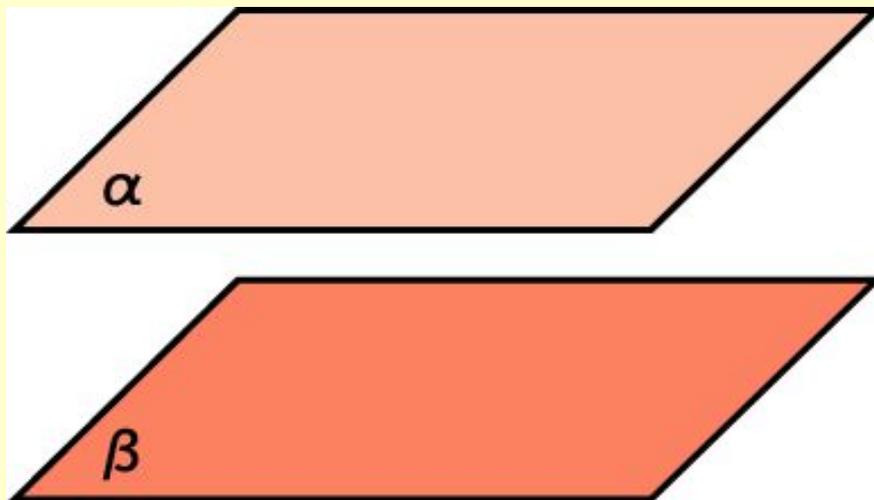


# Параллельность плоскостей



# Параллельные плоскости в пространстве



**Определение.** Две плоскости в пространстве называются параллельными, если

они не

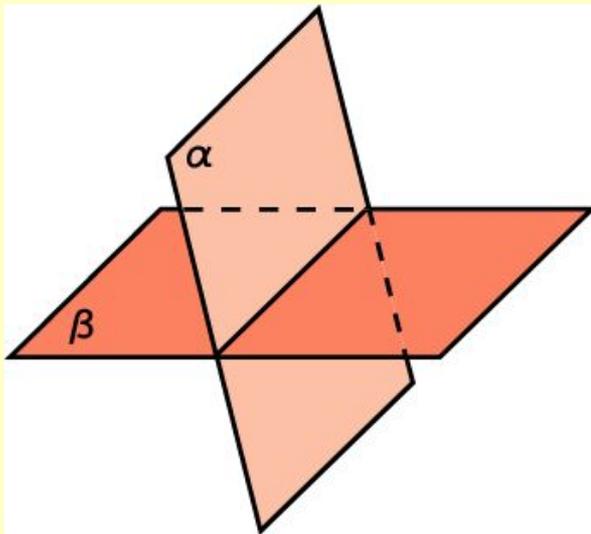
пересекаются.



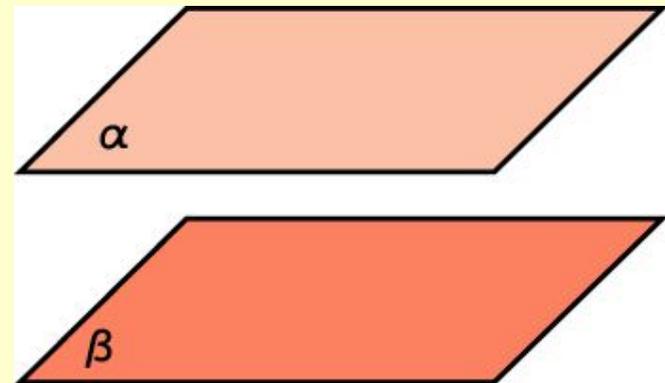
# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

## Две плоскости

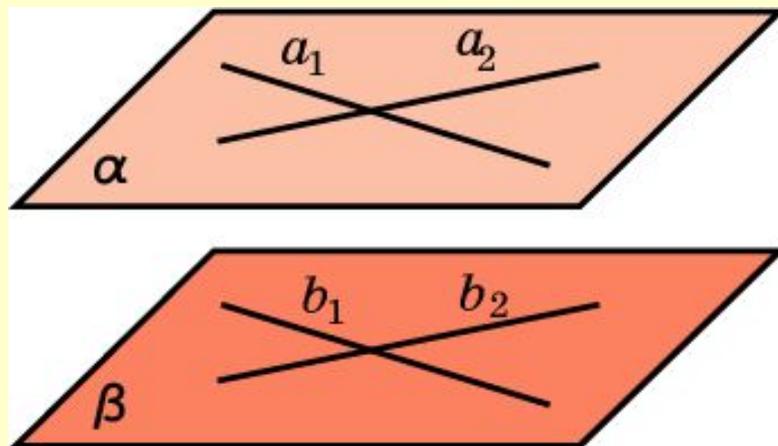
имеют общие точки  
(пересекаются по прямой)



не имеют общих точек  
(параллельны)



# Признак параллельности плоскостей



**Теорема.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.



## Задача № 51.

(еще один признак параллельности)

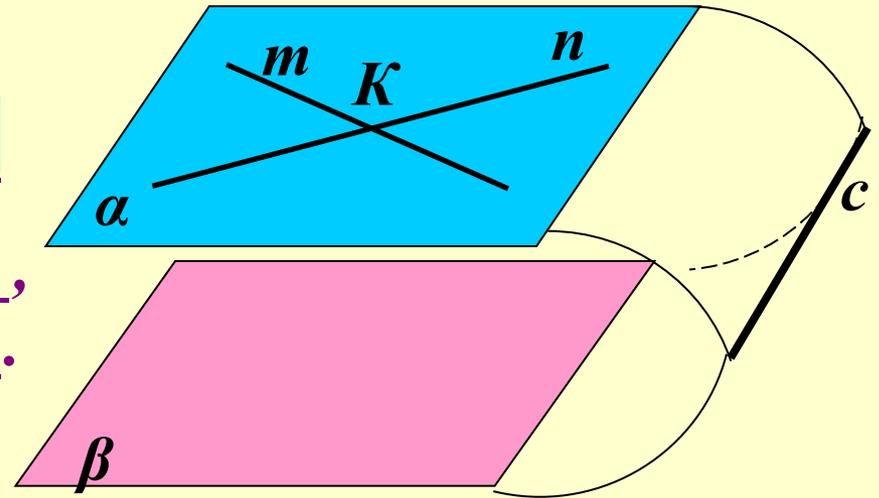
Дано:  $m \cap n = K$ ,  $m \in \alpha$ ,  $n \in \alpha$ ,  
 $m \parallel \beta$ ,  $n \parallel \beta$ .

Доказать:  $\alpha \parallel \beta$ .

1) Допустим, что  $\alpha \cap \beta = c$

2) Так как  $n \parallel \beta$ ,  $m \parallel \beta$ ,  
то  $m \parallel c$  и  $n \parallel c$ .

3) Получаем, что  
через точку  $K$  проходят две прямые параллельные прямой  $c$ .



Вывод:

$\alpha \parallel \beta$

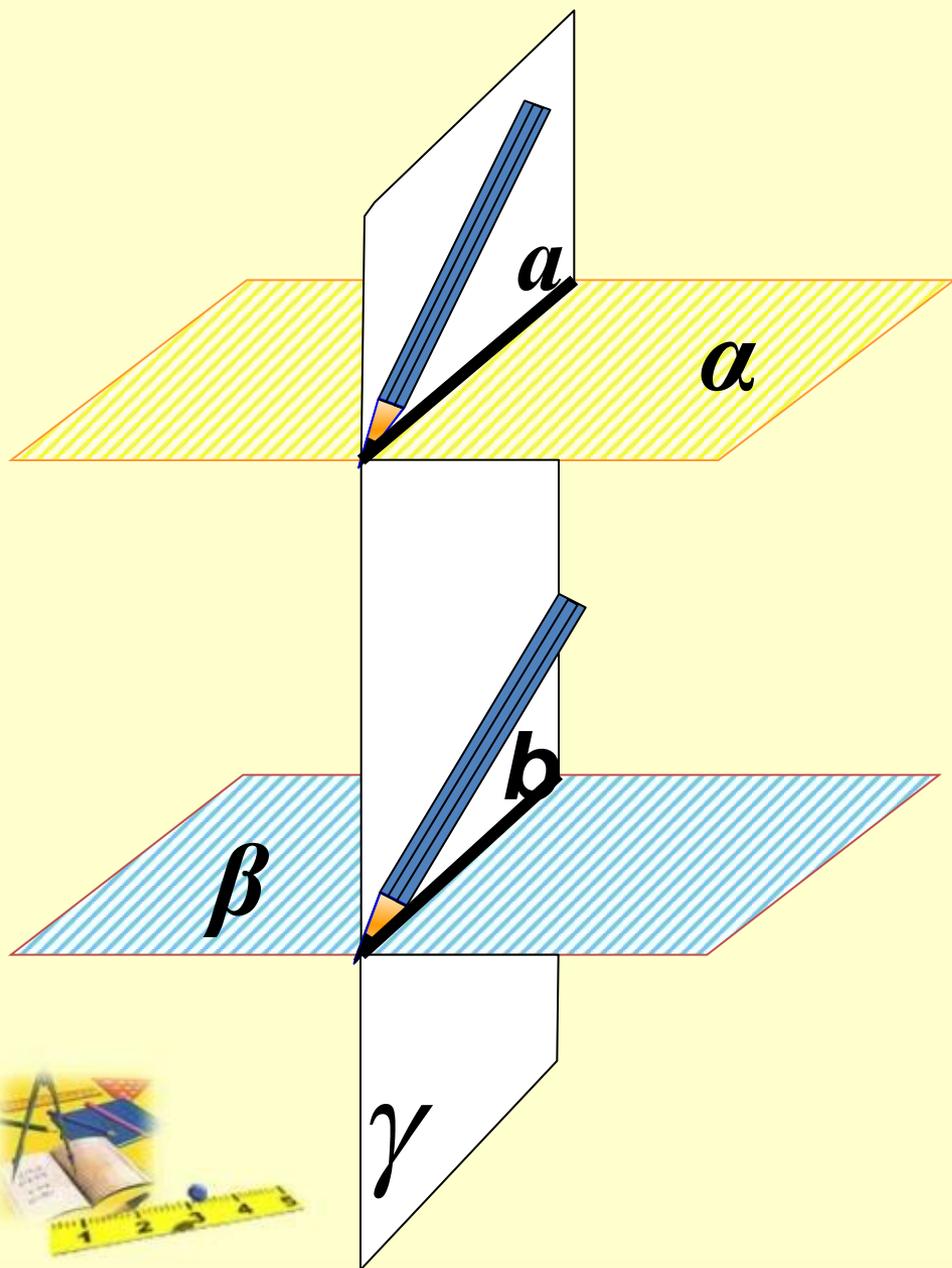


# Свойства параллельных плоскостей



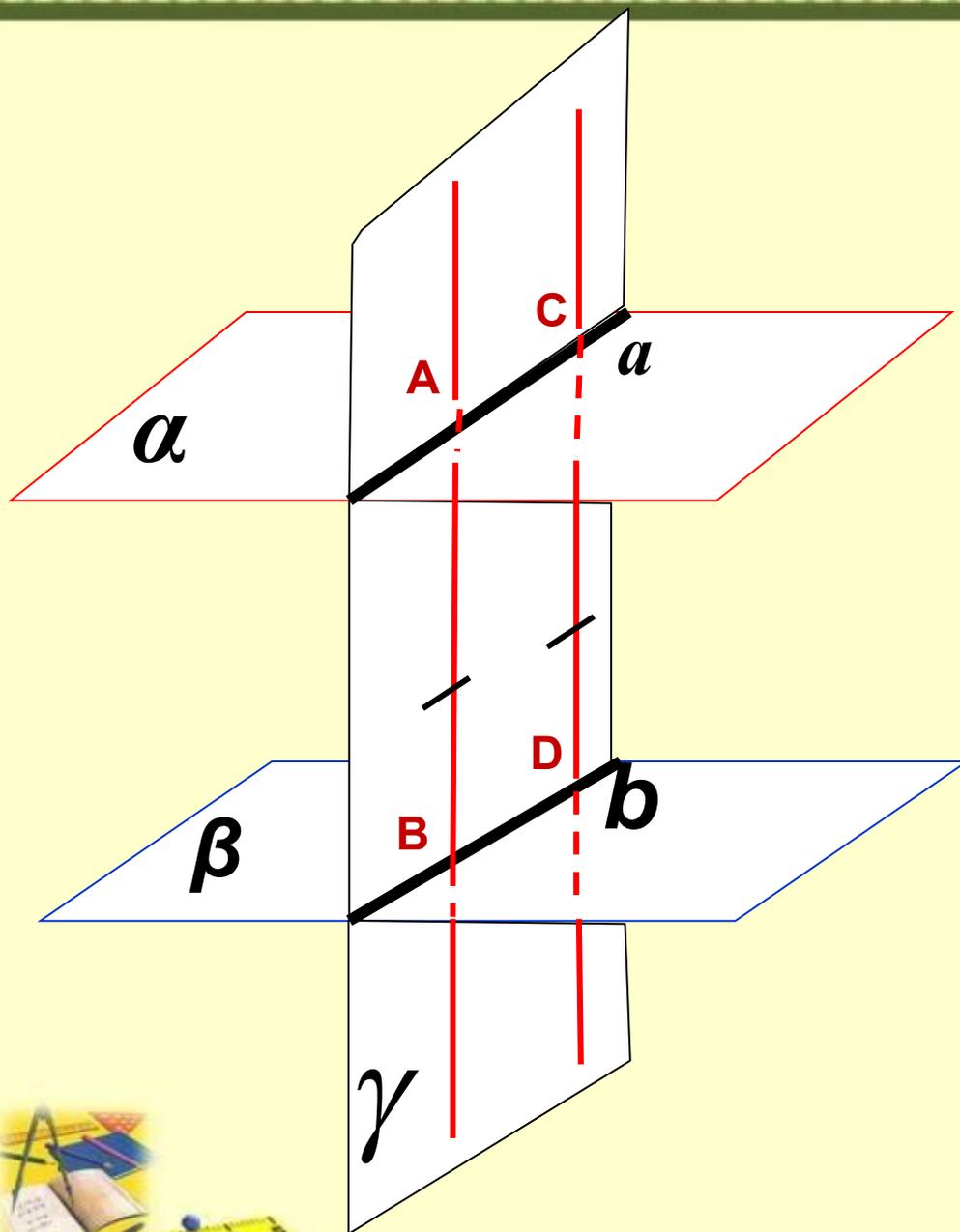
06.11.2016

<http://aida.ucoz.ru>



Если две  
параллельные  
плоскости  
пересечены  
третьей,  
то линии их  
пересечения  
параллельны.





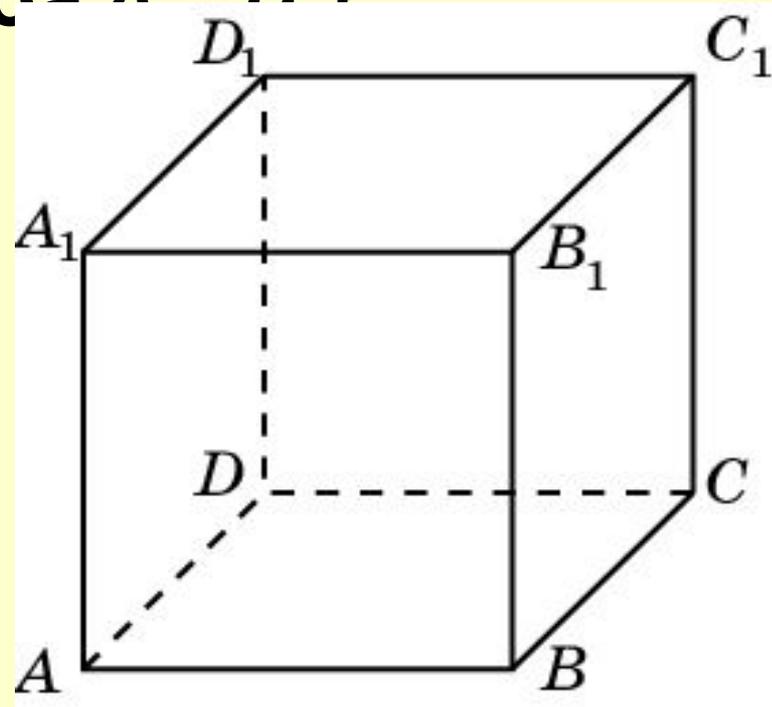
Отрезки  
параллельных  
прямых,  
заключенные  
между  
параллельными  
плоскостями,  
равны.

$$AB = CD$$



# Решение задач

Являются ли параллельными плоскости  $ABC$  и  $B_1C_1D_1$ , проходящие через вершины куба  $AA_1B_1C_1D_1$ ?



Ответ: Да.



**Задача.** Дано: отрезки  $A_1A_2$ ,  $B_1B_2$ ,  $C_1C_2$  не лежат в одной плоскости и имеют общую середину - точку  $O$ . Доказать:

$$A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2.$$

Доказательство:

$A_1A_2$  и  $B_1B_2$  лежат в одной плоскости по следствию из  $A_1$  (через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна).

$A_1B_1A_2B_2$  - параллелограмм (диагонали четырехугольника пересекаются и в точке пересечения делятся пополам).

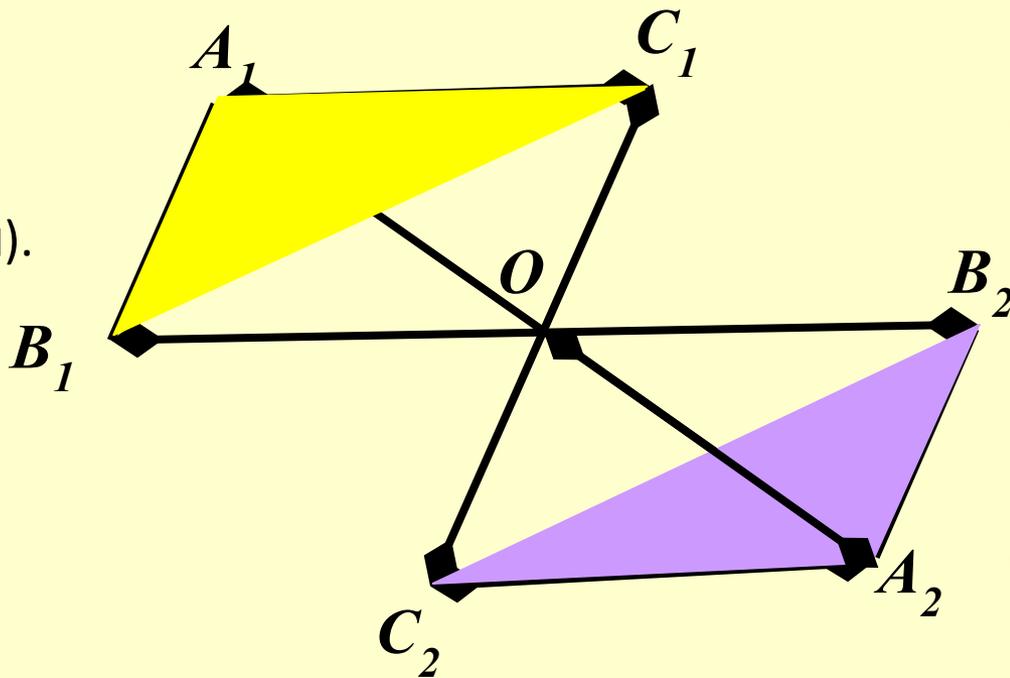
Следовательно,  $A_1B_1 \parallel A_2B_2$ .

Аналогично  $A_1A_2$  и  $C_1C_2$  лежат в одной плоскости.  $A_1C_1A_2C_2$  - параллелограмм.

Отсюда,  $A_1C_1 \parallel A_2C_2$ .

$A_1B_1 \cap A_1C_1 = A_1$ ;  $A_2B_2 \cap A_2C_2 = A_2$ .

По признаку параллельности плоскостей  $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$ .



# Отвечаем на вопросы

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?
3. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны, прямая  $m$  не лежит в плоскости  $\alpha$ . Верно ли, что прямая  $m$  параллельна плоскости  $\beta$ ?
4. Верно ли, что если прямая  $a$  параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая  $a$  имеет одну общую точку?
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости  $\alpha$ . Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости  $\alpha$ ?
6. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
7. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей?
8. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости?
9. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости  $\alpha$ , то и третья сторона параллельна плоскости  $\alpha$ ?

