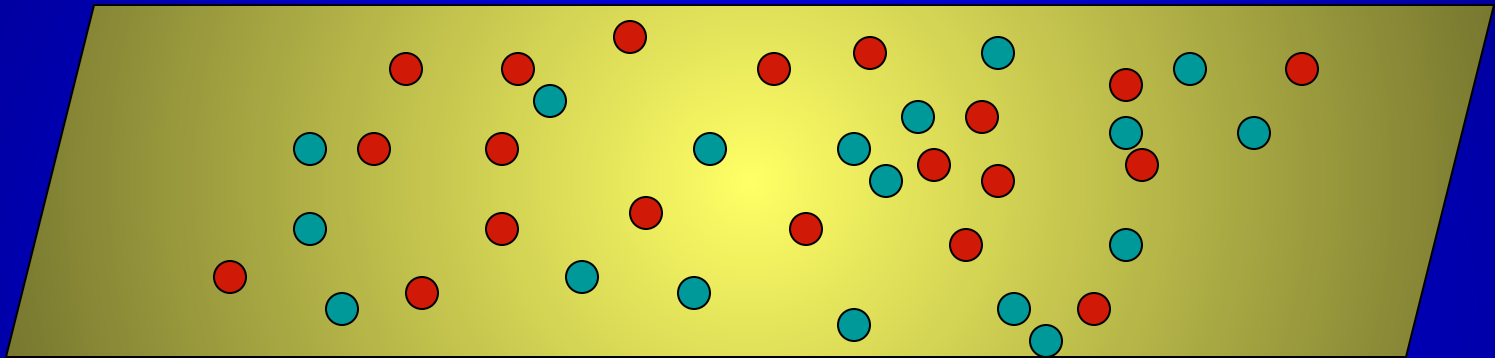


# *Геометрия 9 класс.*

*Тема урока:*

# *Движения.*

# 1. Отображение плоскости на себя.



Любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке.

Говорят, что дано

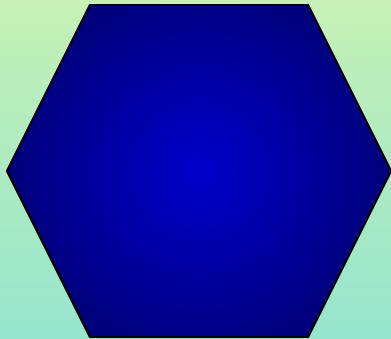
**отображение плоскости на себя.**

**Рассмотрим примеры отображения плоскости на себя, которые сохраняют расстояние между точками.**

**Любое отображение, обладающее этим свойством, называется движением.**

**Движение плоскости – это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояния.**

**Понятие движения в геометрии связано с обычным представлением о перемещении. Но, если говоря о перемещении, мы представляем себе непрерывный процесс, то в геометрии для нас будут иметь значение только начальное и конечное положения фигур.**

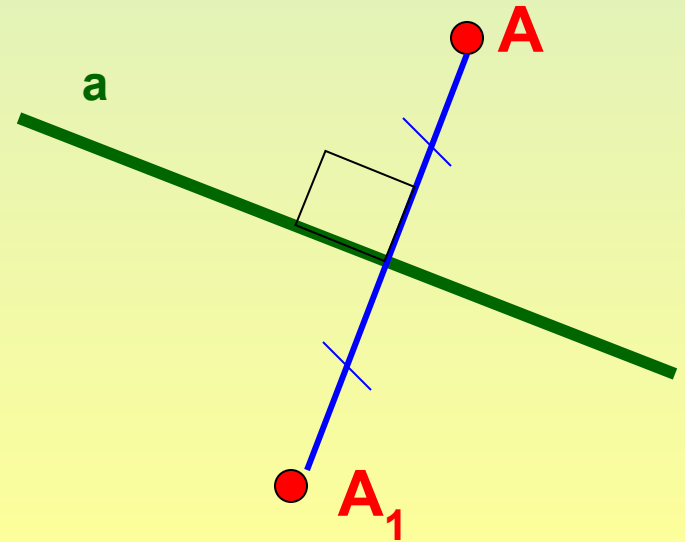
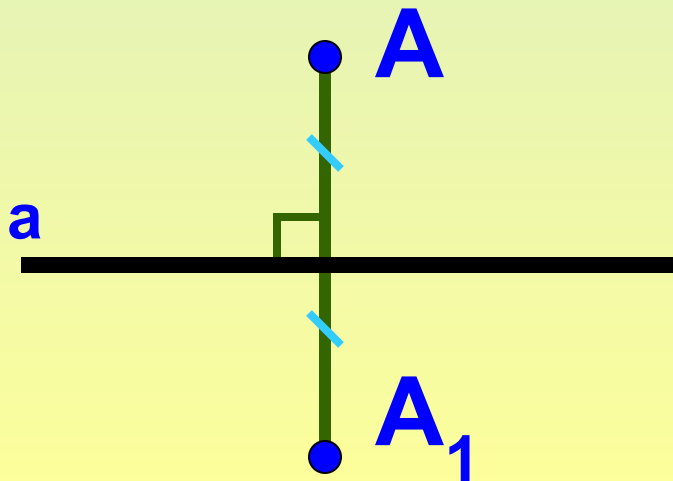


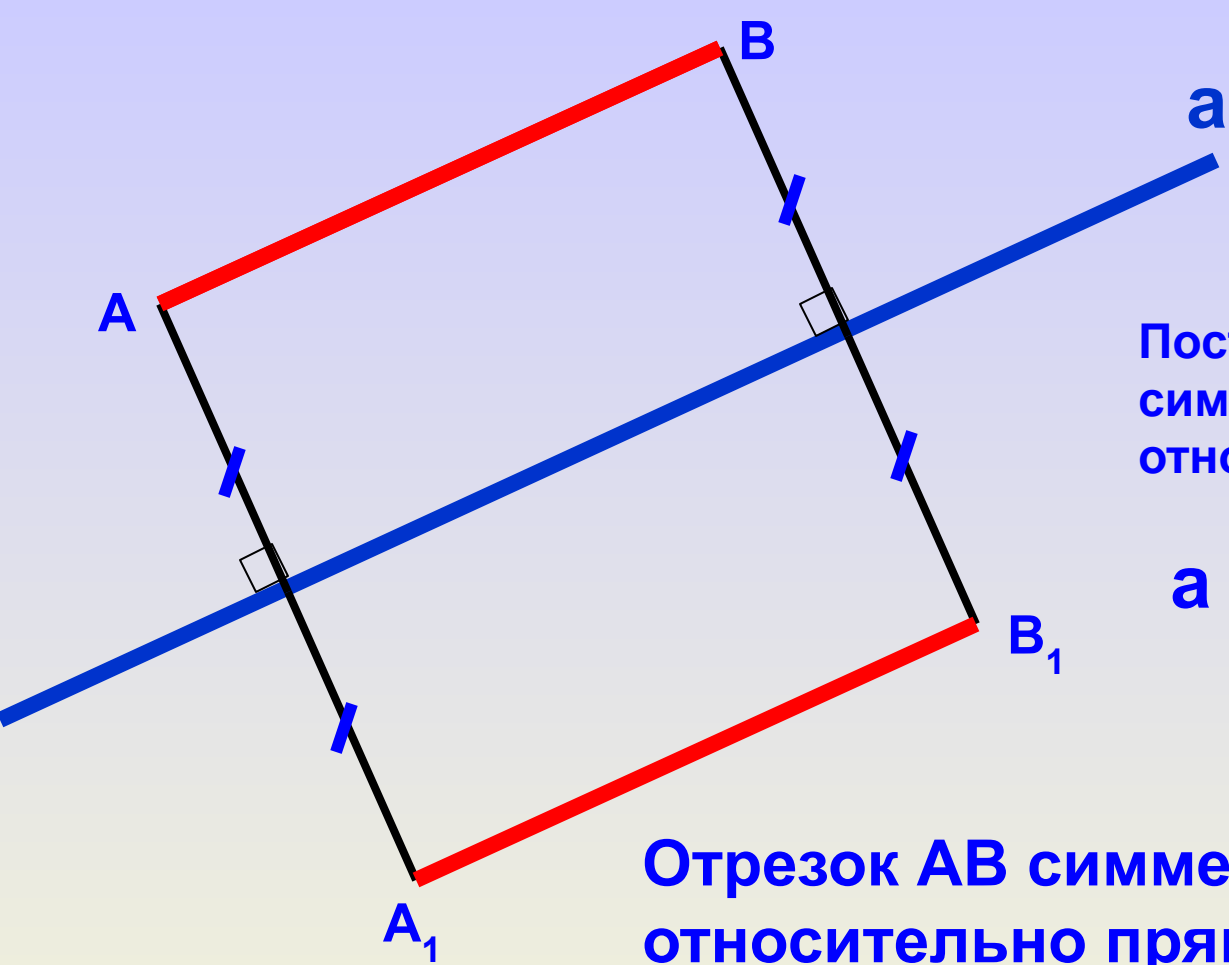


**Два движения, выполненные  
последовательно,  
снова дают движение.**

# Симметрия относительно прямой.

Две точки  $A$  и  $A_1$  называются симметричными относительно прямой  $a$ , если эта прямая проходит через середину отрезка  $AA_1$  и перпендикулярна к нему.





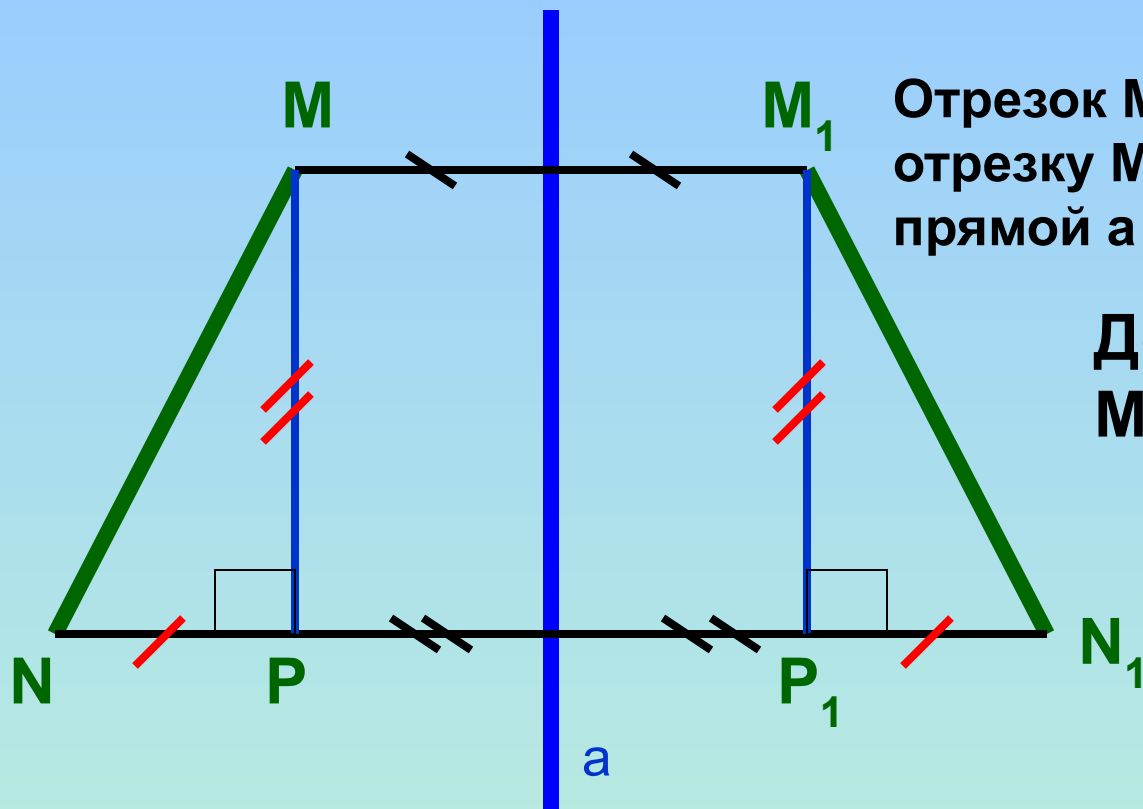
Построить отрезок  $A_1B_1$ ,  
симметричный отрезку  $AB$   
относительно прямой  $a$ .

$a$  - ось симметрии

Отрезок  $AB$  симметричен отрезку  $A_1B_1$   
относительно прямой  $a$

Как можно проверить?

$AB = A_1B_1$ ? наложением



Отрезок  $MN$  симметричен отрезку  $M_1N_1$  относительно прямой  $a$

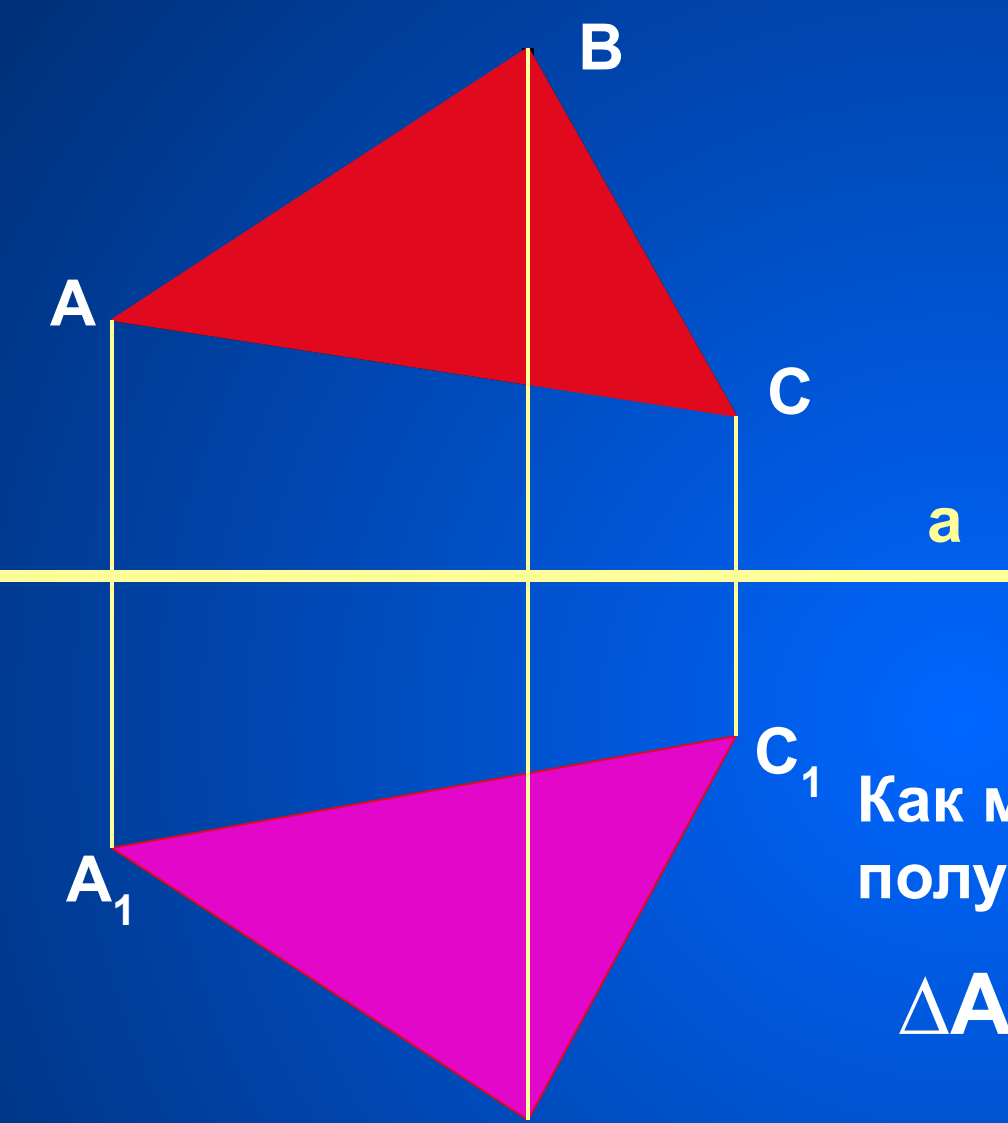
Доказать:  
 $MN = M_1N_1$

Доказательство: Рассмотрим треугольники  $NMP$  и  $N_1M_1P_1$

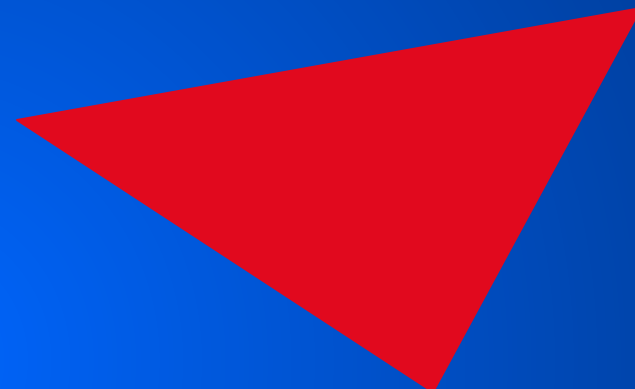
$$\left. \begin{array}{l} NP = N_1P_1 \\ MP = M_1P_1 \end{array} \right\} \Delta NMP = \Delta N_1M_1P_1$$

$$MN = M_1N_1$$





Построить  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  
симметричный  $\triangle ABC$   
относительно прямой  $a$ .

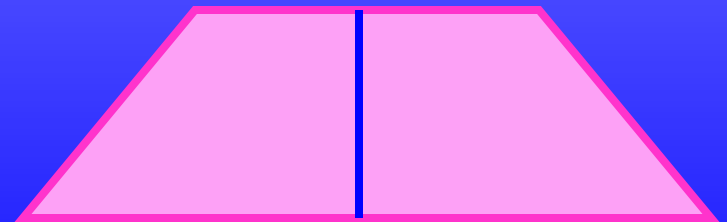
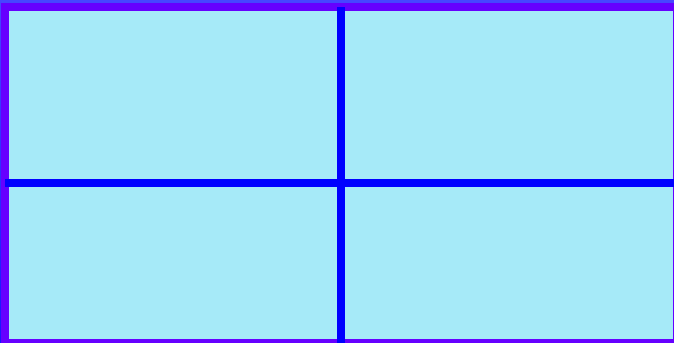
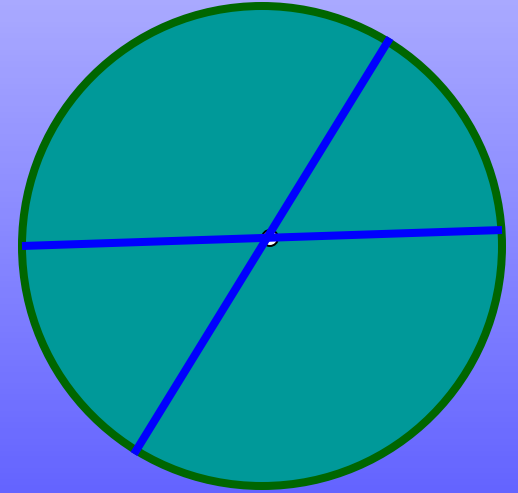
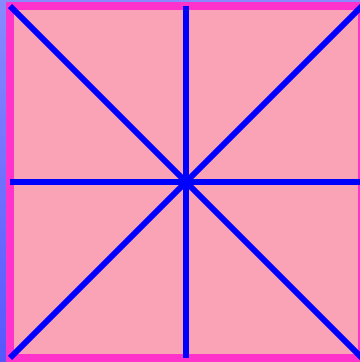
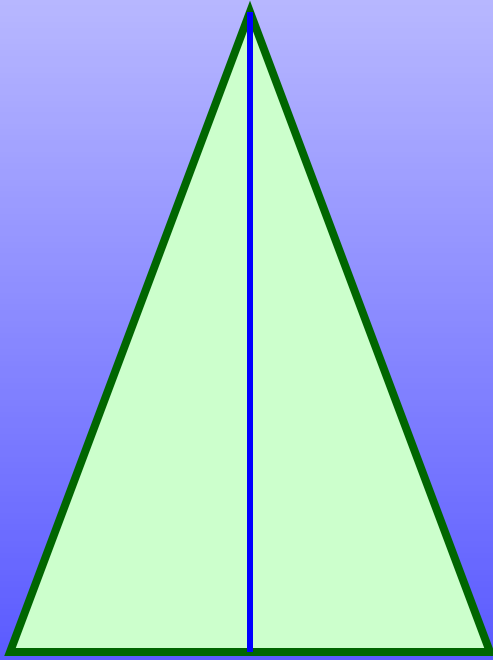


Как можно проверить равенство  
полученных треугольников?

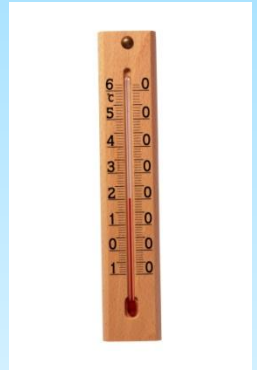
$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

$B_1$  Вывод: **Осевая симметрия  
является движением.**

Сколько осей симметрии имеют данные геометрические фигуры?

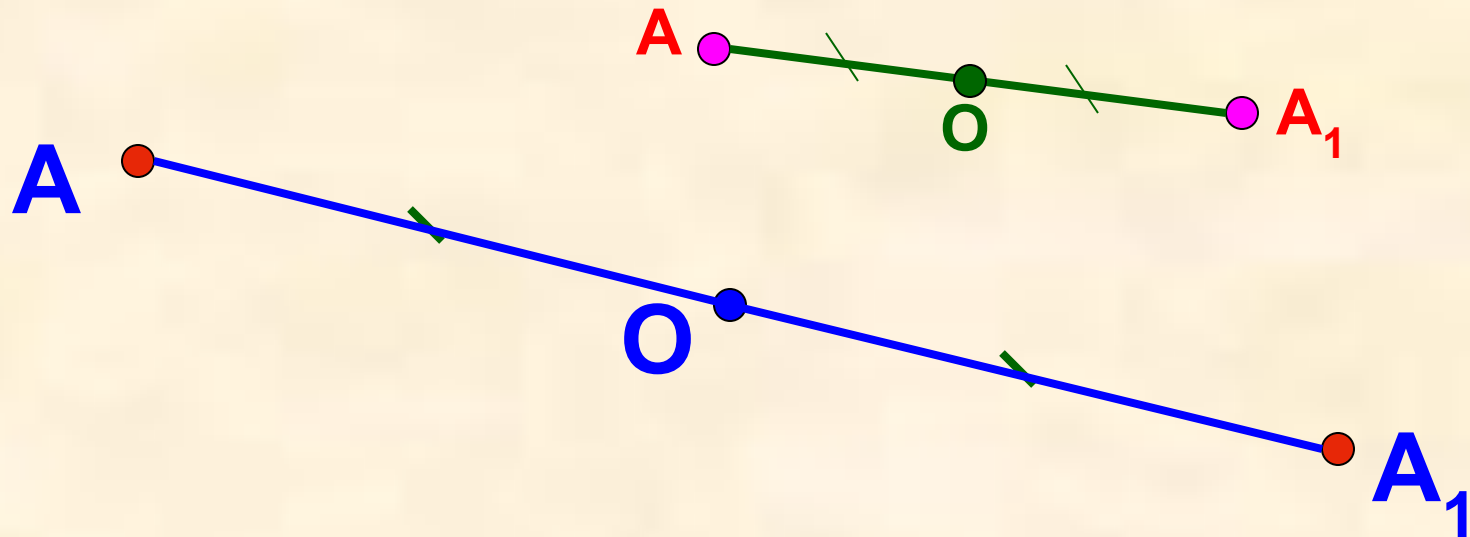


# С симметрией мы часто встречаемся в быту, архитектуре, технике, природе.



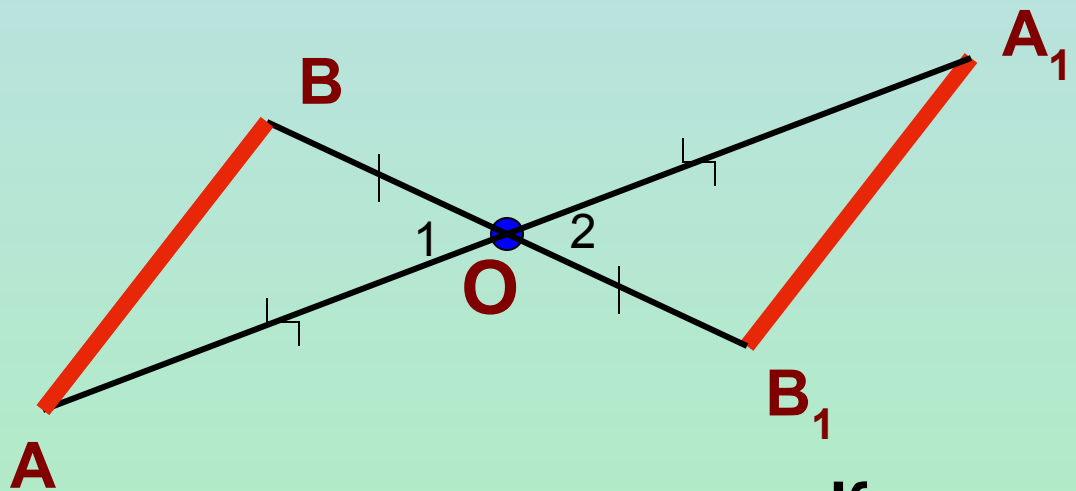
# Симметрия относительно точки.

Две точки  $A$  и  $A_1$  называются симметричными относительно точки  $O$ , если  $O$  – середина отрезка  $AA_1$ .



$O$  – центр симметрии.

Построим отрезок  $A_1B_1$ , симметричный отрезку  $AB$  относительно точки  $O$ .



Как можно это проверить?

$AB = A_1B_1$  ?

наложением

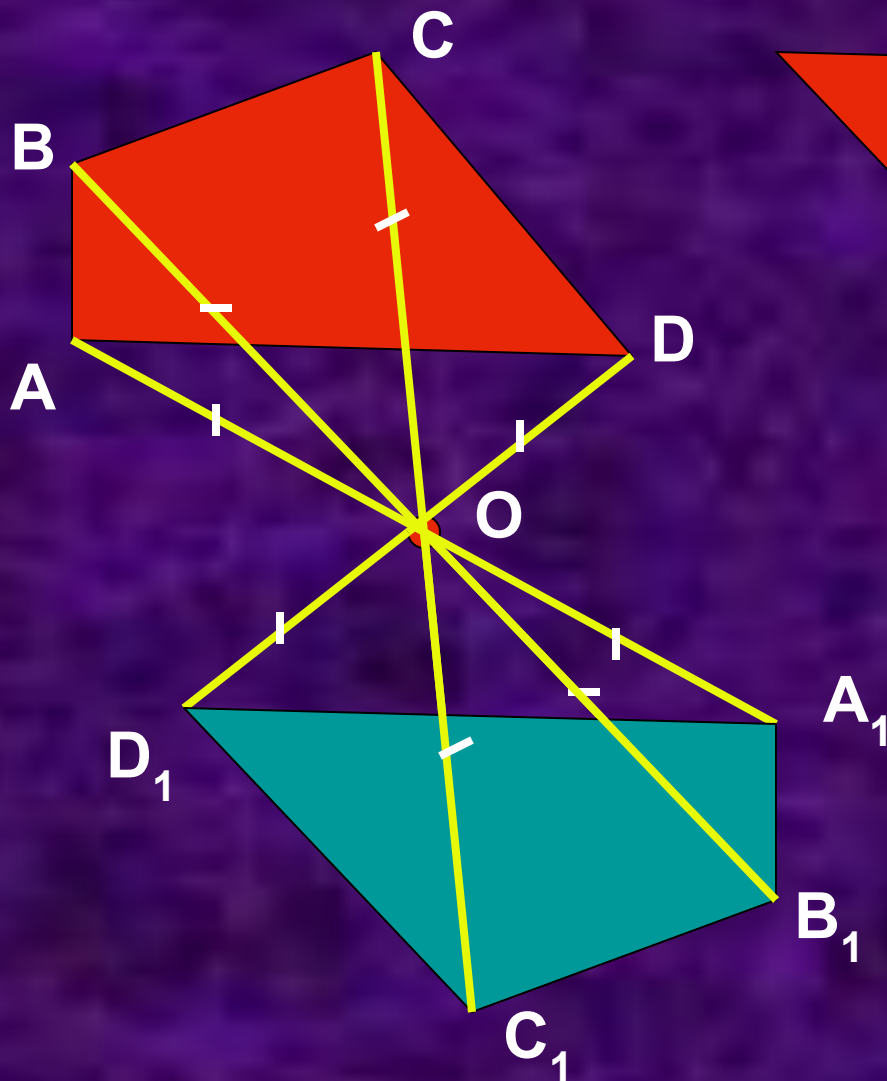
А как можно доказать?

Доказательство: рассмотрим треугольнички  $ABO$  и  $A_1B_1O$

- $OA = OA_1$
- $OB = OB_1$
- $\angle 1 = \angle 2$

$$\left. \begin{array}{l} OA = OA_1 \\ OB = OB_1 \\ \angle 1 = \angle 2 \end{array} \right\} \Delta ABO = \Delta A_1B_1O \quad AB = A_1B_1$$

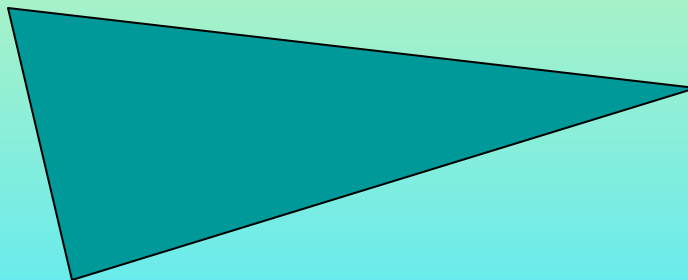
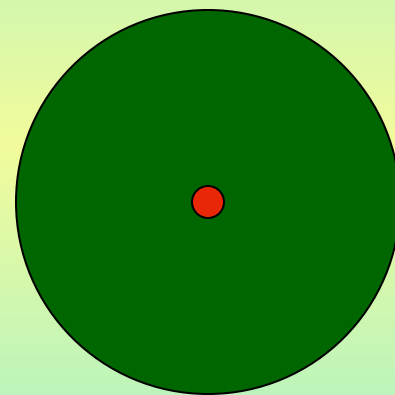
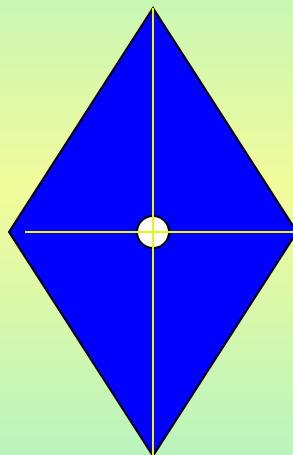
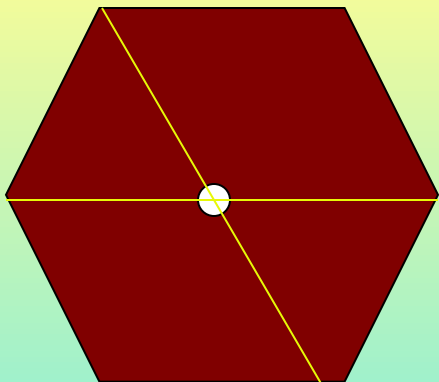
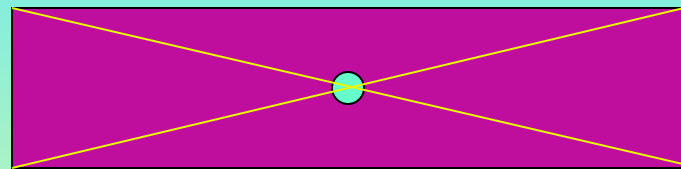
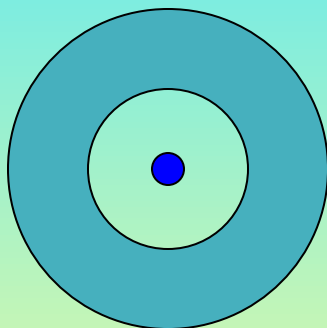
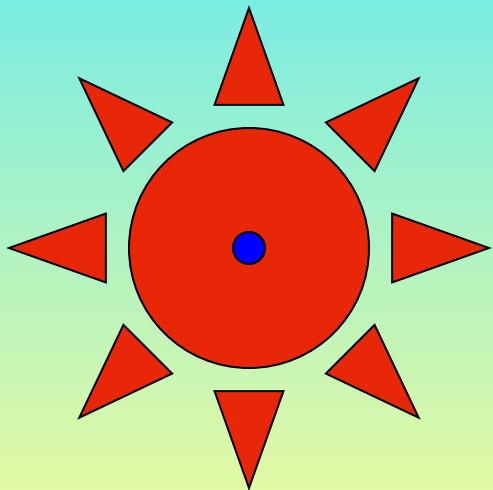
Построить четырёхугольник  $A_1B_1C_1D_1$ , симметричный четырёхугольнику  $ABCD$  относительно точки  $O$ .



$$ABCD = A_1B_1C_1D_1?$$

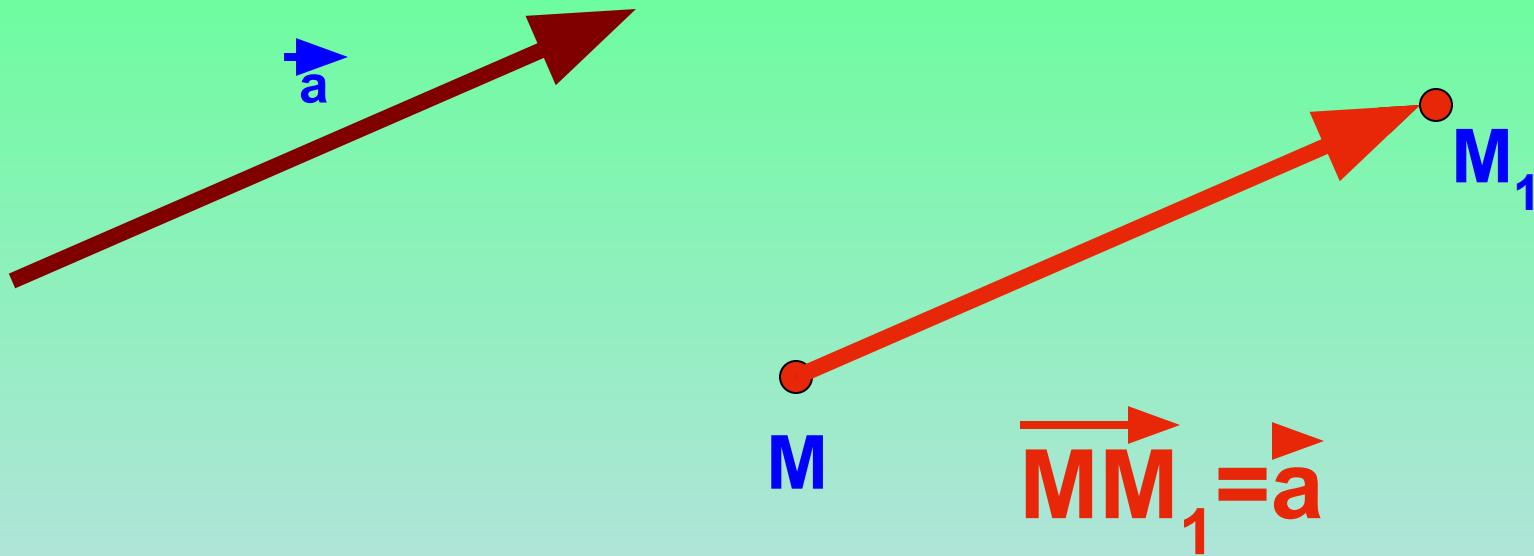
Центральная симметрия –  
движение.

Какие из этих фигур имеют центр симметрии?



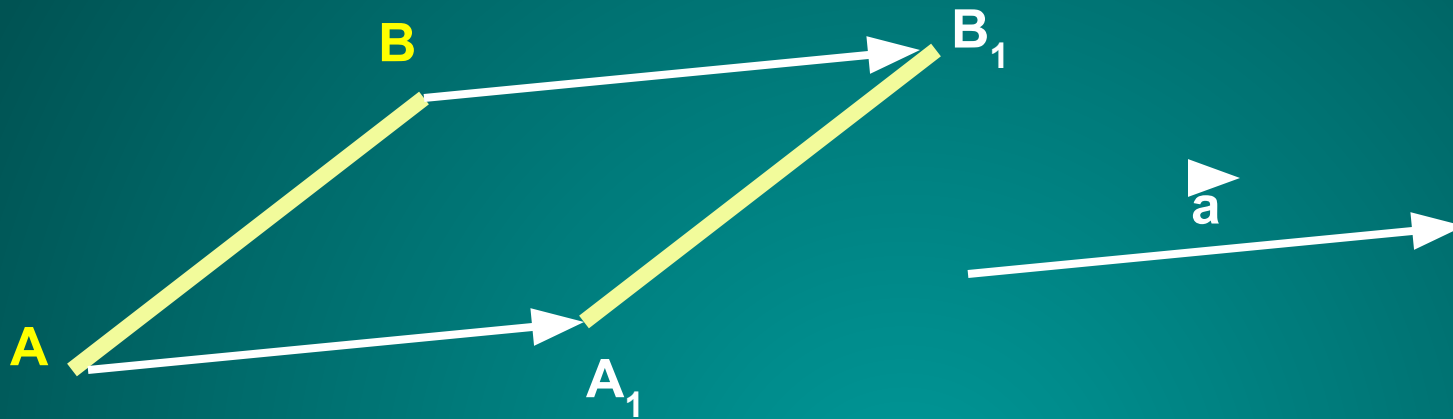
# *Параллельный перенос.*

Параллельным переносом на вектор  $\vec{a}$  называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка  $M$  отображается в такую точку  $M_1$ , что вектор  $\vec{MM}_1$  равен вектору  $\vec{a}$ .





Построить отрезок  $A_1B_1$ , который получается из отрезка  $AB$  параллельным переносом на  $\vec{a}$ .



Докажем, что  $AB=A_1B_1$

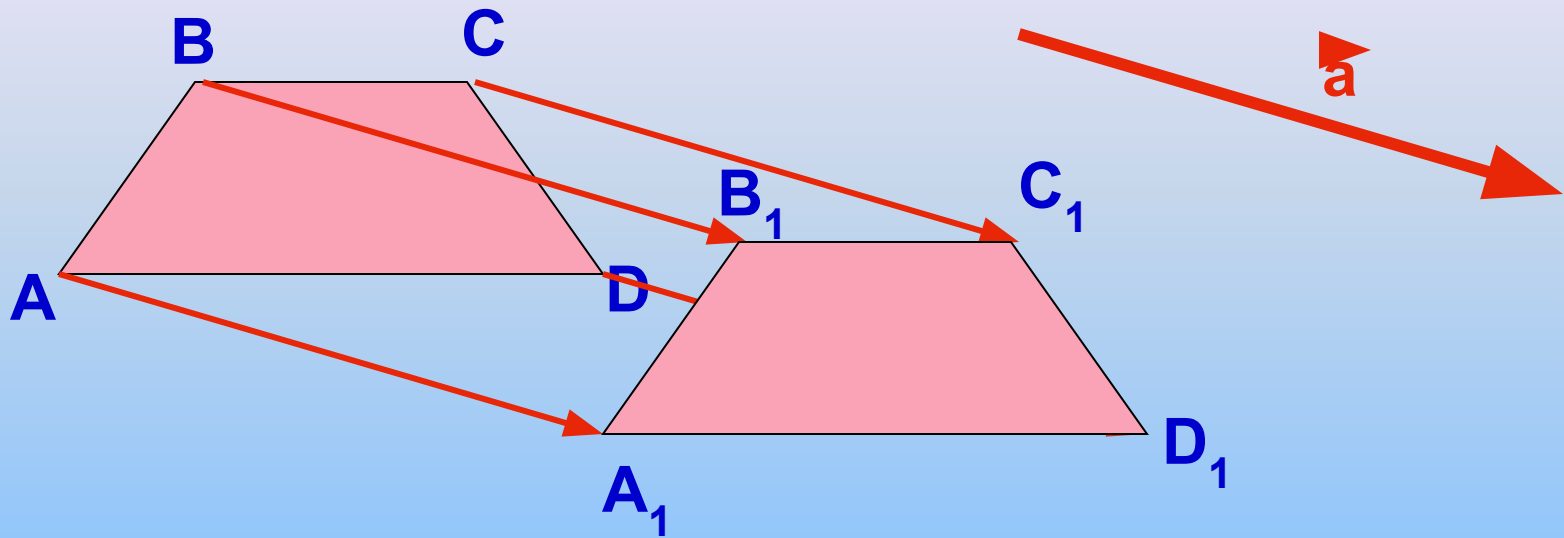
Доказательство:

так как  $\vec{AA_1}=\vec{a}$ ,  $\vec{BB_1}=\vec{a}$ , то  $\vec{AA_1}=\vec{BB_1}$

Следовательно  $AA_1 \parallel BB_1$  и  $AA_1=BB_1$ ,

поэтому четырёхугольник  $AB B_1 A_1$  –  
параллелограмм, значит  $AB=A_1B_1$

Построить четырёхугольник, который получается из данного четырёхугольника  $ABCD$  параллельным переносом на  $\vec{a}$

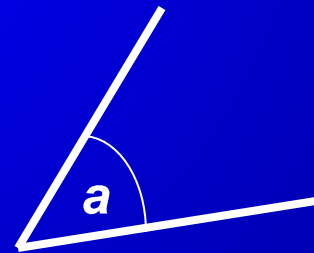
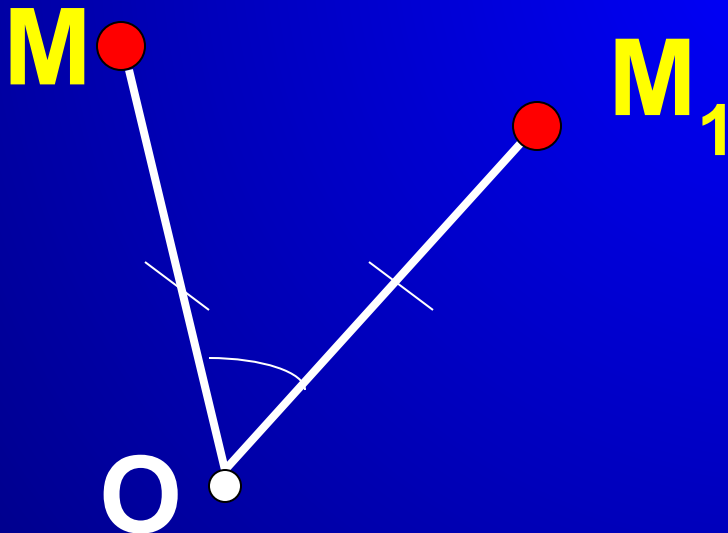


$$ABCD = A_1B_1C_1D_1$$

Параллельный перенос – движение.

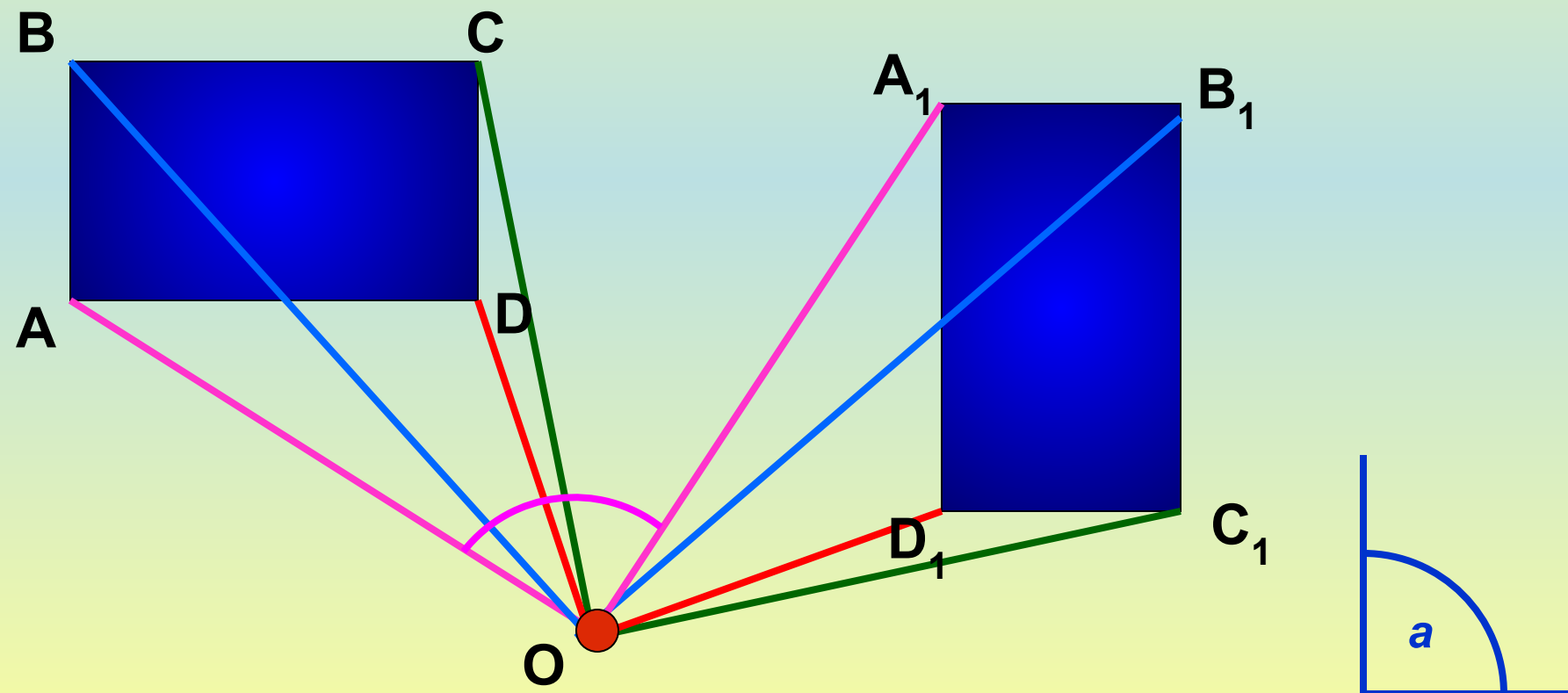
# Поворот.

Поворотом плоскости вокруг точки  $O$  на угол  $a$  называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка  $M$  отображается в такую точку  $M_1$ , что  $OM=OM_1$  и  $\sphericalangle a = \sphericalangle MOM_1$



Построить прямоугольник  $A_1B_1C_1D_1$ , который получается в результате поворота прямоугольника  $ABCD$  вокруг точки  $O$  на угол  $a$ .

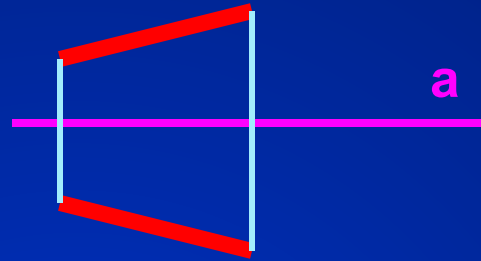
$$ABCD = A_1B_1C_1D_1$$



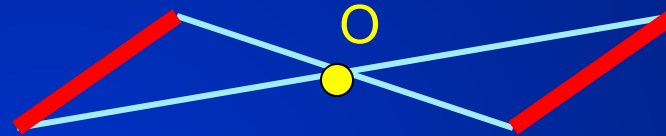
**Поворот вокруг точки – движение.**

# Рассмотренные отображения плоскости на себя:

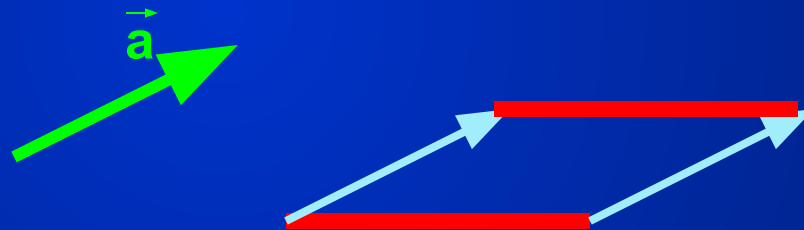
симметрия относительно  
прямой



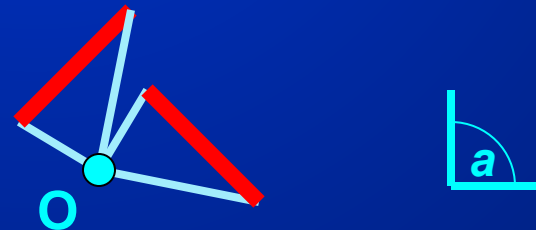
симметрия относительно  
точки



параллельный перенос  
на вектор  $\vec{a}$



поворот  
вокруг точки O на угол  $a$

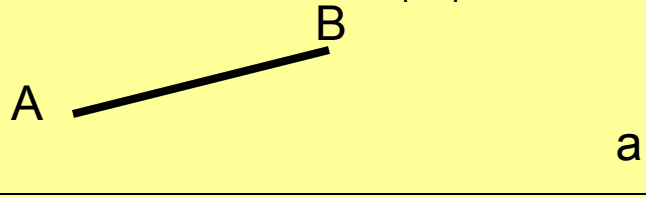


**ЯВЛЯЮТСЯ ДВИЖЕНИЯМИ.**

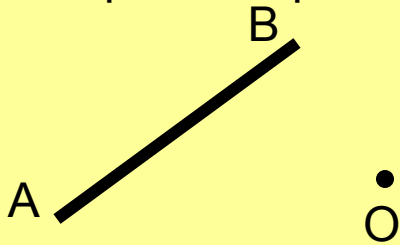
## Практическая работа.

---

1. Построить отрезок  $A_1B_1$ , симметричный отрезку  $AB$  относительно прямой  $a$ .



2. Построить отрезок  $A_1B_1$ , симметричный отрезку  $AB$  относительно точки  $O$ .



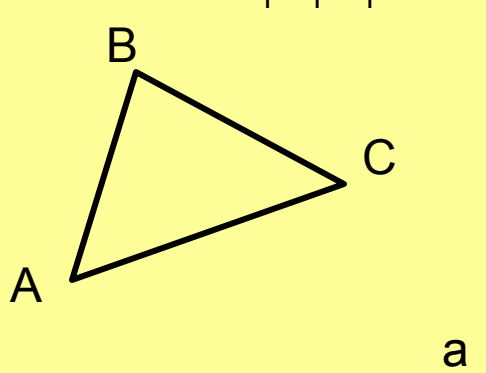
3. Построить отрезок  $A_1B_1$ , который получается из отрезка  $AB$  параллельным переносом на  $\vec{a}$ .



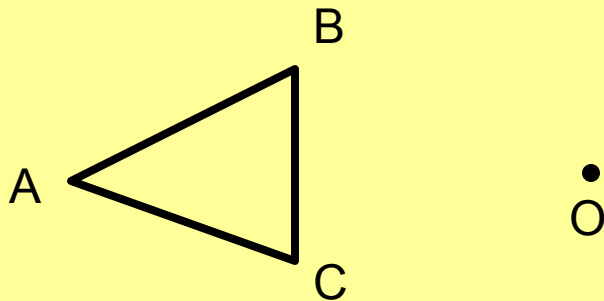
## Практическая работа.

---

1. Построить  $\Delta A_1 B_1 C_1$ , симметричный  $\Delta ABC$  относительно прямой  $a$ .



2. Построить  $\Delta A_1 B_1 C_1$ , симметричный  $\Delta ABC$  относительно точки  $O$ .



3. Построить фигуру  $F_1$ , которая получается из фигуры  $F$  параллельным переносом на  $\vec{a}$ .

