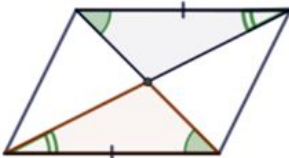
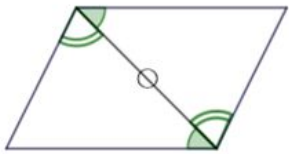


# Параллелограмм. Задачи.

---

**Параллелограмм** – это выпуклый четырёхугольник, у которого противоположенные стороны параллельны

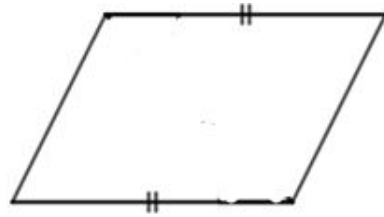
## Свойства параллелограмма



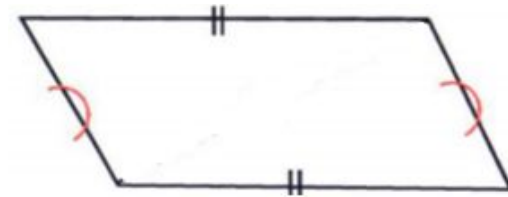
1. Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника
2. Противоположенные стороны равны.
3. Противоположенные углы равны
4. Сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$
5. Диагонали в точке пересечения делятся пополам

## Признаки параллелограмма

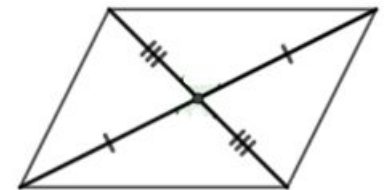
1. Если в выпуклом четырёхугольнике две противоположенные стороны равны и параллельны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



2. Если в выпуклом четырёхугольнике противоположенные стороны попарно равны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.

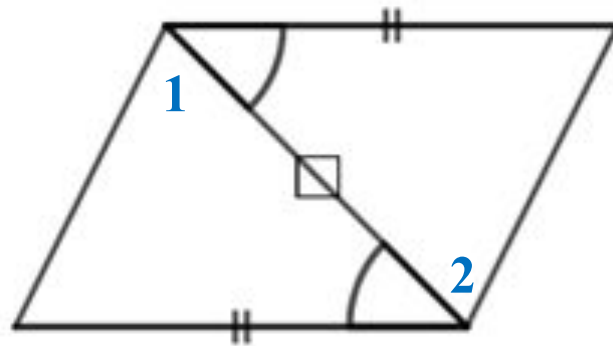


3. Если в выпуклом четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



## Признаки параллелограмма

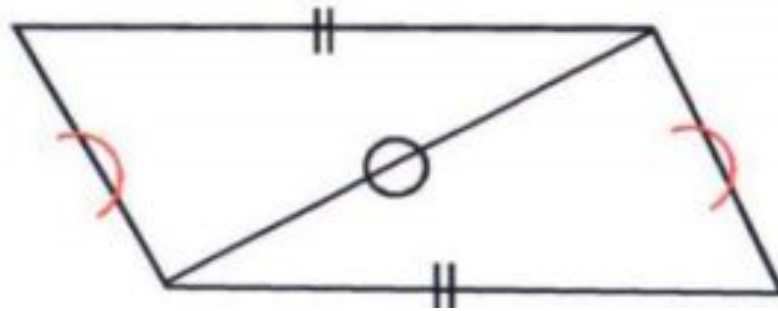
**1. Если в выпуклом четырёхугольнике две противоположенные стороны равны и параллельны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.**



Проведём диагональ. Треугольники равны по двум сторонам и углу между ними (*I признак*).  
 $\Rightarrow$  (следовательно)  $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ , а это накрест лежащие при параллельных боковых сторонах и диагонали.  
 $\Rightarrow$  четырёхугольник – параллелограмм. ч.т.д.

## Признаки параллелограмма

**2. Если в выпуклом четырёхугольнике противоположенные стороны попарно равны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.**



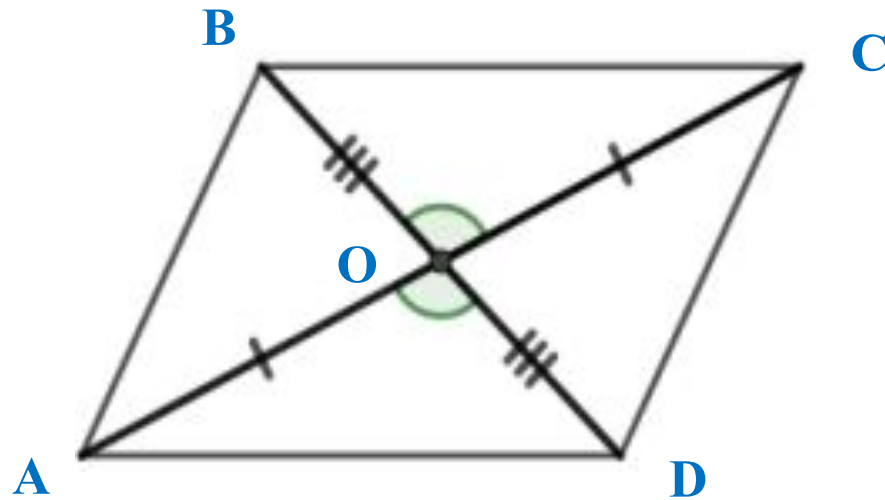
Проведём диагональ. Треугольники равны по трём сторонам (*III признак*).

Из этого следует равенство двух накрест лежащих углов и параллельность двух сторон, а это – первый признак параллелограмма.

$\Rightarrow$  четырёхугольник – параллелограмм. ч.т.д.

# Признаки параллелограмма

**3. Если в выпуклом четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то такой четырёхугольник – параллелограмм.**



$\triangle AOD = \triangle BOC$  по двум сторонам и углу между ними.  
Из равенства треугольников следует равенство и параллельность сторон  $AD$  и  $BC$ , а это первый признак параллелограмма.

$\Rightarrow$  четырёхугольник – параллелограмм. ч.т.д.

# Задачи

## Параллелограмм. Свойства параллелограмма

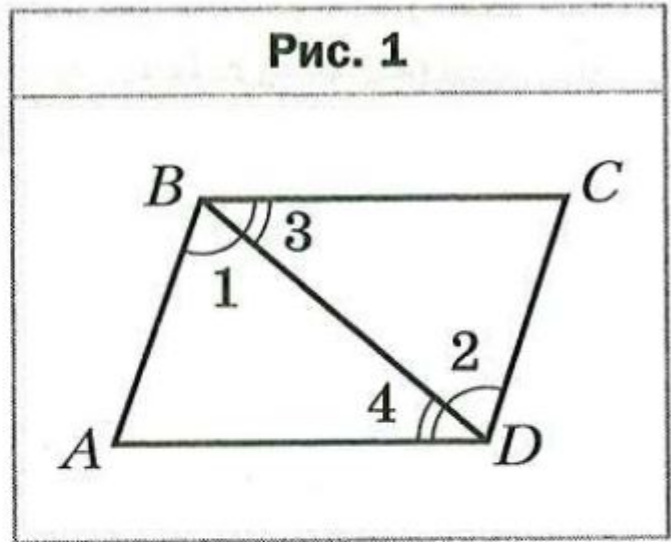
**11.** В четырёхугольнике  $ABCD$  (рис. 1)  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.

**12.** Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см больше другой.

**13.** Периметр параллелограмма равен 126 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 4 : 5.

**14.** Найдите углы параллелограмма, если:

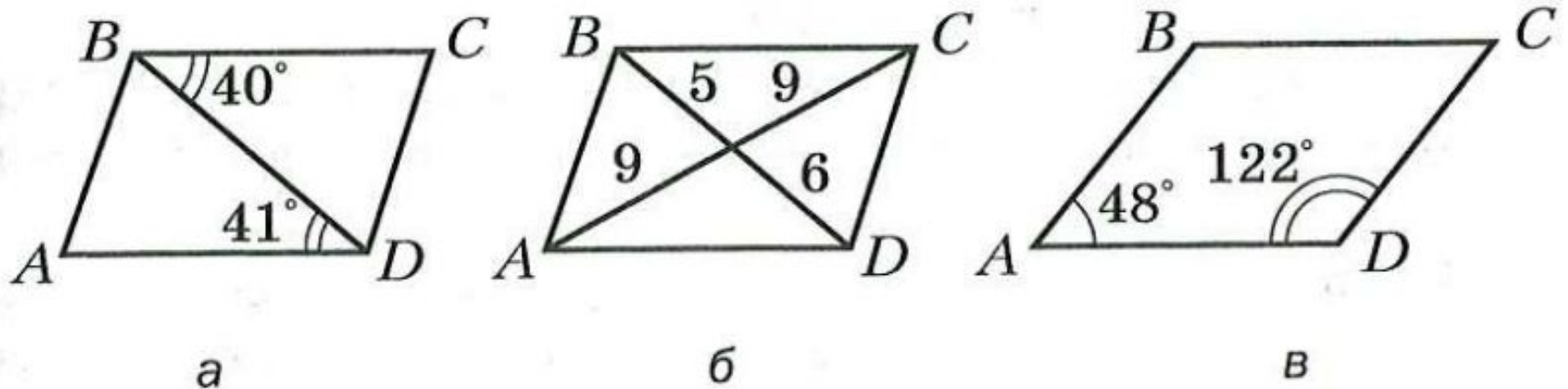
- 1) один из его углов равен  $46^\circ$ ;
- 2) сумма двух его углов равна  $186^\circ$ ;
- 3) один из его углов на  $56^\circ$  больше другого;
- 4) один из его углов в 3 раза меньше другого;
- 5) два его угла относятся как 5 : 7.



## Задачи (свойства параллелограмма)

- 15.** Даны два параллелограмма  $ABCD$  и  $KMNP$ . Могут ли одновременно выполняться неравенства:  $\angle A > \angle K$  и  $\angle B > \angle M$ ?
- 16.** На рисунке 2 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 2

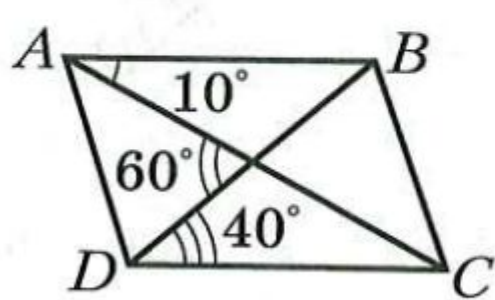




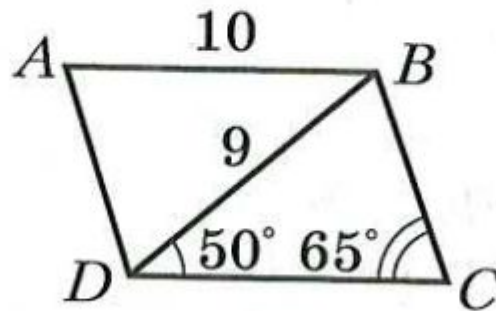
## Задачи (свойства параллелограмма)

- 17.** Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите разность периметров треугольников  $COD$  и  $AOD$ , если  $AB = 7$  см,  $BC = 4$  см.
- 18.** На рисунке 3 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неправильно (длины отрезков даны в сантиметрах).

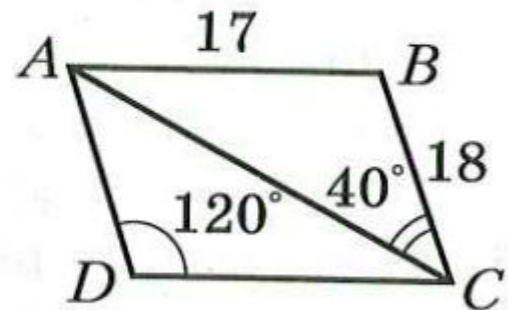
Рис. 3



а



б



в

## Задачи (свойства параллелограмма)

- 19.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите сторону  $AB$  параллелограмма, если  $OA = 8$  см и  $\angle ABO = 30^\circ$ .
- 20.** В параллелограмме  $ABCD$  известно, что  $AB = 7$  см,  $AD = 12$  см. Биссектриса угла  $A$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$ . Найдите отрезки  $BE$  и  $EC$ .
- 21.** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $CD$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины угла  $C$ . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен  $84$  см.
- 22.** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ . Высота  $BE$  делит сторону  $AD$  в отношении  $3 : 8$ , считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен  $68$  см.

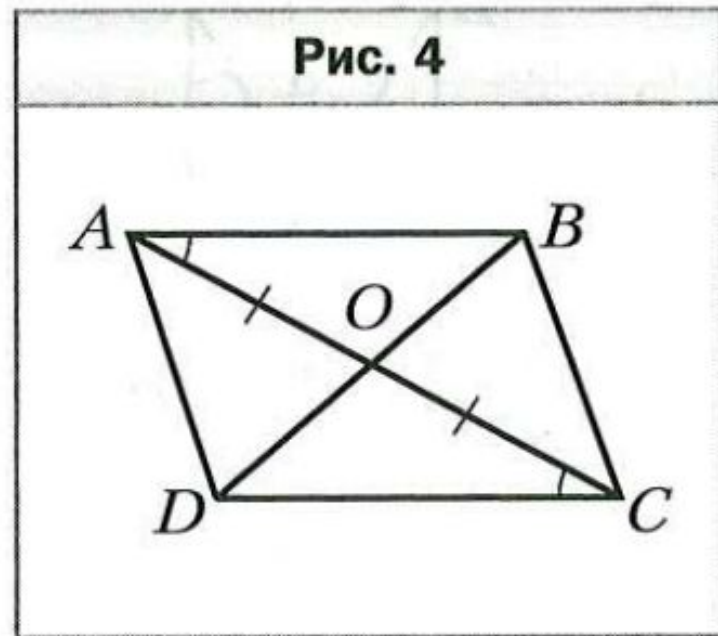
## Задачи

### Признаки параллелограмма

**28.** В четырёхугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $CD$  равны. Какому условию должны удовлетворять стороны  $BC$  и  $AD$ , чтобы четырёхугольник  $ABCD$  был параллелограммом?

**29.** В четырёхугольнике  $ABCD$  (рис. 4)  $AO = OC$ ,  $\angle BAC = \angle ACD$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.

**30.** На рисунке 5 четырёхугольник  $AFCE$  — параллелограмм. На прямой  $FE$  отметили точки  $B$  и  $D$  так, что  $FB = ED$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.



## Задачи (признаки параллелограмма)

- 31.** На рисунке 6  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ ,  $AC = A_1C_1$ . Найдите отрезок  $BB_1$ , если  $AC_1 = 18$  см,  $A_1C = 10$  см.

Рис. 5

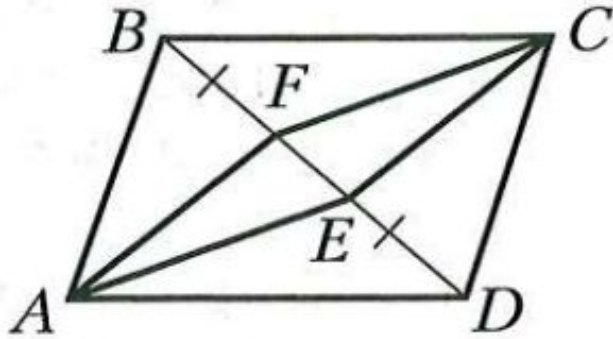


Рис. 6

