

Простейшие задачи в координатах

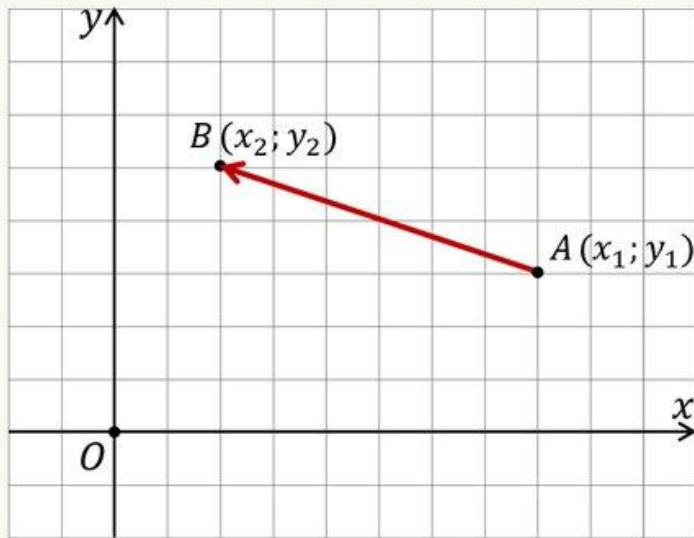
9 класс

МАОУ СОШ № 13

города Тюмени



Координаты вектора

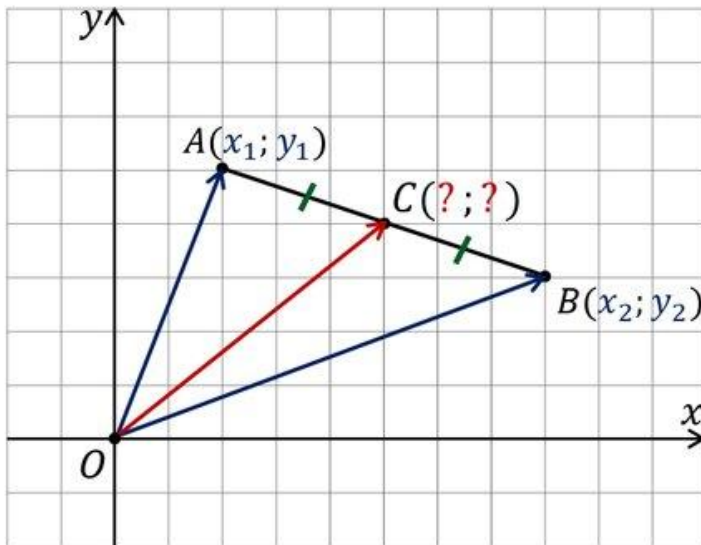


$$\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.

Координаты середины отрезка

1. Определение координат середины отрезка



Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

$$\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$$

\vec{OA} – радиус-вектор точки A

\vec{OB} – радиус-вектор точки B

$$\vec{OA} \quad \{x_1; y_1\}$$

$$\vec{OB} \quad \{x_2; y_2\}$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} \quad \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$$

$$\frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) \quad \left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right\}$$

$$\vec{OC} \quad C \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Решение задач

**найти координаты середины
отрезка:**

C(-5,17) Д(2,33);

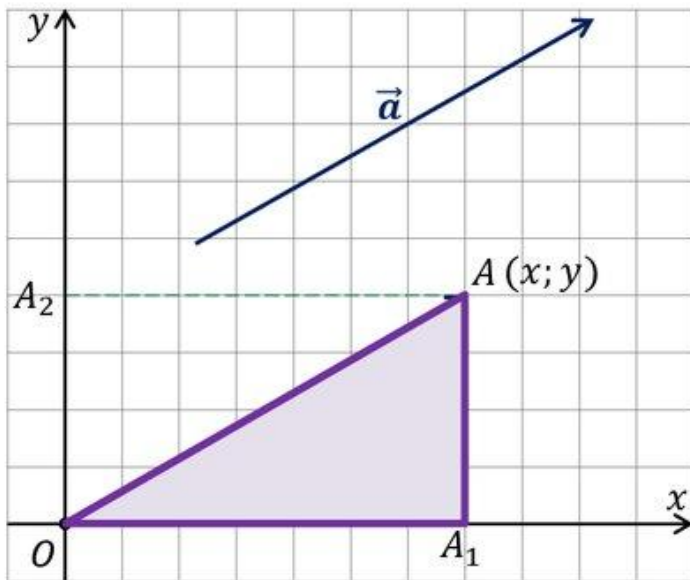
В(-4) С(3)

А (-1) В (9)

М(-15) К (29)

Длина вектора

2. Вычисление длины вектора по его координатам



$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$A(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \{x; y\}$$

$$\vec{a} \{x; y\}$$

$$OA_1 = |x|$$

$$A_1A = OA_2 = |y|$$

$$OA^2 = OA_1^2 + A_1A^2 \Rightarrow OA = \sqrt{OA_1^2 + A_1A^2}$$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a} \Rightarrow |\overrightarrow{OA}| = |\vec{a}| \Rightarrow OA = |\vec{a}|$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Длина вектора равна корню квадратному из суммы квадратов его координат.

$$\vec{a} \{x; y\} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Найти длину вектора

$$a) \vec{a}\{5;9\};$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$$

$$б) \vec{b}\{-3;4\};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$в) \vec{c}\{-10;-10\};$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{100 + 100} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

Расстояние между точками

3. Определение расстояния между двумя точками



$$\overrightarrow{M_1M_2} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = M_1M_2 = d$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Найти расстояние между точками

1. $A(6; -5), B(10; -8)$

$$AB = \sqrt{(10 - 6)^2 + (-8 - (-5))^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

2. $A(-2; -1), B(6; 5)$

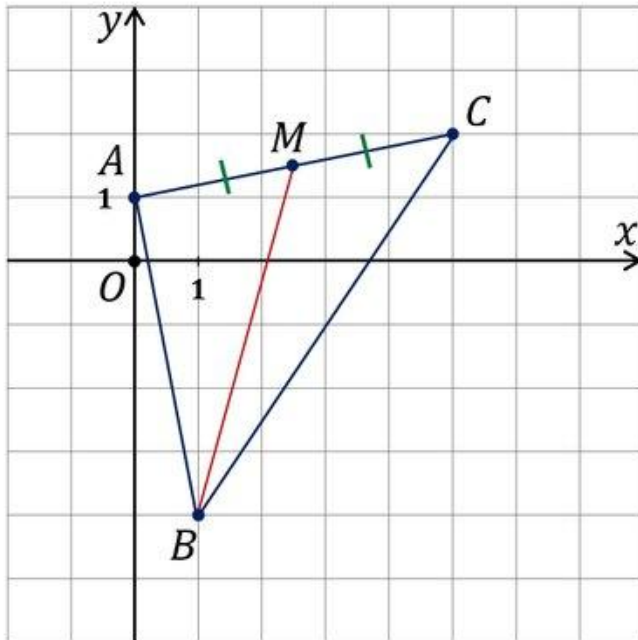
$$AB = \sqrt{(6 - (-2))^2 + (5 - (-1))^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

3. $A(5; 13), B(5; 12)$

$$AB = \sqrt{(5 - 5)^2 + (12 - 13)^2} = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

Решение задач

Задача. Найти длину медианы BM треугольника ABC , если $A(0; 1)$, $B(1; -4)$, $C(5; 2)$.



Решение.

$$M \left(\frac{5+0}{2}; \frac{2+1}{2} \right) \Leftrightarrow M(2,5; 1,5)$$

$$\overrightarrow{BM} \{2,5 - 1; 1,5 - (-4)\} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \{1,5; 5,5\}$$

$$|\overrightarrow{BM}| = \sqrt{(1,5)^2 + (5,5)^2} = \sqrt{2,25 + 30,25} = \sqrt{32,5}$$

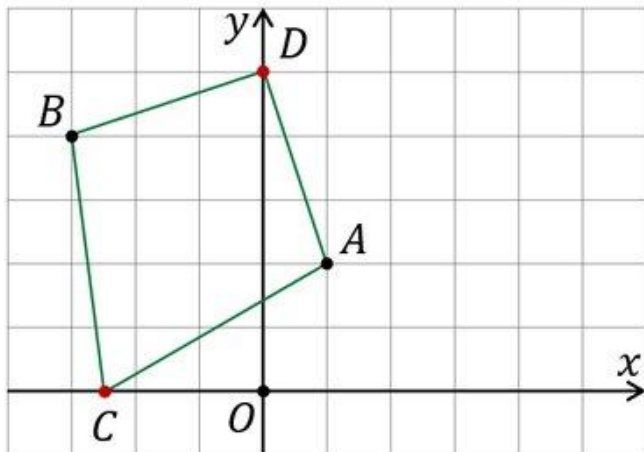
$$\sqrt{32,5} = \sqrt{25 \cdot 1,3} = 5\sqrt{1,3}$$

$$|\overrightarrow{BM}| = BM = 5\sqrt{1,3}$$

Решение задач

Задача. На оси Ox и на оси Oy найти точки равноудалённые от точек $A(1; 2)$ и $B(-3; 4)$.

Решение.



Ответ: $C(-2,5; 0)$, $D(0; 5)$.

$C(x; 0)$

$AC = BC$

$$\sqrt{(x - 1)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{(x - (-3))^2 + (0 - 4)^2}$$

$$(x - 1)^2 + (0 - 2)^2 = (x - (-3))^2 + (0 - 4)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + 4 = x^2 + 6x + 9 + 16$$

$$-8x = 20 \quad \Rightarrow \quad x = -2,5$$

$C(-2,5; 0)$

$D(0; y)$

$AD = BD$

$$\sqrt{(0 - 1)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (y - 4)^2}$$

$$(0 - 1)^2 + (y - 2)^2 = (0 - (-3))^2 + (y - 4)^2$$

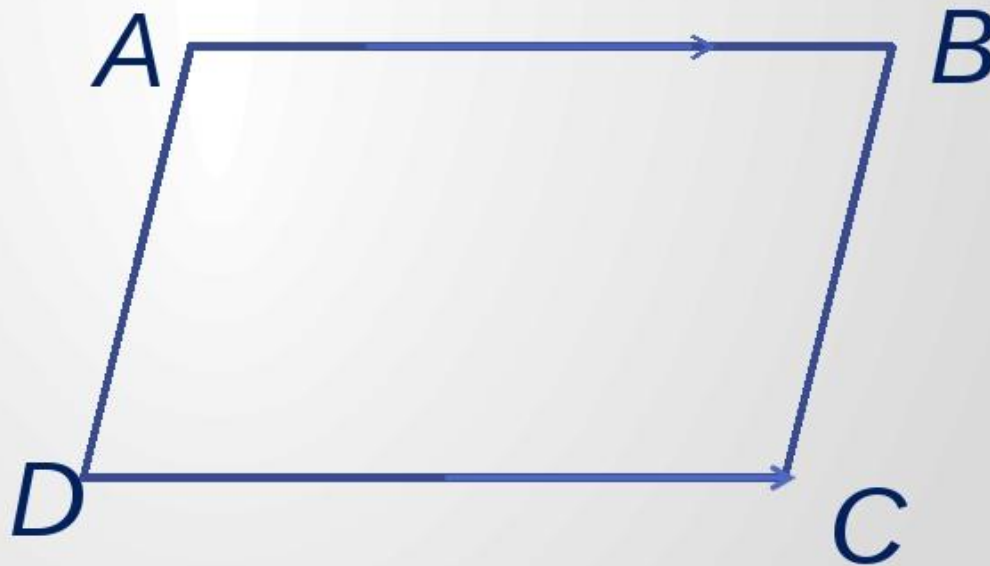
$$1 + y^2 - 4y + 4 = +9 + y^2 - 8y + 16$$

$$4y = 20 \quad \Rightarrow \quad y = 5$$

$D(0; 5)$

Решение задач

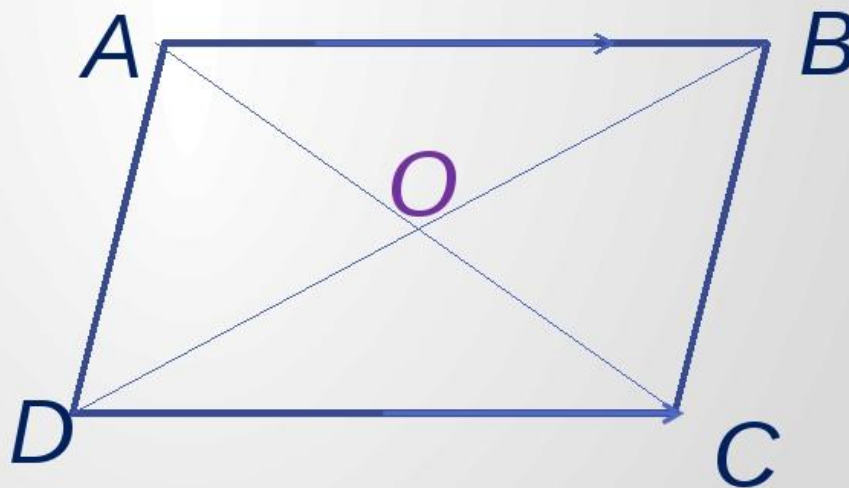
Найдите координаты вершины B параллелограмма $ABCD$, если $A(0; 0)$, $C(5; 7)$, $D(3; 0)$.



Решение задач

$ABCD$ – параллелограмм. $A (-4; 1)$, $B (-2; 5)$,
 $C (6; 3)$.

Найдите координаты вершины D и точки пересечения диагоналей. Вычислите периметр параллелограмма.



Решение задач

1. Найдите координаты середины отрезка MN , если:
 - 1) $M(4; 3)$, $N(6; 1)$;
 - 2) $M(-3; -2)$, $N(-1; 4)$;
 - 3) $M(-4; -5)$, $N(-1; 4)$.
2. Точка C — середина отрезка AB . Найдите координаты точки B , если $A(-3; 8)$, $C(-5; 4)$.
3. В треугольнике ABC $A(3; -1)$, $B(-5; 7)$, $C(1; 5)$. Найдите длину средней линии KP треугольника ABC , где точки K и P — середины сторон AB и BC соответственно.
4. Найдите длину отрезка, концы которого лежат на осях координат, а его серединой является точка $M(-4; 3)$.