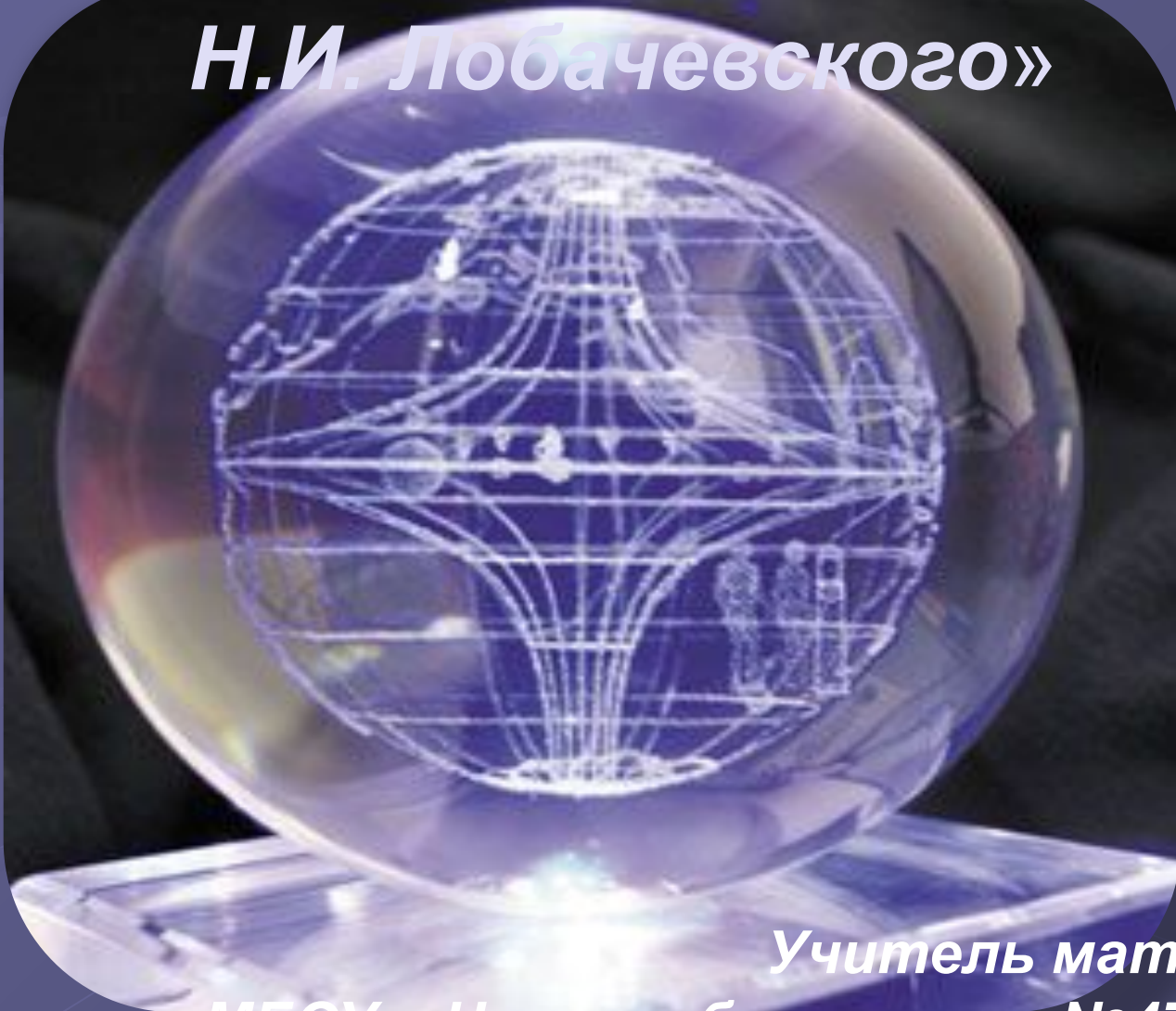


*Внеурочное занятие*  
**«Элементы геометрии  
Н.И. Лобачевского»**

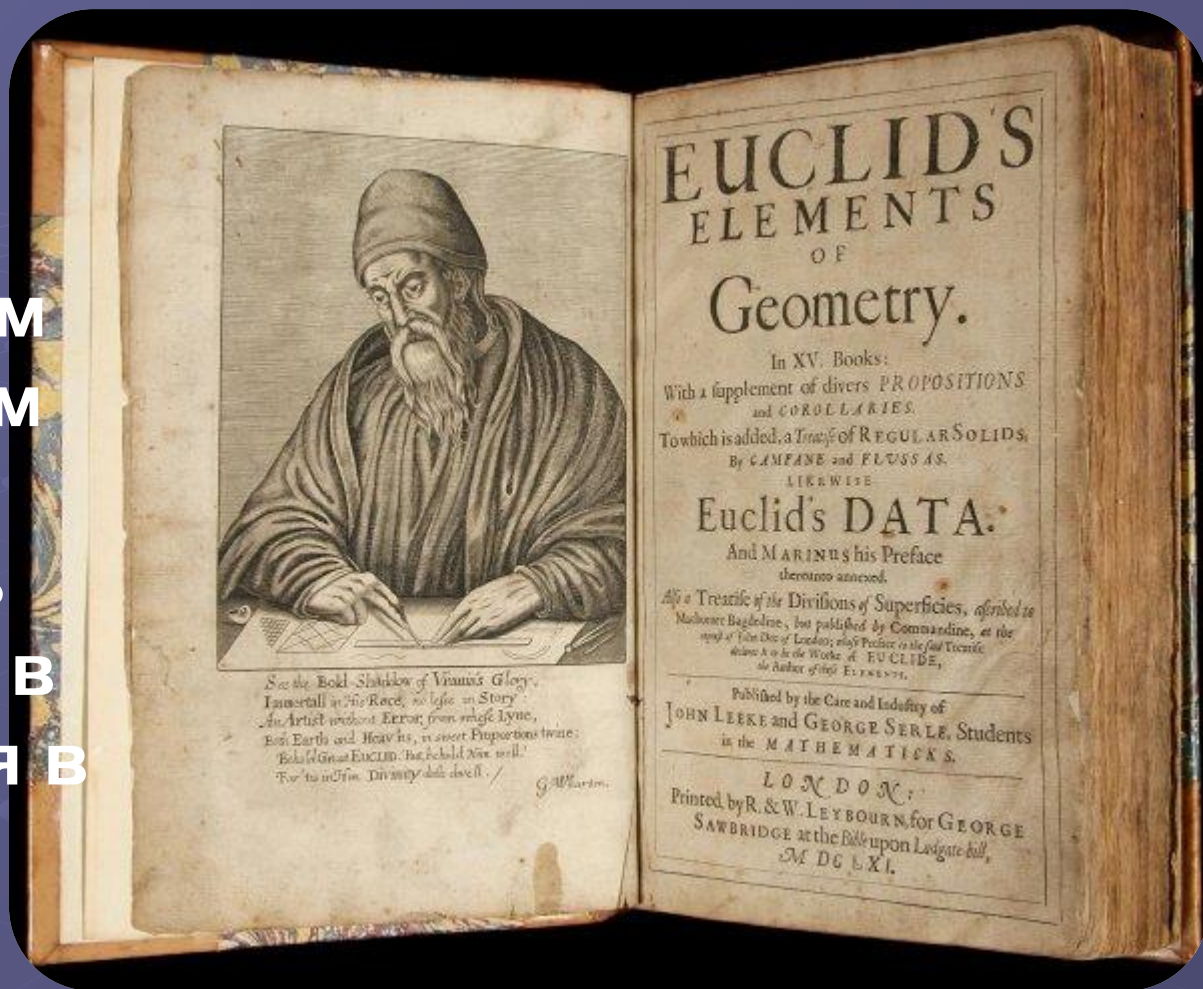


*Учитель математики*  
**МБОУ «Центр образования №47» г.Тулы**  
**Курнатова Наталья Вячеславовна**

Геометрия  
оформилась в  
стройную  
математическую  
науку, имеющую  
прикладное значение,  
в III веке до н.э. в  
работах  
древнегреческого  
математика Евклида.



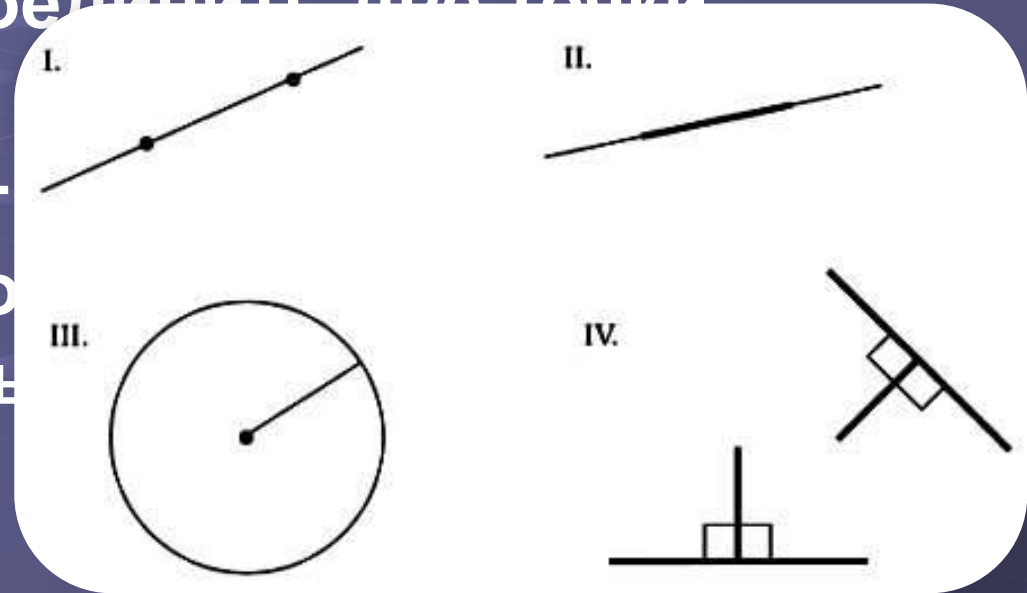
Евклид написал  
13 книг по  
геометрии под  
общим названием  
«Начала», по ним  
в течение ряда  
веков обучались  
геометрии. Даже в  
настоящее время в  
Англии изучение  
геометрии в  
школах ведётся по  
«Началам»  
Евклида.



# Постулаты Евклида

(1) Отрезок прямой линии может быть прочерчен, если соединить две точки

(2) Любой отрезок прямой линии может быть неопределенно долго продлён вдоль неё.

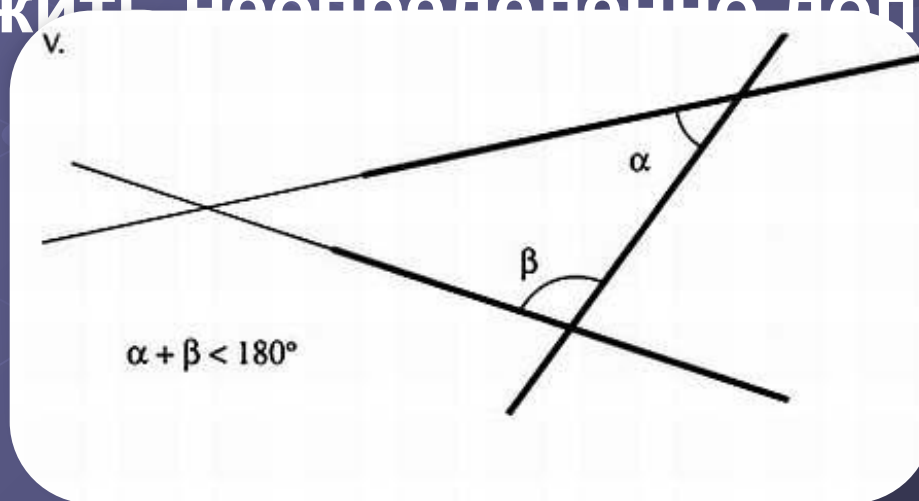


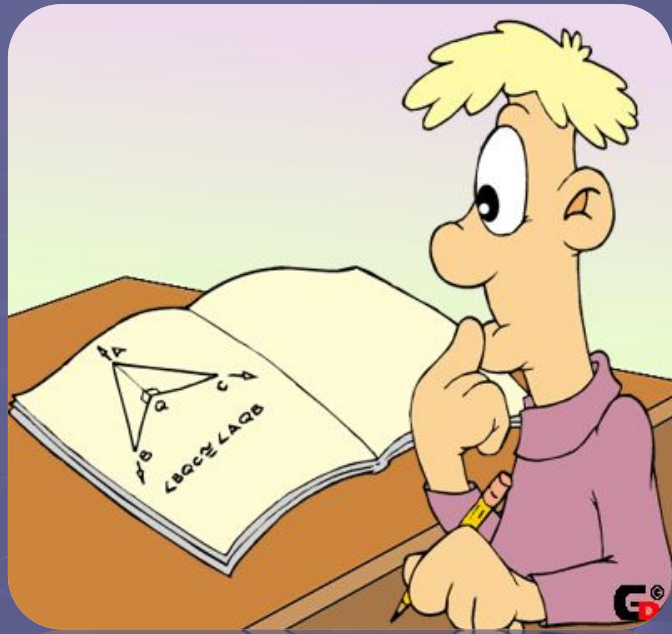
(3) Дан некоторый отрезок прямой линии. Окружность может быть построена, если иметь отрезок как радиус и одну точку на конце отрезка использовать как центр.

(4) Все прямые углы конгруэнтны.

Пятый постулат, однако, не разделяет изящества братьев:

**(5) Если проведены две линии, которые пересекаются третьей линией таким образом, что сумма внутренних углов на данной стороне меньше чем два прямых угла, тогда эти две прямых линии неизбежно должны пересечься друг с другом на этой стороне, если их продолжить неопределенно долго.**





В течение более двух тысяч лет учёные всех стран считали, что иной геометрии, кроме Евклидовой, быть не может. С целью доказать это они старались на основе прочих аксиом доказать пятый постулат Евклида:

«Через одну и ту же точку нельзя провести двух различных прямых, параллельных одной и той же прямой».

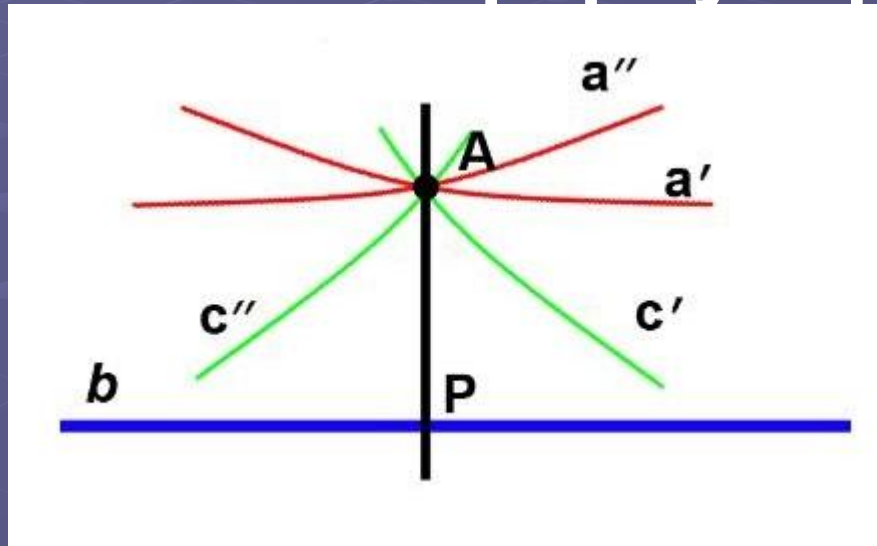
Но все попытки доказать данный постулат не принесли успеха.

Великий русский учёный-геометр Н. И. Лобачевский в 1826 году установил недоказуемость аксиомы о параллельных прямых тем, что построил неевклидову геометрию, геометрию Лобачевского.



*N. I. Lobachevsky*

В основе этой геометрии лежат все аксиомы геометрии Евклида, за исключением пятого постулата, который Н.И.Лобачевский сформулировал так:

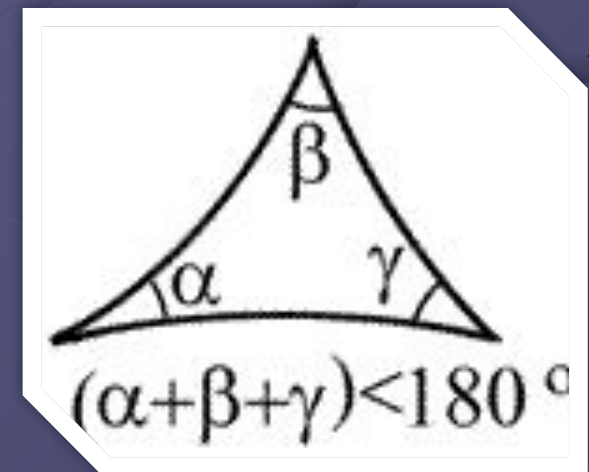
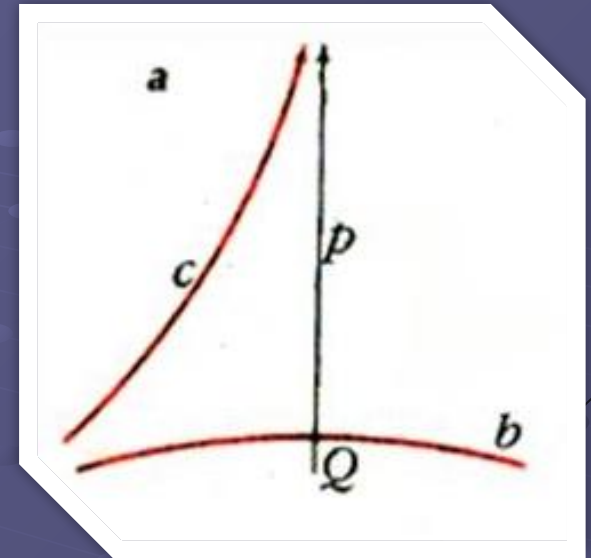


*«Через точку, взятую вне прямой на плоскости, определяемой ими, можно провести не менее двух прямых, не пересекающих данную».*



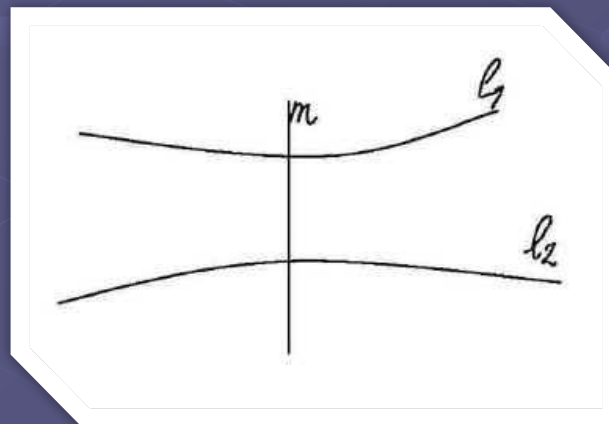
Исходя из этих аксиом, принятых геометрией Лобачевского, в качестве теорем доказывается, что:

- перпендикуляр и наклонная к одной и той же прямой, расположенные в одной плоскости, могут не пересекаться;
- сумма всех внутренних углов треугольника меняется от треугольника к треугольнику (зависит от его сторон), но всегда меньше  $180^\circ$ ;



Исходя из этих аксиом, принятых геометрией Лобачевского, в качестве теорем доказывається, что:

- сумма всех внутренних углов всякого выпуклого четырёхугольника меньше  $360^\circ$ . Отсюда как следствие вытекает: прямоугольника не существует;
- геометрическое место точек, равноудалённых от данной прямой и расположенных по одну сторону от неё на плоскости, не может быть прямой (а есть всегда кривая линия).



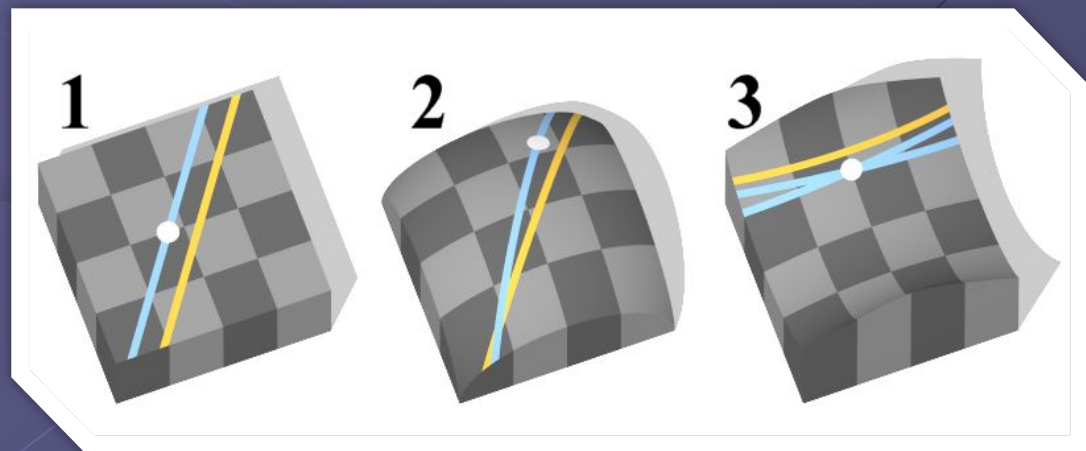
## *Реальна ли геометрия Лобачевского?*

Чтобы ответить на это надо, прежде всего, ответить на вопрос, что нужно понимать под точкой, прямой и плоскостью.

- **ТОЧКА** - это **ШАР** радиуса  $r$ .
- **ПРЯМАЯ** - это **бесконечный круговой ЦИЛИНДР** радиуса  $r$ .
- **ПЛОСКОСТЬ** - это **ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПЛАСТИНКА** толщиной  $2r$ .

Если нарисовать треугольник на листе, а затем свернуть лист в цилиндр, то стороны треугольника становятся кривыми линиями.

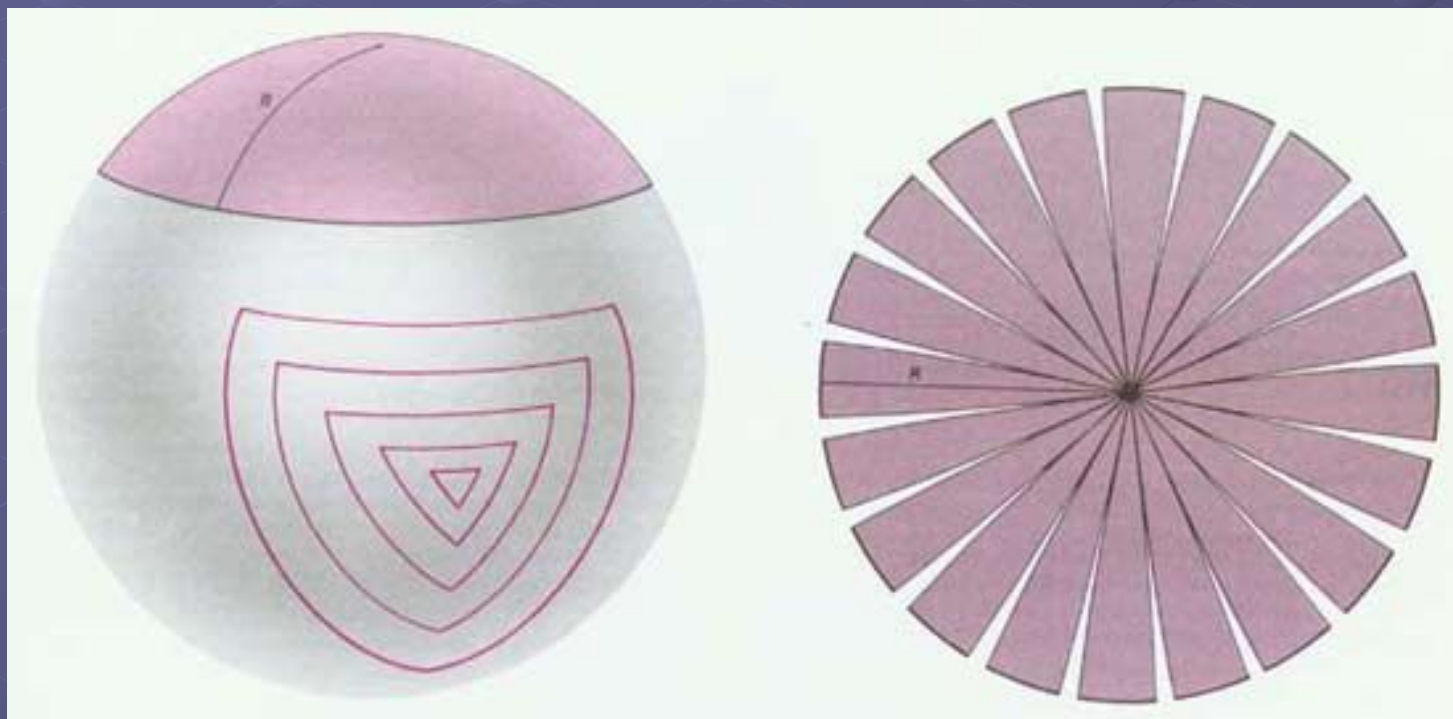
- **Линии на поверхности цилиндра, которые при развёртывании цилиндра на плоскость переходят в прямые, называются геодезическими линиями цилиндра.**



Геодезическими линиями какой-нибудь поверхности обычно называют линии кратчайшего расстояния между двумя точками поверхности. Если за «точки» принять точки цилиндра, а за «прямые» - геодезические линии цилиндра, тогда на цилиндре будет выполняться евклидова планиметрия.

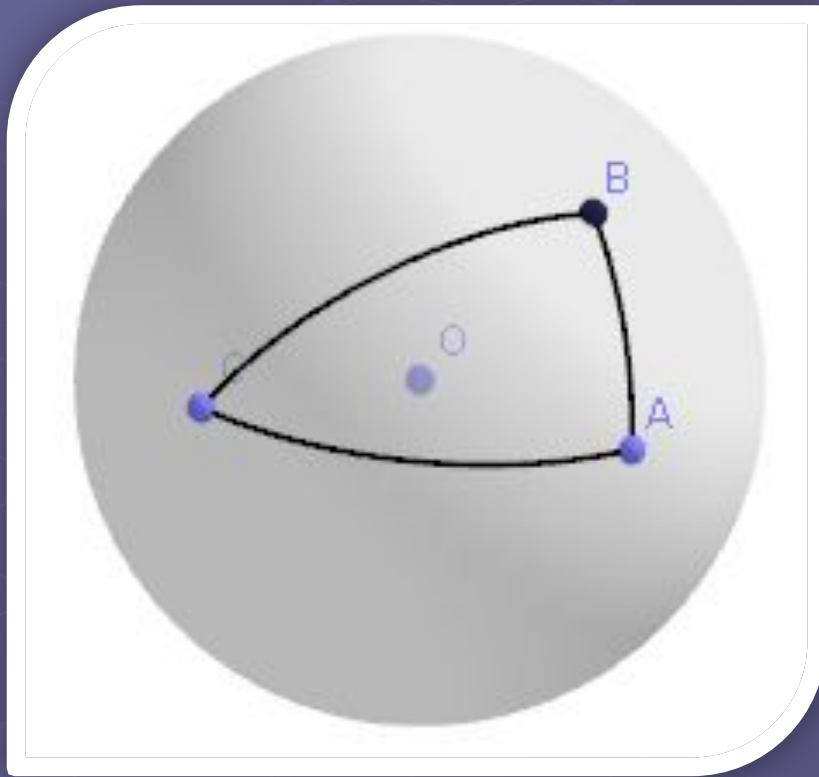


Посмотрим, какая геометрия выполняется на сфере, если за «точки» принять точки этой сферы, а за «прямые» - её геодезические линии (сфера без растяжения, путём одного только изгибания, на плоскость не развёртывается и геодезические линии её не могут, как у цилиндра переходить в прямые).



Геодезическими линиями на сфере являются дуги больших кругов, они имеют общий центр в центре сферы и попарно пересекаются. Поэтому на сфере нет параллельных «прямых». Следовательно, через «точку», взятую вне «прямой», на сфере нельзя провести ни одной «прямой», параллельной данной.





Характерной особенностью этой геометрии сферы является то, что **сумма внутренних углов треугольника больше двух прямых углов.**



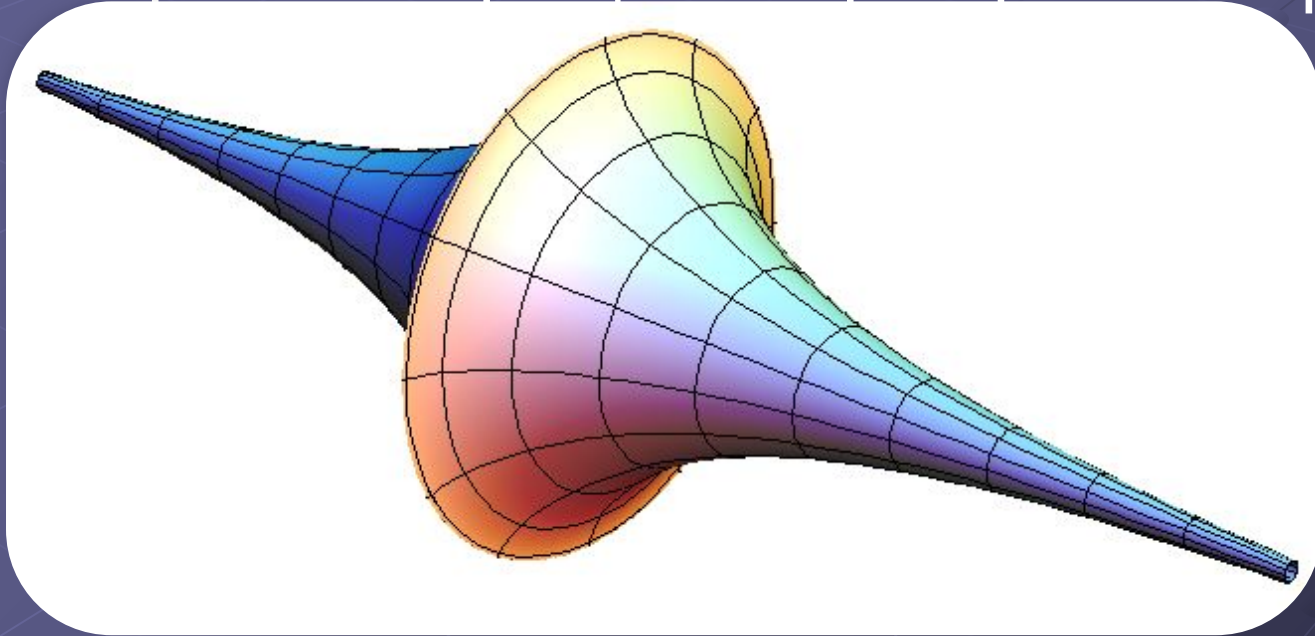
Этот факт легко усматривается  
на чертеже или модели.



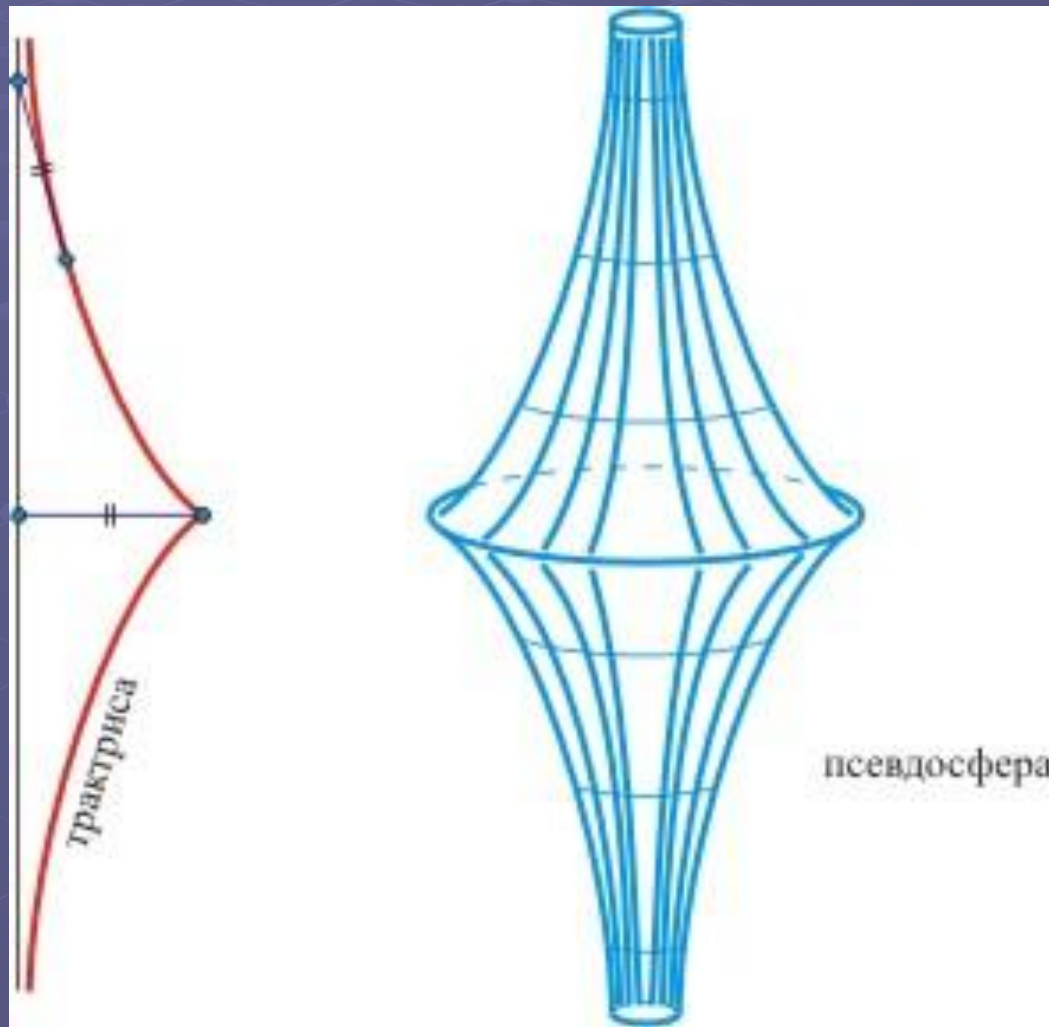
Геометрия сферы есть простейшая  
модель так называемой неевклидовой  
геометрии Римана.

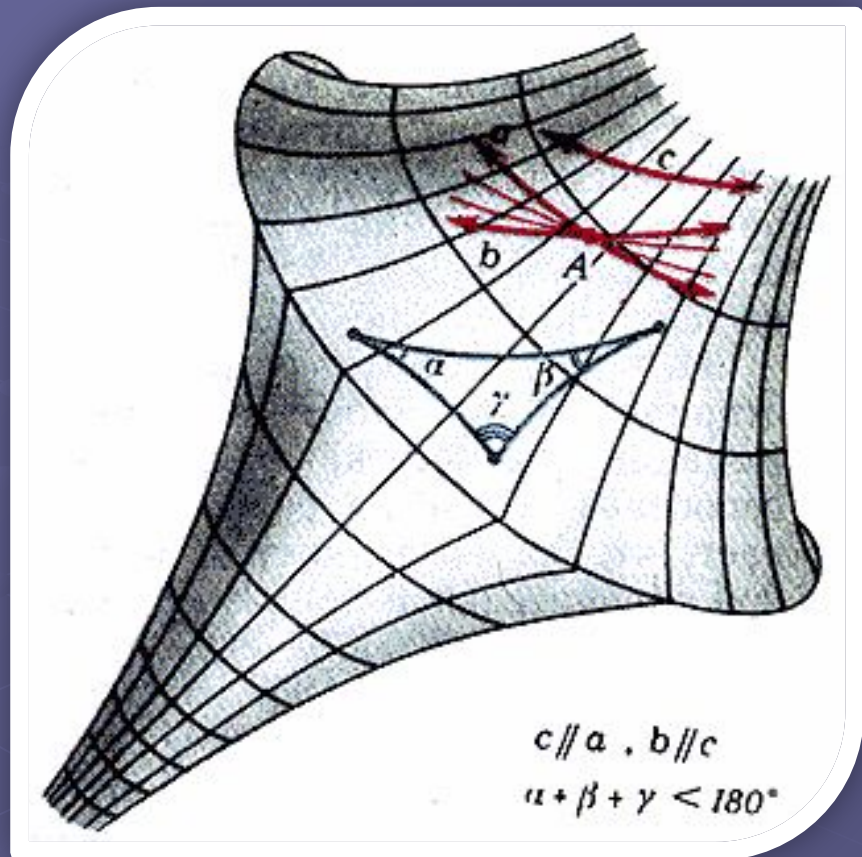
# Итак, реальна ли геометрия Лобачевского?

Да, реальна, поскольку она выполняется на реальных поверхностях. Оказывается геометрия Лобачевского (планиметрия) выполняется на поверхности псевдосферы (поверхность вращения трактрисы вокруг оси).



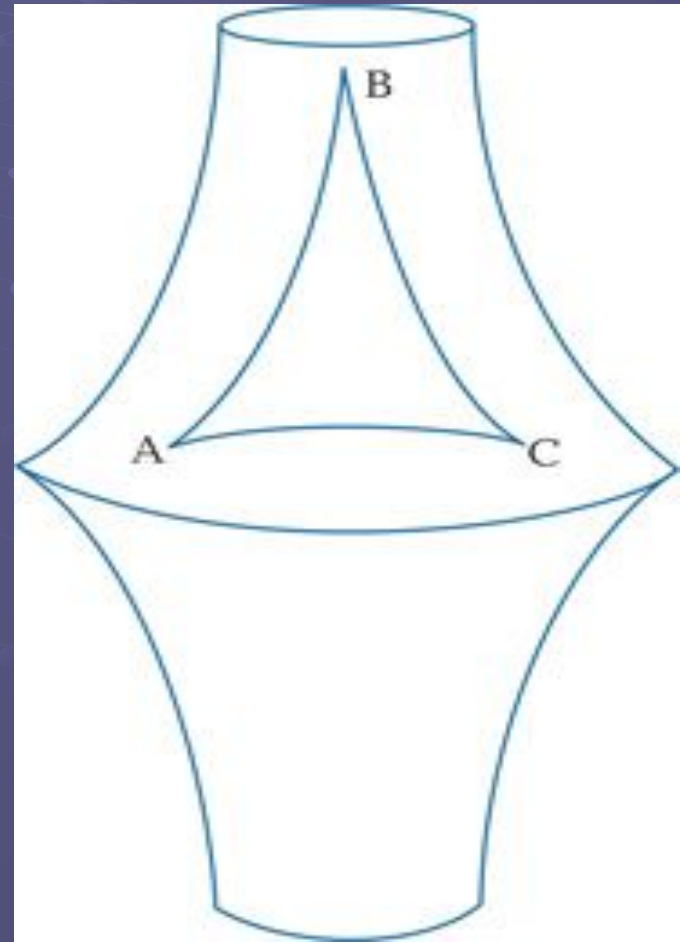
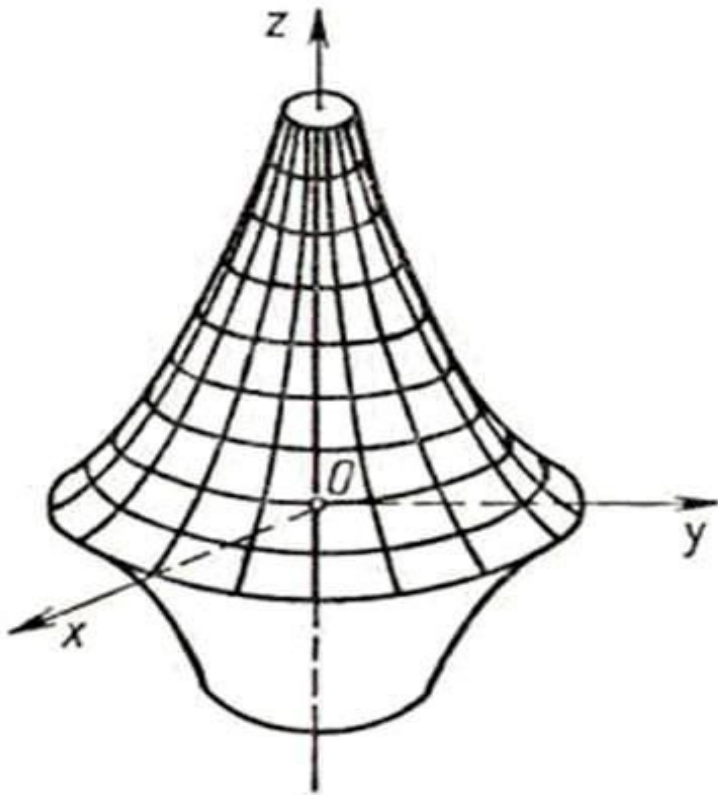
Трактриса. Эвольвента цепной линии, плоская кривая, уравнение которой в прямоугольных декартовых координатах имеет вид:



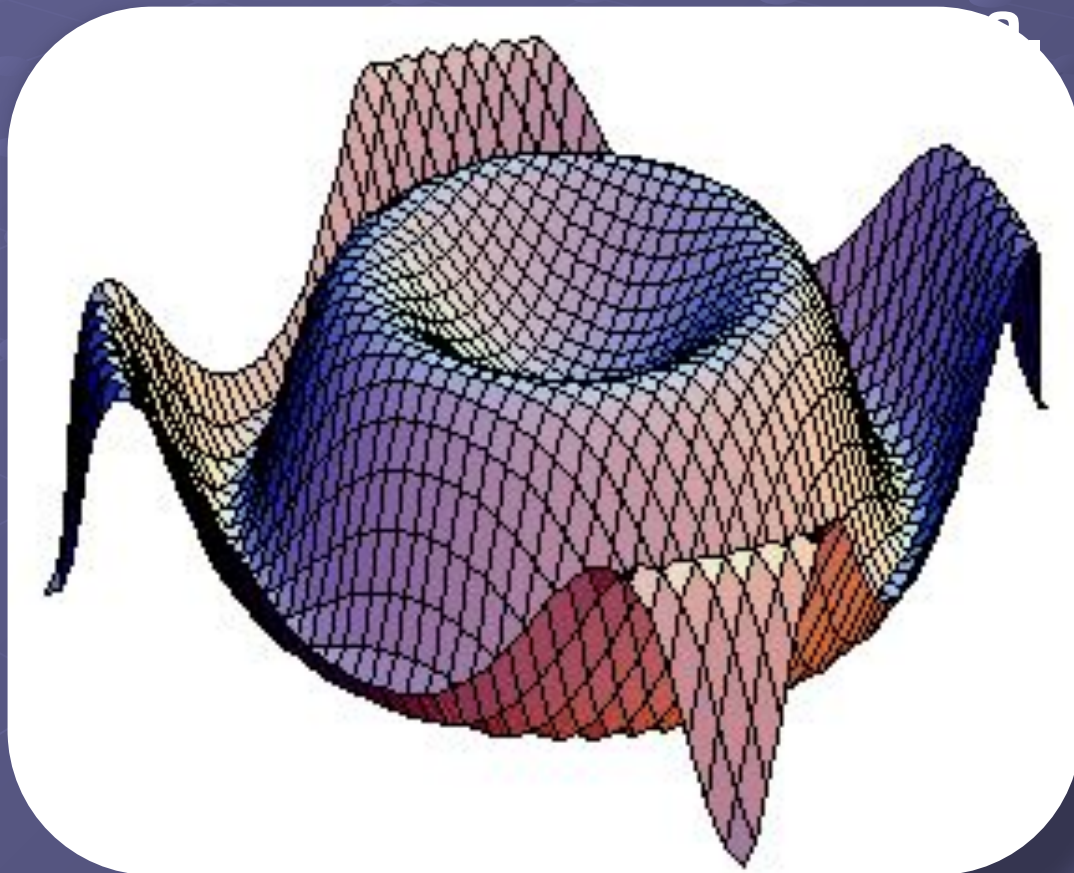


Если на этой поверхности начертить геодезический треугольник, то **сумма внутренних углов** такого треугольника будет уже **меньше двух прямых углов (180)**, то есть будет выполняться то, что утверждает Н.И. Лобачевский в своей геометрии. Этот факт легко усматривается на чертеже или модели псевдосферы.

Таким образом, геометрия Лобачевского  
нашла своё реальное истолкование на  
поверхности псевдосферы.



Открытие геометрии Лобачевского составляет целую эпоху в науке. Идеи Лобачевского находят широкое применение в современной физике. Например, по замыслу Н.И.Лобачевского строятся современные теории механики



**Геометрия Лобачевского  
нашла своё  
непосредственное  
приложение в теории  
функций комплексного  
переменного. Ещё сам  
Лобачевский использовал  
свою геометрию для  
вычисления определённых  
интегралов.**

**Мы гордимся тем, что  
неевклидова геометрия  
открыта в России и что её  
открыл русский учёный Н.  
И.Лобачевский.**





Спасибо за внимание!



## **Список использованных источников:**

### **А) печатных**

Геометрия Лобачевского и элементы оснований геометрии. (Пособие для учителей средней школы) Автор: Кутузов Б.В. Издательство: Государственное учебно-педагогическое издание Министерства Просвещения РСФСР Год изд.: 1950

### **Б) изображения**

Портрет Лобачевского

<http://900igr.net/datas/istorija/Russkaja-kultura-v-XIX-veke/0007-007-Lobachevskij-Nikolaj-Ivanovich.jpg>

Евклид

[http://gym1505.ru/sites/default/files/styles/inner-page/public/blogs/euklid-vo-n-alexandria\\_1.jpg?itok=\\_\\_2HZOMR](http://gym1505.ru/sites/default/files/styles/inner-page/public/blogs/euklid-vo-n-alexandria_1.jpg?itok=__2HZOMR)

Сфера

<http://topref.ru/main/images/95186/m16725c74.png>

Псевдосфера

<http://www.rithm-time.ru/issues/2007/30/PFR-3.jpg>

Мальчик (анимация)

[http://2.bp.blogspot.com/-JppMzJ8bsOc/Upl5Ux\\_uQ6I/AAAAAAAAAN0/N8RIdNv7oa8/s1600/mat.gif](http://2.bp.blogspot.com/-JppMzJ8bsOc/Upl5Ux_uQ6I/AAAAAAAAAN0/N8RIdNv7oa8/s1600/mat.gif)

# Список использованных источников:

Начала Евклида

[http://p2.la-img.com/642/16925/5635122\\_1\\_1.jpg](http://p2.la-img.com/642/16925/5635122_1_1.jpg)

Поверхность

<http://livelab.spb.ru/images/3D.gif>

