



# ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ

Урок обобщения и систематизации знаний  
учащихся по геометрии в 10 классе.

# Что изучает стереометрия ?

Стереометрия знакомит с разнообразием геометрических тел, формирует необходимые пространственные представления.

Стереометрия дает метод научного познания, способствует развитию логического мышления.

Стереометрия – сама по себе очень интересна. Она имеет яркую историю, связанную с именами знаменитых ученых



<http://blogs.nnm.ru/page6/>

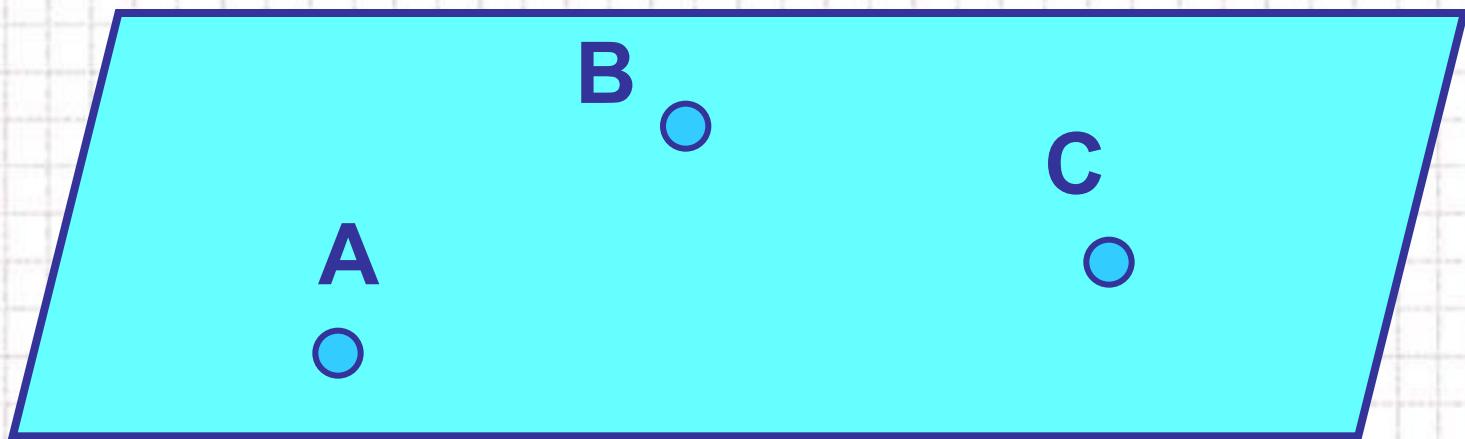
**"Те, кто влюбляются в практику без теории, уподобляются мореплавателю, садящемуся на корабль без руля и компаса и потому никогда не знающему, куда он плывет".**

**Леонардо да Винчи**

# Аксиомы стереометрии

## Аксиома 1.

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

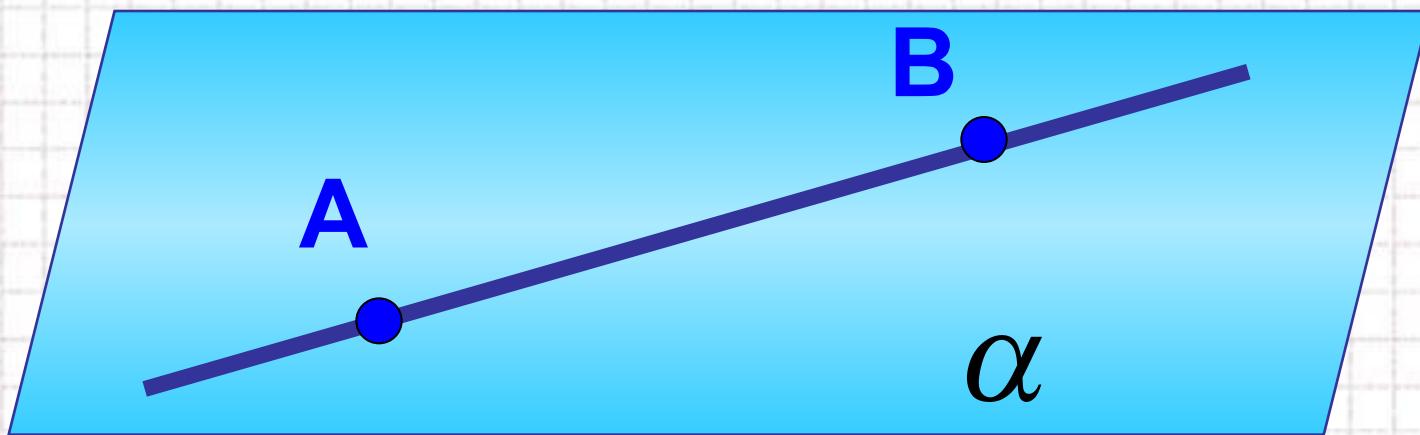


А, Б, С — не лежат на одной прямой  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \exists! \alpha : A \in \alpha, B \in \alpha, C \in \alpha$$

## Аксиома 2:

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

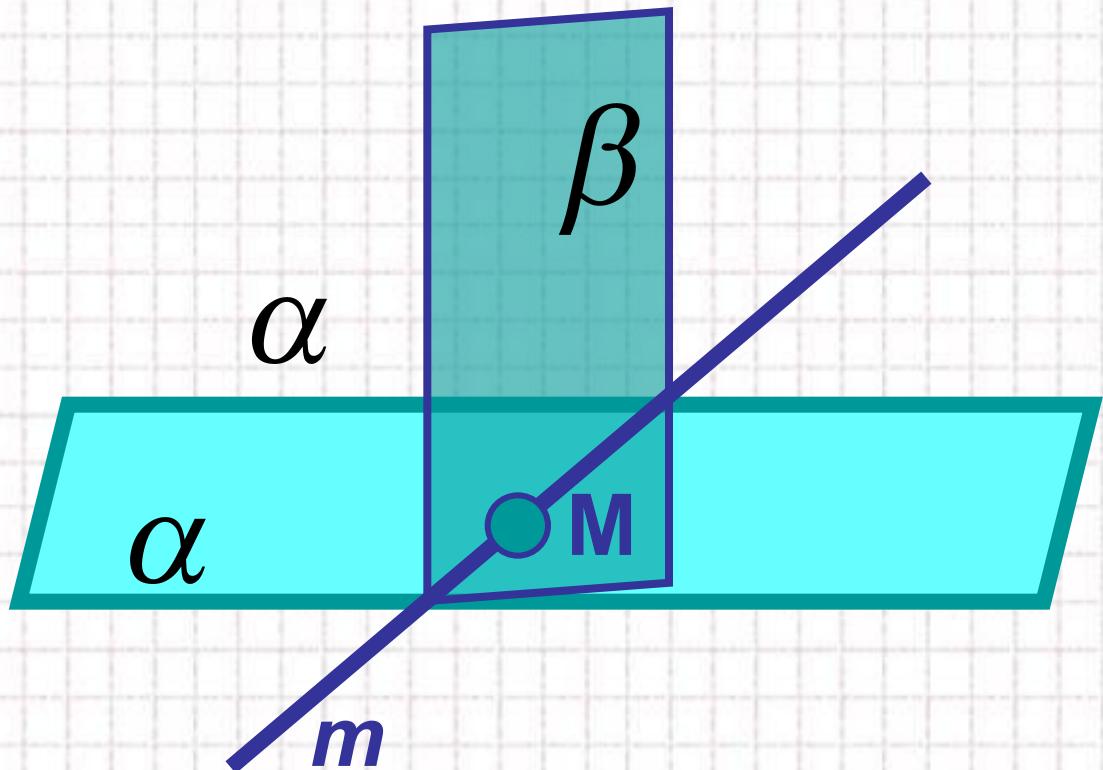


$$A \in \alpha, \text{Прямая} \Rightarrow$$

$$AB \in \alpha$$

### Аксиома 3:

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



$$M \in \alpha,$$

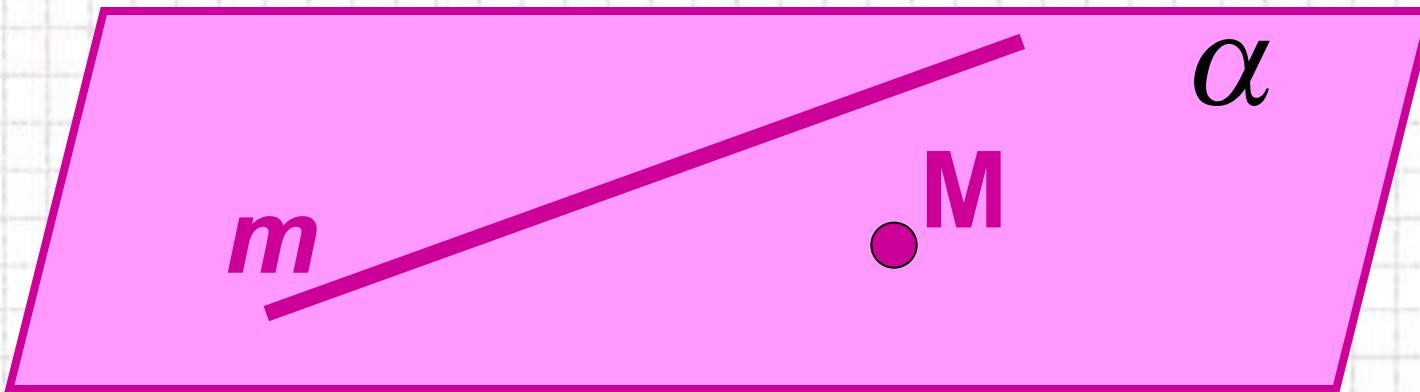
$$M \in \beta,$$

$$\Rightarrow \alpha \cap \beta = m$$

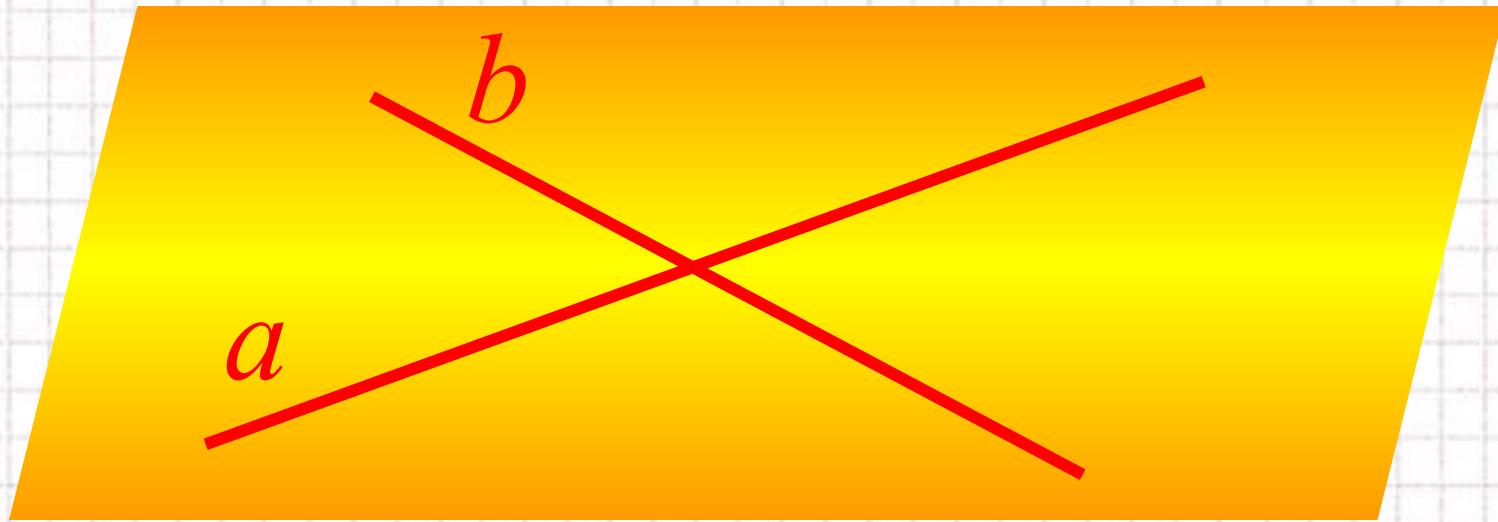
В таком случае говорят, что плоскости пересекаются по прямой

# Следствия из аксиом стереометрии

1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.


$$M \notin m \Rightarrow \exists \text{плоскость } \alpha$$

2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



$$a \cap b \Rightarrow \exists \text{плоскость } \alpha$$

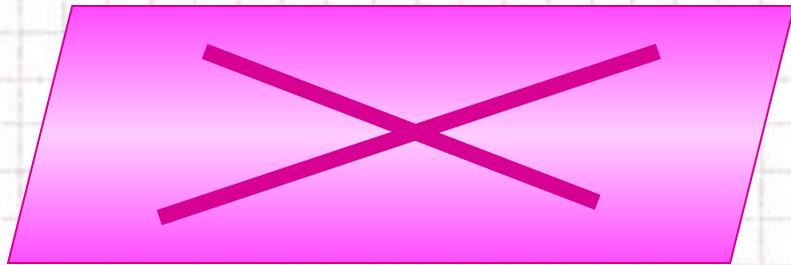
# Взаимное расположение в пространстве двух прямых

**Две прямые лежат в одной плоскости**

1. Прямые  
параллельны



2. Прямые  
пересекаются

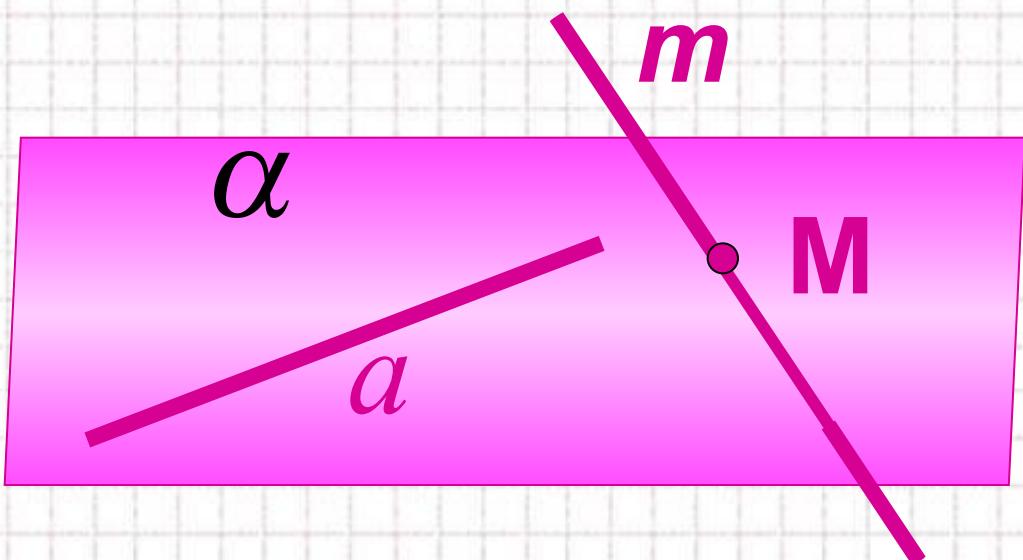


Нет общих точек

Одна общая точка

# Взаимное расположение в пространстве двух прямых

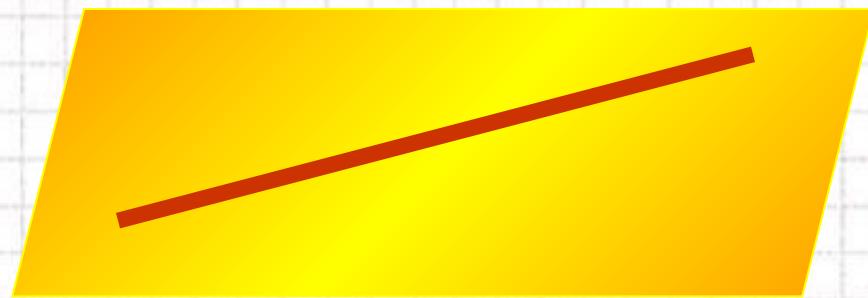
Не лежат в одной плоскости:  
являются скрещивающимися



$$a \in \alpha, m \cap \alpha = M, M \notin a \Rightarrow a \div m$$

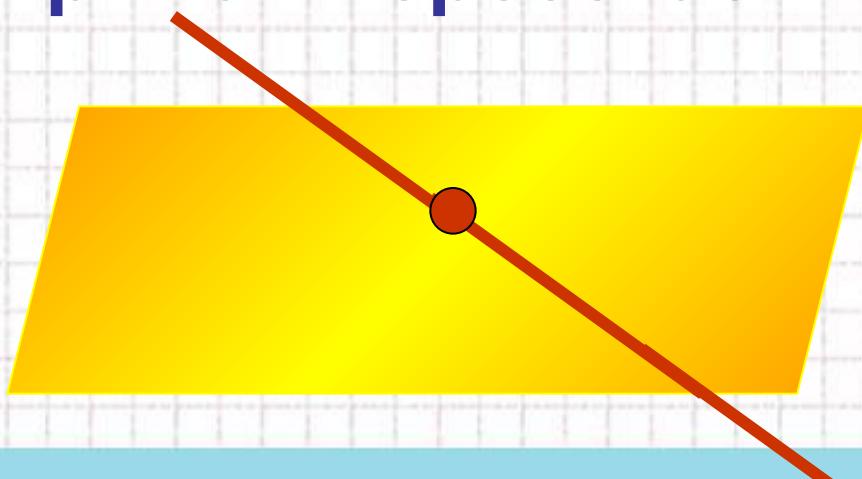
# Взаимное расположение в пространстве прямой и плоскости

## 1. Прямая лежит в плоскости



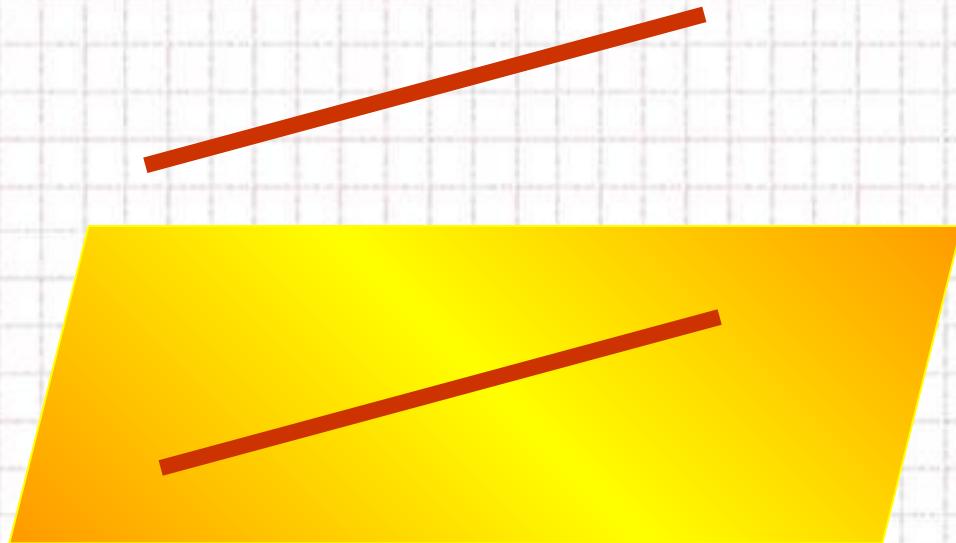
Бесконечно  
много общих  
точек

## 2. Прямая пересекает плоскость



Одна общая  
точка

### 3. Прямая параллельна плоскости.



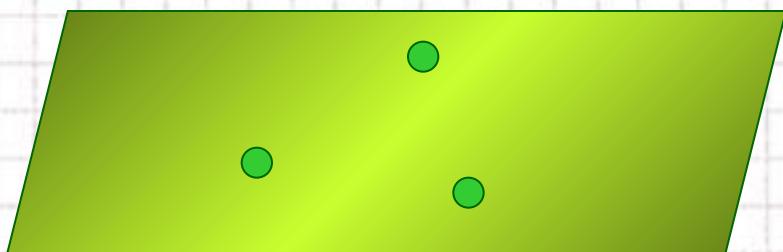
*Нет общих точек*

#### Признак параллельности прямой и плоскости:

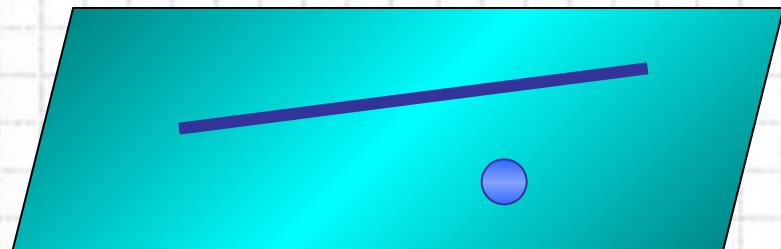
Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

# *Способы задания плоскостей*

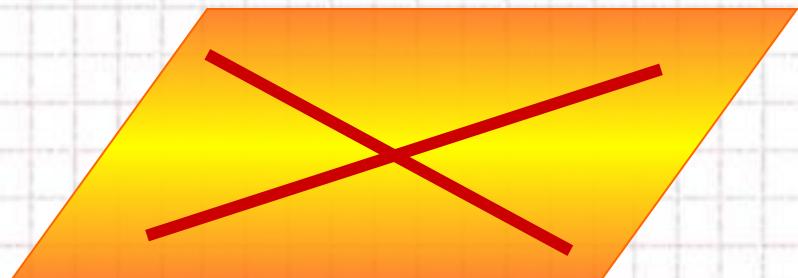
По трем точкам  
(аксиома 1)



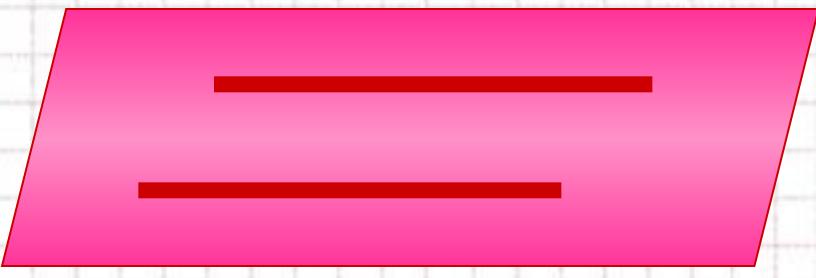
По прямой и не лежащей  
на ней точке (следствие 1)



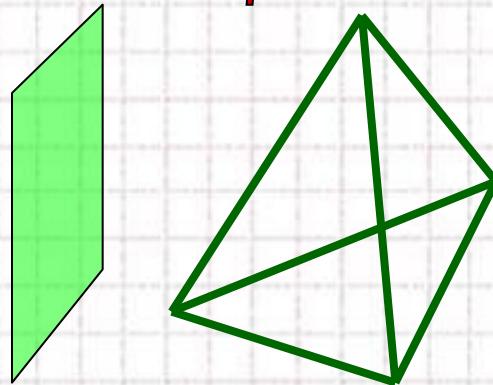
По двум пересекающимся  
прямым (следствие 2)



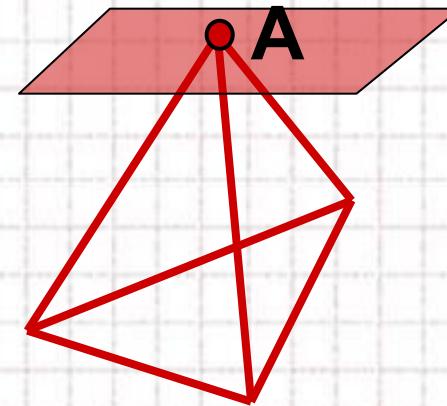
По двум параллельным  
прямым (по определению  
параллельных прямых)



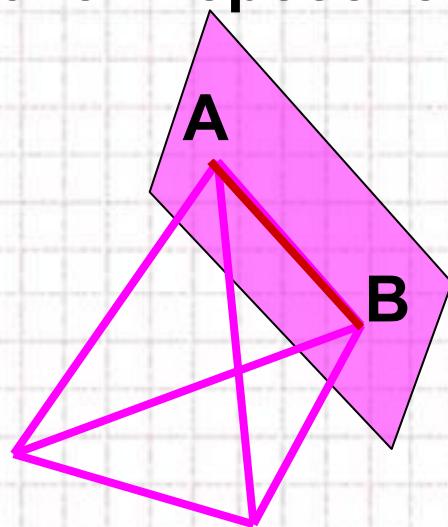
# Взаимное расположение плоскости и многогранника



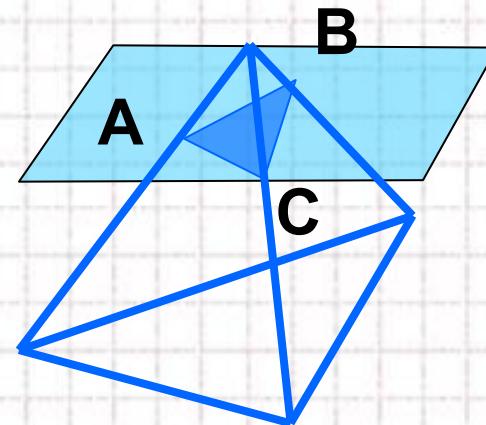
Нет точек пересечения



Одна точка пересечения

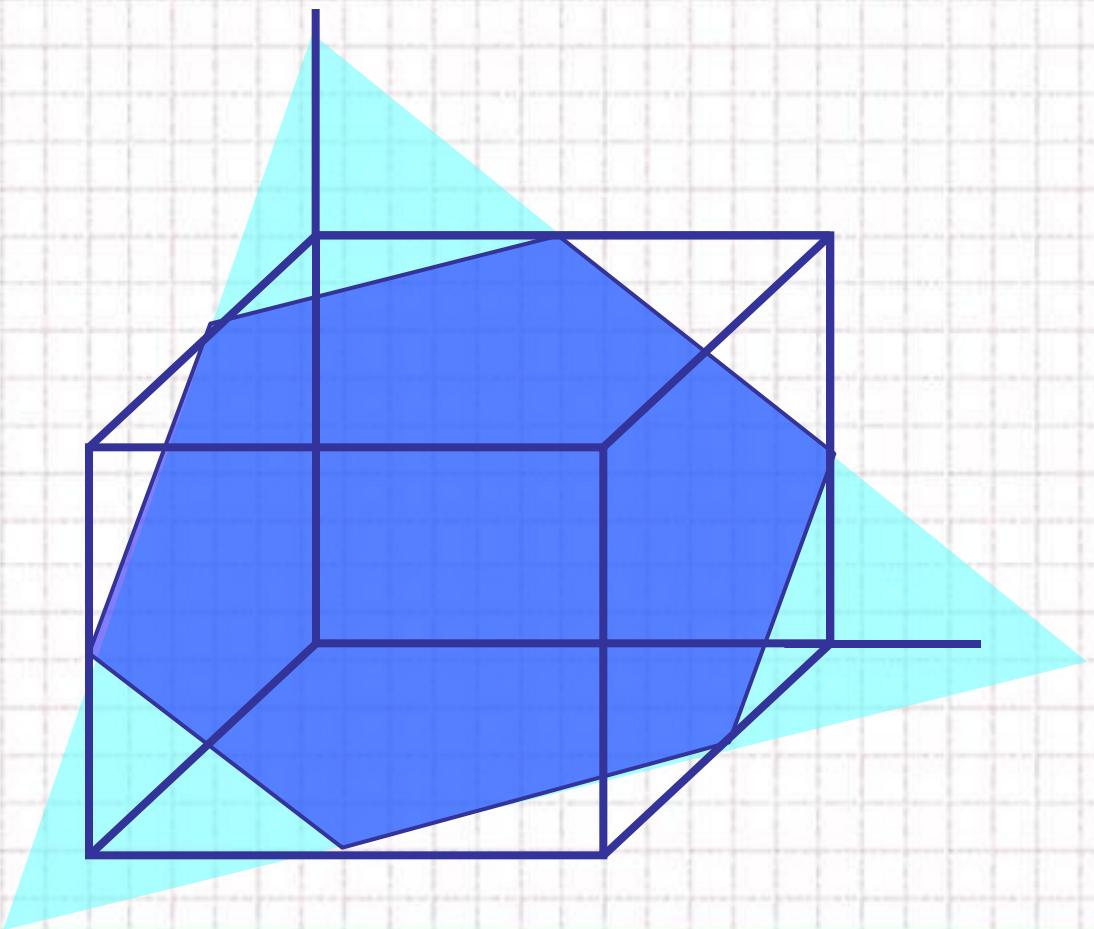


Пересечением  
является отрезок



Пересечением  
является плоскость

Многоугольник, полученный при пересечении многогранника и плоскости, называется **сечением** многогранника указанной плоскостью



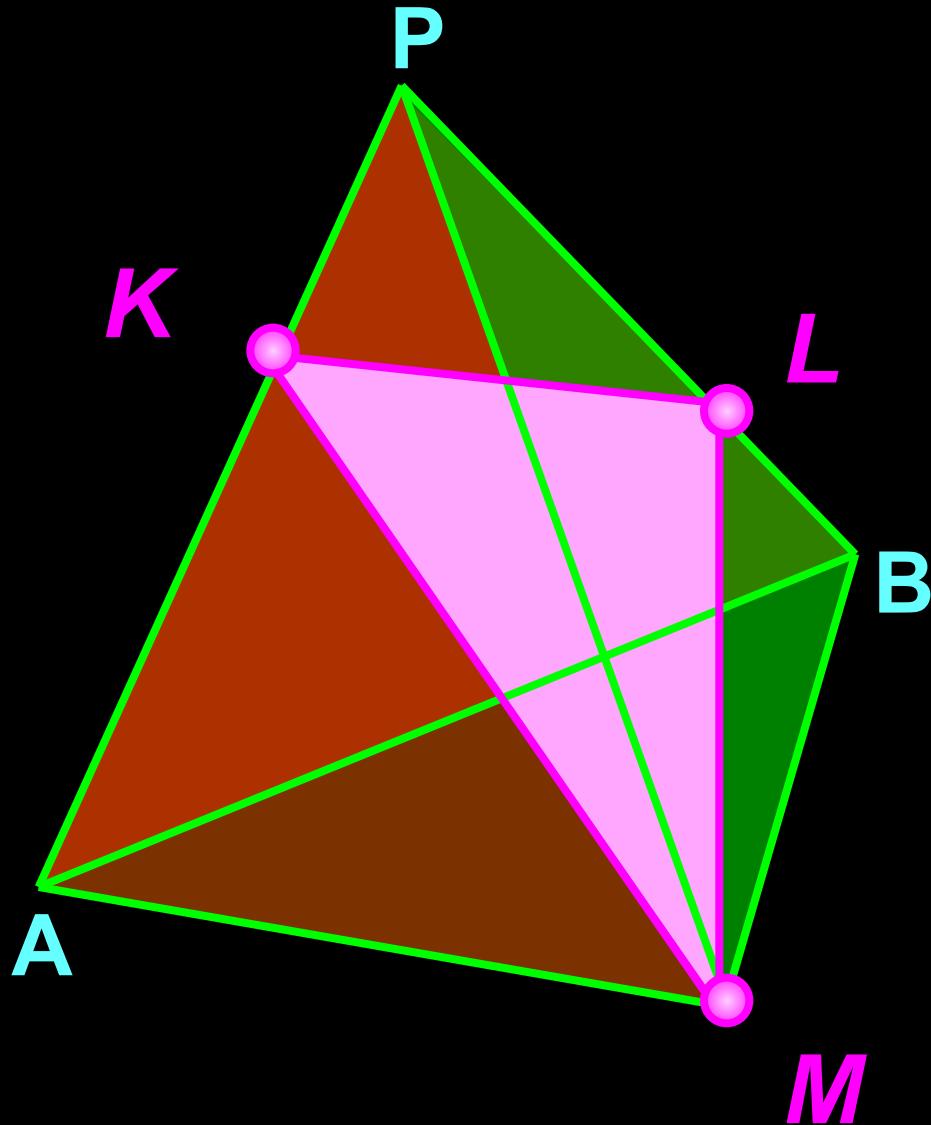
# **Как научиться решать задачи?**

**Умение решать задачи –  
практическое искусство,  
подобное плаванию, или  
катанию на лыжах ... :  
научиться этому можно  
лишь подражая избранным  
образцам и постоянно  
тренируясь..**

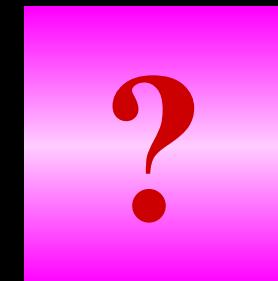


**Д. Пойа**

**№1. Построить сечение, определенное  
точками  $K, L, M$ .**

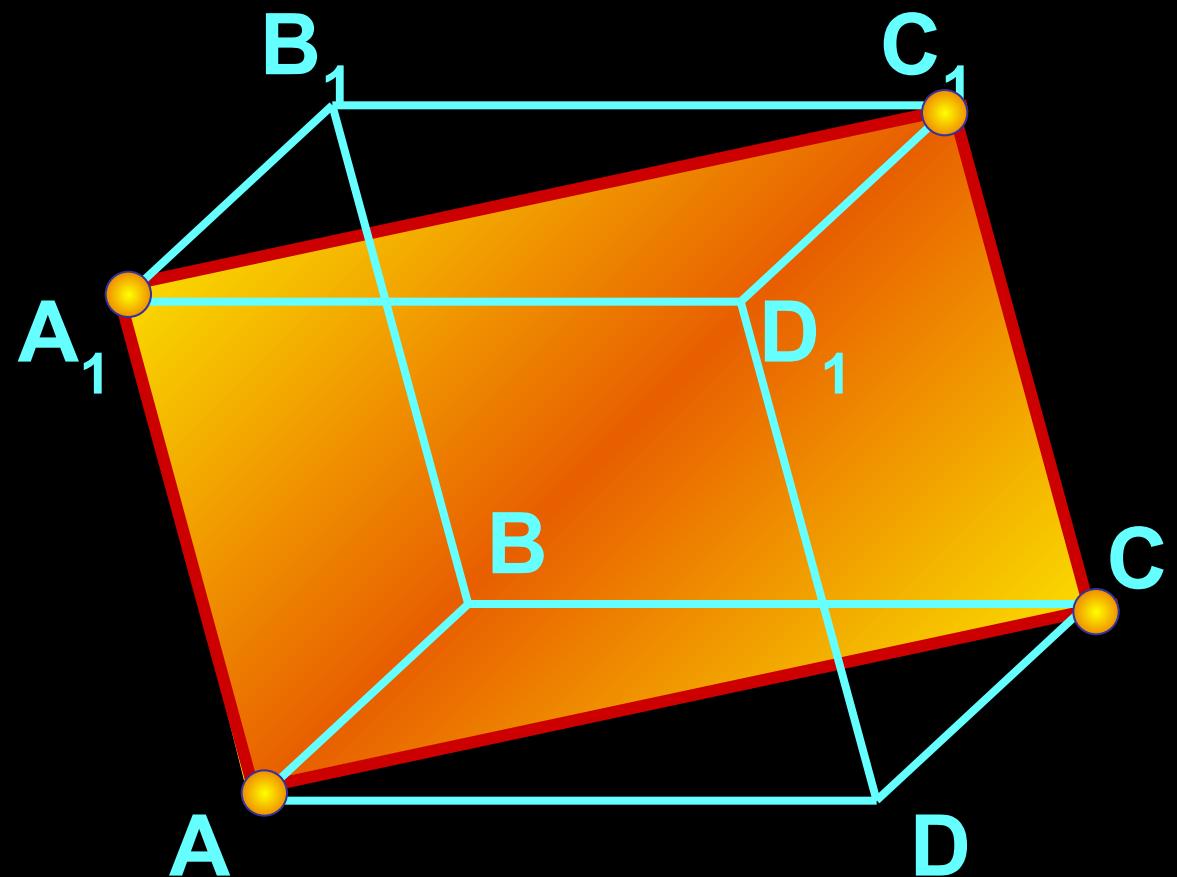


1. Прямая  $KM$
  2. Прямая  $ML$
  3. Прямая  $KL$
- KML –сечение**



(аксиома 1)

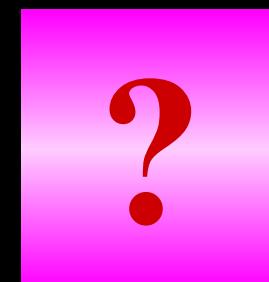
## N2. Построить сечение, определяемое параллельными прямыми $AA_1$ и $CC_1$ .



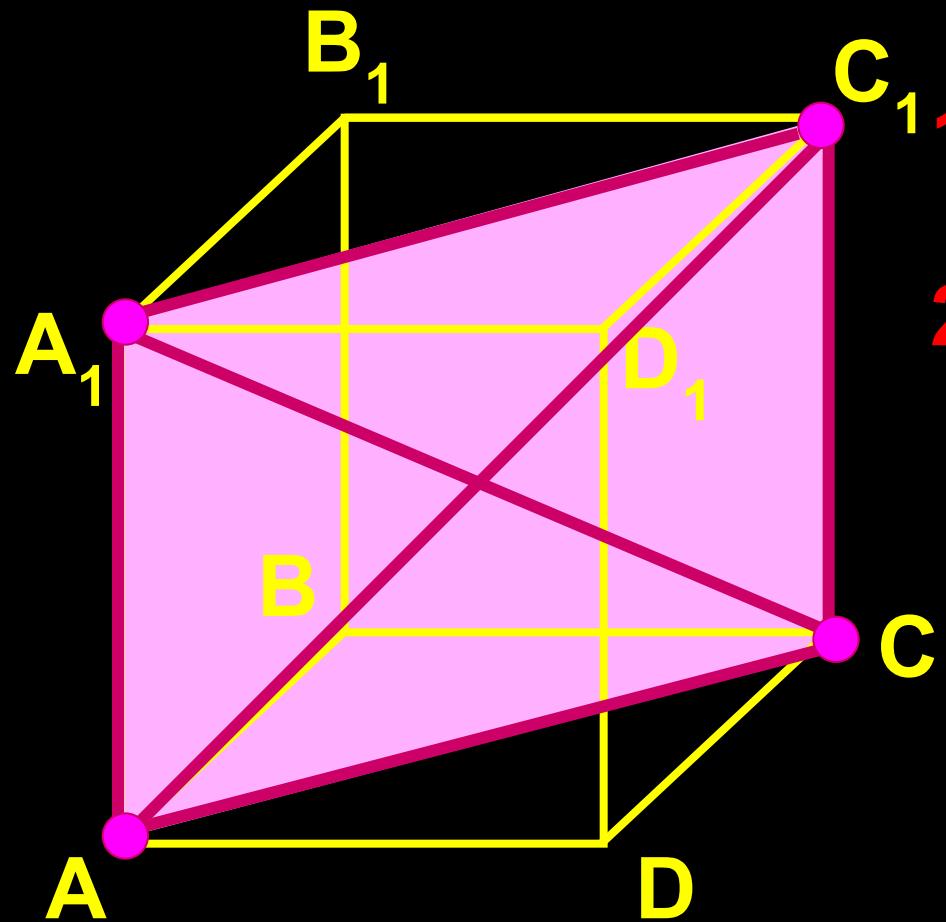
# 1. Прямая $A_1C_1$

## 2. Прямая АС

## АА<sub>4</sub> С<sub>4</sub> - сечение



N3. Построить сечение, определяемое пересекающимися прямыми  $AC_1$  и  $A_1C$ .



1. Прямые  $A_1C_1$  и  $AC$

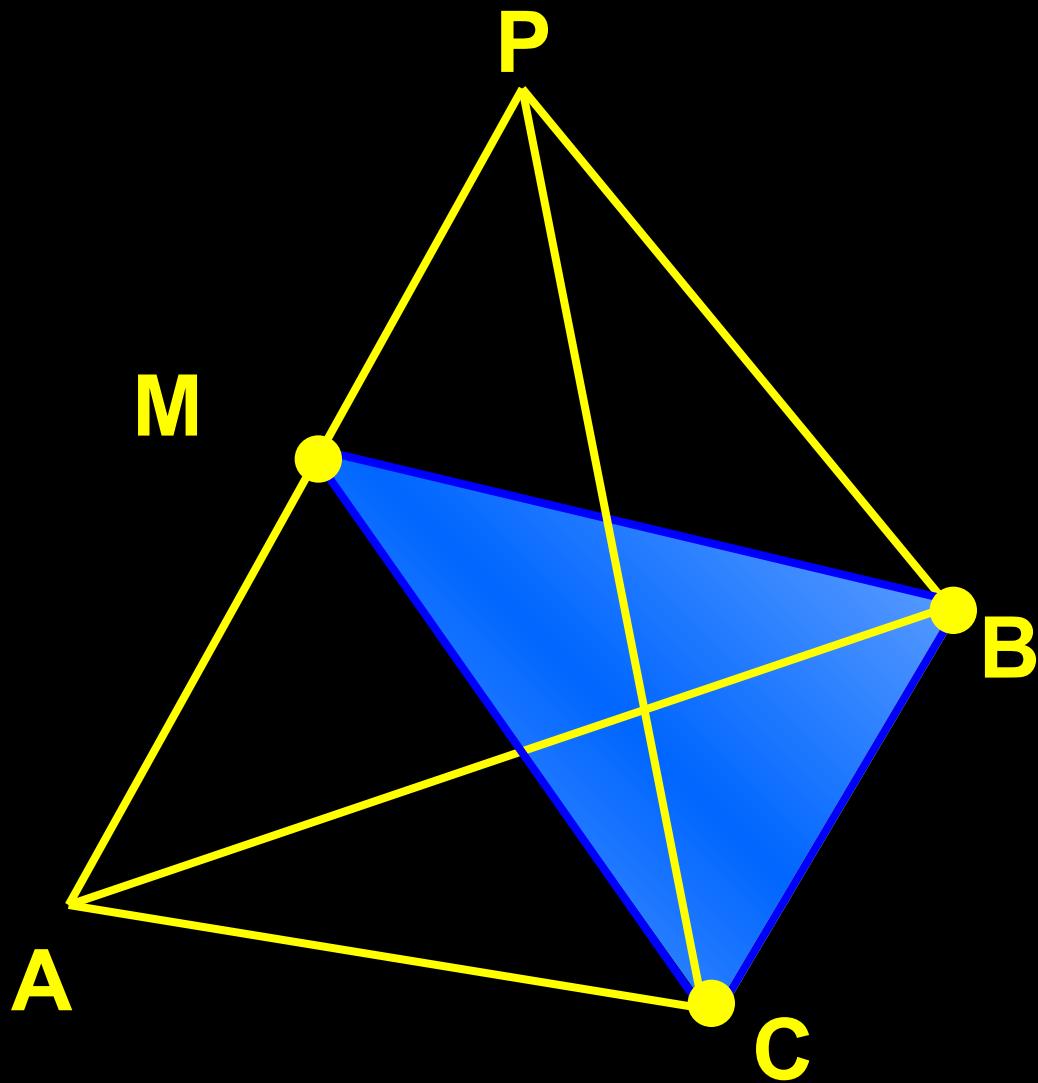
2. Прямые  $AA_1$  и  $CC_1$

$AA_1C_1C$  - сечение

?

(следствие 2)

**N4. Построить сечение по прямой  $BC$  и точке  $M$ .**

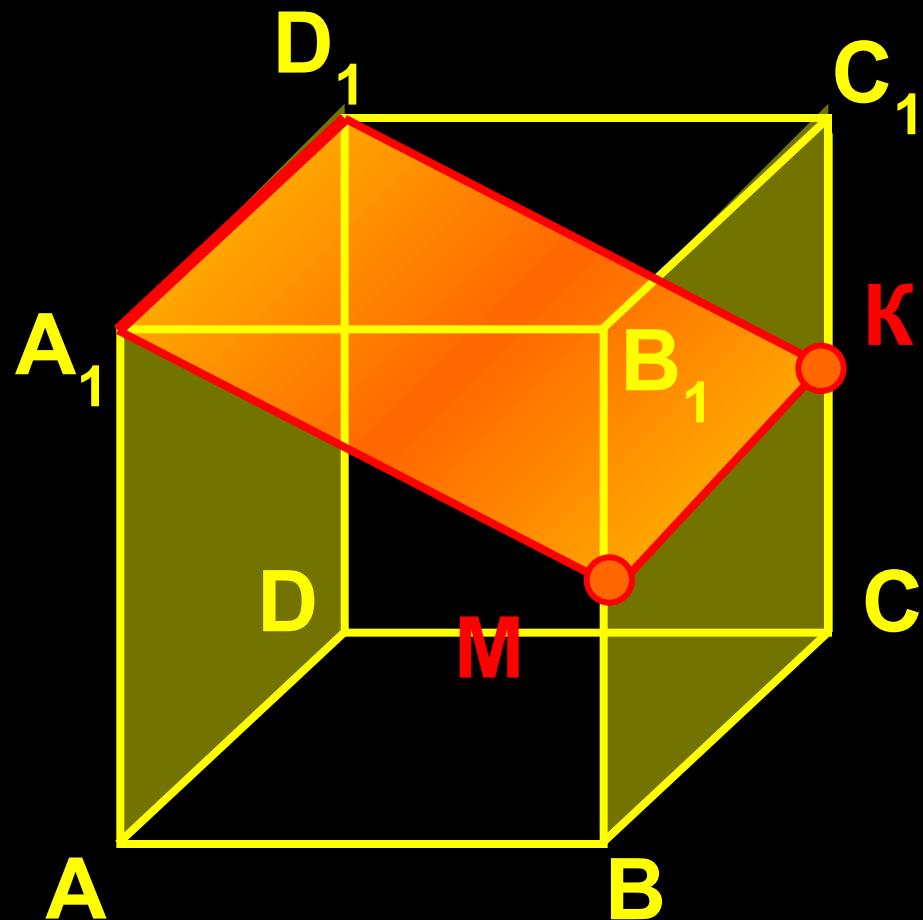


1. Прямая  $BC$
  2. Прямая  $CM$
  3. Прямая  $BM$
- BCM - сечение**

(следствие 1)



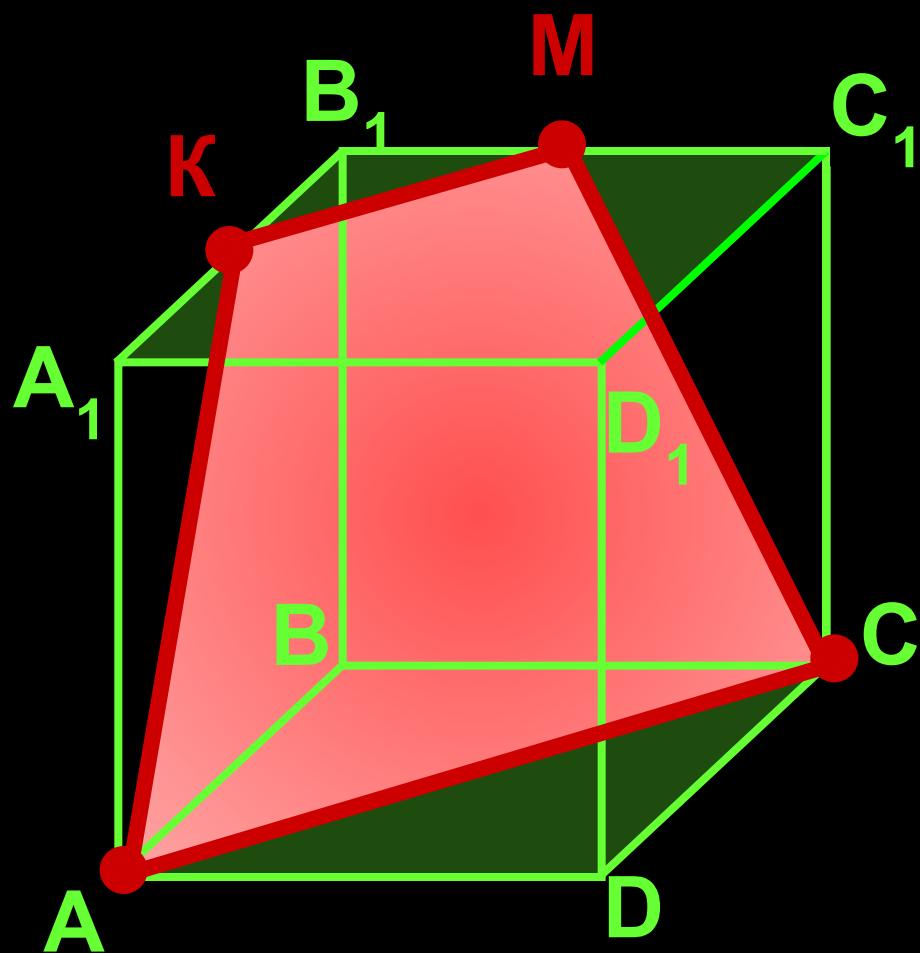
N5. Определите вид сечения куба  $A_1B_1C_1D_1$ , плоскостью, проходящей через ребро  $A_1D_1$  и середину ребра  $BB_1$ .



1. Прямая  $A_1M$
2. Прямая  $MK \parallel A_1D_1$
3. Прямая  $D_1K$

$A_1D_1KM$  - сечение

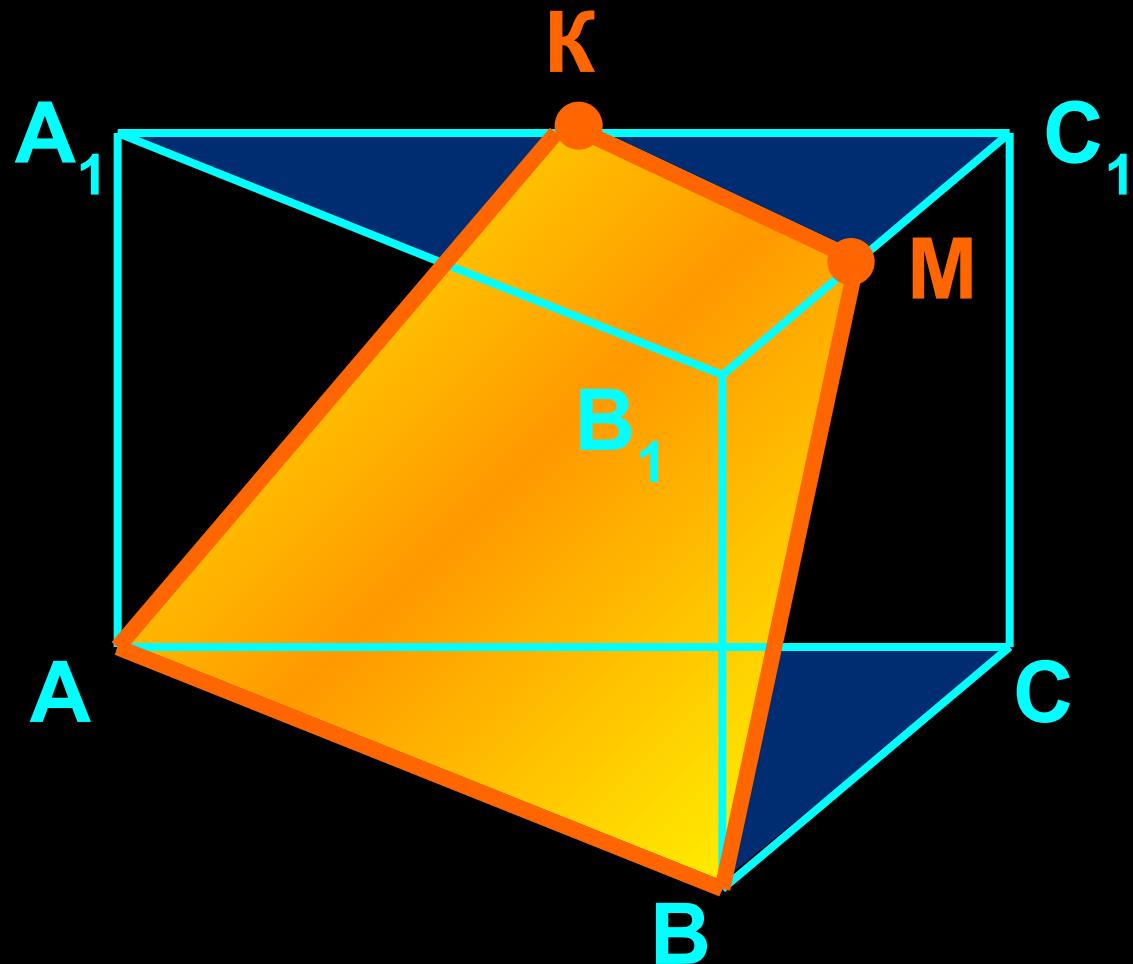
N6. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точку М и прямую АС .



1. Прямая СМ
2. Прямая МК || АС
3. Прямая АК

АКМС - сечение

N7. Построить сечение правильной призмы плоскостью, проходящей через ребро  $AB$  и точку  $M$  середину ребра  $B_1C_1$ .

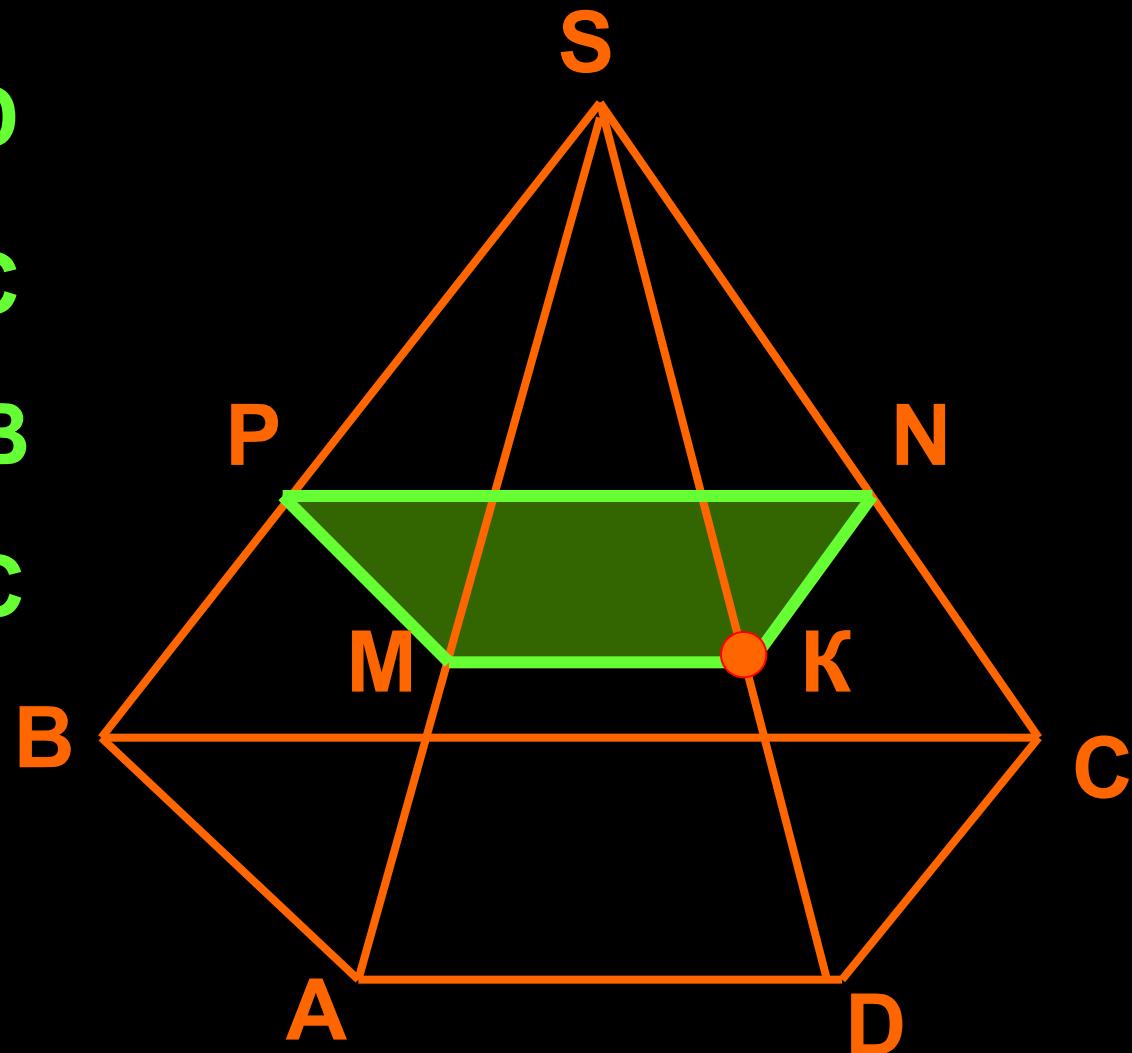


1. Прямая  $BM$
  2. Прямая  $MK$  параллельно  $AB$
  3. Прямая  $AK$
- АКМВ - сечение

N8. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $K$  и параллельно плоскости основания пирамиды.

1. Прямая  $KM \parallel AD$
2. Прямая  $KN \parallel DC$
3. Прямая  $MP \parallel AB$
4. Прямая  $PN \parallel BC$

$KMPN$  - сечение



# МЕТОД СЛЕДОВ

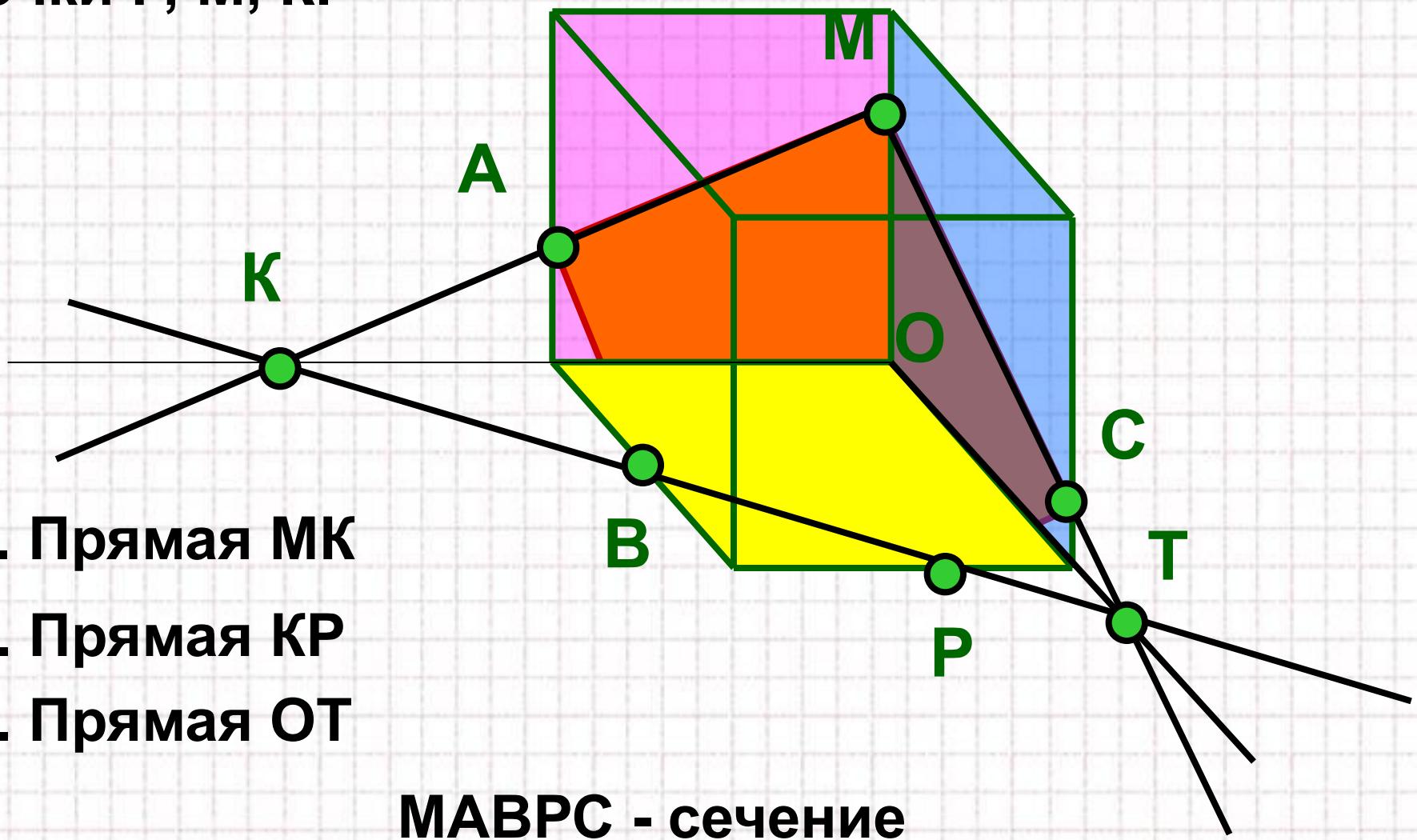
Суть метода: построение вспомогательной прямой, являющейся линией пересечения секущей плоскости с плоскостью грани фигуры.

Эту линию называют **следом** секущей плоскости.

Просмотр учебного видеофильма.

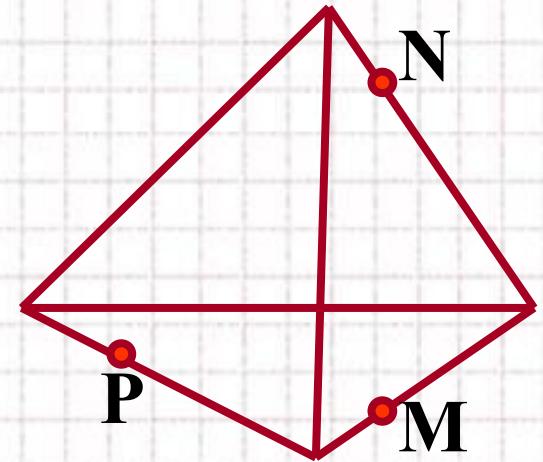
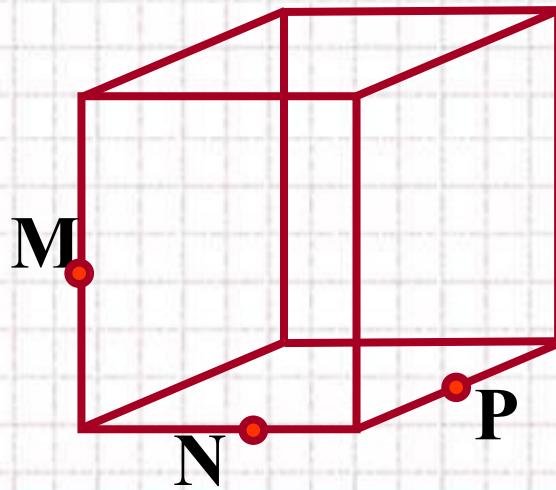
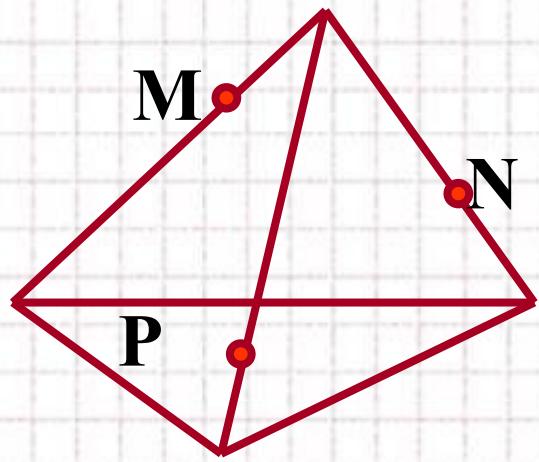
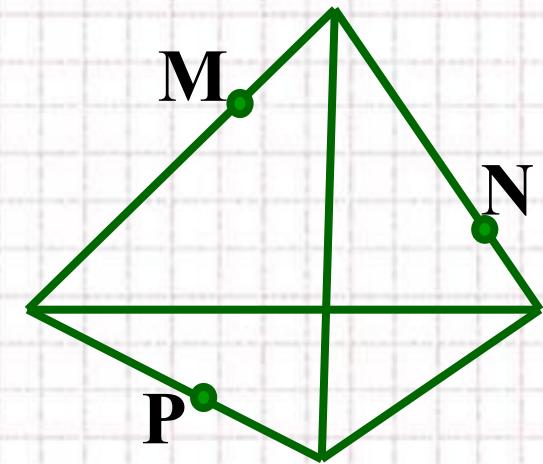
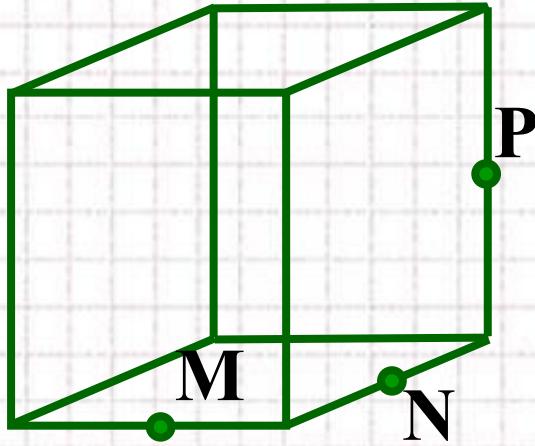
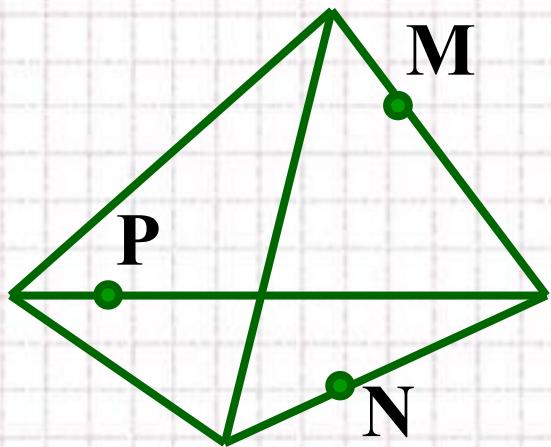


**Постройте сечение куба, проходящее через  
точки Р, М, К.**

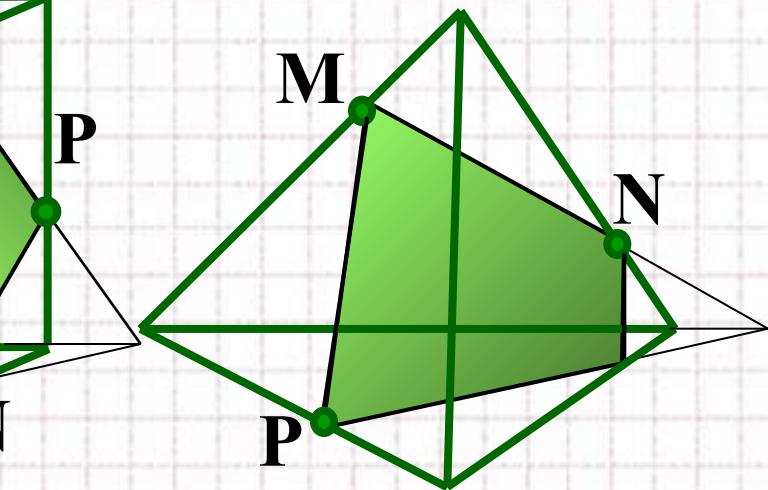
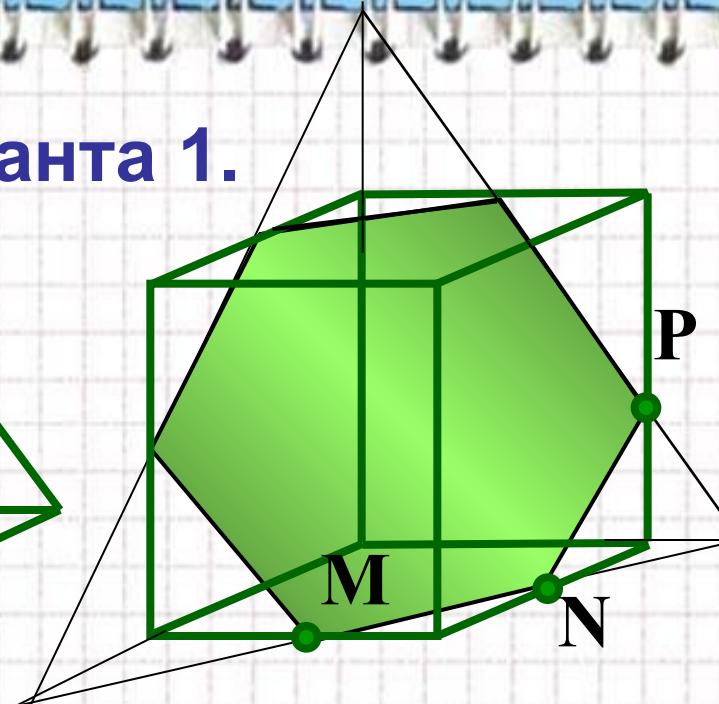
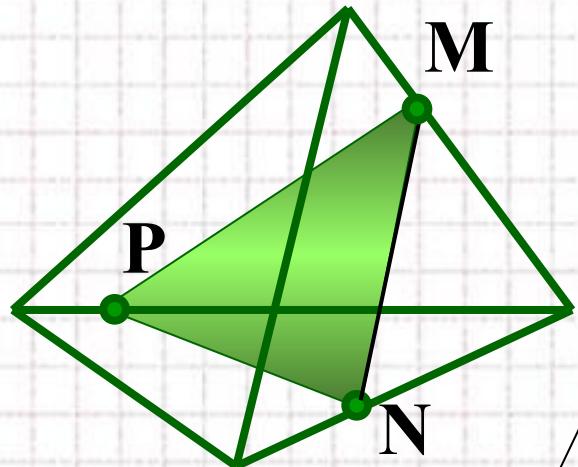


1. Прямая МК
2. Прямая КР
3. Прямая ОТ

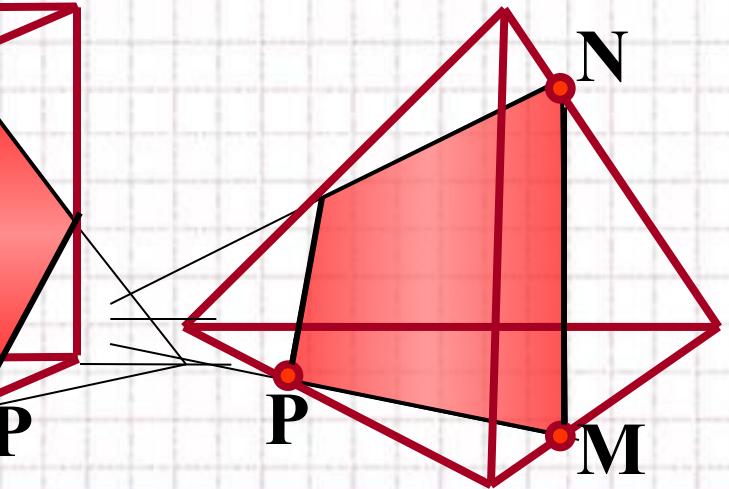
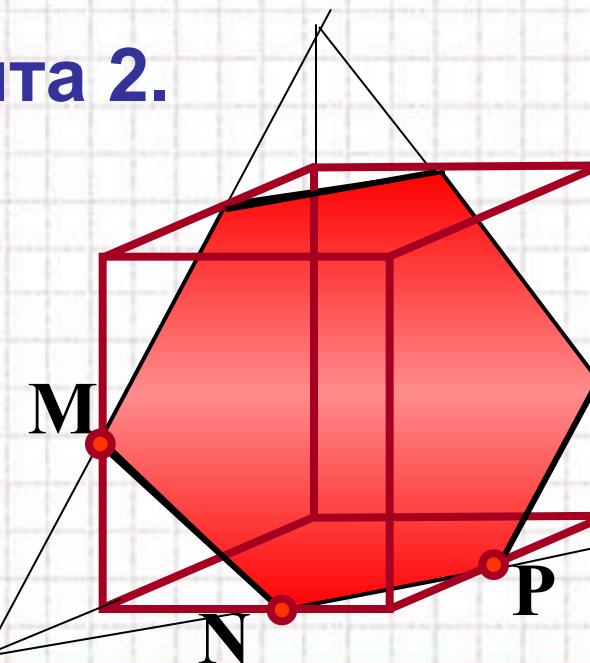
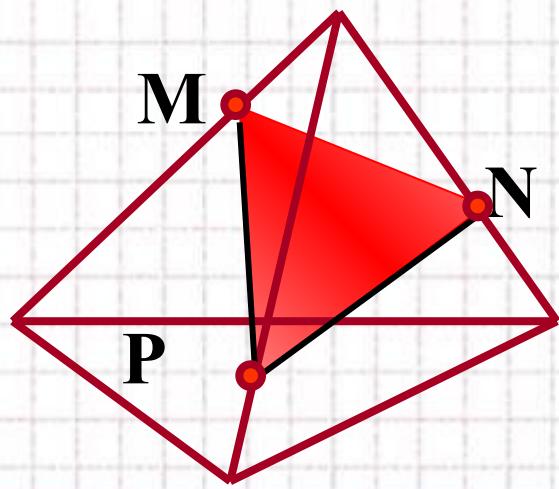
# Самостоятельная работа. (с последующей проверкой)



Решения варианта 1.



Решения варианта 2.



# *Творческое домашнее задание*

**Составить две  
задачи на  
построение сечений  
многогранников с  
использованием  
полученных знаний.**



**Если вы хотите научиться плавать, то  
смело входите в воду, а если хотите  
научиться решать задачи, то решайте  
их**

**(Д. Пойа)**

**СПАСИБО ЗА УРОК !**

# ЛИТЕРАТУРА

1. Электронное издание «**1С: Школа. Математика, 5-11 кл. Практикум**»
2. Электронное издание «**Решебник по геометрии. Пособие для абитуриентов.** Полный курс за 7-11 классы»
3. Атанасян Л.С. и др. **Геометрия.** Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений



Изображение с сайта: <http://www.cdvseti.ru/id3700.html>

Портреты математиков взяты с диска "Математика 5-11".

Изображение с сайта:

[http://www.thg.ru/education/20050714/images/arhimed\\_cut.jpg](http://www.thg.ru/education/20050714/images/arhimed_cut.jpg)



Анимация с сайта: <http://badbad-girl.narod.ru/zelenie.html>