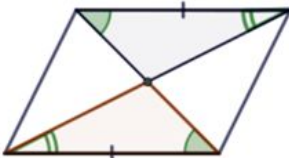
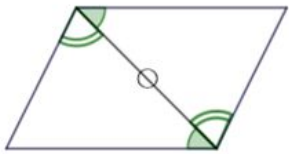


Параллелограмм. Задачи.

Параллелограмм – это выпуклый четырёхугольник, у которого противоположенные стороны параллельны

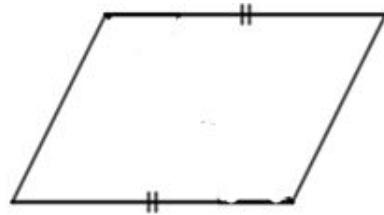
Свойства параллелограмма



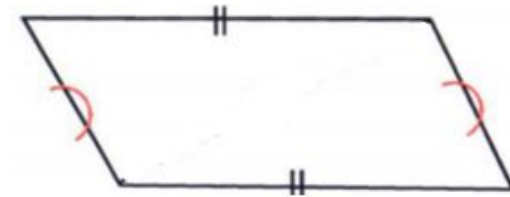
1. Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника
2. Противоположенные стороны равны.
3. Противоположенные углы равны
4. Сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°
5. Диагонали в точке пересечения делятся пополам

Признаки параллелограмма

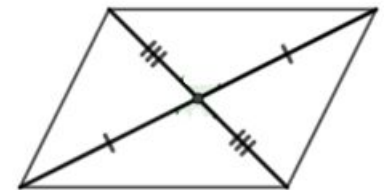
1. Если в выпуклом четырёхугольнике две противоположенные стороны равны и параллельны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



2. Если в выпуклом четырёхугольнике противоположенные стороны попарно равны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.

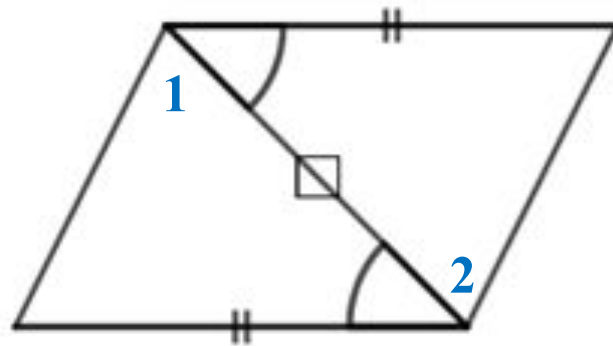


3. Если в выпуклом четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



Признаки параллелограмма

1. Если в выпуклом четырёхугольнике две противоположенные стороны равны и параллельны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



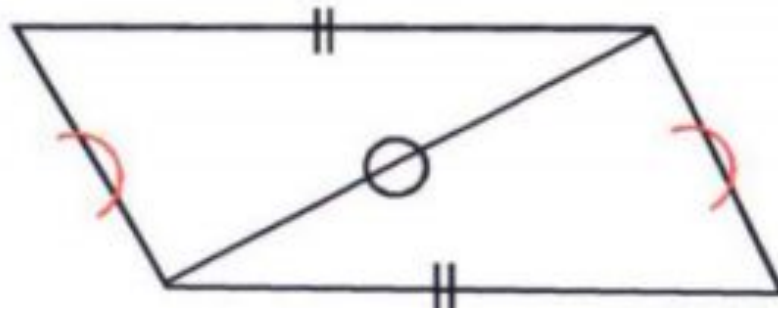
Проведём диагональ. Треугольники равны по двум сторонам и углу между ними (*1 признак*).

\Rightarrow (следовательно) $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$, а это накрест лежащие при параллельных боковых сторонах и диагонали.

\Rightarrow четырёхугольник – параллелограмм. ч.т.д.

Признаки параллелограмма

2. Если в выпуклом четырёхугольнике противоположенные стороны попарно равны, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



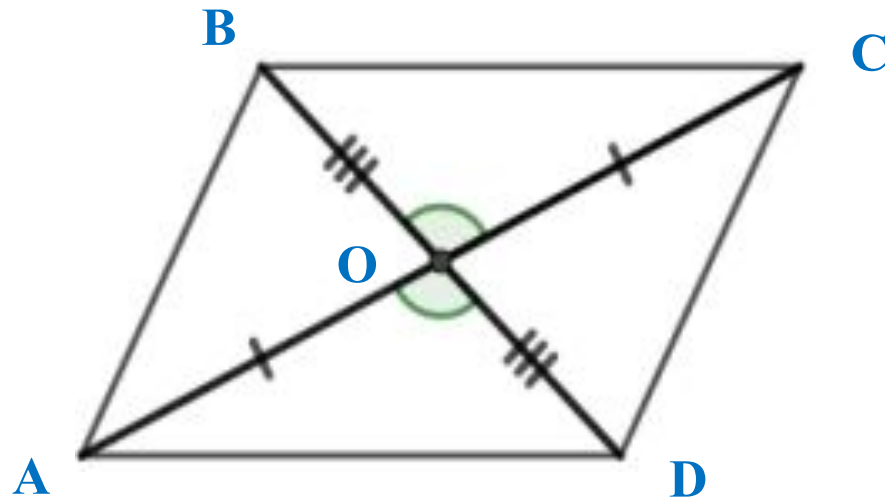
Проведём диагональ. Треугольники равны по трём сторонам (*III признак*).

Из этого следует равенство двух накрест лежащих углов и параллельность двух сторон, а это – первый признак параллелограмма.

\Rightarrow четырёхугольник – параллелограмм. ч.т.д.

Признаки параллелограмма

3. Если в выпуклом четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то такой четырёхугольник – параллелограмм.



$\triangle AOD = \triangle BOC$ по двум сторонам и углу между ними.
Из равенства треугольников следует равенство и параллельность сторон AD и BC , а это первый признак параллелограмма.

\Rightarrow четырёхугольник – параллелограмм. ч.т.д.

Задачи

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

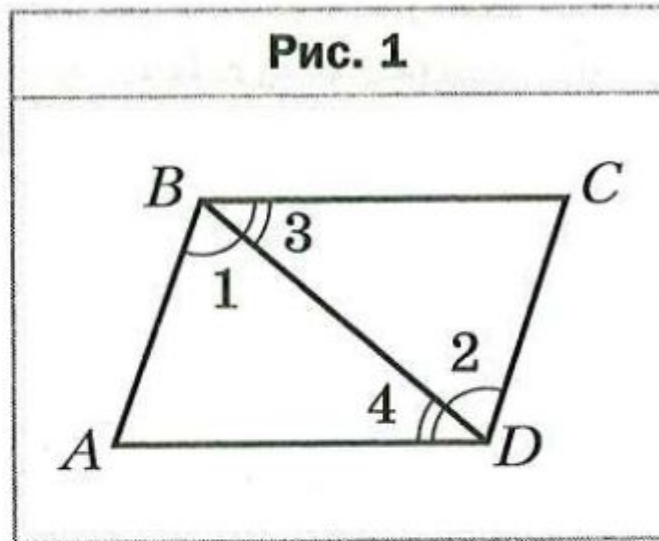
11. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 1) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

12. Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см больше другой.

13. Периметр параллелограмма равен 126 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 4 : 5.

14. Найдите углы параллелограмма, если:

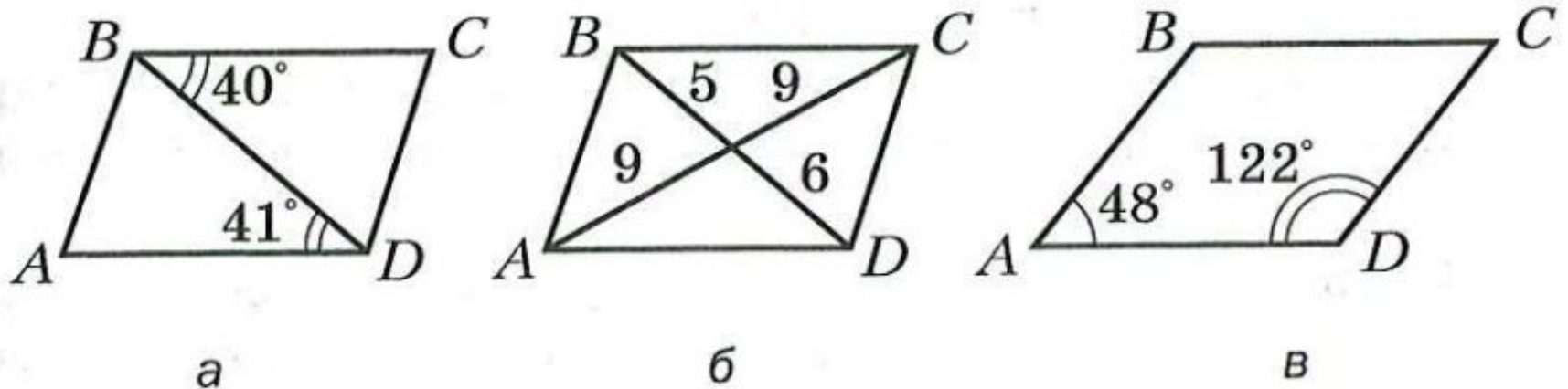
- 1) один из его углов равен 46° ;
- 2) сумма двух его углов равна 186° ;
- 3) один из его углов на 56° больше другого;
- 4) один из его углов в 3 раза меньше другого;
- 5) два его угла относятся как 5 : 7.



Задачи (свойства параллелограмма)

15. Даны два параллелограмма $ABCD$ и $KMNP$. Могут ли одновременно выполняться неравенства: $\angle A > \angle K$ и $\angle B > \angle M$?
16. На рисунке 2 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).

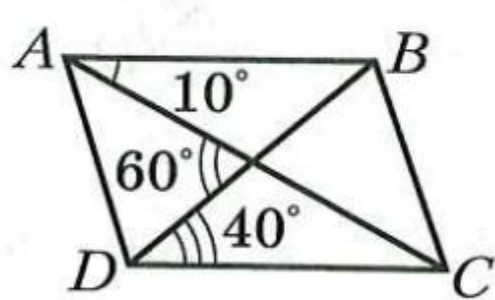
Рис. 2



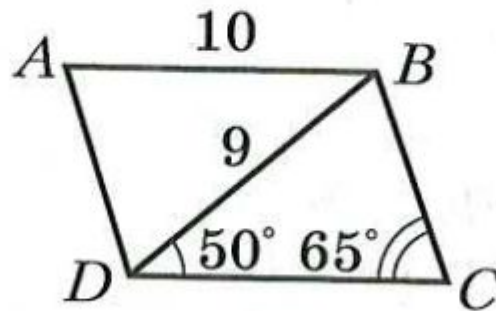
Задачи (свойства параллелограмма)

- 17.** Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите разность периметров треугольников COD и AOD , если $AB = 7$ см, $BC = 4$ см.
- 18.** На рисунке 3 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неправильно (длины отрезков даны в сантиметрах).

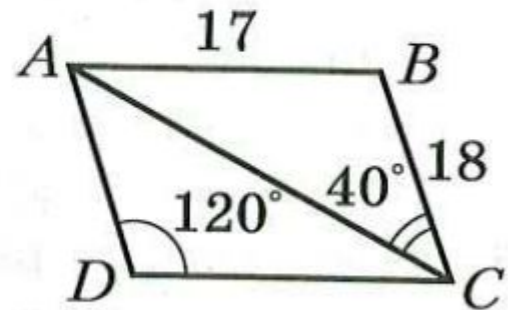
Рис. 3



а



б



в

Задачи (свойства параллелограмма)

- 19.** Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите сторону AB параллелограмма, если $OA = 8$ см и $\angle ABO = 30^\circ$.
- 20.** В параллелограмме $ABCD$ известно, что $AB = 7$ см, $AD = 12$ см. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке E . Найдите отрезки BE и EC .
- 21.** Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ делит сторону CD в отношении $1 : 3$, считая от вершины угла C . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 84 см.
- 22.** В параллелограмме $ABCD$ угол A равен 60° . Высота BE делит сторону AD в отношении $3 : 8$, считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 68 см.

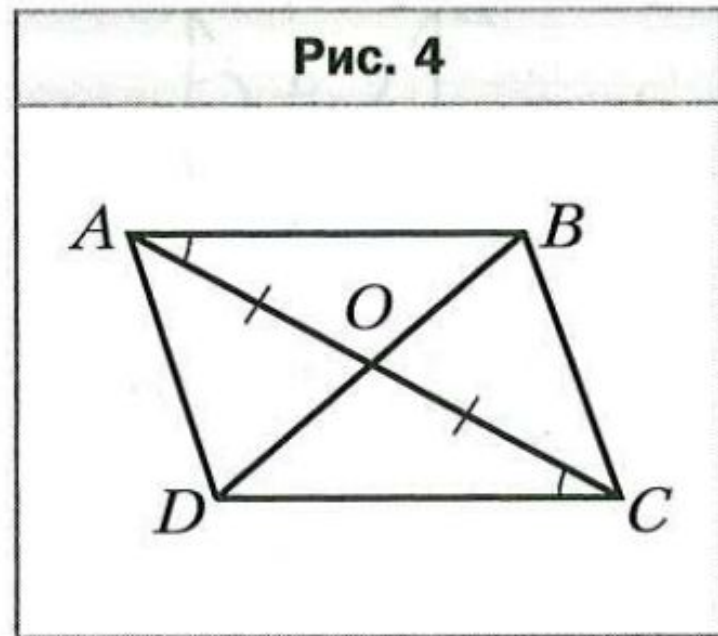
Задачи

Признаки параллелограмма

28. В четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны. Какому условию должны удовлетворять стороны BC и AD , чтобы четырёхугольник $ABCD$ был параллелограммом?

29. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 4) $AO = OC$, $\angle BAC = \angle ACD$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

30. На рисунке 5 четырёхугольник $AFCE$ — параллелограмм. На прямой FE отметили точки B и D так, что $FB = ED$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.



Задачи (признаки параллелограмма)

31. На рисунке 6 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Найдите отрезок BB_1 , если $AC_1 = 18$ см, $A_1C = 10$ см.

Рис. 5

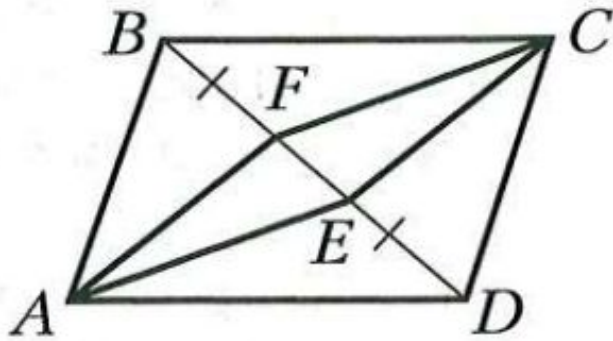


Рис. 6

