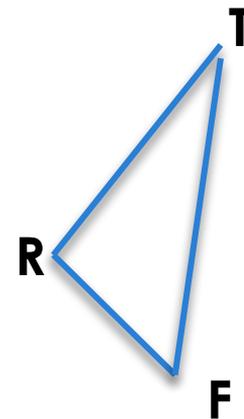
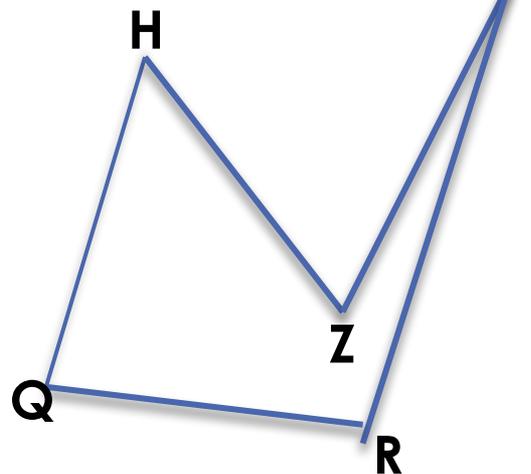
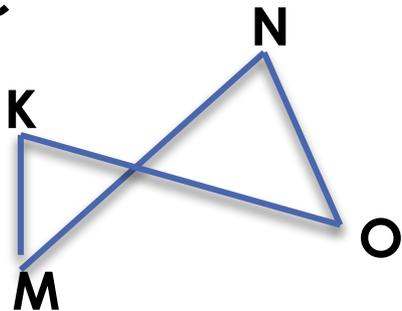
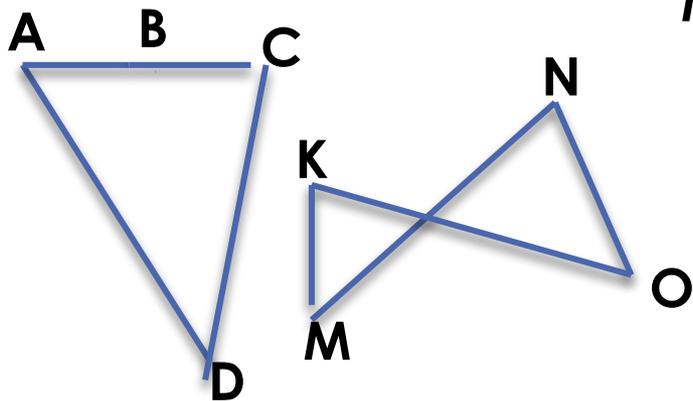
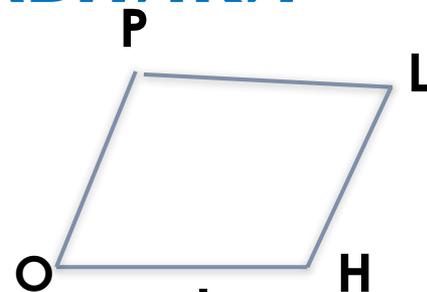
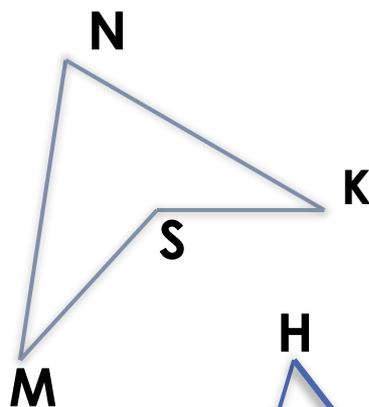
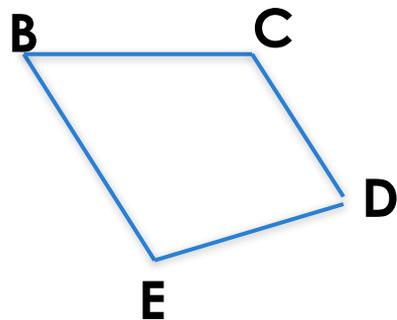


# Четырехугольники

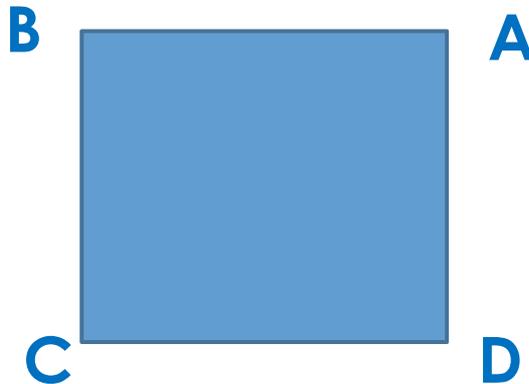
Пискунова И.В.  
учитель математики ГБОУ лицея №299

# Найди четырехугольники



Какая буква лишняя?

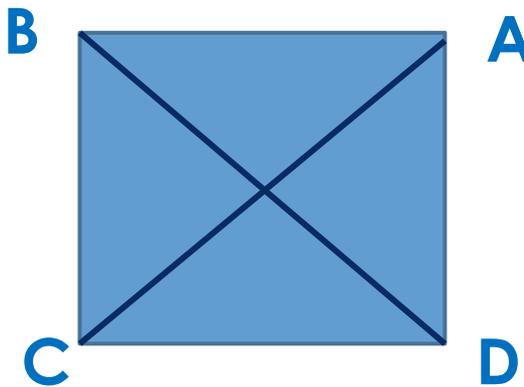
# Четырехугольник



Фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков.

При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться.

# Основные элементы четырехугольника



**A, B, C, D** - вершины четырехугольника

**A и B** - соседние вершины

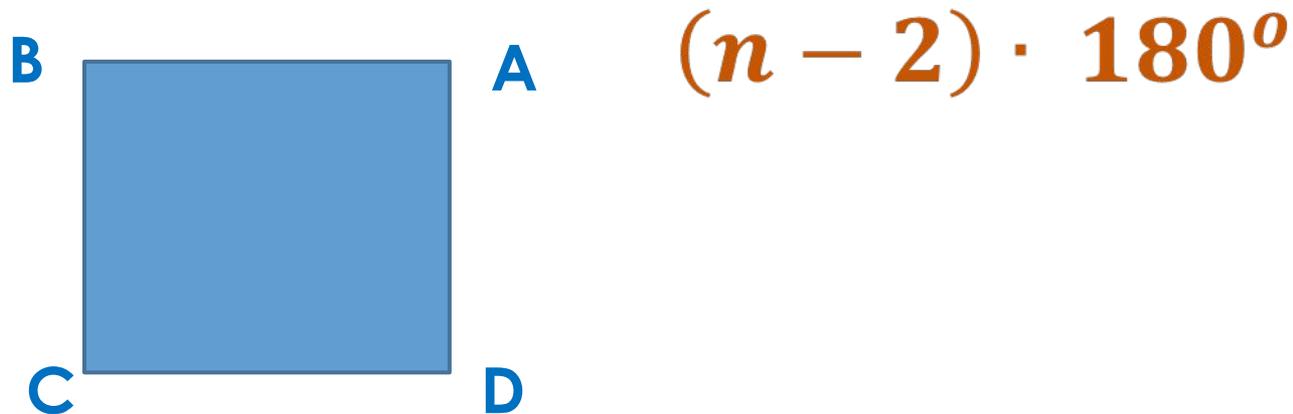
**AD, BC, CD, BA** – стороны многоугольника

**AD и CD** - смежные стороны многоугольника

**AB и CD** - несмежные стороны

**AC, BD** – диагонали многоугольника

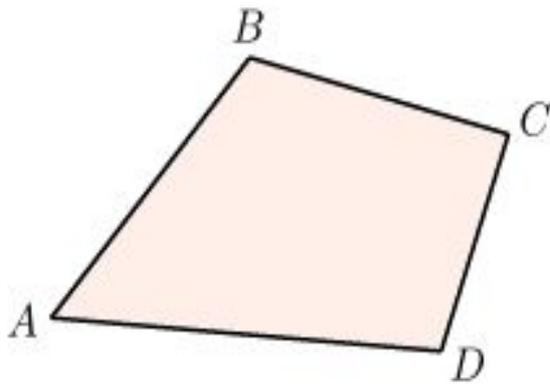
# Сумма углов выпуклого многоугольника



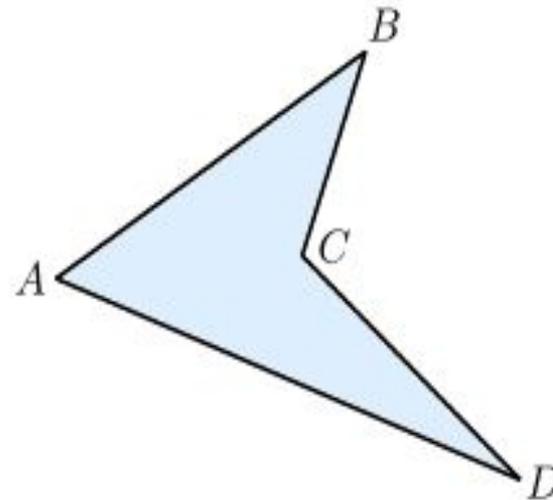
# Сумма углов выпуклого четырёхугольника

$$(4 - 2) \cdot 180^{\circ} = 360^{\circ}$$

# Выпуклость четырёхугольника

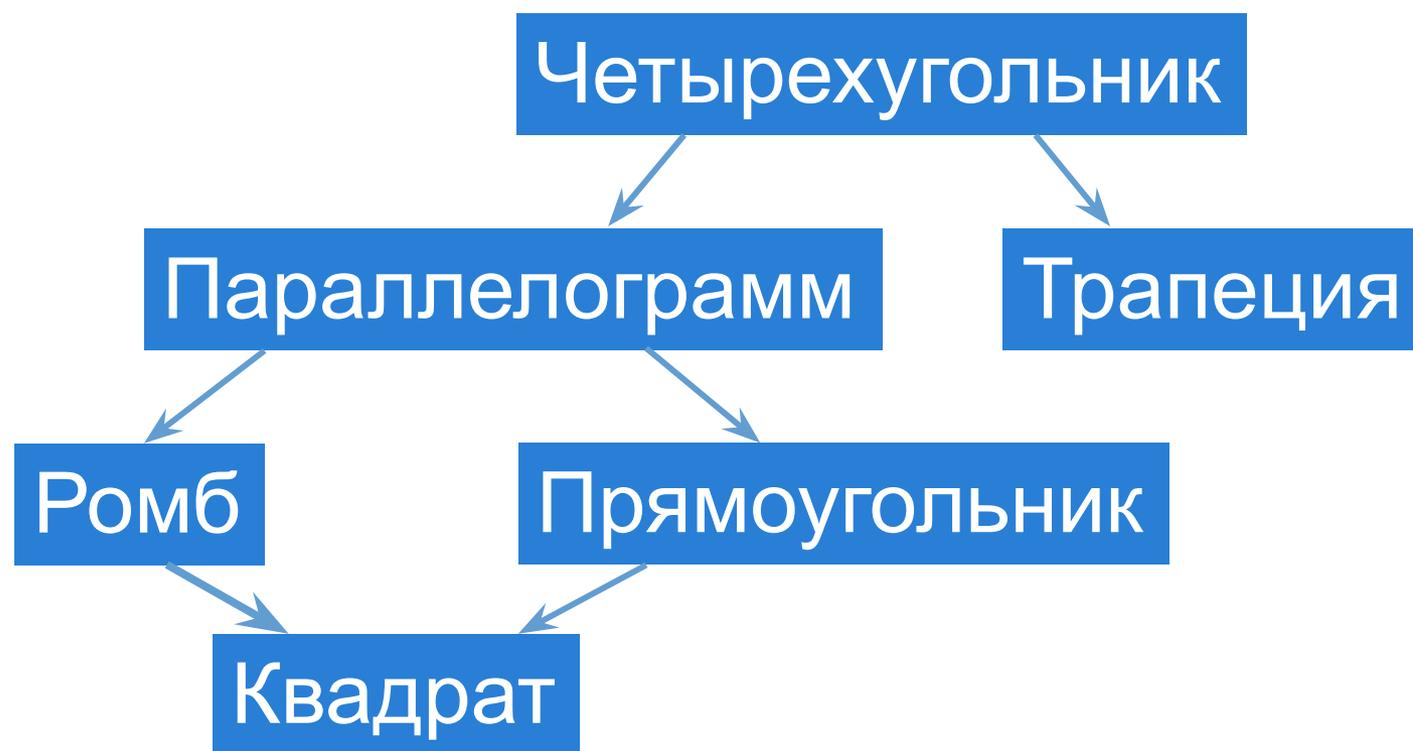


Выпуклый четырёхугольник

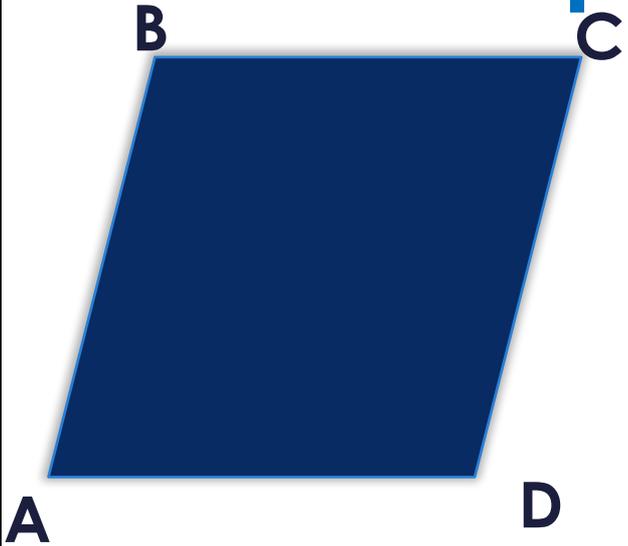


Невыпуклый четырёхугольник

# Виды четырехугольников



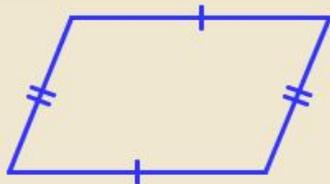
# Параллелограмм



четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

# Свойства параллелограмма

Противоположные стороны попарно равны.



Противоположные стороны равны и параллельны.

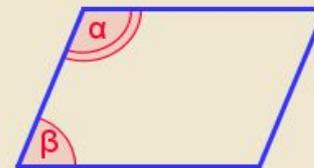


Противоположные углы попарно равны.

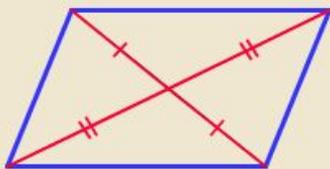


Сумма углов прилежащих к любой стороне равна  $180^\circ$ :

$$\alpha + \beta = 180^\circ.$$

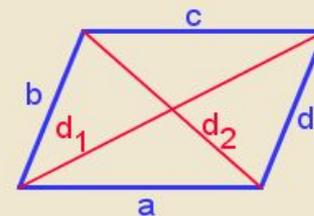


Диагонали делятся точкой пересечения пополам.

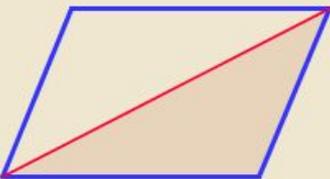


Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон:

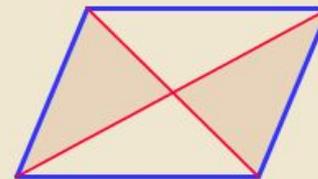
$$d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$



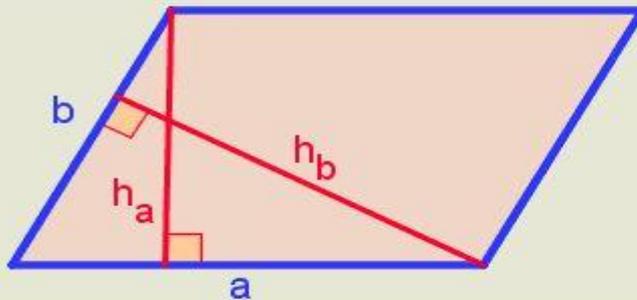
Каждая диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.



Обе диагонали делят параллелограмм на четыре равновеликих треугольника.

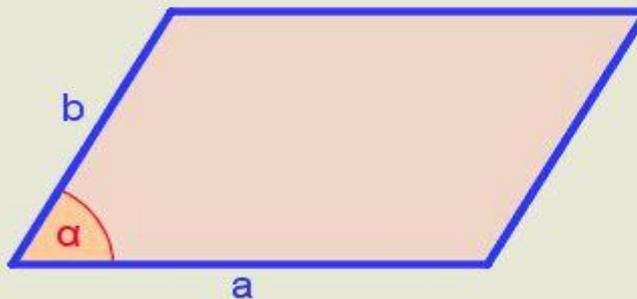


# Площадь параллелограмма



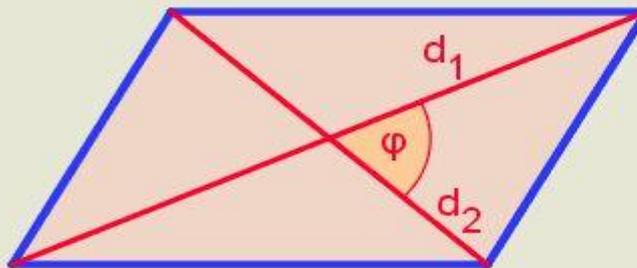
Площадь параллелограмма равна произведению стороны и опущенной на нее высоты:

$$S = ah_a = bh_b.$$



Площадь параллелограмма равна произведению прилежащих сторон на синус угла между ними:

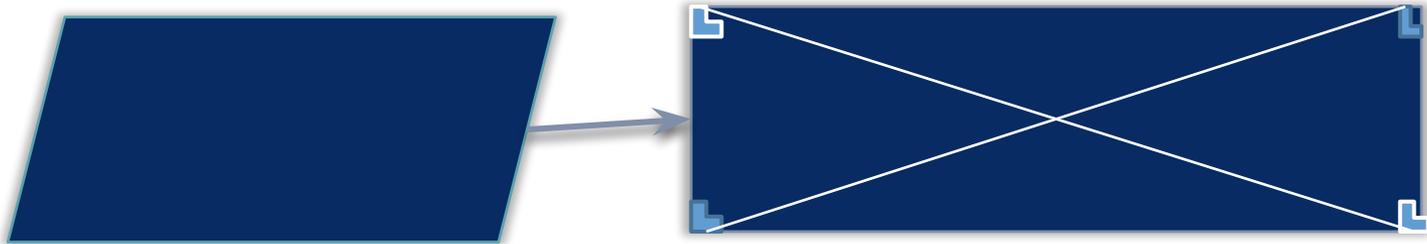
$$S = ab \sin \alpha.$$



Площадь параллелограмма равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними:

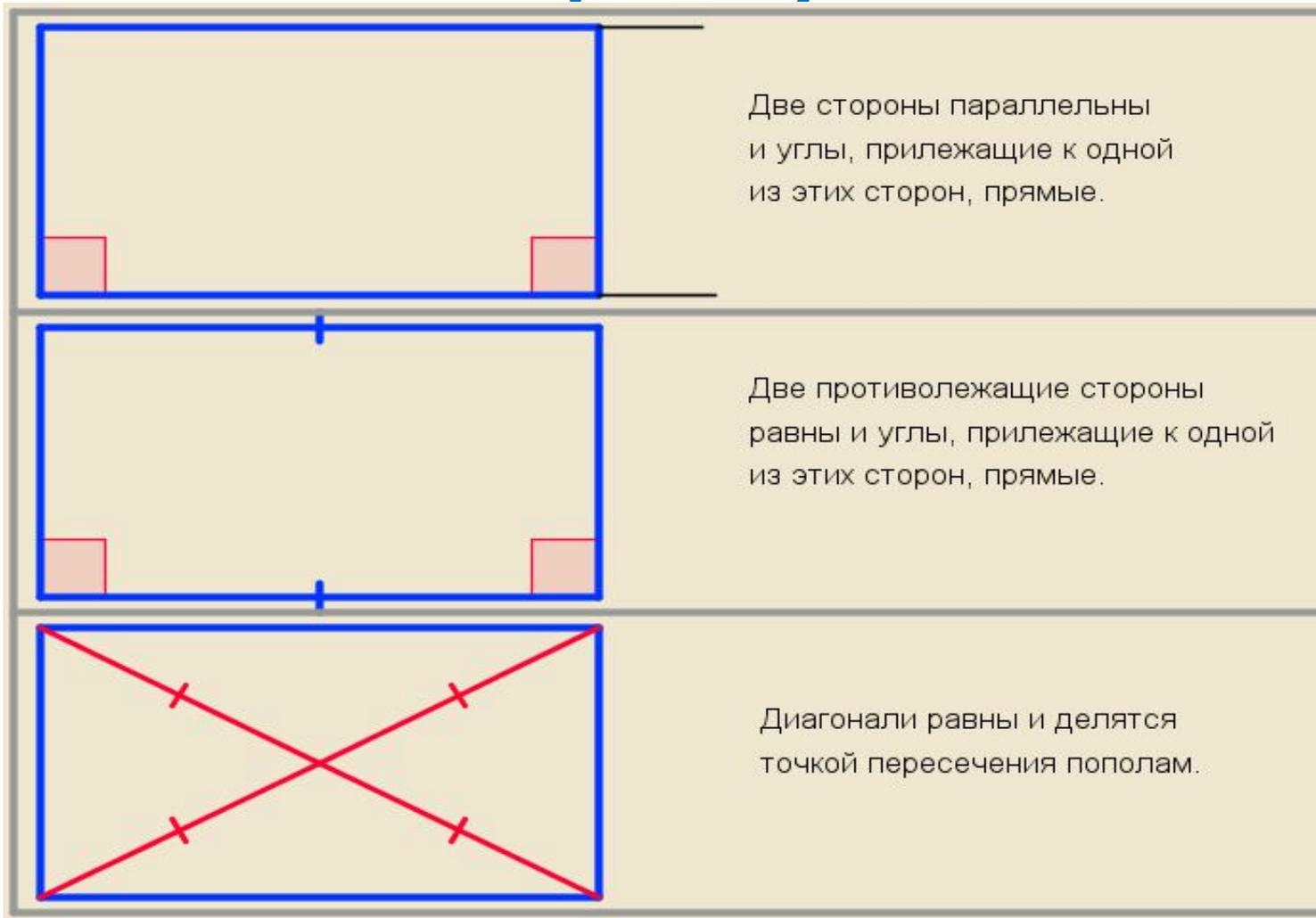
$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}.$$

# Прямоугольник



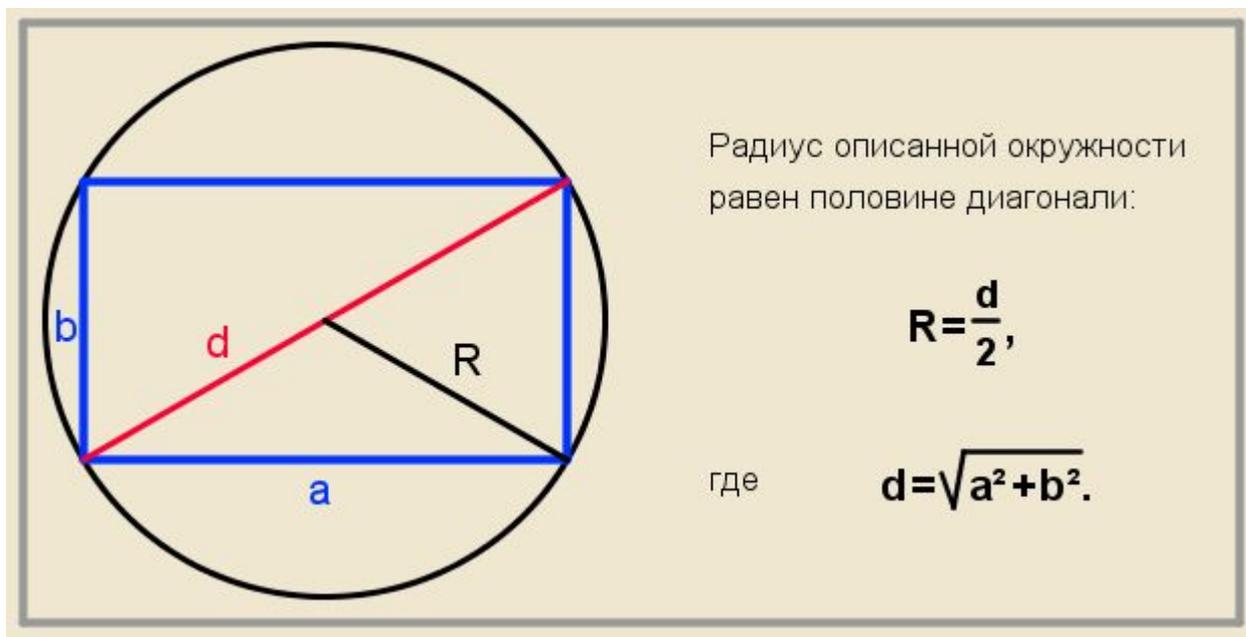
Прямоугольник — параллелограмм,  
у которого все углы прямые.

# Свойства прямоугольника

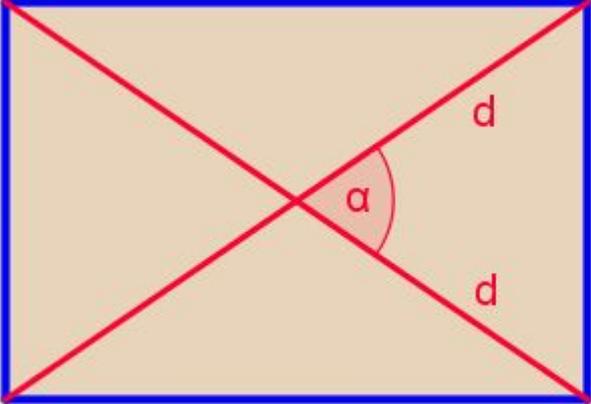


Замечание: Справедливы также обратные утверждения. Их называют **признаками** прямоугольника.

# Окружность, описанная около прямоугольника



# Площадь прямоугольника



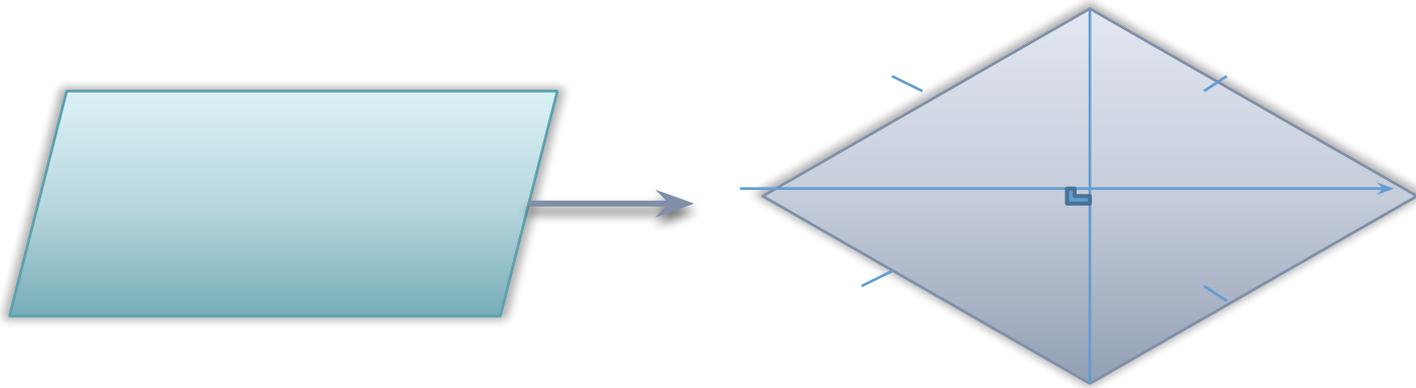
Площадь прямоугольника равна произведению сторон:

$$S=ab.$$

Площадь прямоугольника равна половине произведения квадратов дигоналей на синус угла между ними:

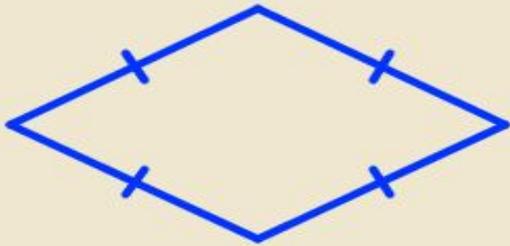
$$S=\frac{d^2\sin\alpha}{2}.$$

# Ромб

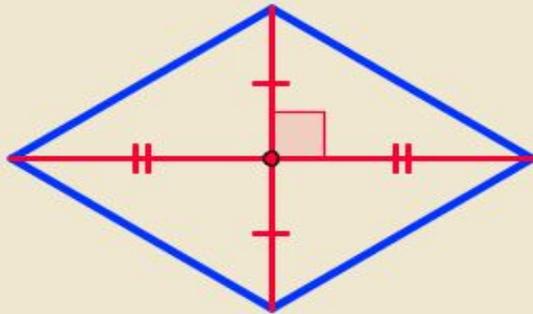


Ромб — параллелограмм,  
у которого все стороны равны.

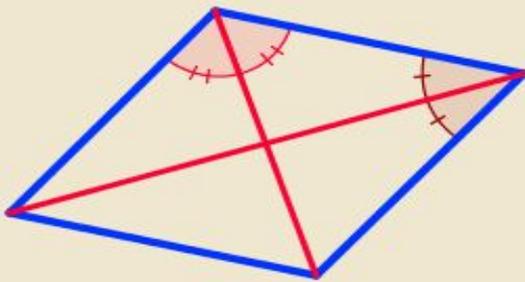
# Свойства ромба



Все стороны ромба равны.

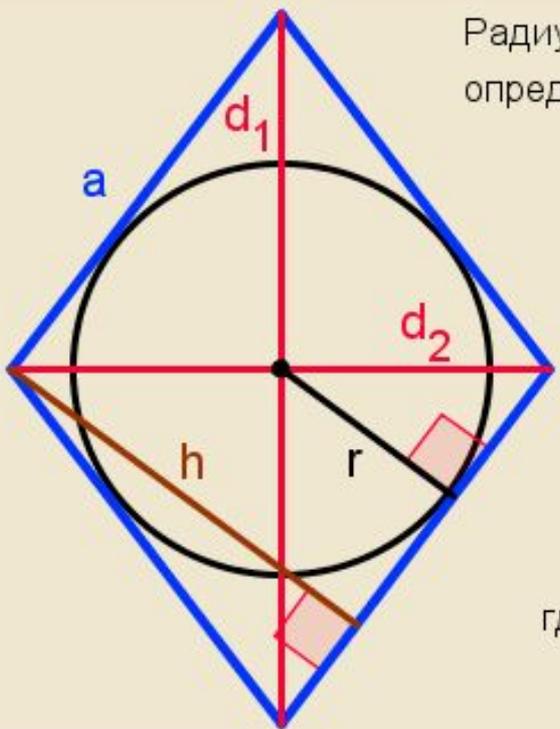


Диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.



Диагонали ромба являются биссектрисами внутренних углов.

# Окружность, вписанная в ромб



Радиус вписанной в ромб окружности определяется формулами:

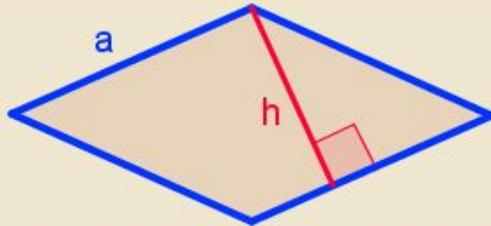
$$r = \frac{h}{2},$$

где  $h$  - высота ромба,

$$r = \frac{d_1 d_2}{4a},$$

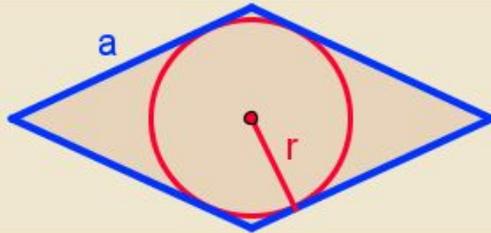
где  $d_1, d_2$  - диагонали ромба,  
 $a$  - сторона ромба.

# Площадь ромба



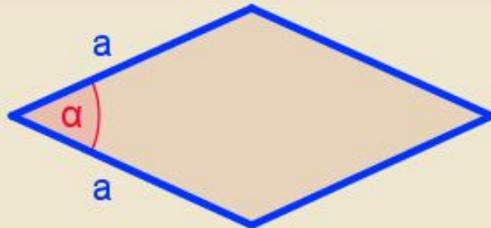
Площадь ромба равна произведению стороны на высоту:

$$S=ah.$$



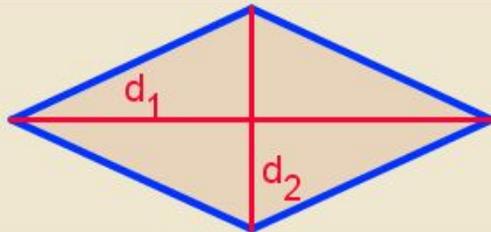
Площадь ромба равна удвоенному произведению стороны на радиус вписанной окружности:

$$S=2ar.$$



Площадь ромба равна произведению квадрата стороны на синус угла между сторонами:

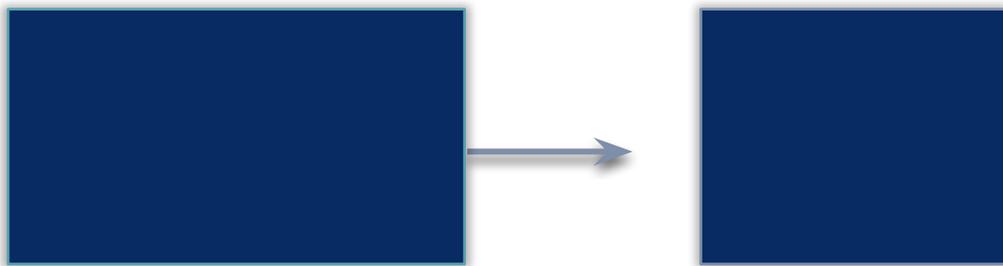
$$S=a^2\sin\alpha.$$



Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

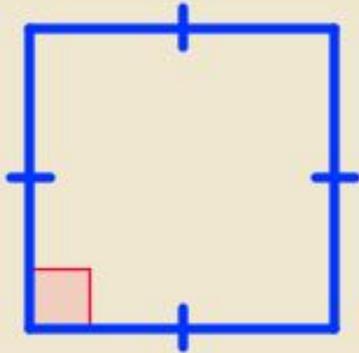
$$S=\frac{d_1 d_2}{2}.$$

# Квадрат

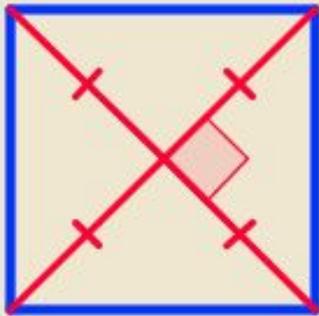


**Квадрат**— прямоугольник, у которого все стороны равны,

# Свойства квадрата

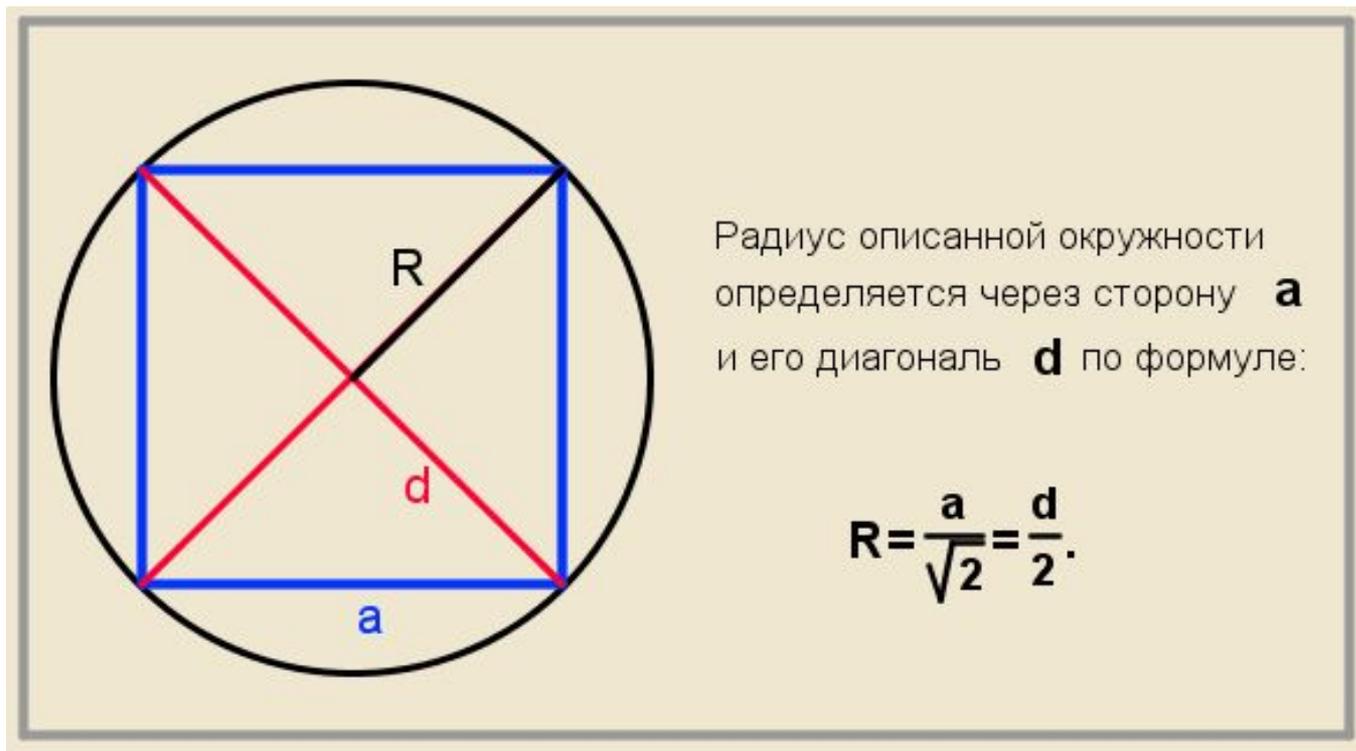


Все стороны равны и  
среди внутренних углов  
есть прямой угол.

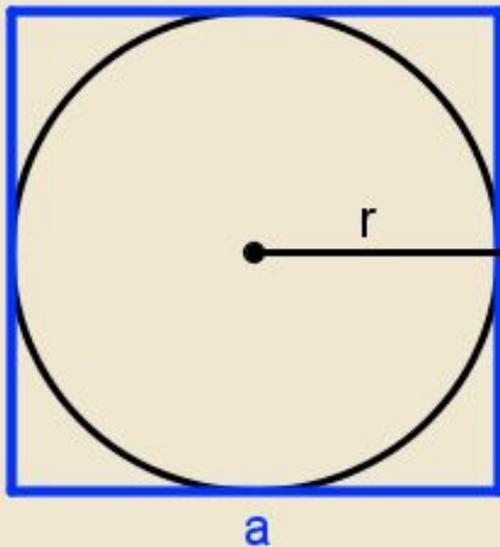


Диагонали равны, перпендикулярны  
и делятся точкой пересечения пополам.

# Окружность, описанная около квадрата



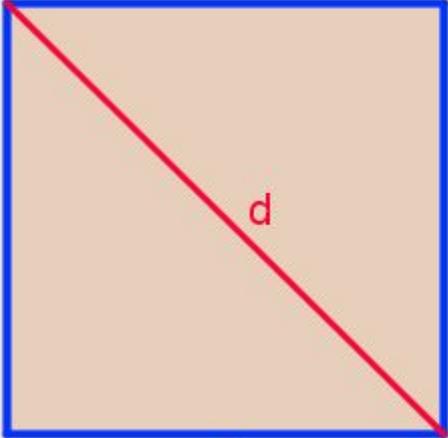
# Окружность, вписанная в квадрат



Радиус вписанной окружности равен половине стороны:

$$r = \frac{a}{2}.$$

# Площадь квадрата



The diagram shows a square with a light brown fill and a blue border. A red diagonal line runs from the top-left corner to the bottom-right corner. The bottom side of the square is labeled with the letter 'a' in blue. The diagonal is labeled with the letter 'd' in red.

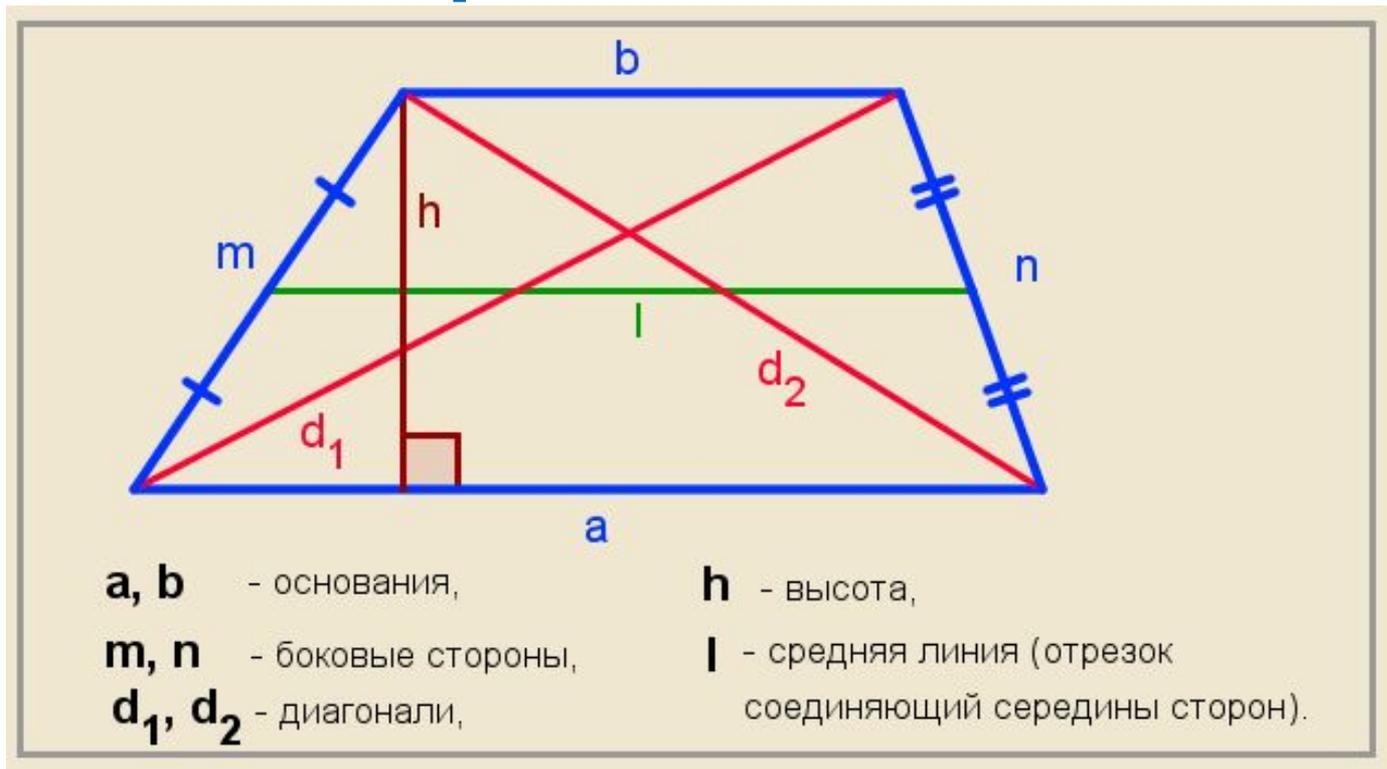
Площадь квадрата равна квадрату стороны:

$$S=a^2.$$

Площадь квадрата равна половине квадрата диагонали:

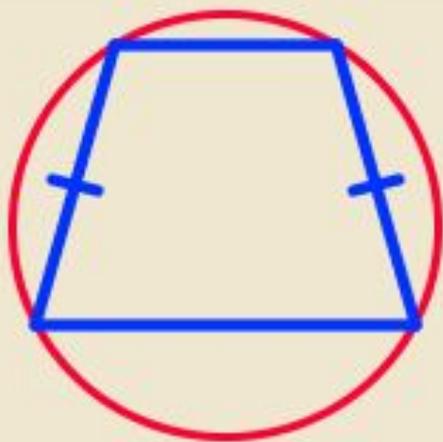
$$S=\frac{d^2}{2}.$$

# Трапеция



**Трапеция — четырехугольник, у которого ровно одна пара противоположащих сторон параллельна.**

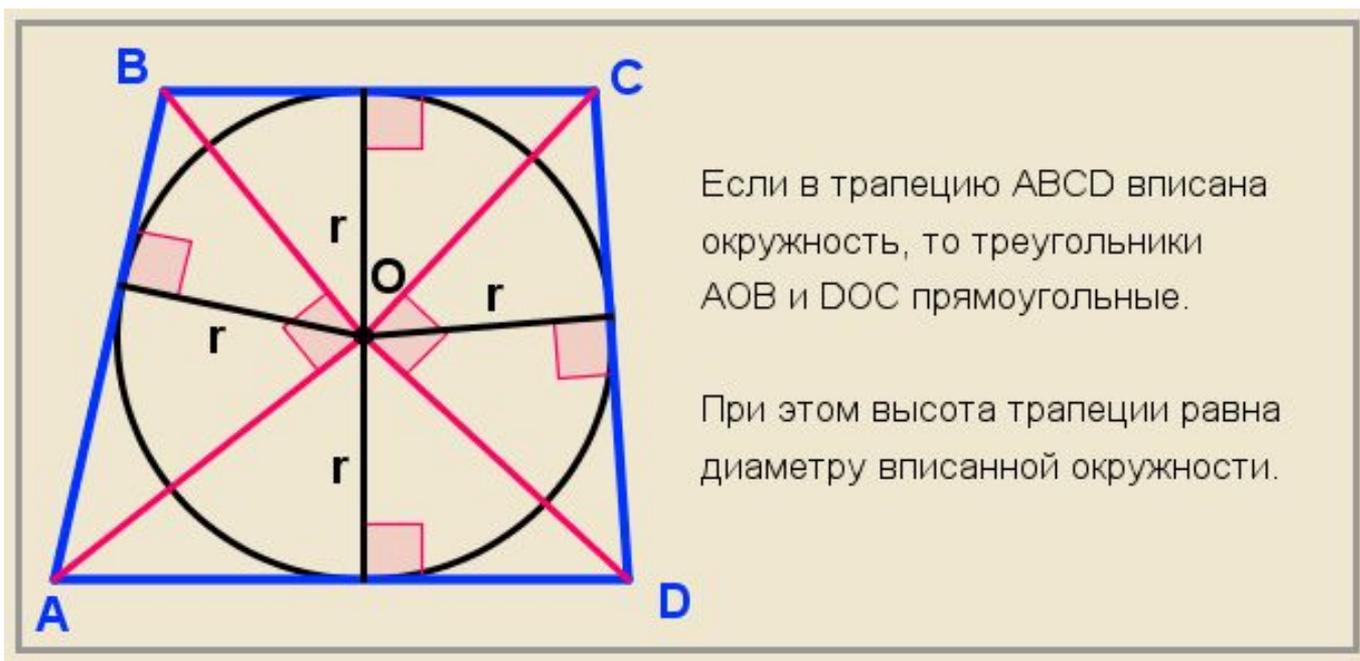
# Окружность, описанная около трапеции



Около любой равнобокой трапеции можно описать окружность.

Описать окружность можно только около равнобокой трапеции.

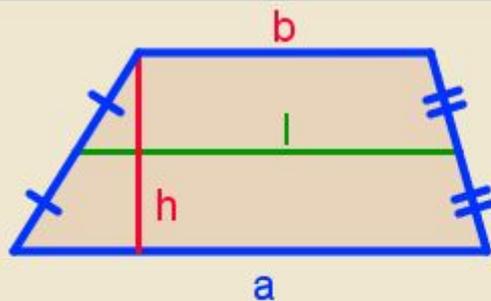
# Окружность, вписанная в трапецию



Если в трапецию  $ABCD$  вписана окружность, то треугольники  $AOB$  и  $DOC$  прямоугольные.

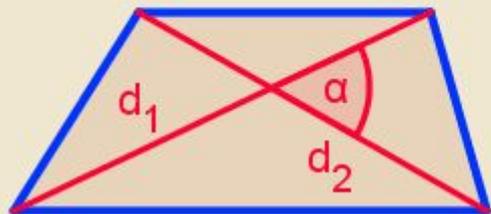
При этом высота трапеции равна диаметру вписанной окружности.

# Площадь трапеции



Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований (средней линии) на высоту:

$$S = \frac{a+b}{2}h = lh.$$



Площадь трапеции равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними:

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}.$$