сторон основания призмы, т.е. периметр  $P$ .

Итак,  $S_{\text{бок}} = Ph$ .

Теорема доказана!

Следствие. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра ее основания и высоты.

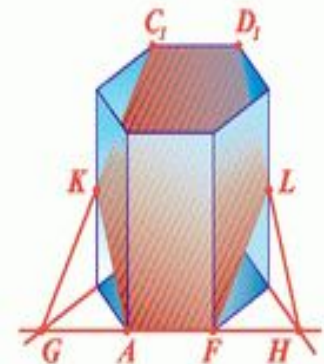
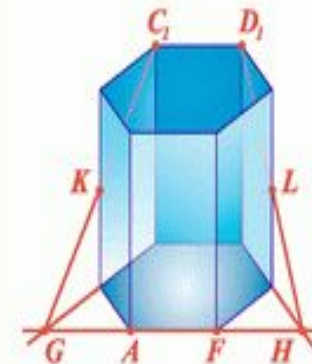
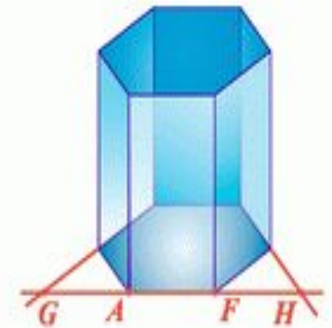
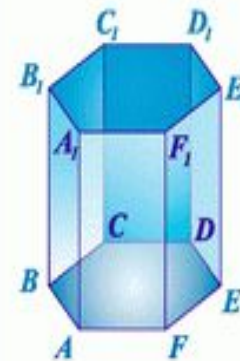
Действительно, у прямой призмы основание можно рассматривать как перпендикулярное сечение, а боковое ребро есть высота.

# СЕЧЕНИЕ ПРИЗМЫ

1. Сечение призмы плоскостью, параллельной основанию. В сечении образуется многоугольник, равный многоугольнику, лежащему в основании.

2. Сечение призмы плоскостью, проходящей через два не соседних боковых ребра. В сечении образуется параллелограмм. Такое сечение называется диагональным сечением призмы. В некоторых случаях может получаться ромб, прямоугольник или квадрат.

В правильной шестиугольной призме построить сечение призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположащую ей сторону верхнего основания.



# СЕЧЕНИЕ ПРИЗМЫ

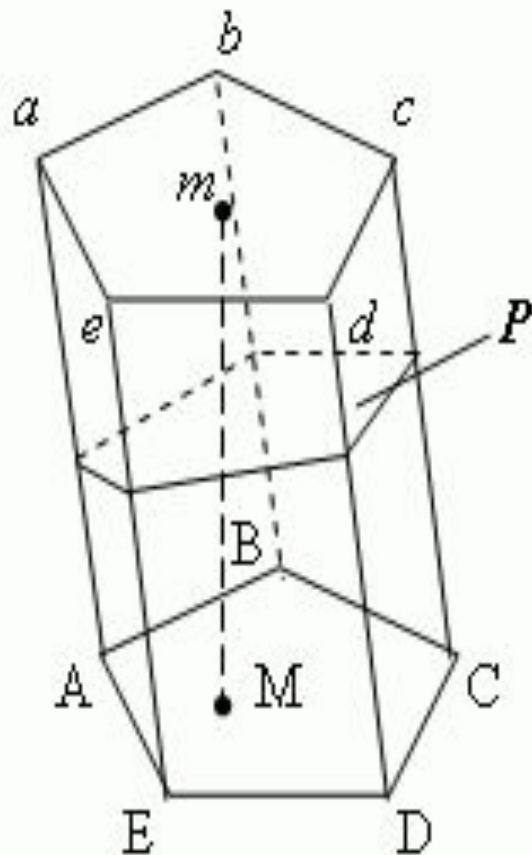


Рис. 79

Нормальное (ортогональное) сечение  $P$  призмы – это сечение, образованное плоскостью, перпендикулярной к боковому ребру. Боковая поверхность  $S$  призмы равна произведению периметра нормального сечения ( $p'$ ) на длину бокового ребра ( $l$ ):

$$S = p' l.$$

Объём  $V$  призмы равен произведению площади нормального сечения ( $S'$ ) на длину бокового ребра ( $l$ ):

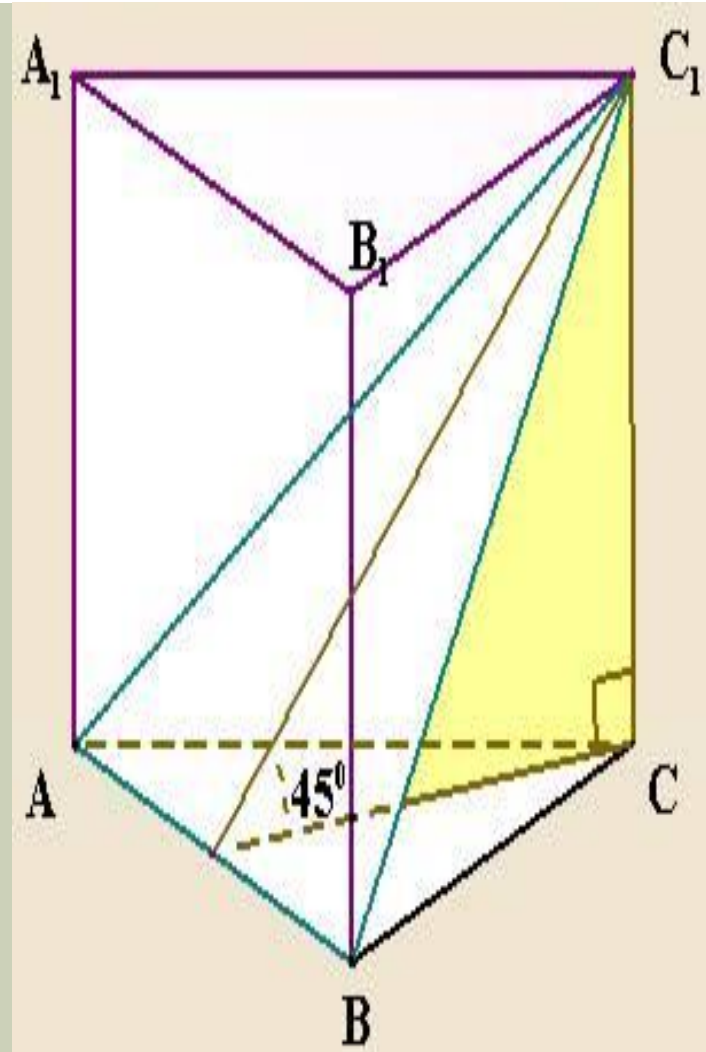
$$V = S' l.$$



# СЕЧЕНИЕ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

1. Сечение правильной призмы плоскостью, параллельной основанию. В сечении образуется **правильный многоугольник**, равный многоугольнику, лежащему в основании.
2. Сечение правильной призмы плоскостью, проходящей через два не соседних боковых ребра. В сечении образуется **прямоугольник**.

В некоторых случаях может образоваться квадрат.



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ №2

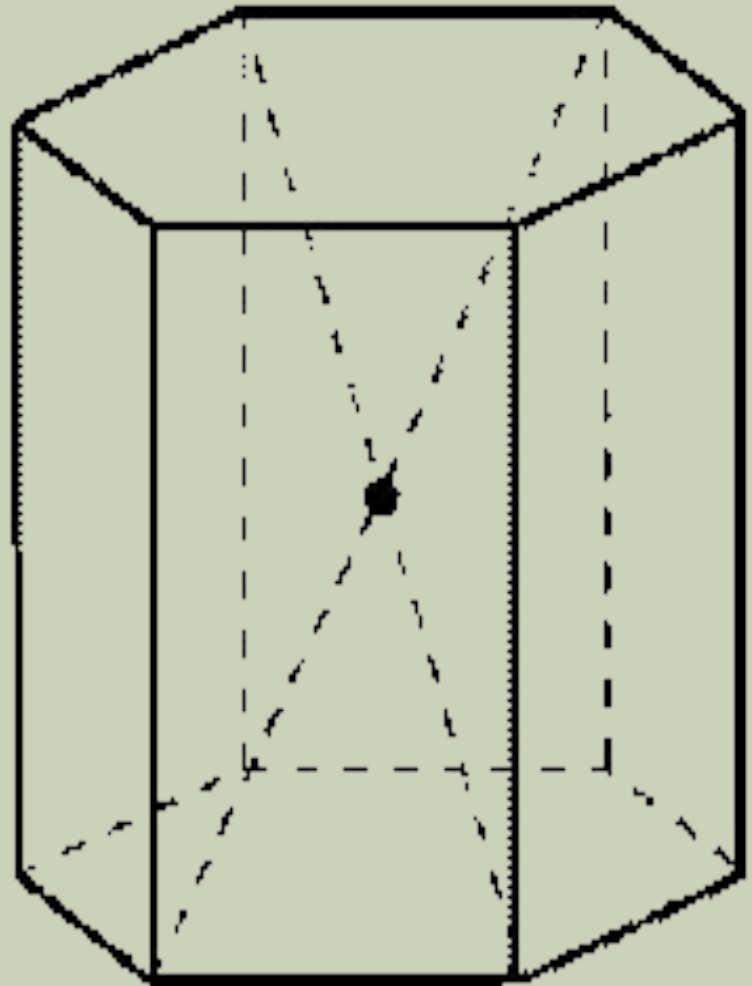
Прямая призма, основанием которой служит правильный многоугольник, называется правильной призмой.

## Свойства правильной призмы:

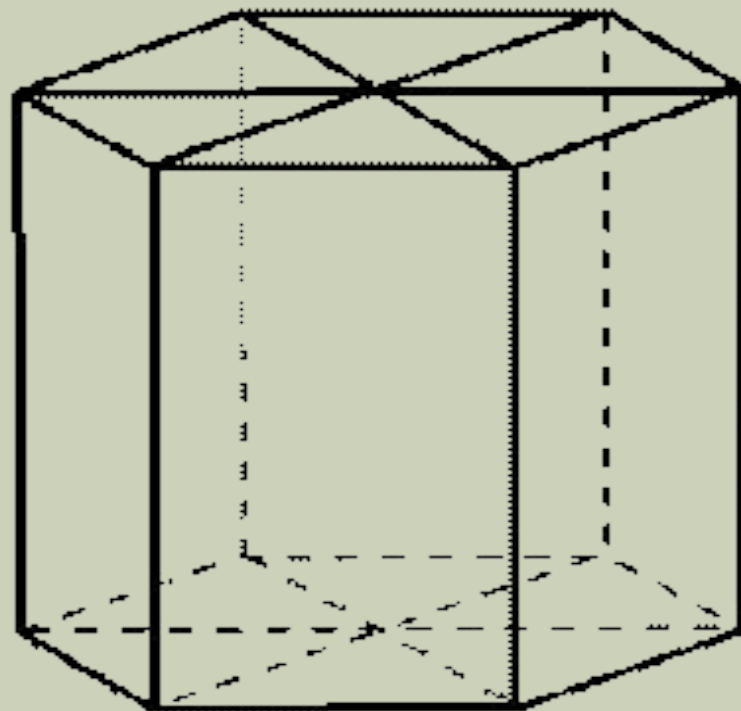
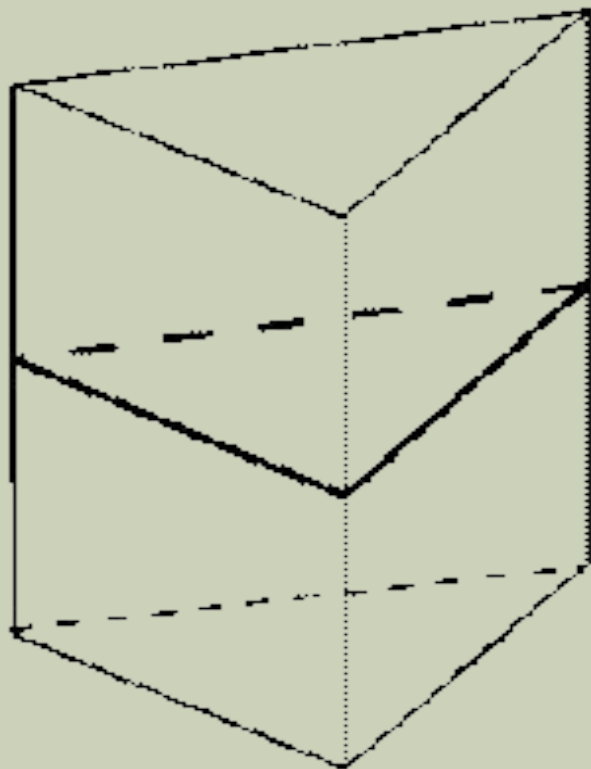
1. Основания правильной призмы являются правильными многоугольниками.
2. Боковые грани правильной призмы являются равными прямоугольниками.
3. Боковые ребра правильной призмы равны.

# СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

1. Центр симметрии при четном числе сторон основания — точка пересечения диагоналей правильной призмы.

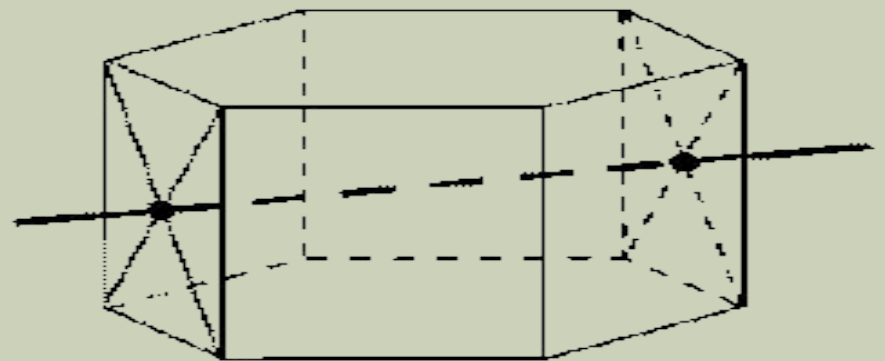
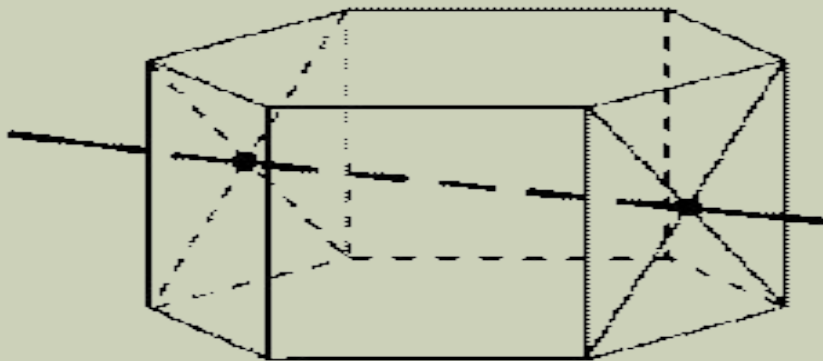
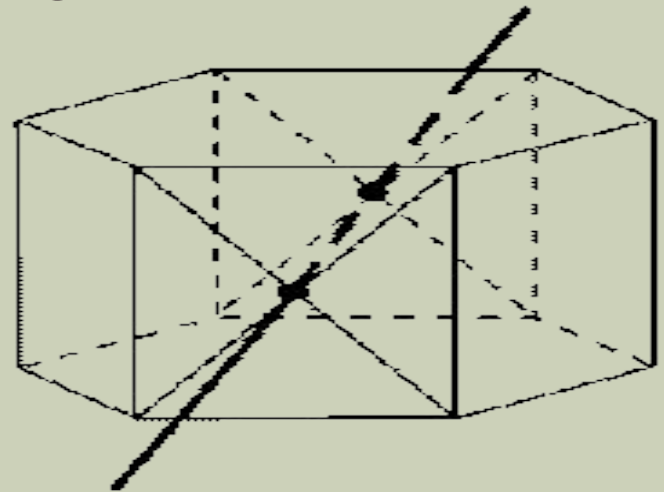
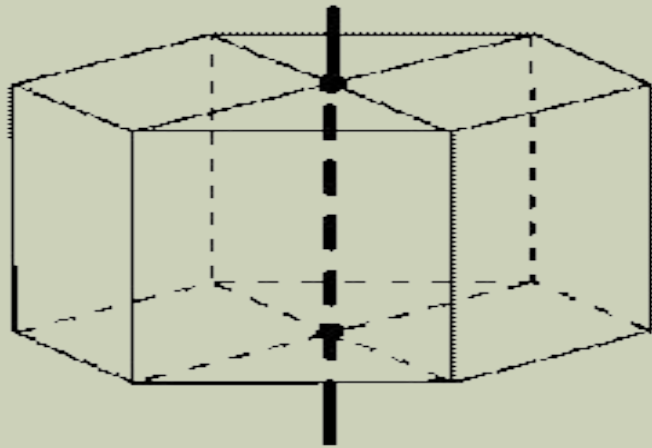


2. Плоскости симметрии: плоскость, проходящая через середины боковых ребер; при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противоположные ребра.



### 3. Оси симметрии: при четном числе сторон

с основания — ось симметрии, проходящая через центры оснований, и оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противоположащих боковых граней.



# ЗАДАЧА

**Дано:** Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро - 6 см. Найдите **Сеч**, проходящего через сторону верхнего основания и противоположную вершину нижнего основания.

**Решение:** Треугольник  $A_1B_1C_1$  - равнобедренный ( $A_1B_1 = C_1B_1$  как диагональ равных граней)

1) Рассмотрим треугольник  $BCC_1$  - прямоугольный

$$BC_1^2 = BM^2 + CC_1^2$$
$$BC_1 = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ см}$$

2) Рассмотрим треугольник  $VMC_1$  - прямоугольный

$$VC_1^2 = VM^2 + MC_1^2$$
$$VM^2 = VC_1^2 - MC_1^2$$
$$VM^2 = 100 - 16 = 84$$

$$VM = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ см}$$

3)  $S_{\text{сеч}} = \frac{1}{2} A_1C_1 \cdot VM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2\sqrt{21} = 8\sqrt{21}$

