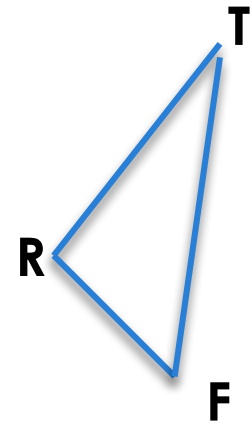
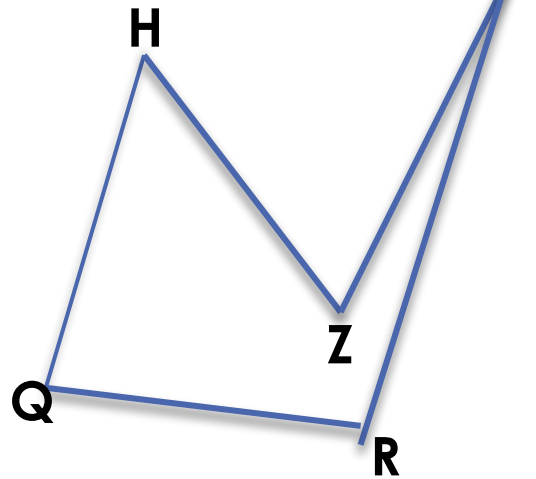
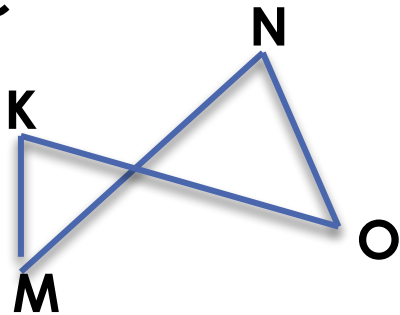
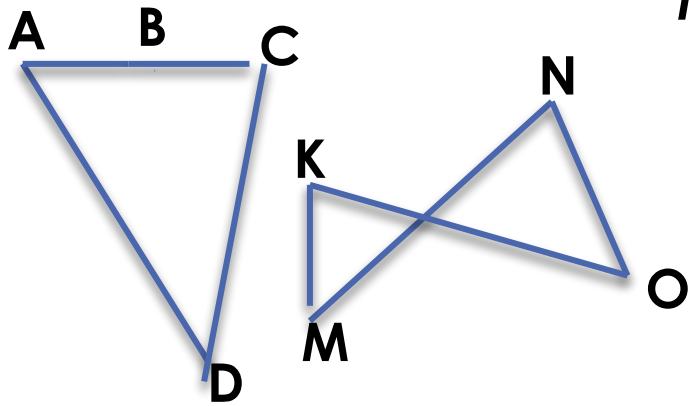
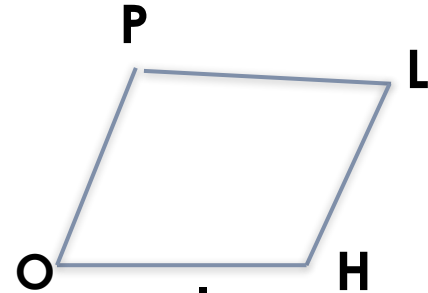
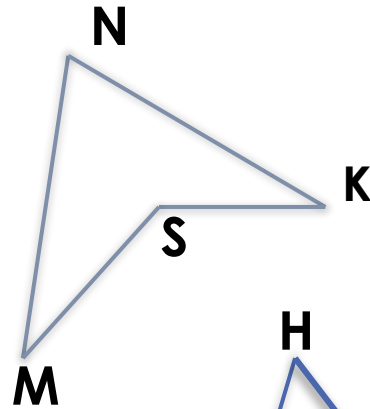
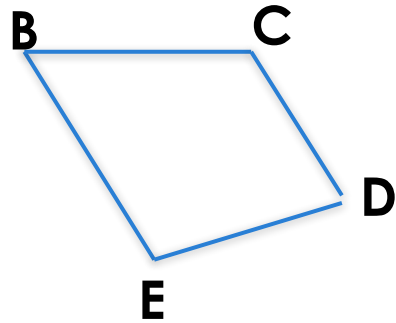


Четырехугольники

Пискунова И.В.
учитель математики ГБОУ лицея №299

Найди четырехугольники



Какая буква лишняя?

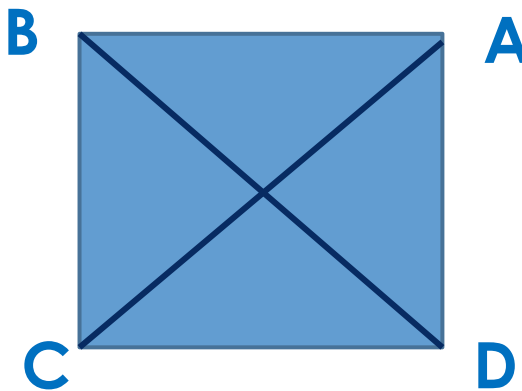
Четырехугольник



Фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков.

При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться.

Основные элементы четырехугольника



A, B, C, D - вершины четырехугольника

A и B - соседние вершины

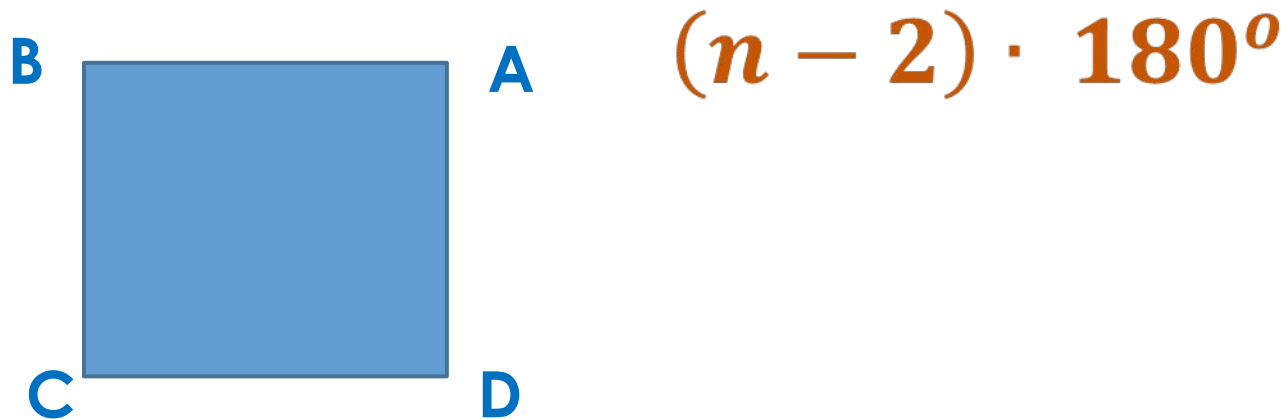
AD, BC, CD, BA – стороны многоугольника

AD и CD - смежные стороны многоугольника

AB и CD - несмежные стороны

AC, BD – диагонали многоугольника

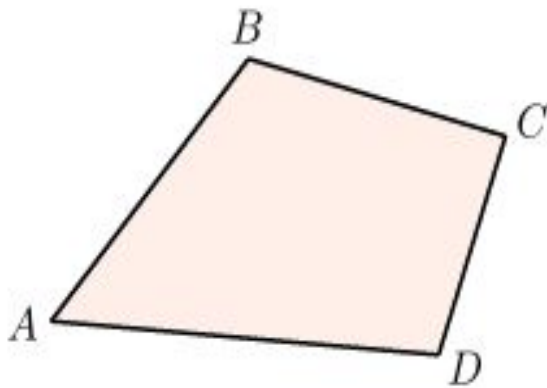
Сумма углов выпуклого многоугольника



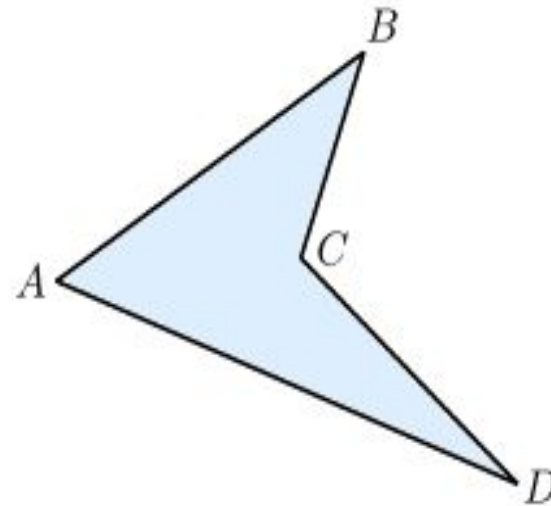
Сумма углов выпуклого четырёхугольника

$$(4 - 2) \cdot 180^{\circ} = 360^{\circ}$$

Выпуклость четырёхугольника

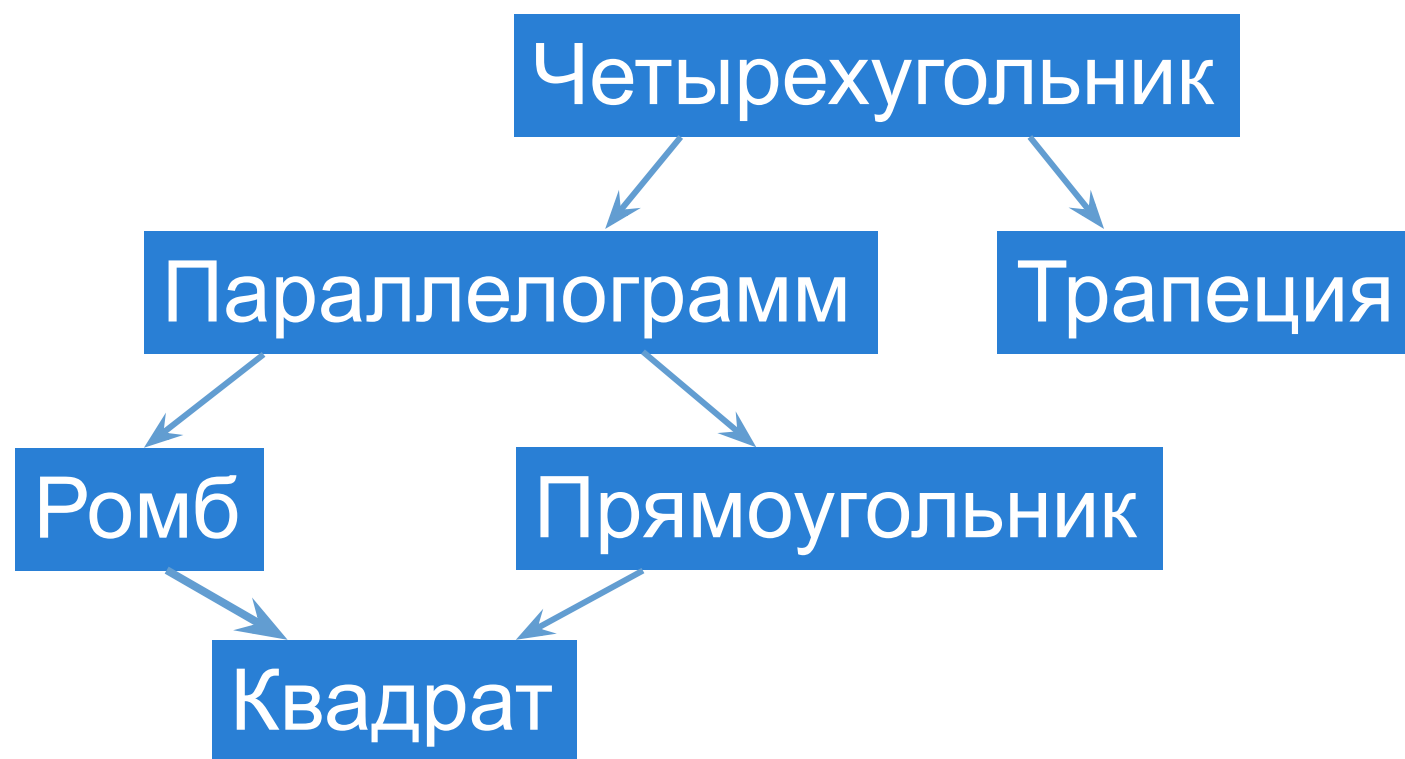


Выпуклый четырёхугольник

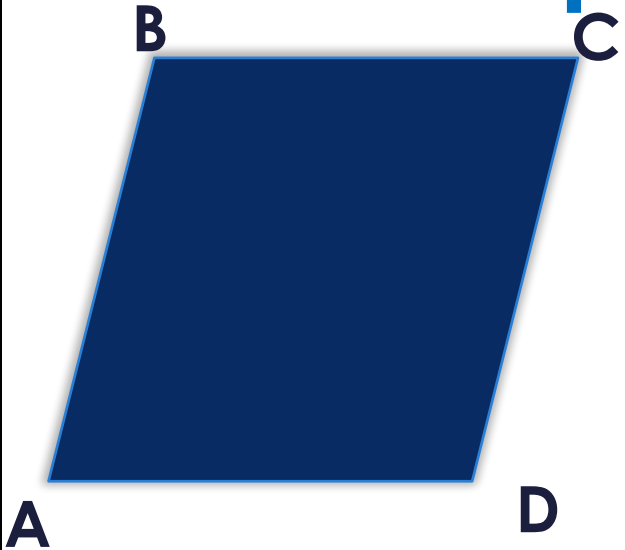


Невыпуклый четырёхугольник

Виды четырехугольников



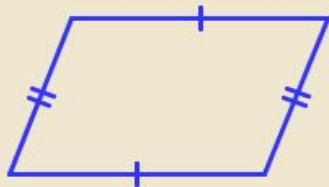
Параллелограмм



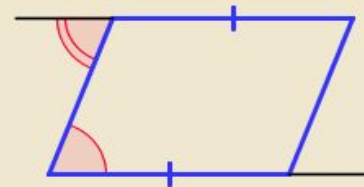
четыреугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства параллелограмма

Противоположные стороны попарно равны.



Противоположные стороны равны и параллельны.

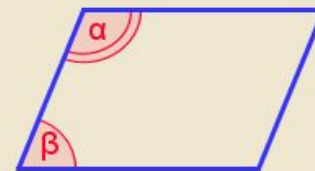


Противоположные углы попарно равны.

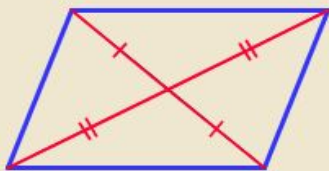


Сумма углов прилежащих к любой стороне равна 180° :

$$\alpha + \beta = 180^\circ.$$

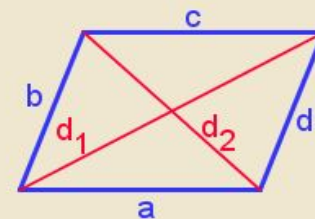


Диагонали делятся точкой пересечения пополам.



Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон:

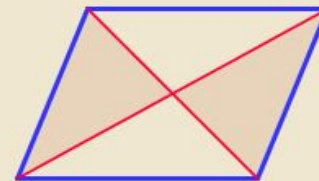
$$d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$



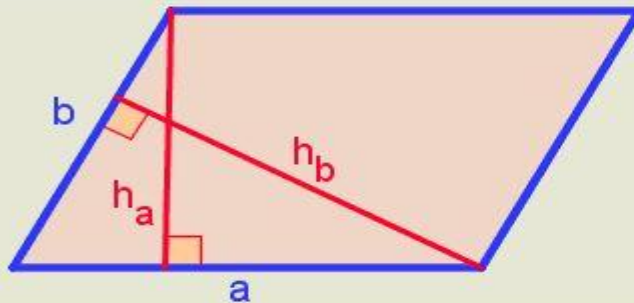
Каждая диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.



Обе диагонали делят параллелограмм на четыре равновеликих треугольника.

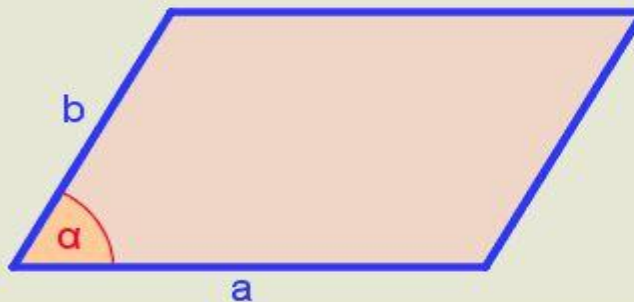


Площадь параллелограмма



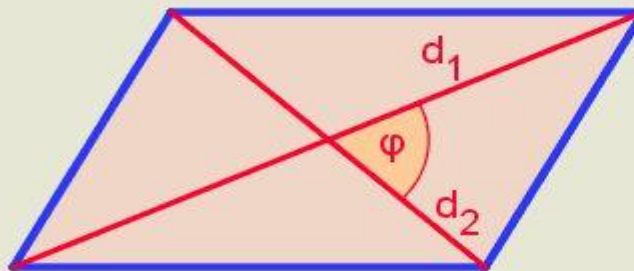
Площадь параллелограмма равна произведению стороны и опущенной на нее высоты:

$$S = ah_a = bh_b.$$



Площадь параллелограмма равна произведению прилежащих сторон на синус угла между ними:

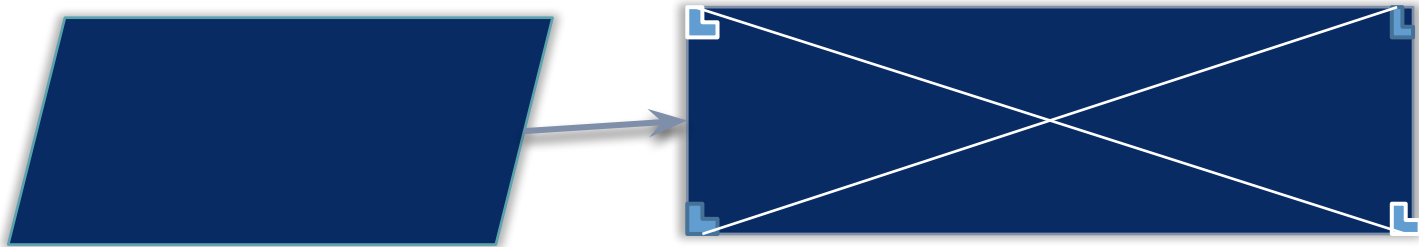
$$S = ab \sin \alpha.$$



Площадь параллелограмма равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними:

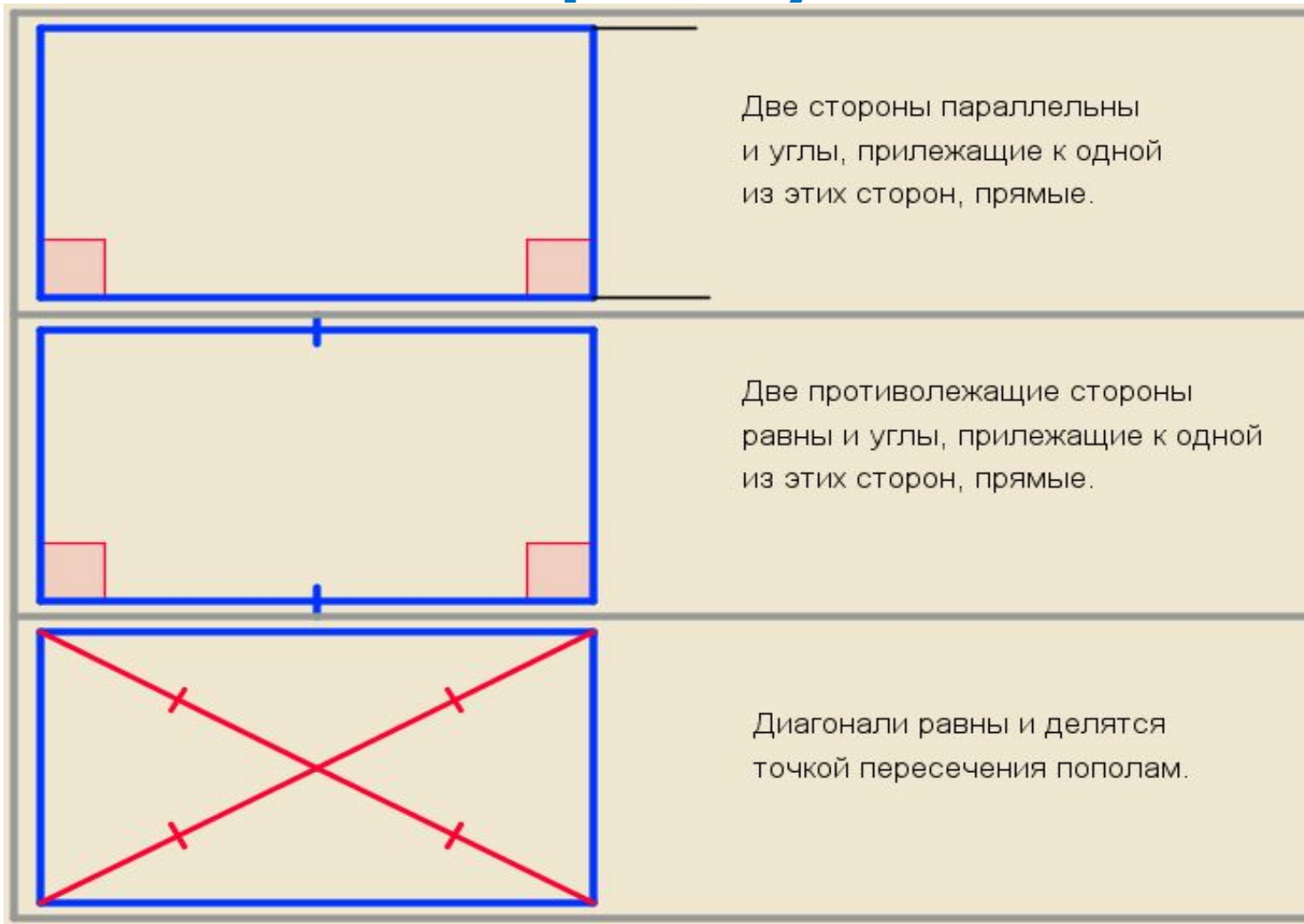
$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}.$$

Прямоугольник



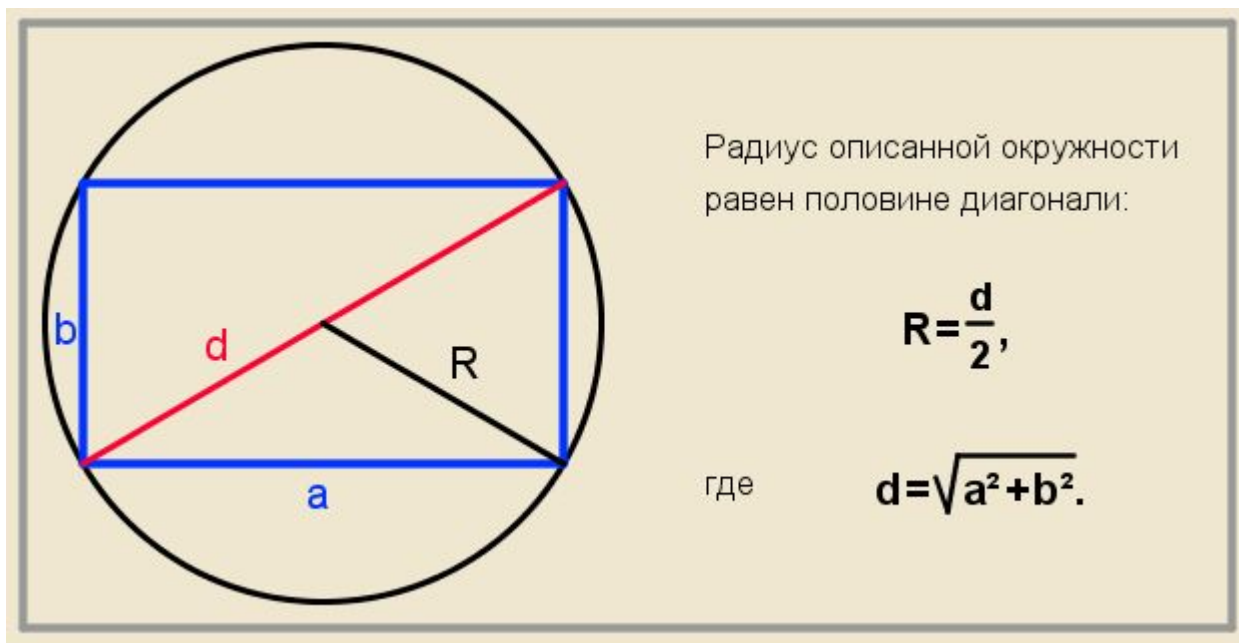
Прямоугольник — параллелограмм,
у которого все углы прямые.

Свойства прямоугольника

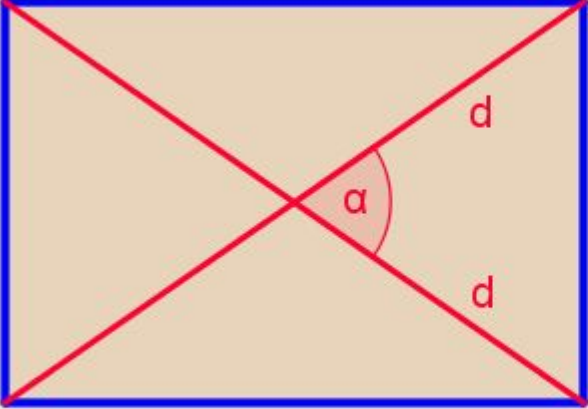


Замечание: Справедливы также обратные утверждения. Их называют **признаками** прямоугольника.

Окружность, описанная около прямоугольника



Площадь прямоугольника



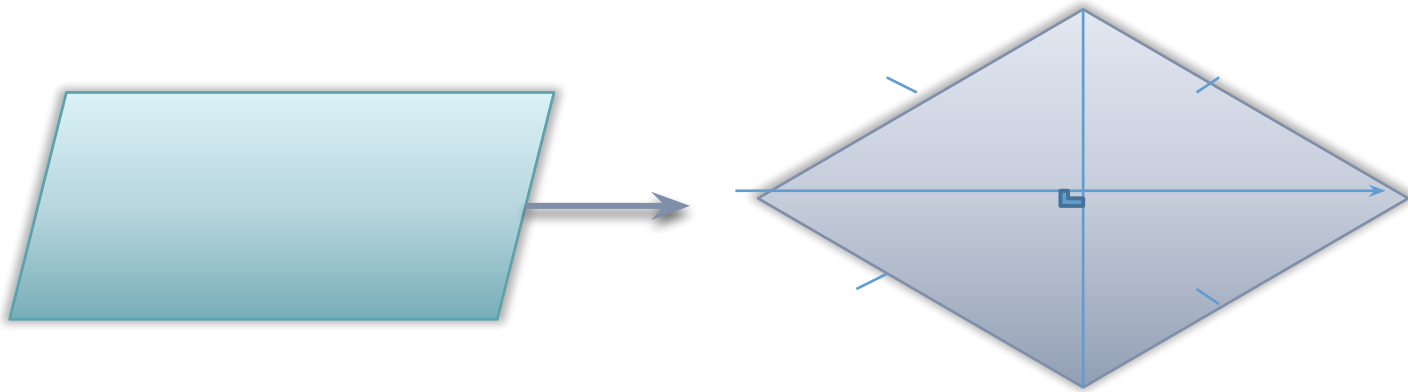
Площадь прямоугольника равна произведению сторон:

$$S=ab.$$

Площадь прямоугольника равна половине произведения квадратов диагоналей на синус угла между ними:

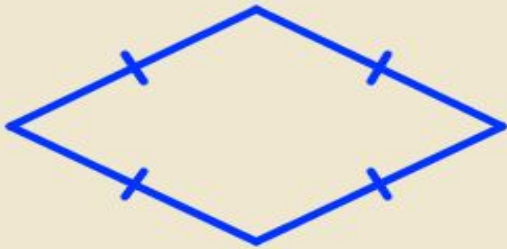
$$S=\frac{d^2 \sin \alpha}{2}.$$

Ромб

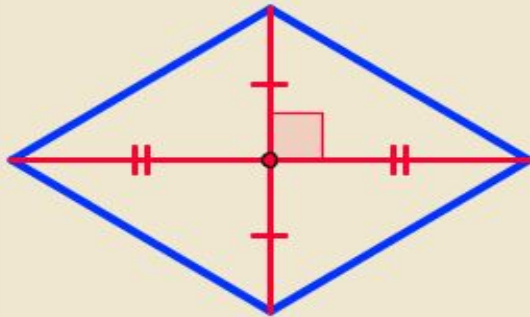


Ромб — параллелограмм,
у которого все стороны равны.

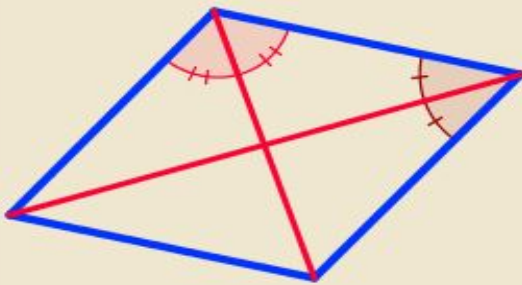
Свойства ромба



Все стороны ромба равны.

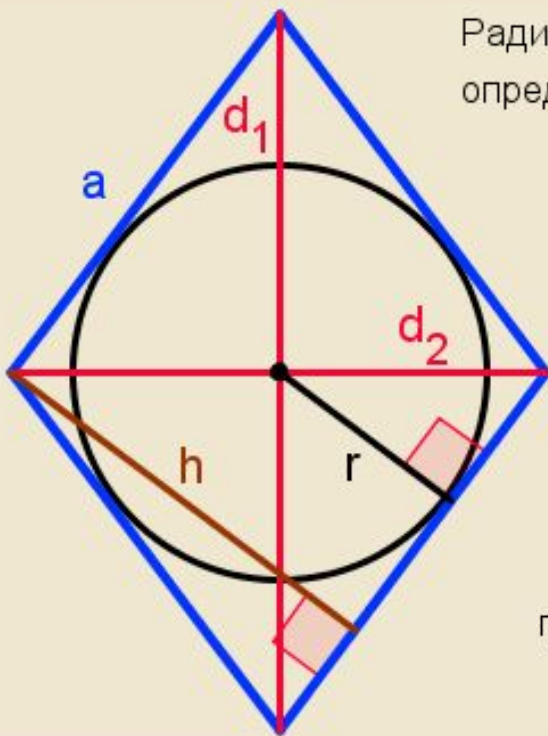


Диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.



Диагонали ромба являются биссектрисами внутренних углов.

Окружность, вписанная в ромб



Радиус вписанной в ромб окружности определяется формулами:

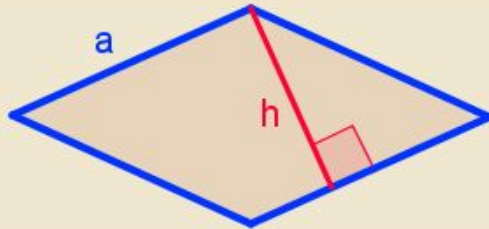
$$r = \frac{h}{2},$$

где h - высота ромба,

$$r = \frac{d_1 d_2}{4a},$$

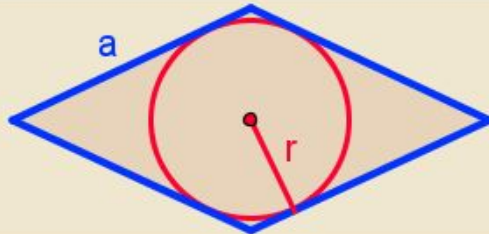
где d_1, d_2 - диагонали ромба,
 a - сторона ромба.

Площадь ромба



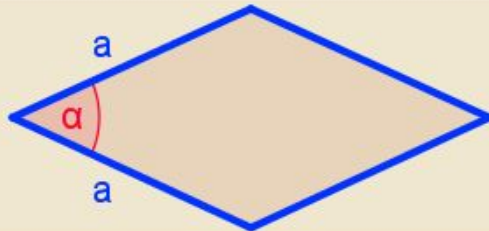
Площадь ромба равна произведению стороны на высоту:

$$S=ah.$$



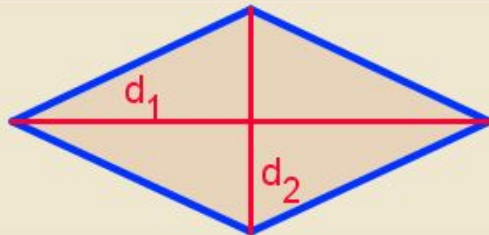
Площадь ромба равна удвоенному произведению стороны на радиус вписанной окружности:

$$S=2ar.$$



Площадь ромба равна произведению квадрата стороны на синус угла между сторонами:

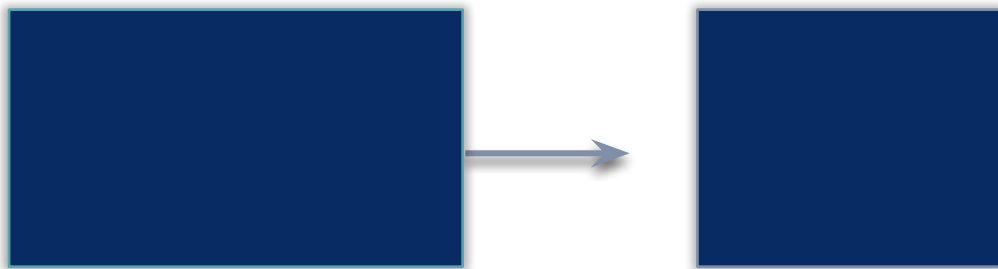
$$S=a^2\sin\alpha.$$



Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

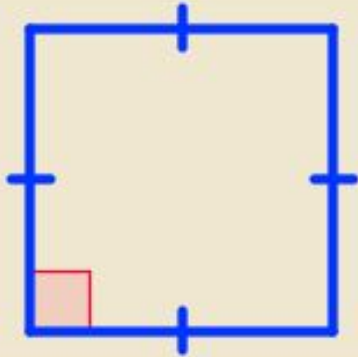
$$S=\frac{d_1 d_2}{2}.$$

Квадрат

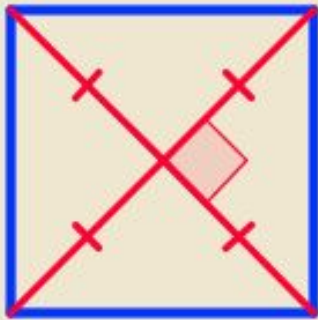


Квадрат— прямоугольник, у которого все стороны равны,

Свойства квадрата

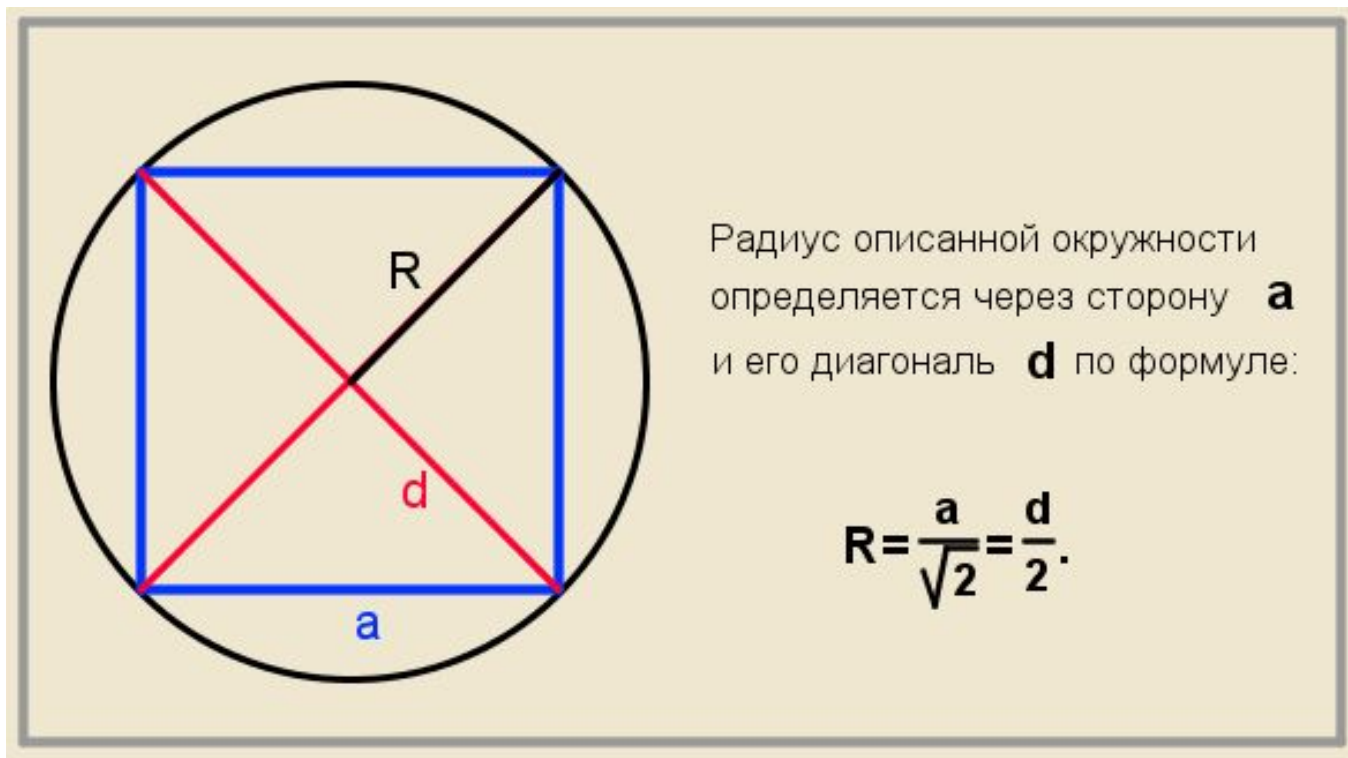


Все стороны равны и
среди внутренних углов
есть прямой угол.



Диагонали равны, перпендикулярны
и делятся точкой пересечения пополам.

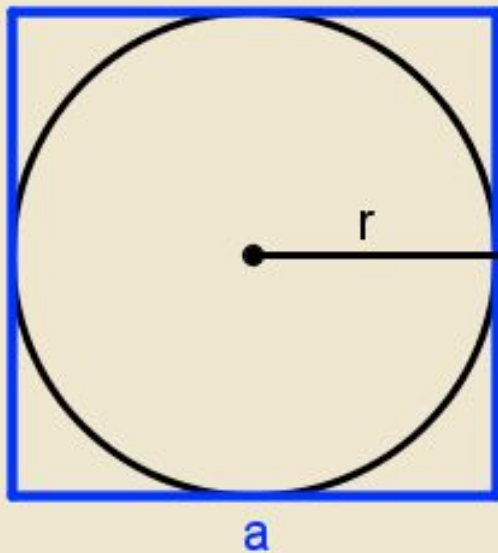
Окружность, описанная около квадрата



Радиус описанной окружности определяется через сторону a и его диагональ d по формуле:

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{d}{2}.$$

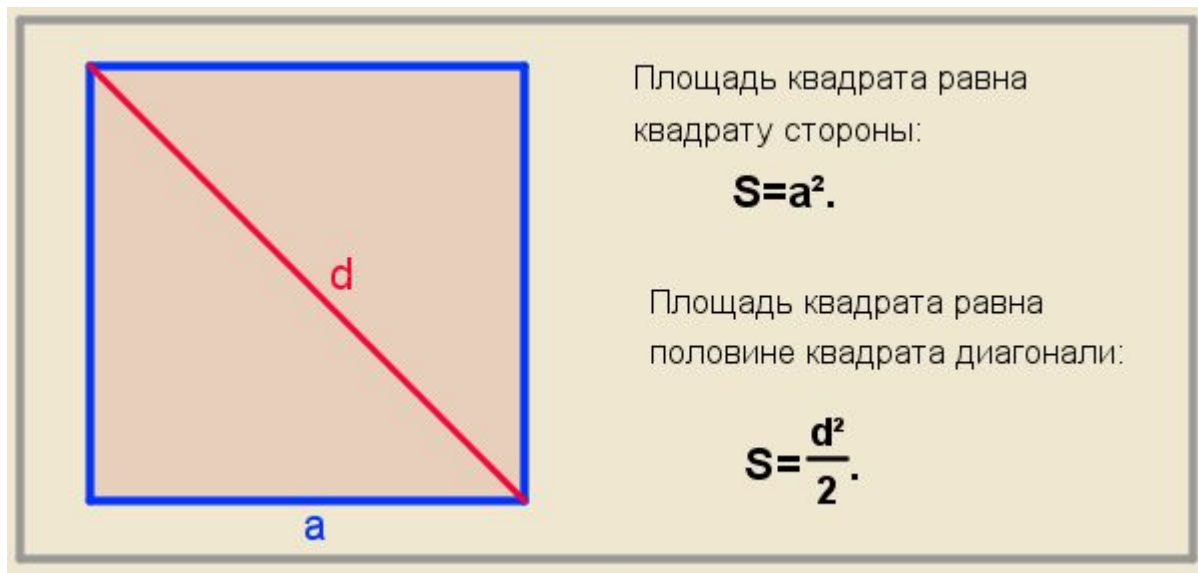
Окружность, вписанная в квадрат



Радиус вписанной окружности равен половине стороны:

$$r = \frac{a}{2}.$$

Площадь квадрата



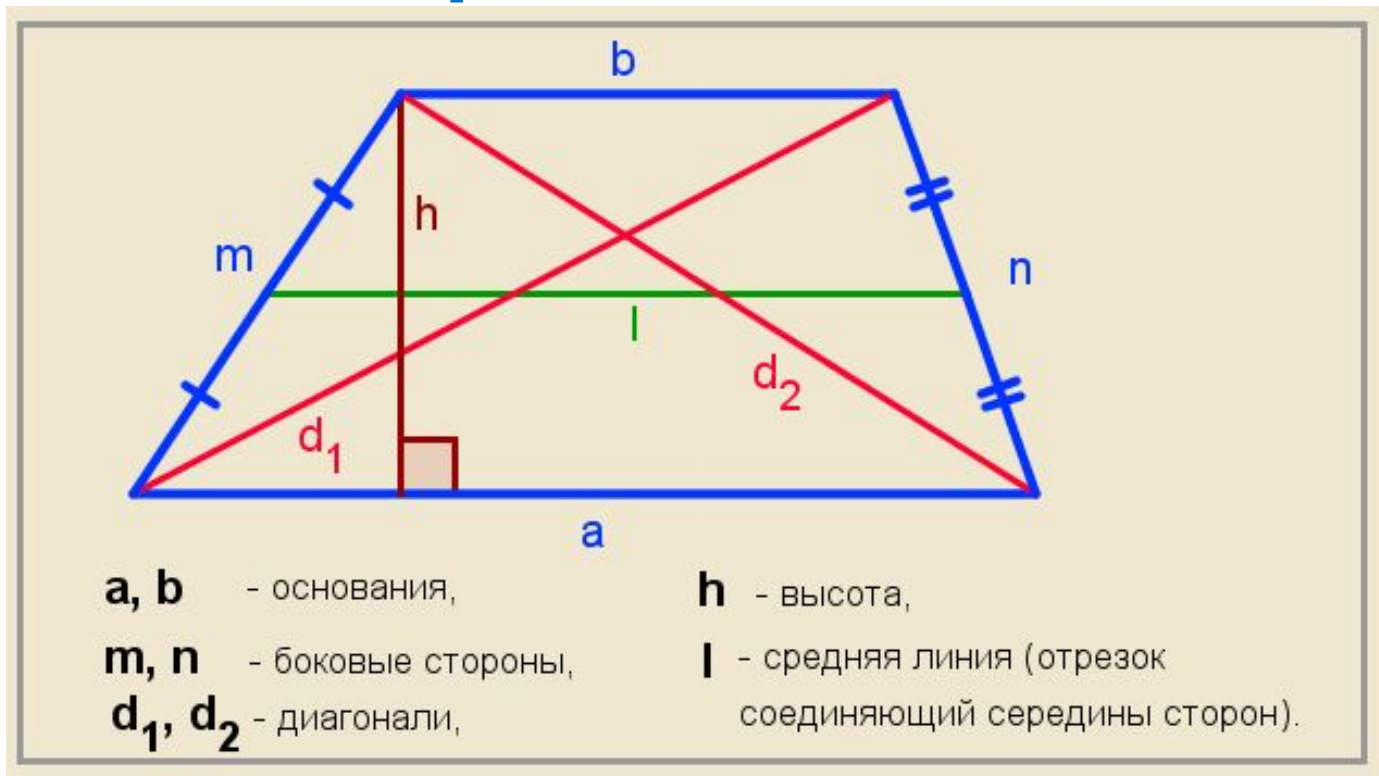
Площадь квадрата равна квадрату стороны:

$$S=a^2.$$

Площадь квадрата равна половине квадрата диагонали:

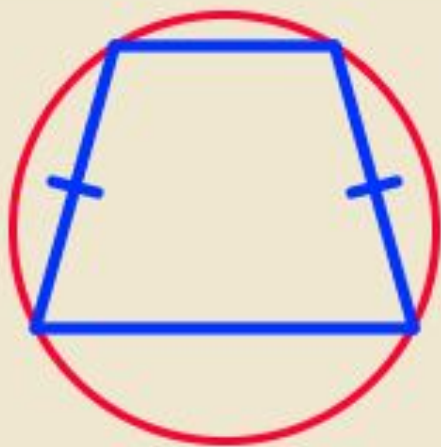
$$S=\frac{d^2}{2}.$$

Трапеция



Трапеция — четырехугольник, у которого ровно одна пара противоположащих сторон параллельна.

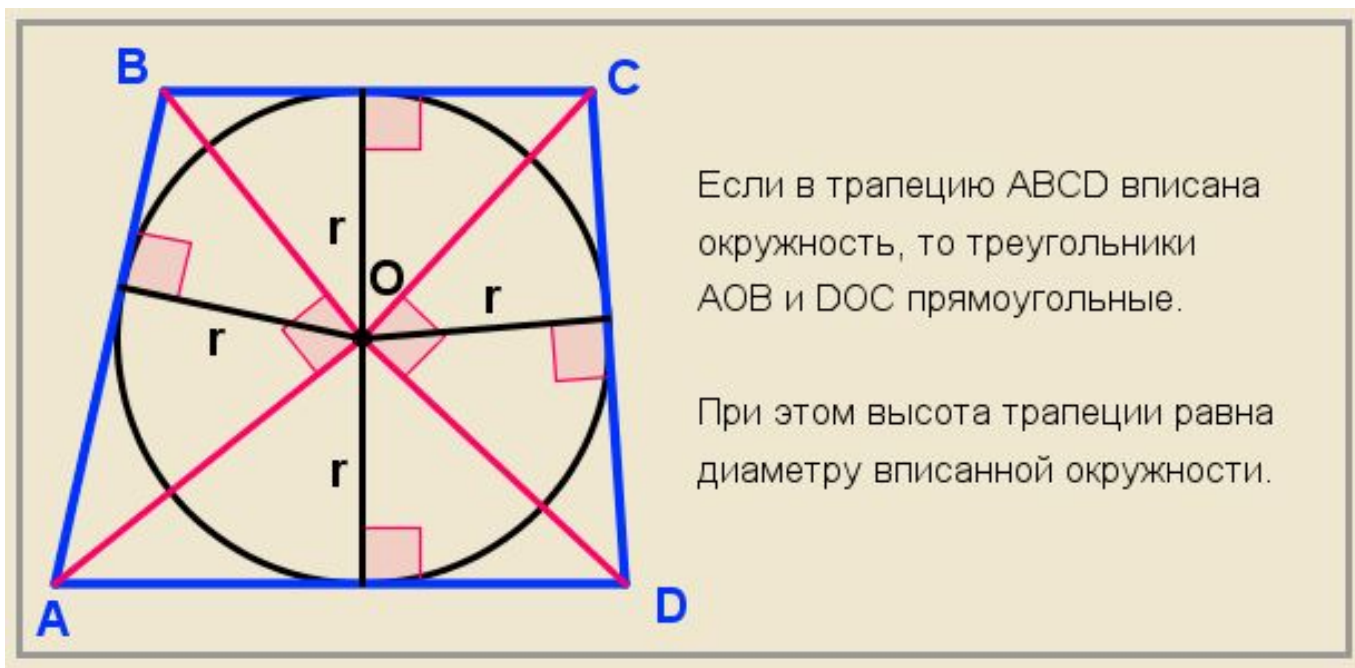
Окружность, описанная около трапеции



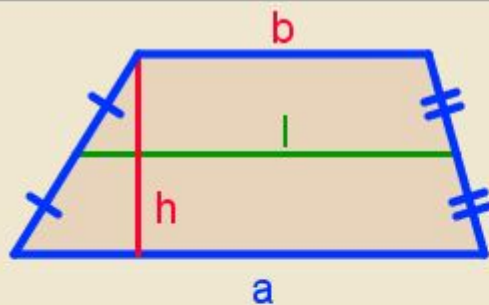
Около любой равнобокой трапеции можно описать окружность.

Описать окружность можно только около равнобокой трапеции.

Окружность, вписанная в трапецию

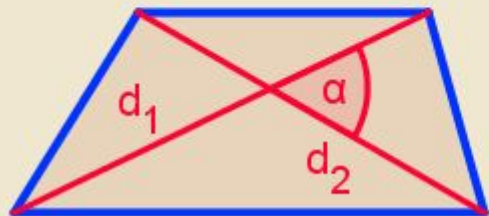


Площадь трапеции



Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований (средней линии) на высоту:

$$S = \frac{a+b}{2}h = lh.$$



Площадь трапеции равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними:

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}.$$