

**ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ
БУМАГЕ. ВЫЧИСЛЕНИЕ
ПЛОЩАДЕЙ ФИГУР.**

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ПЛОЩАДИ ФИГУР НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ:

Способ 1: (удобен для стандартных фигур: треугольника, трапеции и т.д.)

Подсчитывая клеточки и применяя простые теоремы, найти те стороны, высоту, диагонали, которые требуются для применения формулы площади.

Подставить найденные значения в уравнение площади.

Способ 2:

Разделяя фигуры на части вычислить площадь каждой отдельно, полученные результаты сложить.



Способ 3: (очень удобен для сложных фигур, но и для простых неплох)

Достроить искомую фигуру до прямоугольника.

Найти площадь всех получившихся дополнительных фигур и площадь самого прямоугольника.

Из площади прямоугольника вычесть сумму площадей всех лишних фигур.

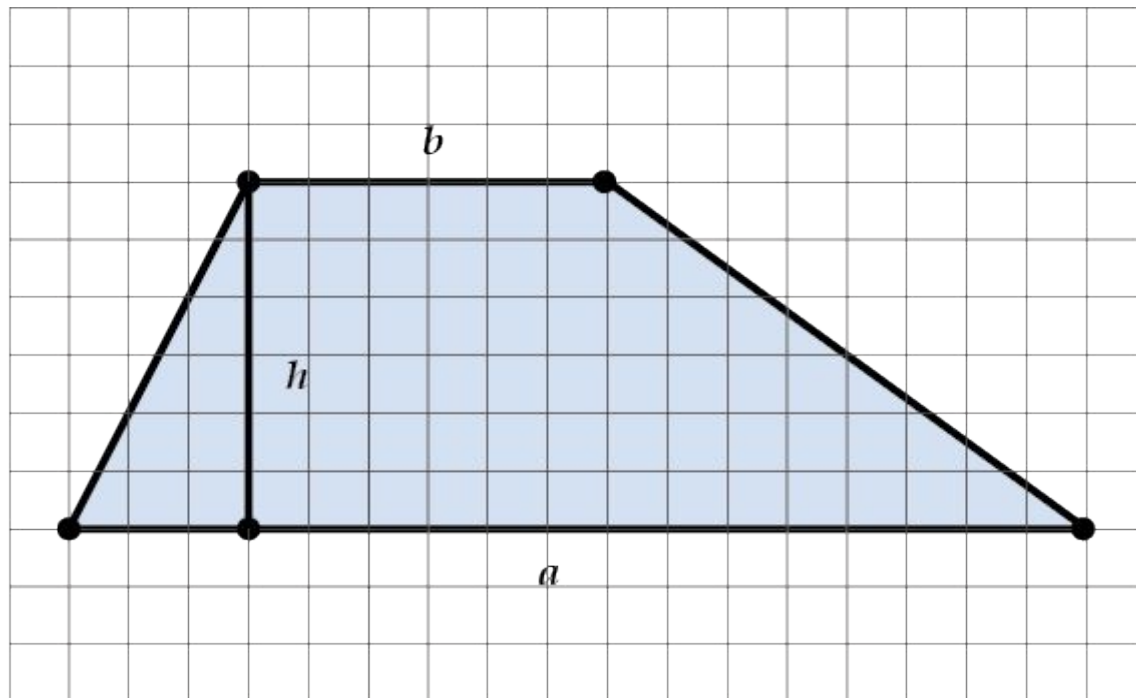
Способ 4:

Применение формулы Пика.



ПРИМЕР:

Пусть нужно найти площадь такой вот трапеции, построенной на листе в клетку



Просто считаем клеточки и видим, что в нашем случае $a=17$, $b=6$ и $h=6$. Подставляем в формулу:

$$S=(a+b)/2 \cdot h=(17+6)/2 \cdot 6=69$$

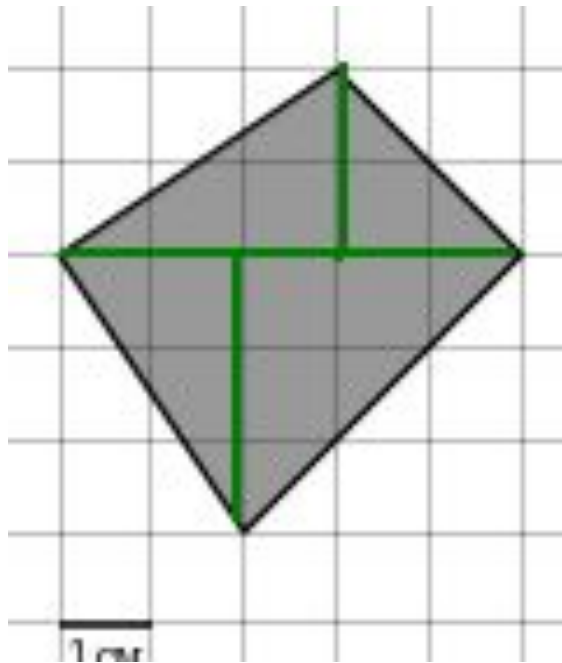
Ответ: 69.



ПРИМЕР

Найти площадь четырехугольника, изображенного на рисунке.

Разобьем четырехугольник на четыре прямоугольных треугольника таким образом, чтобы длины их катетов можно было посчитать по клеточкам. Затем вычислим площади этих треугольников и сложим их.



$$S_1 = 2 \cdot 3 / 2 = 3$$

$$S_2 = 2 \cdot 2 / 2 = 2$$

$$S_3 = 2 \cdot 3 / 2 = 3$$

$$S_4 = 3 \cdot 3 / 2 = 4.5$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S = 3 + 2 + 3 + 4.5 = 12.5$$

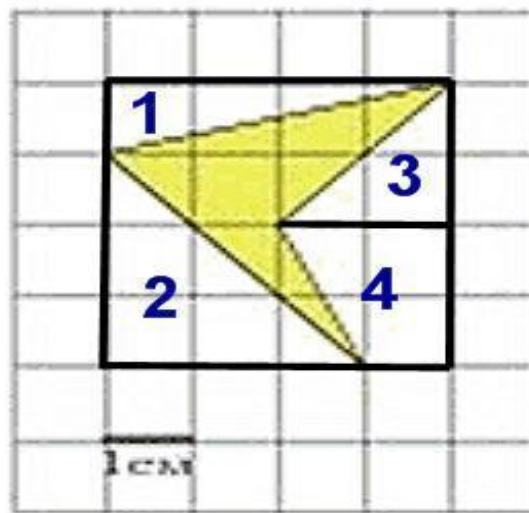
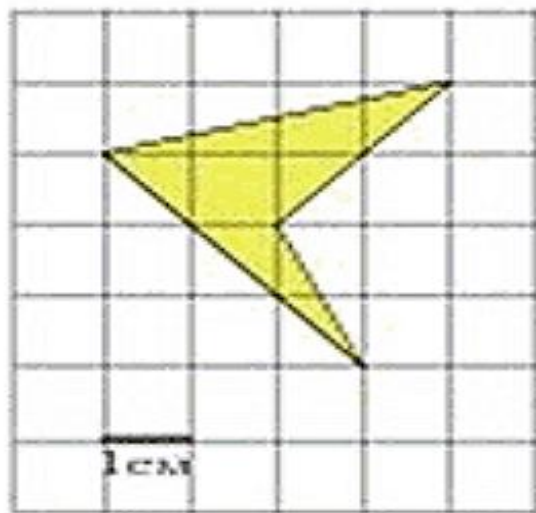
Ответ: 12.5



ПРИМЕР

Найдем площадь фигуры:

Опишем около неё прямоугольник:



Из площади прямоугольника (в данном случае это квадрат)
вычтем площади полученных простых фигур:

$$\begin{aligned} S &= S_{\text{прямоуг}} - S_1 - S_2 - S_3 - S_3 = \\ &= 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1+2}{2} \cdot 2 = 4,5 \text{ см}^2 \end{aligned}$$

Ответ: 4.5



Формула Пика:

$$S = \frac{M}{2} + N - 1$$

M – количество узлов на границе треугольника (на сторонах и вершинах)

N – количество узлов внутри треугольника

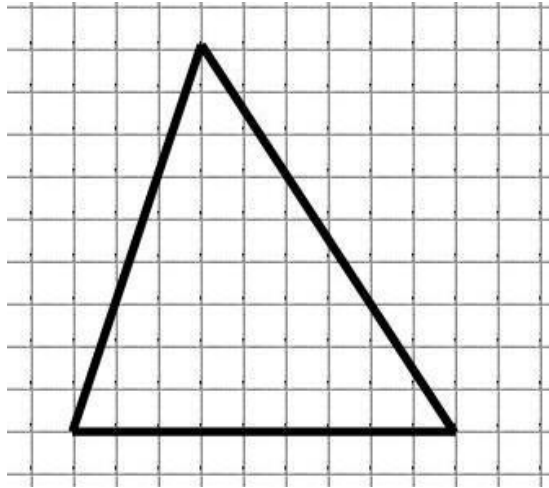
*Под «узлами» имеется ввиду пересечение линий.

Формула Пика работает только при вычислении площадей фигур, не содержащих дуги.



ПРИМЕР.

Найти площадь треугольника



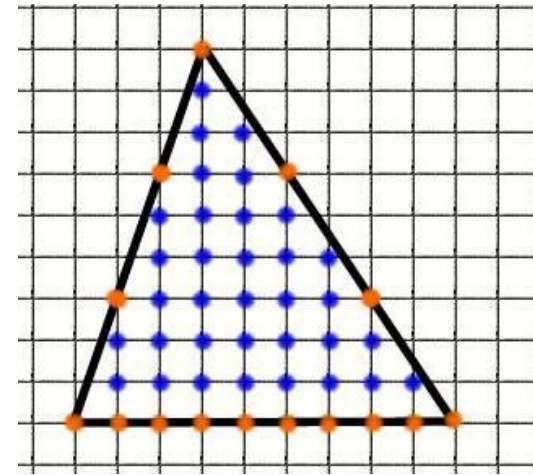
$M = 15$ (обозначены красным)

$N = 34$ (обозначены синим)

$$S = \frac{15}{2} + 34 - 1 = 40,5 \text{ см}^2$$

Ответ: 40,5.

Отметим узлы:

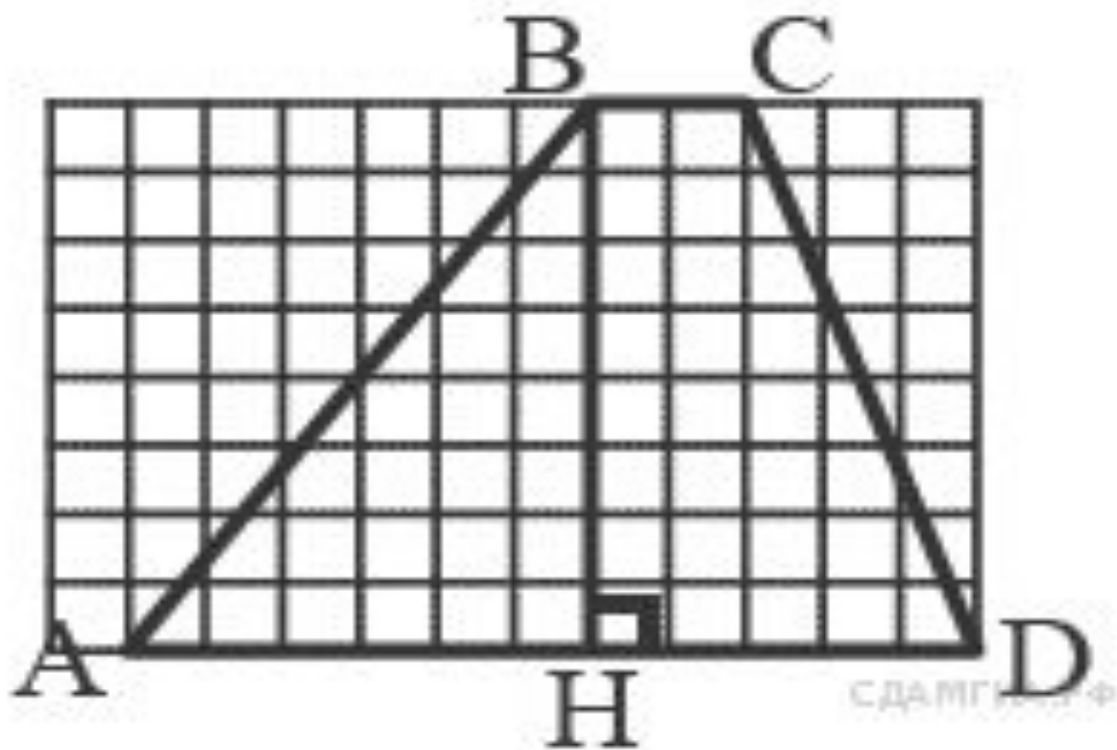




РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ.

Задача № 1.

Найти площадь трапеции:



РЕШЕНИЕ

$$BC=2$$

$$AD=11$$

$$BH=8$$

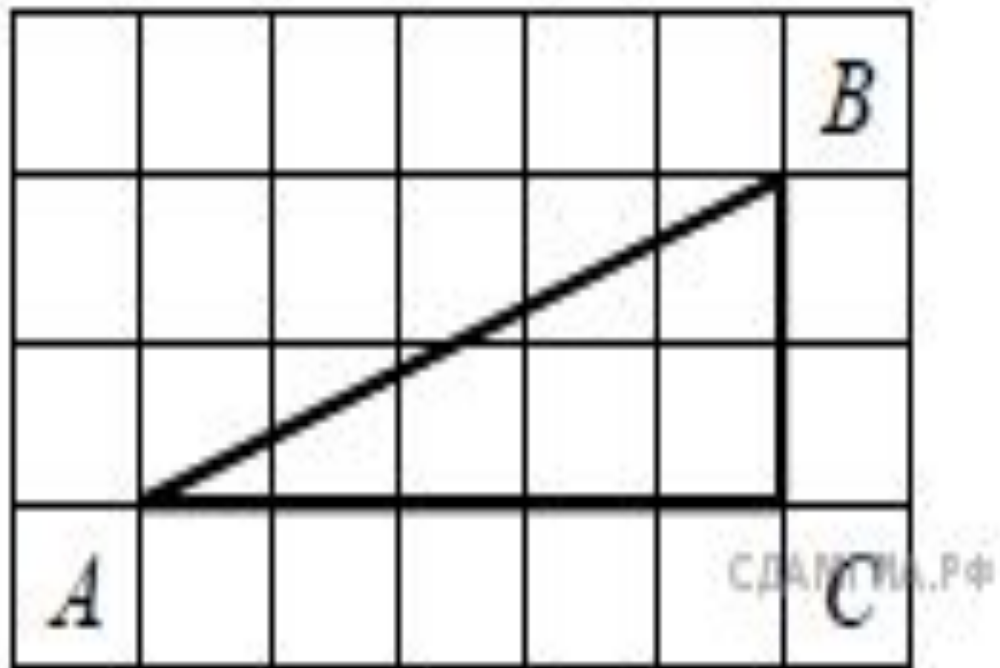
$$S=(2+11)/2*8=52$$

Ответ: 52



Задача № 2.

Найдите площадь треугольника



РЕШЕНИЕ

$$AC=5$$

$$BC=2$$

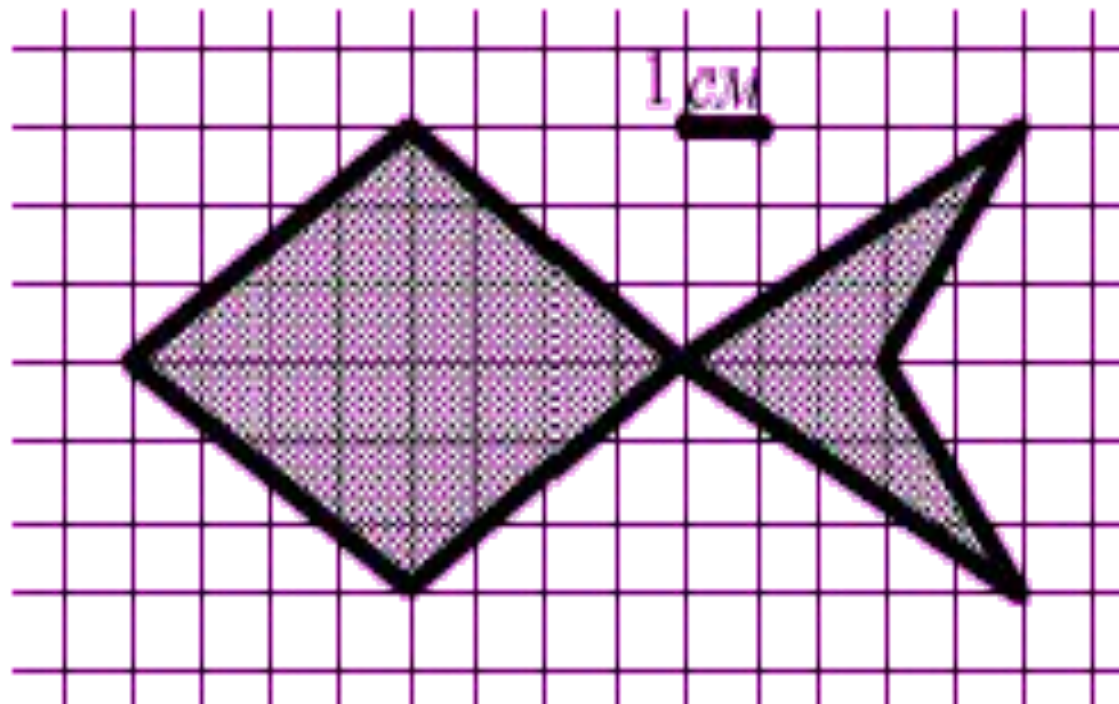
$$S=5*2/2=5$$

Ответ: 5



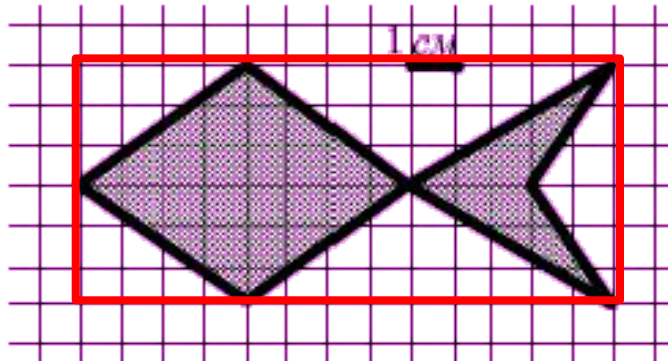
Задача № 3.

Найдите площадь фигуры:



РЕШЕНИЕ

Достроим до прямоугольника



$$S_1 = 3 \cdot 4 / 2 = 6$$

$$S_2 = 9 \cdot 3 / 2 = 13,5$$

$$S_3 = 6 \cdot 2 / 2 = 6$$

$$S_4 = S_2 = 13,5$$

$$S_5 = S_1 = 6$$

$$S_{\Pi} = 13 \cdot 6 = 78$$

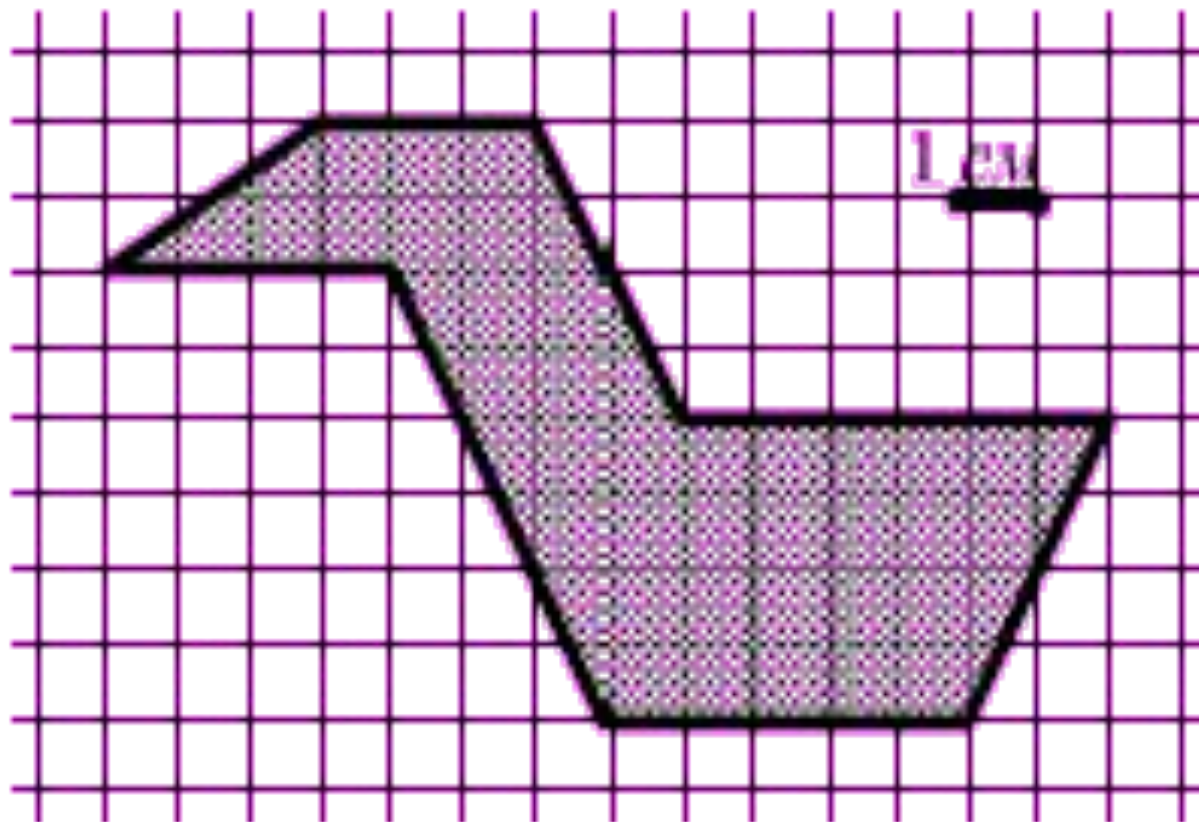
$$S_{\phi} = 78 - 13,5 - 13,5 - 6 - 6 - 6 = 33$$

Ответ: 33.



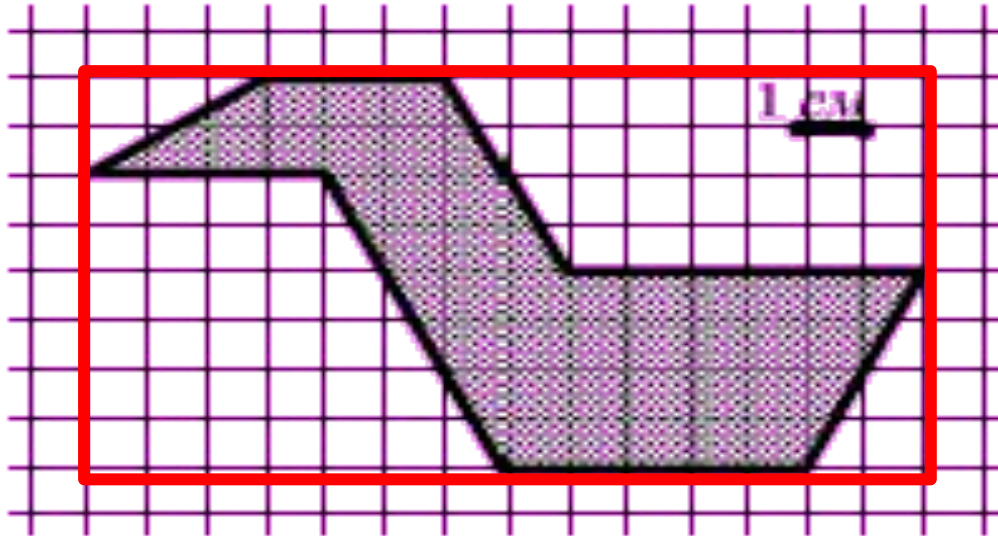
Задача №4.

Найдите площадь фигуры:



РЕШЕНИЕ

Достроим до прямоугольника



$$S_1 = 3 \cdot 2 / 2 = 3$$

$$S_2 = (8 + 6) / 2 \cdot 4 = 28$$

$$S_3 = 4 \cdot 2 / 2 = 4$$

$$S_4 = (4 + 7) / 2 \cdot 6 = 33$$

$$S_{\Pi} = 14 \cdot 8 = 112$$

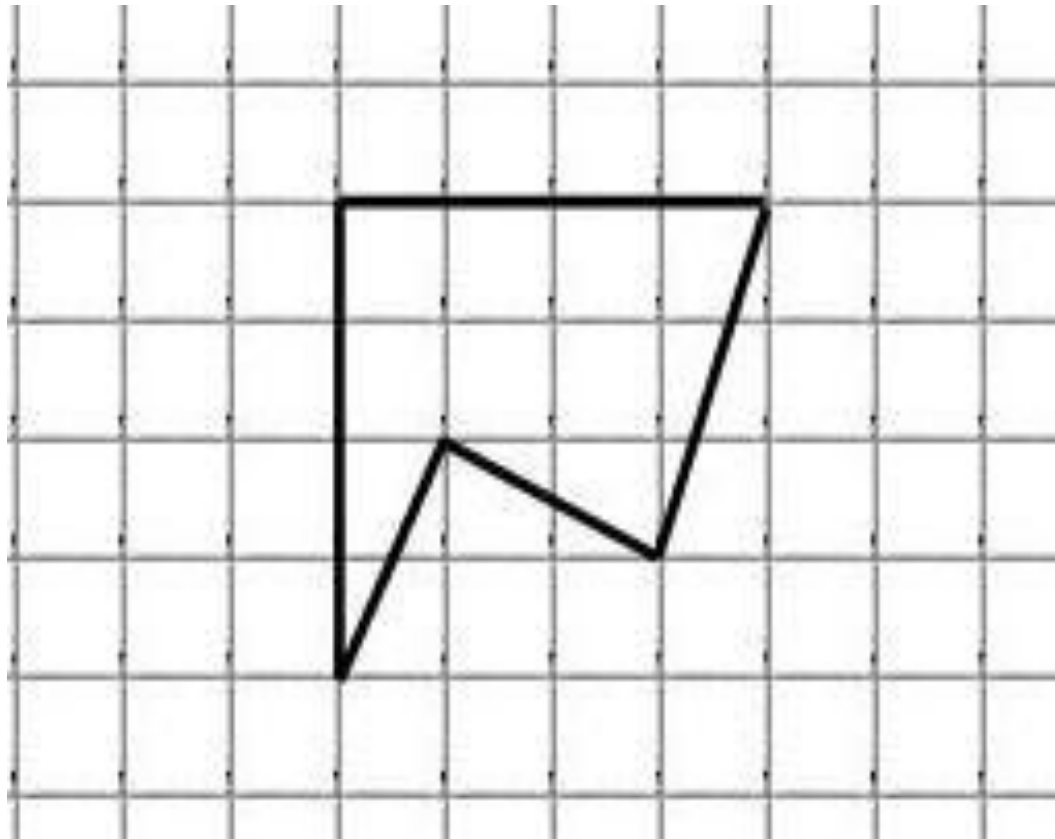
$$S_{\phi} = 112 - 33 - 4 - 28 - 3 = 44$$

Ответ: 44

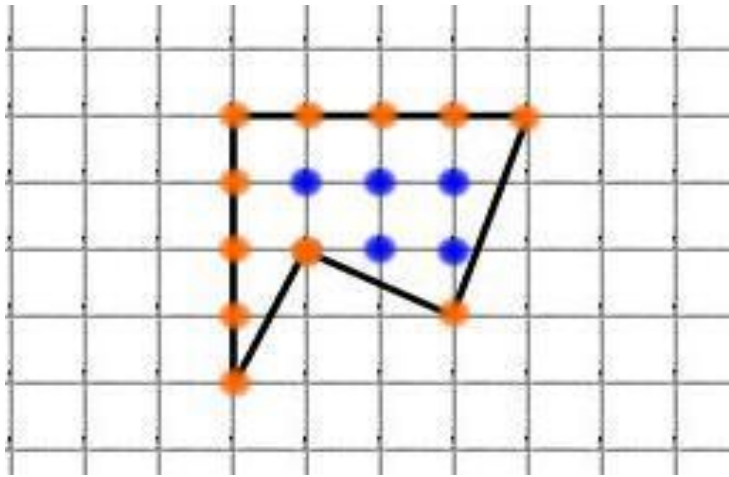


Задача №5.

Найдите площадь фигуры:



РЕШЕНИЕ.



$M = 11$ (обозначены красным)

$N = 5$ (обозначены синим)

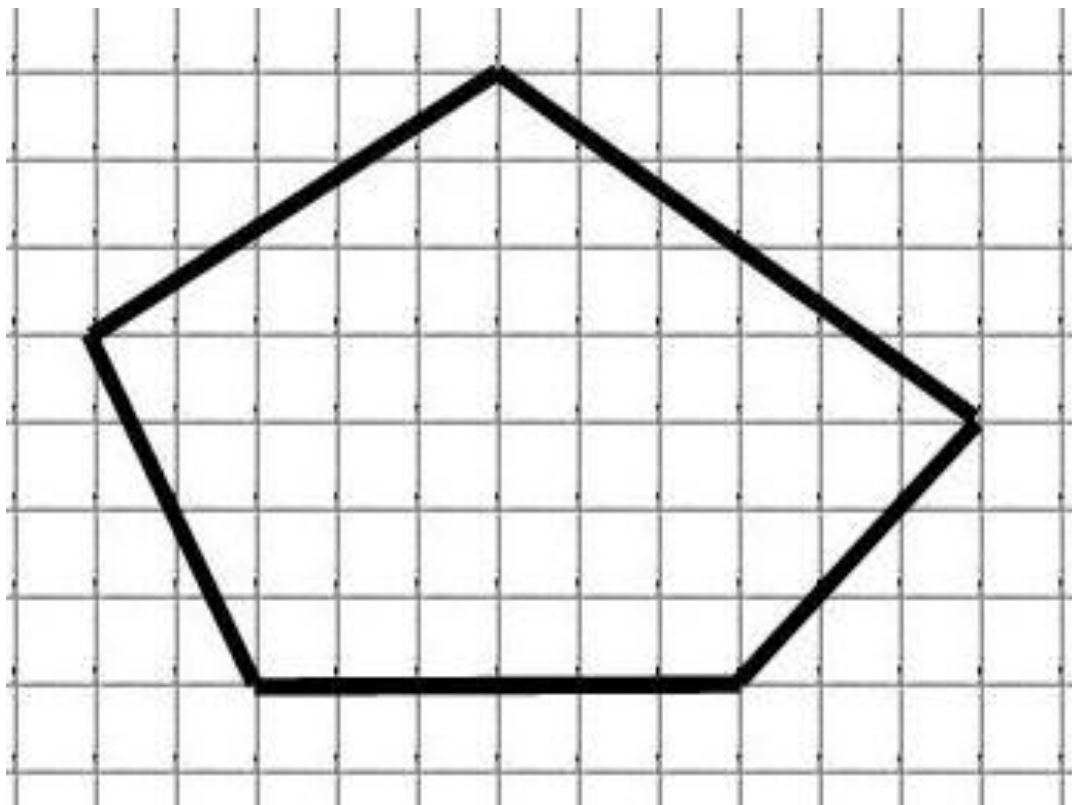
$$S = \frac{11}{2} + 5 - 1 = 9,5 \text{ см}^2$$

Ответ: 9,5.

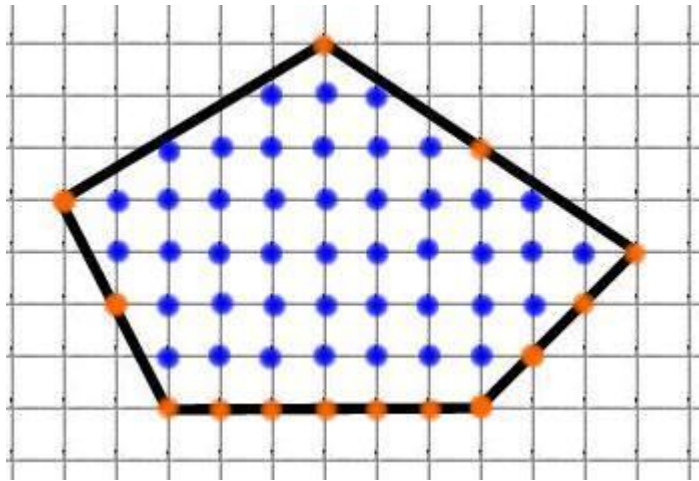


Задача №6.

Найдите площадь многоугольника:



РЕШЕНИЕ



$M = 14$ (обозначены красным)

$N = 43$ (обозначены синим)

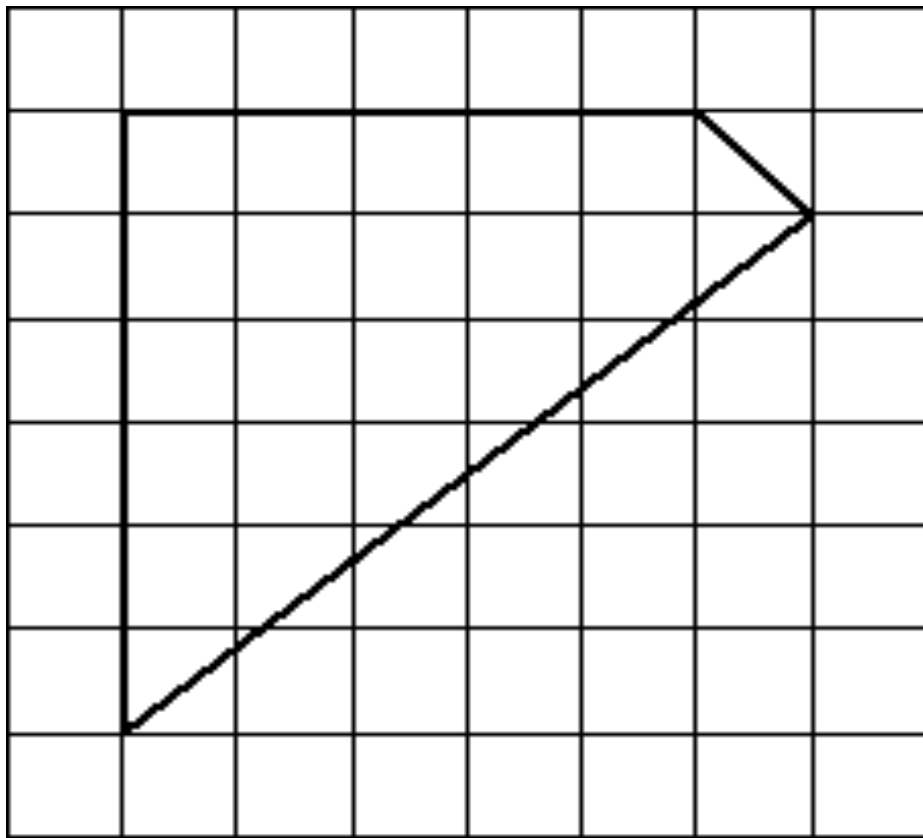
$$S = \frac{14}{2} + 43 - 1 = 49 \text{ см}^2$$

Ответ: 49



Задача №7.

Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке.



РЕШЕНИЕ.

Найдём площадь данной фигуры по формуле Пика:

$$S = N + M/2 - 1,$$

где N — число узлов сетки внутри фигуры, M — число узлов сетки на границе фигуры, включая вершины.

Получаем:

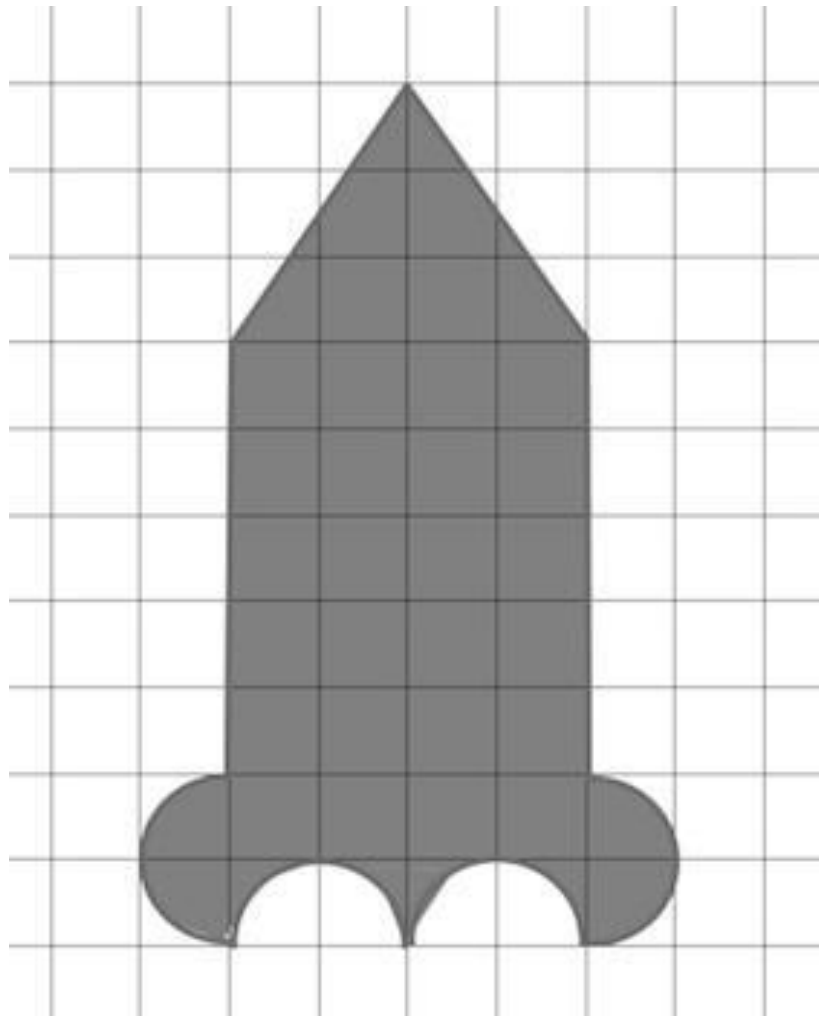
$$S = 15 + 13/2 - 1 = 20,5.$$

Ответ: 20,5.

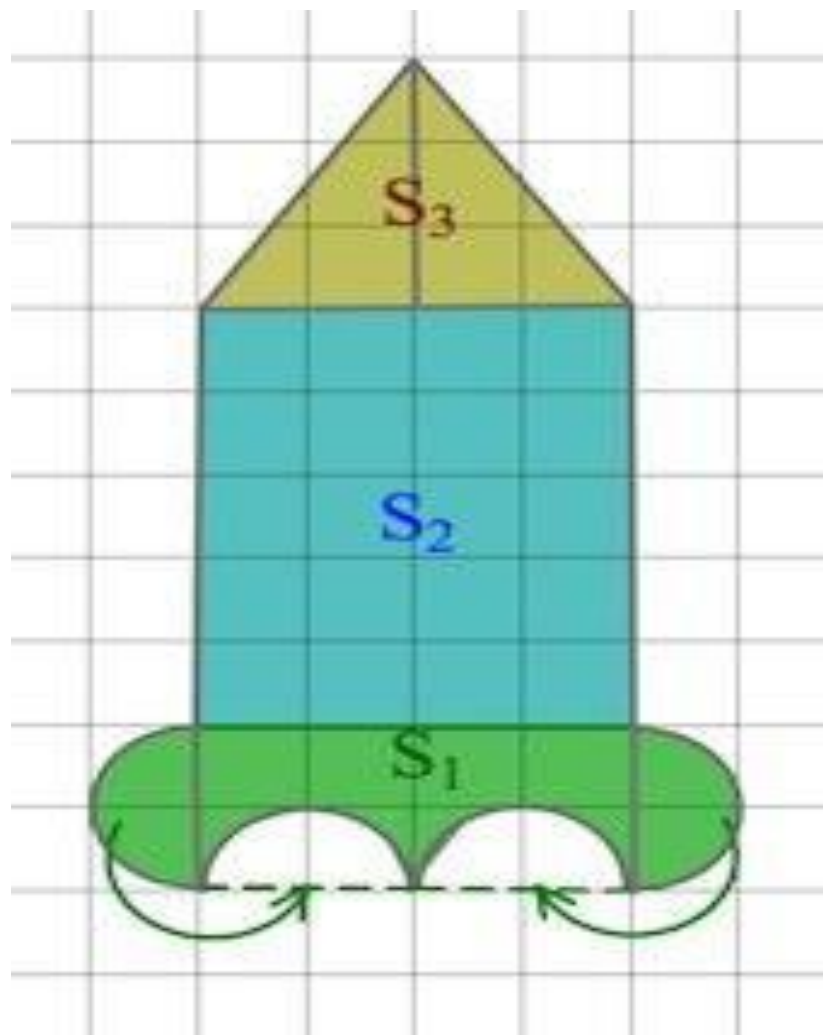


Задача 8.

Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке, считая стороны квадратных клеток равными 1.



РЕШЕНИЕ

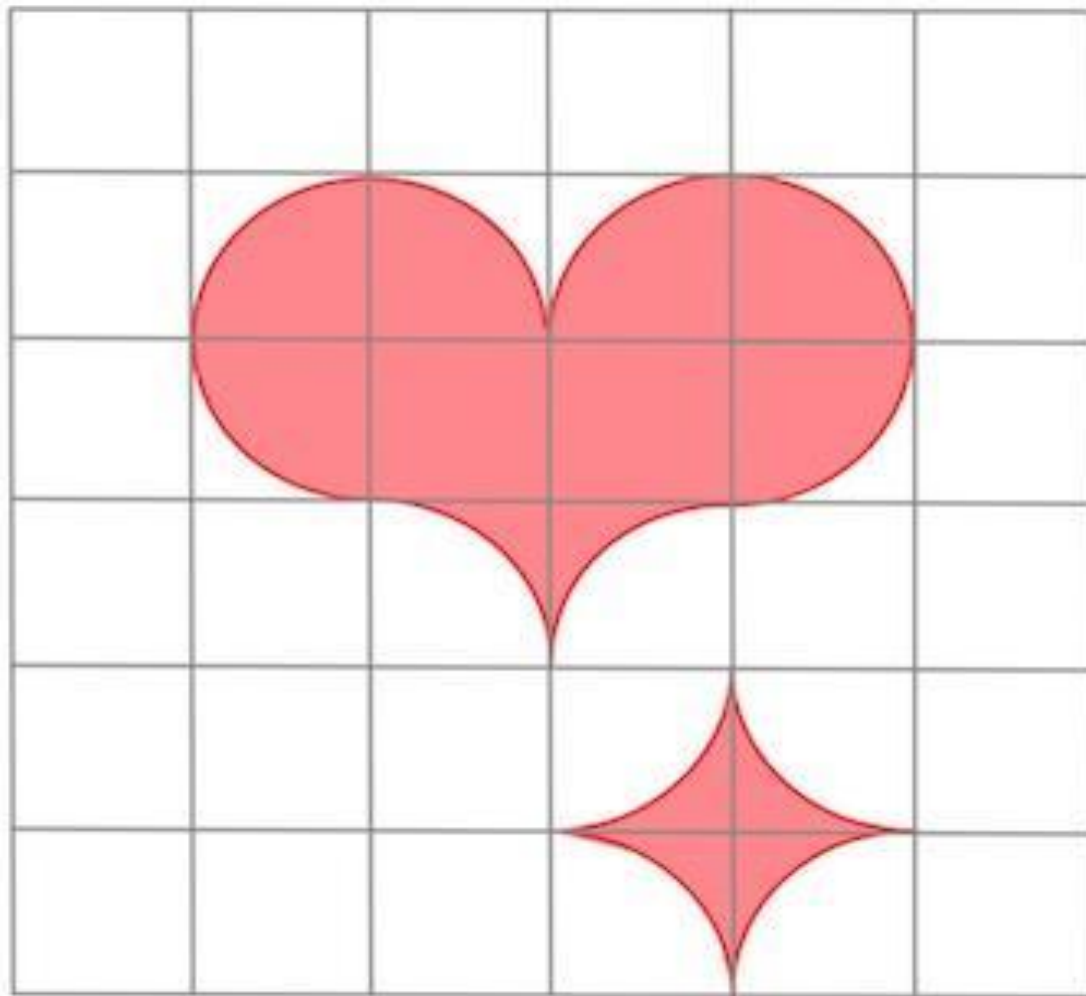


Ответ: 34

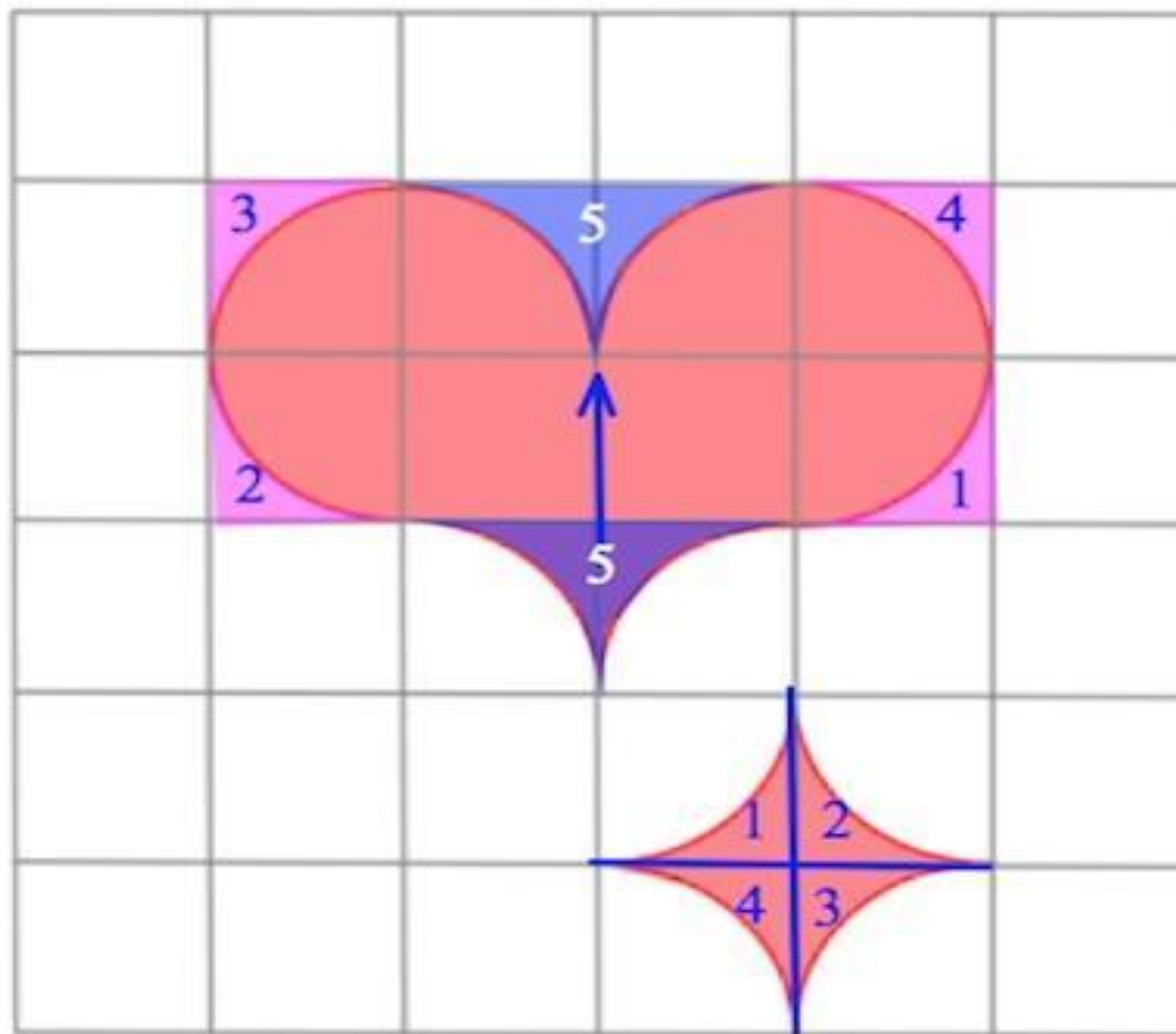


Задача №9.

Найдите площадь фигуры:



РЕШЕНИЕ

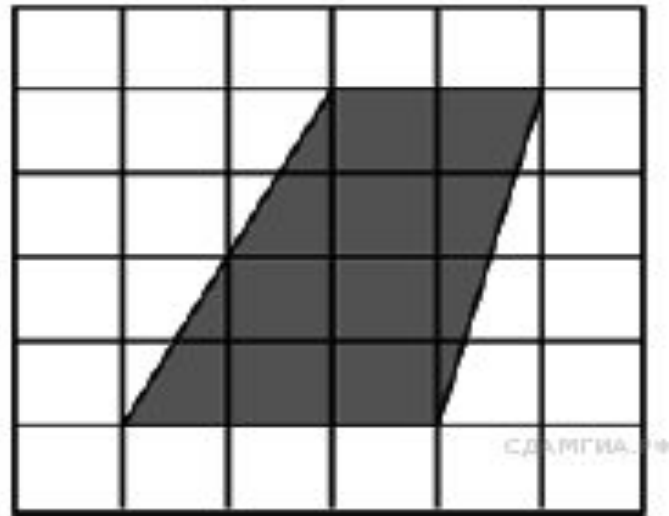
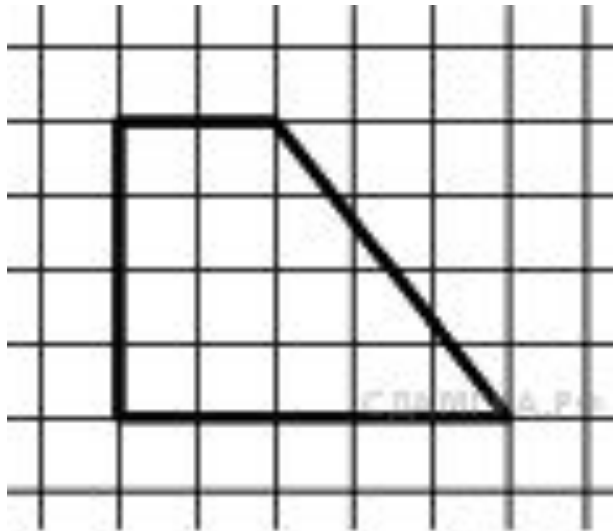


Ответ: 8.

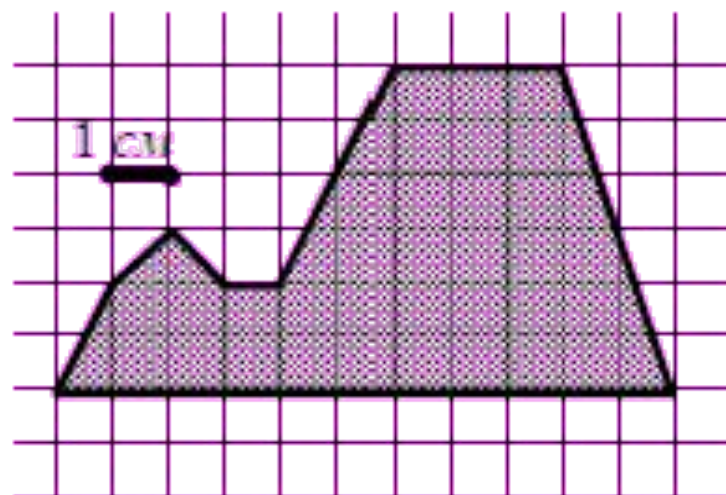
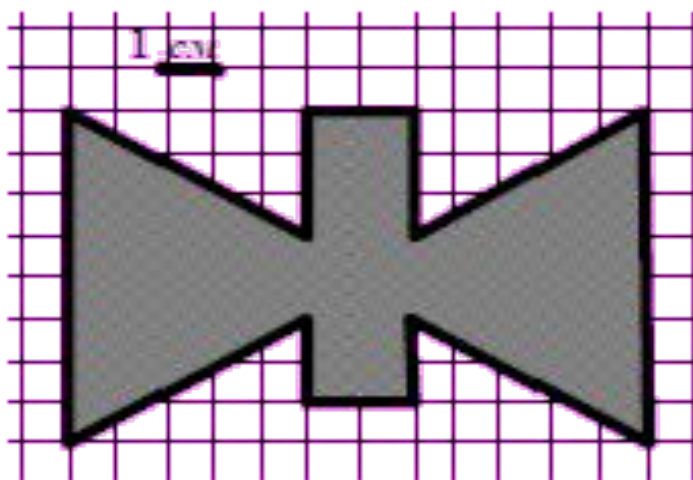
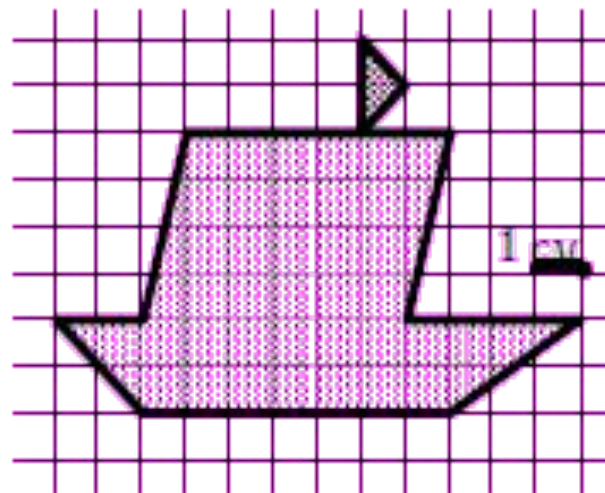
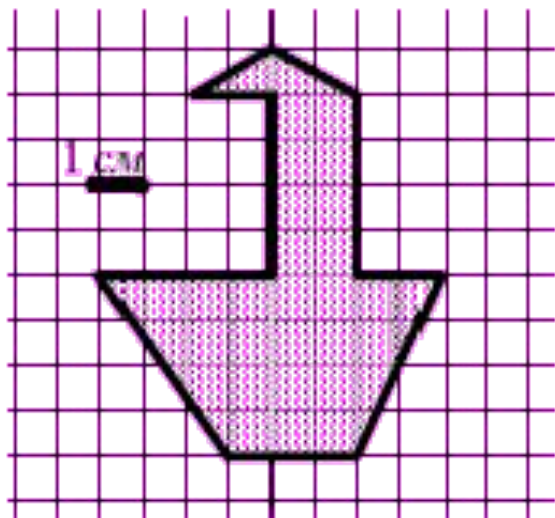


ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

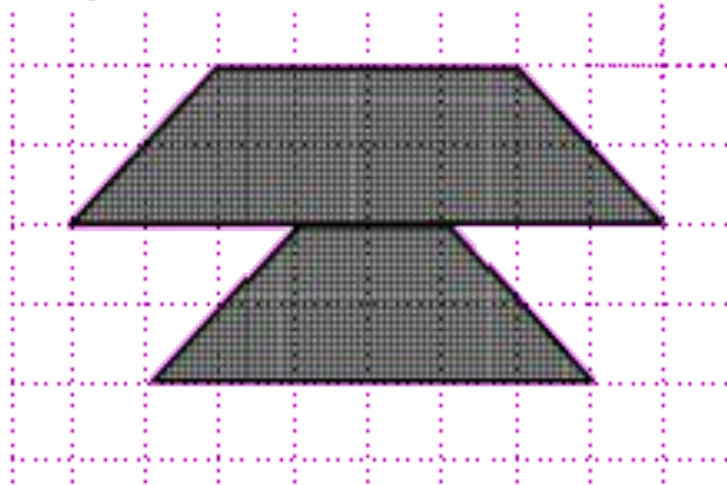
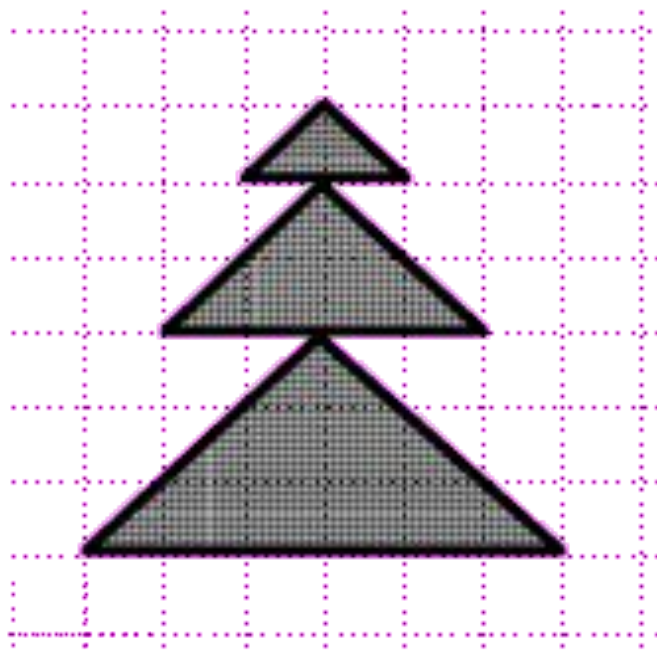
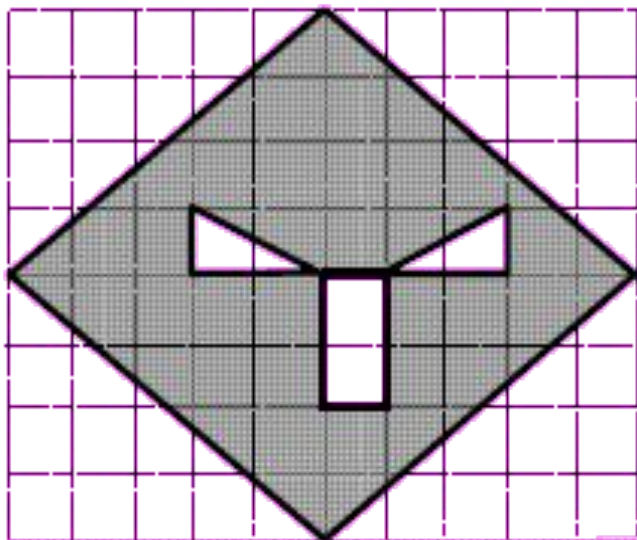
Найти площадь трапеции



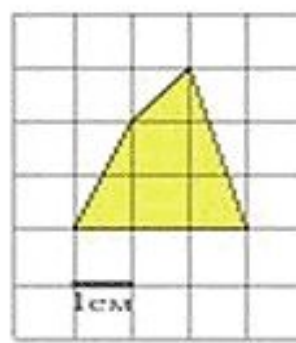
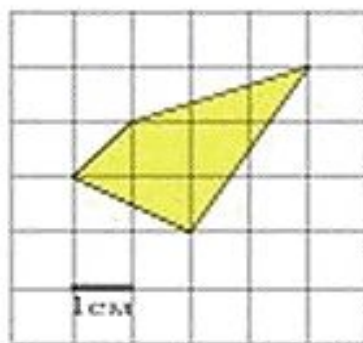
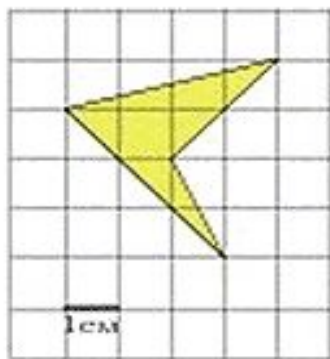
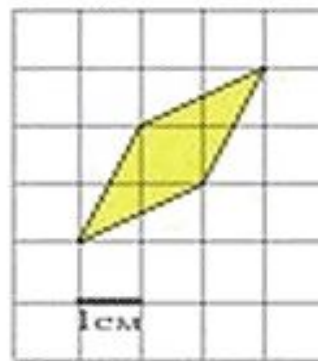
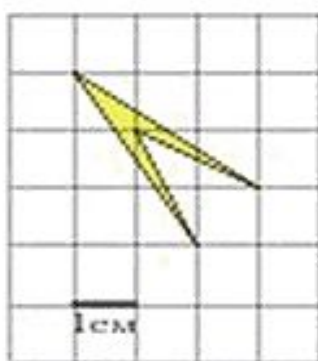
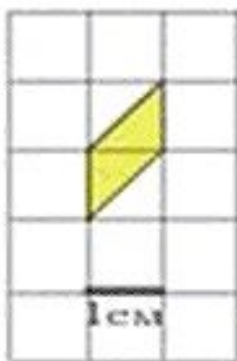
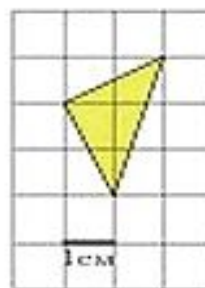
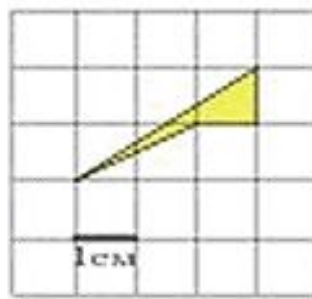
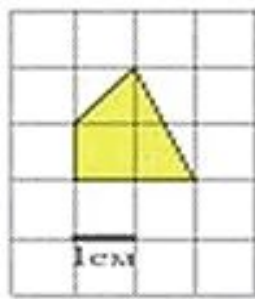
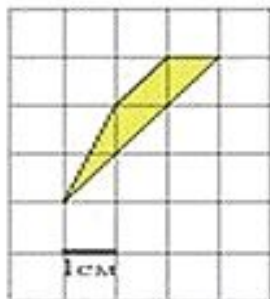
НАЙДИТЕ ПЛОЩАДИ ФИГУР



НАЙДИТЕ ПЛОЩАДЬ ЗАКРАШЕННОЙ ФИГУРЫ



Найдите площадь фигуры по формуле Пика



**СПАСИБО
ЗА УРОК!**

