# Теорема Пифагора

*«Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них – это теорема Пифагора»*

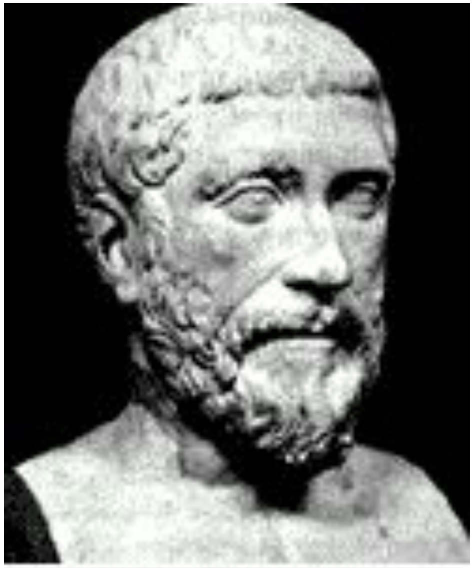
Иоганн Кеплер

# Теорема Пифагора

***Пифагор - дре***

о. Имброс
г. Олимп
Троя
о. Лемнос
Эпир
Додона
Фессалия
Иолк
о. Лесбос
Эгейское море
о. Скирос
Этолия
о. Итака
Охромен
Беотия
Гле
о. Хиос
Капидон
о. Евбея
Фивы
Тэйхос
Ахайя
Сикион
Мегара
Марафон
Колофон
Элида
Аттика
о. Андрос
о. Закинф
Коринф
2
Афины
о. Самос
Аркадия
Аргос
Агия Ирини
Микены
Олимпия
Тиринф
Троидзэн
1
Спарта
Халандриане
Милет
о. Накос
Мессения
Лаконика
Пилос
Филакопи
о. Аморгос
о. Кос
о. Медос
Ионическое море
о. Кифера
Акротири
о. Родос
Кастры
Критское море
N
Кидония
Кнос
Малия
о. Карпафос
о. Крит
Фест
Закро
50 0 50 Kilometers

# Историческая справка о Пифагоре

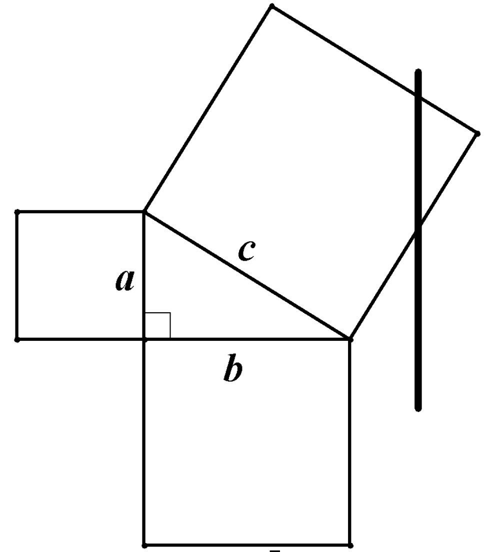


- Пифагор Самосский.(PYTHAGORAS OF SAMOS)
- Родился: около 569 г. до н.э. на острове Самос в Ионическом море. Умер: около 475 г. до РХ.
- Пифагор был:

  1. известным кулачным бойцом Олимпийских игр.
  2. ведущим духовным, церковным и научным идеологом своего государства.
- В молодости для изучения наук жрецов путешествовал по Египту, жил также в Вавилоне, где имел возможность в течение 12 лет изучать астрологию и астрономию у халдейских Жрецов. После Вавилона, побыв некоторое время в своём отечестве, переселился в Южную Италию, потом в Сицилию и организовал там пифагорейскую школу, которая внесла ценный вклад в развитие математики и астрономии.

**Современная формулировка теоремы Пифагора**

$c^2$

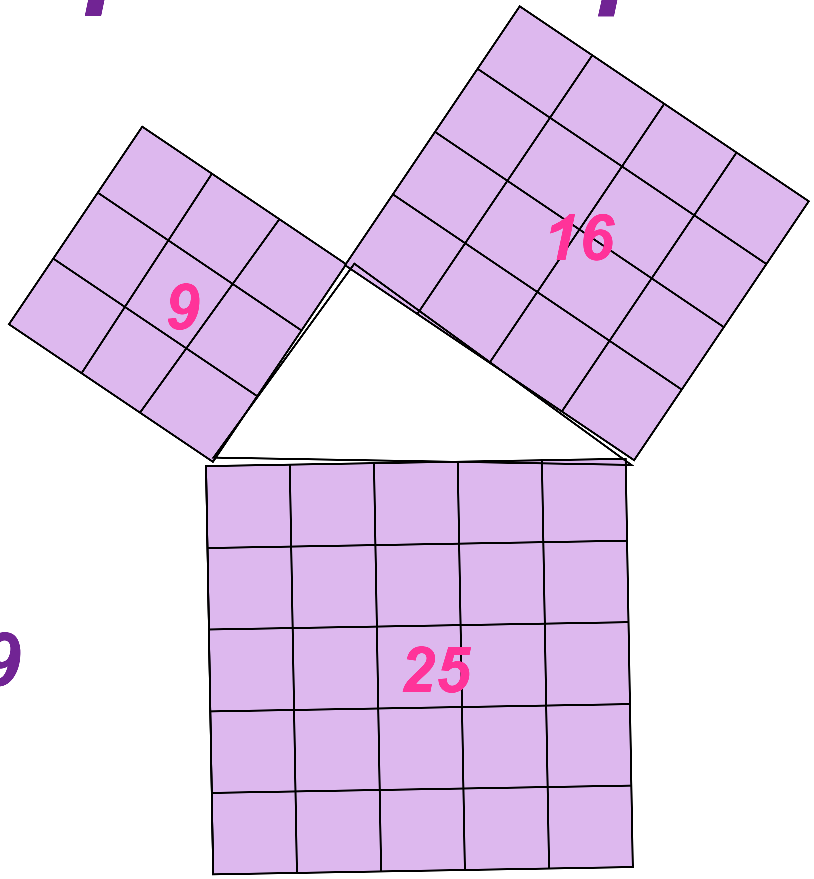



«В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов __катетов__».

**Во времена Пифагора формулировка теоремы звучала так:**

«Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на __катетах__».

# Теорема Пифагора



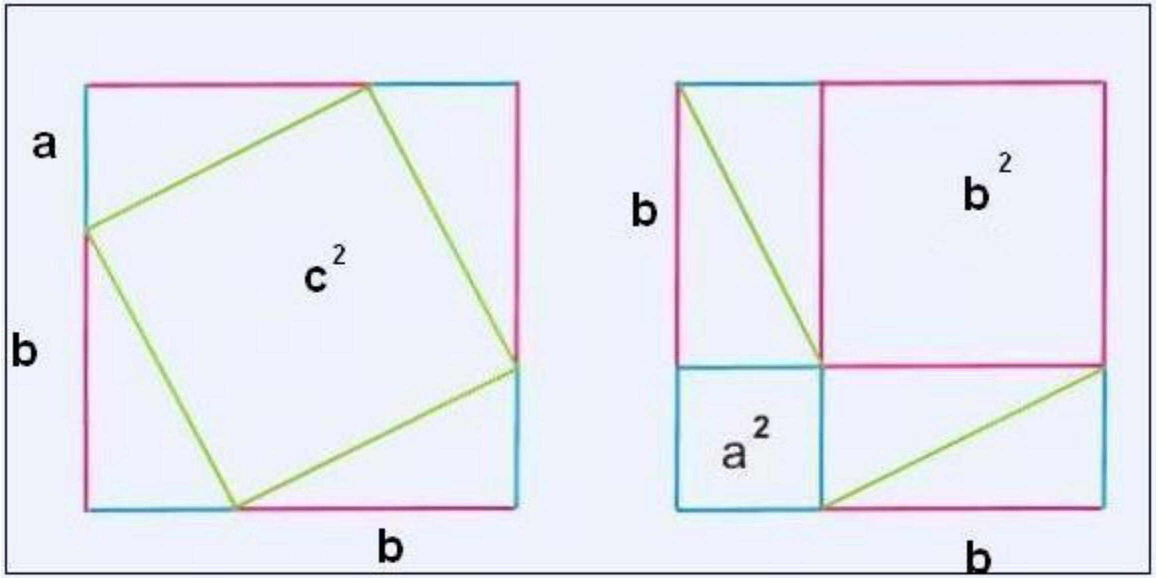

25=16+9

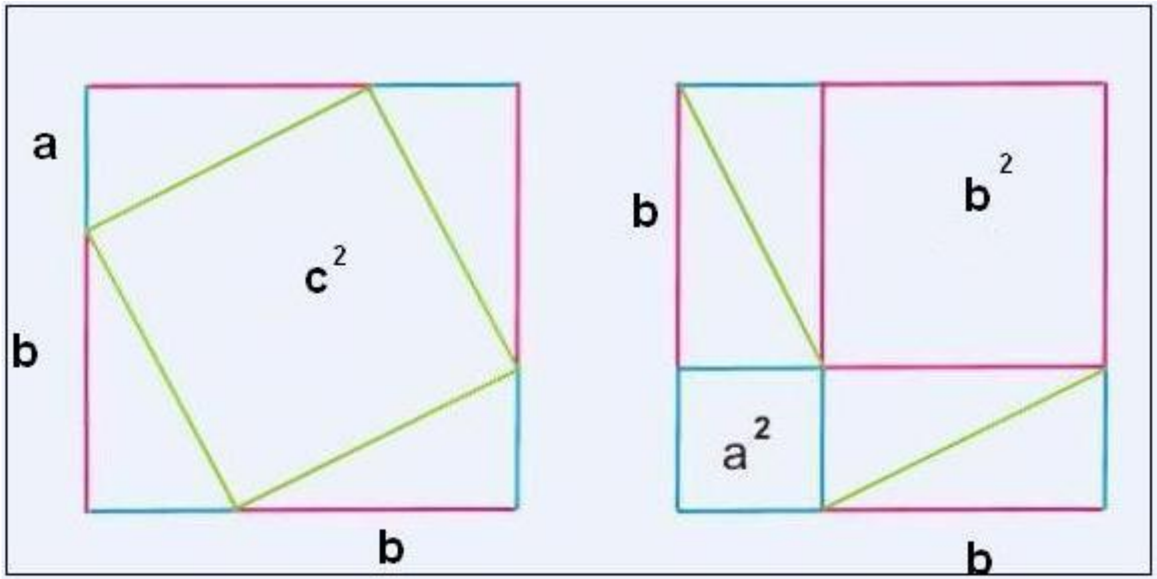
$5^2 = 4^2 + 3^2$

***Площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.***

# Самое простое доказательство

Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке.
Сторона квадрата равна **a + b**.



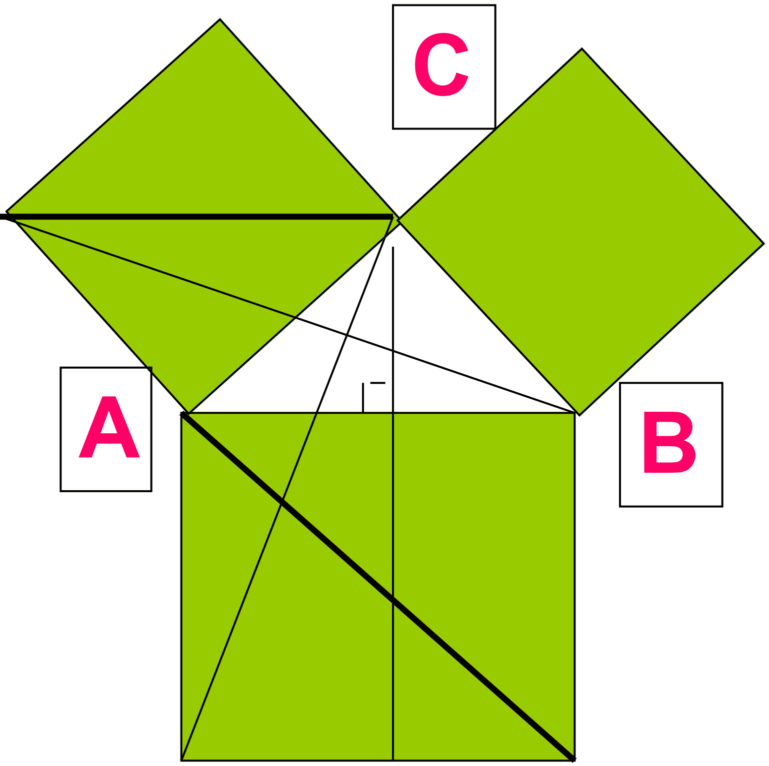



В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной c и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b.

В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами a и b и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b.

**Таким образом, получаем, что площадь квадрата со стороной b равна сумме площадей квадратов со сторонами a и b.**

# Пифагоровы штаны

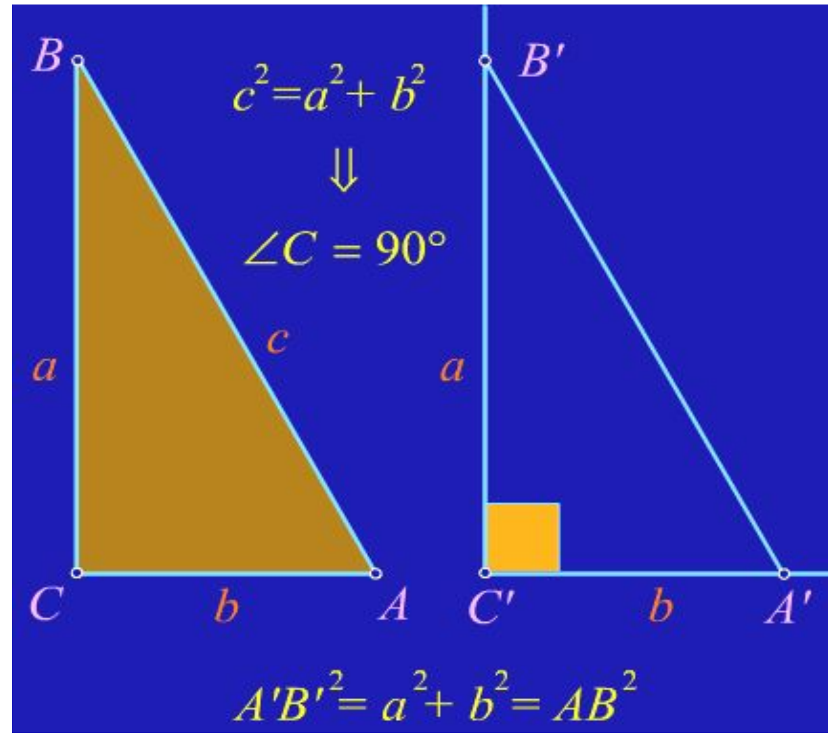



**«Пифагоровы штаны во все стороны равны…»,** -так поется в одной шутливой песенке. Эти «**штаны**» показаны на рисунке, где на каждой стороне прямоугольного треугольника АВС во внешнюю сторону построены квадраты. А сам рисунок появился в знаменитой первой книге трактата Евклида «Начала»и был положен ее автором в основу доказательства теоремы Пифагора.

В англоязычных странах ее называют **ветряной мельницей, павлиньим хвостом и креслом невесты**.

# Обратная теореме Пифагора

Если квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный



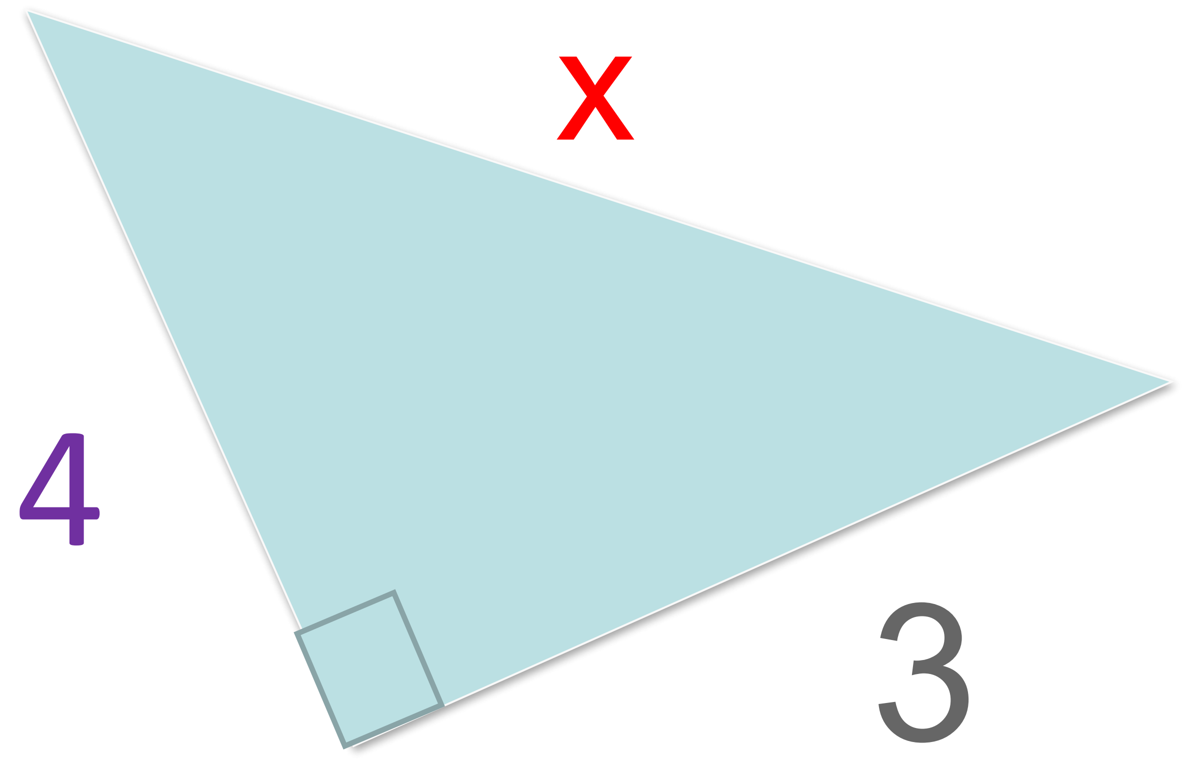
# Пифагоровы тройки

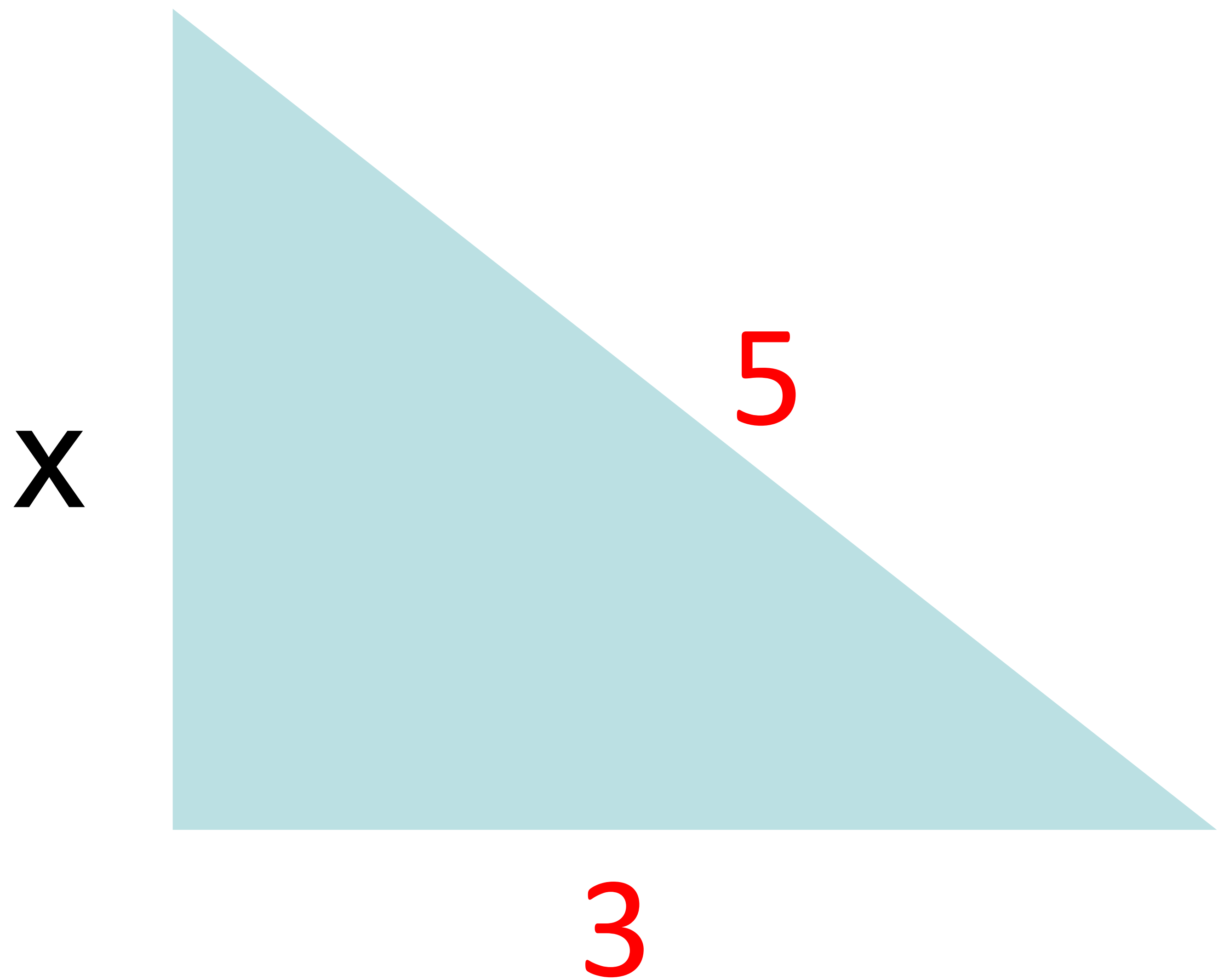
## Эти тройки можно найти по формулам: $b=(a^2-1)/2$, $c=(a^2+1)/2$.

| a | 3 | 5 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 39 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | 4 | 12 | 8 | 24 | 40 | 60 | 84 | 112 | 144 | 180 | 20 | 80 |
| c | 5 | 13 | 10 | 25 | 41 | 61 | 85 | 113 | 145 | 181 | 29 | 89 |

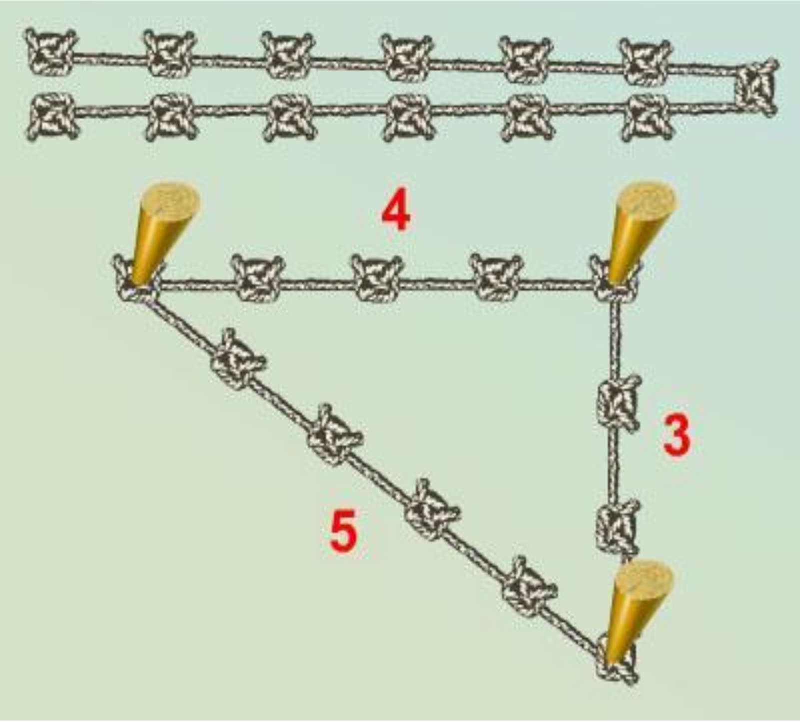
**Пифагоровы числа обладают рядом интересных особенностей, которые мы перечислим без доказательств:**

- **Один из «катетов» должен быть кратным трём.**
- **Один из «катетов» должен быть кратным четырём.**
- **Одно из пифагоровых чисел должно быть кратно пяти.**

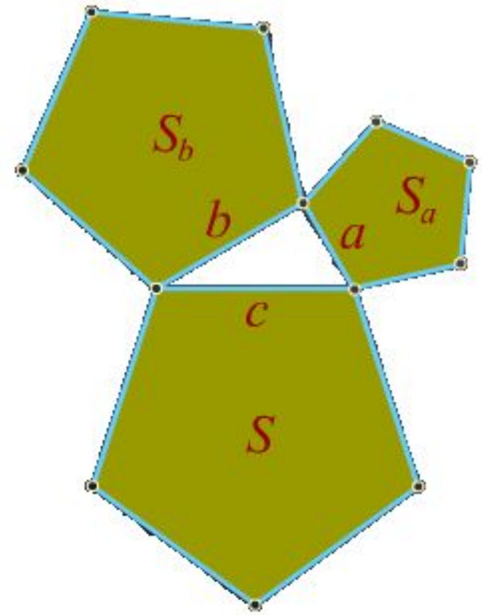

x
4
3

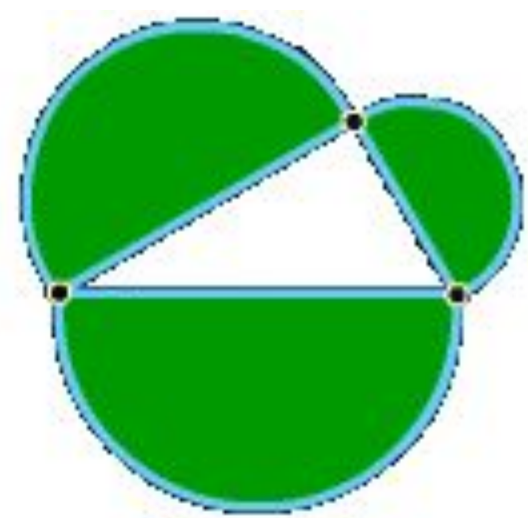

5
x
3

Землемеры и строители Древнего Египта размечали прямые углы с помощью веревки, разделенной узлами на 12 равных кусков.

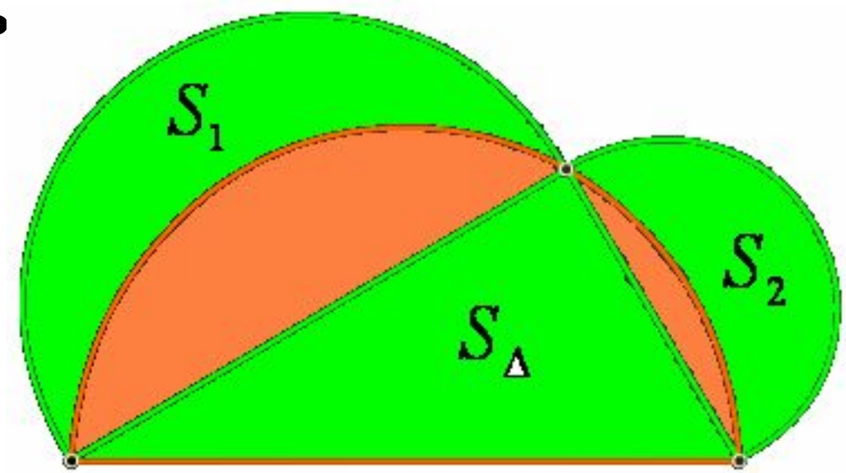


Теорема не теряет смысла, если квадраты заменить любыми другими правильными многоугольниками или полукругами.



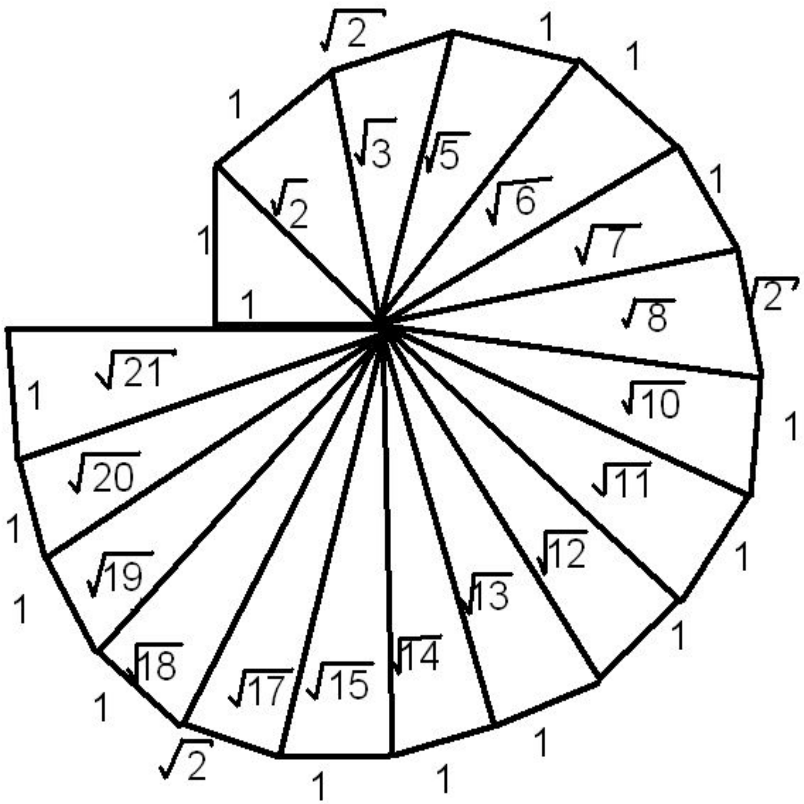
Если на сторонах треугольника построень полукруги по одну сторону гипотенузы, то площадь полученных луночек равна площади данного треугольника.




$$S_\Delta = S_1 + S_2$$

# Построение отрезка, длина которого есть иррациональное число.

## Улитка Архимеда.



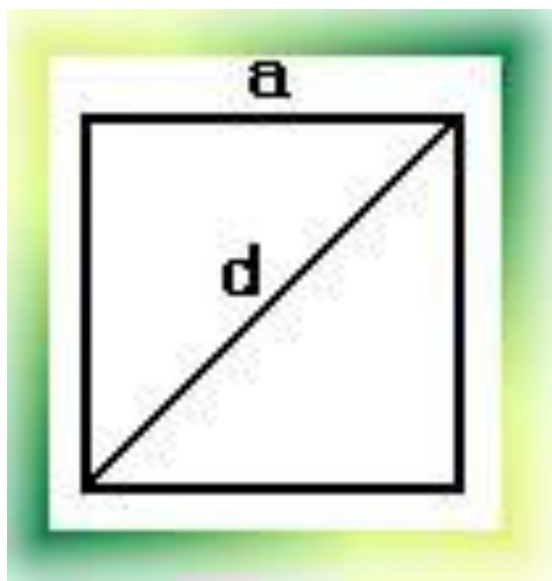

«Смотри чертёж».

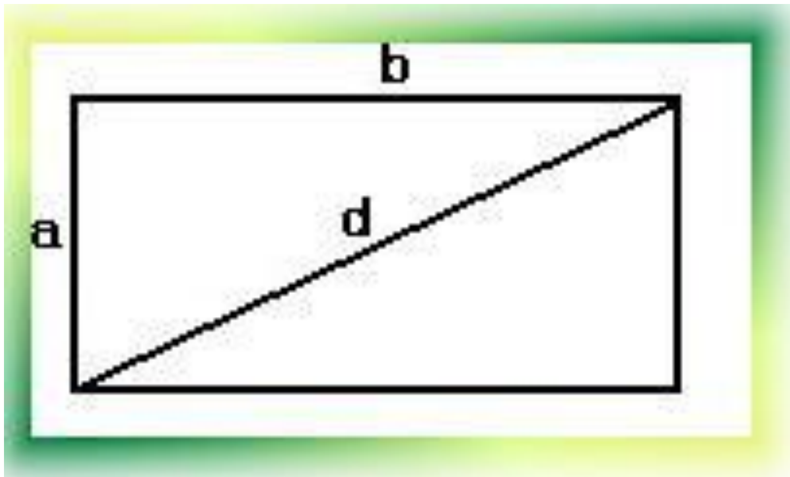
Догадайтесь сами, как построены отрезки с такими длинами.

# Практическое применение теоремы Пифагора

Диагональ d квадрата со стороной a можно рассматривать как гипотенузу прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом a. Таким образом:

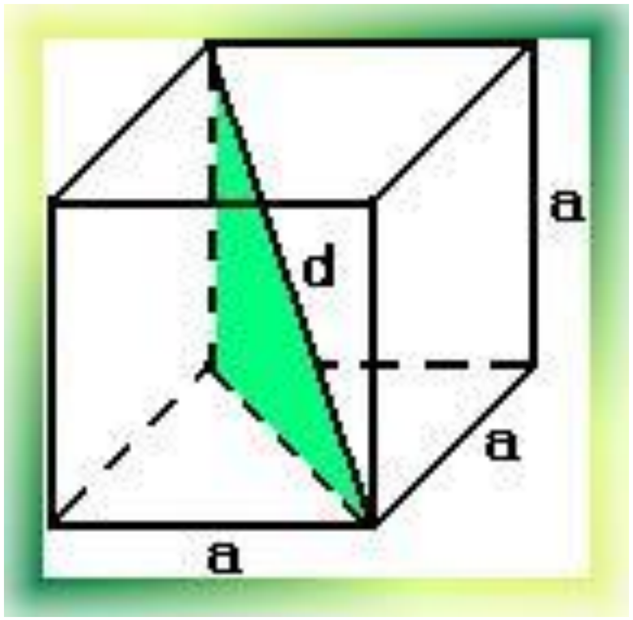
$d^2=2a^2$, $d=\sqrt{2}\,a$.






Диагональ d прямоугольника со сторонами a и b вычисляется подобно тому, как вычисляется гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами a и b. Мы имеем $d^2=a^2+b^2$ .

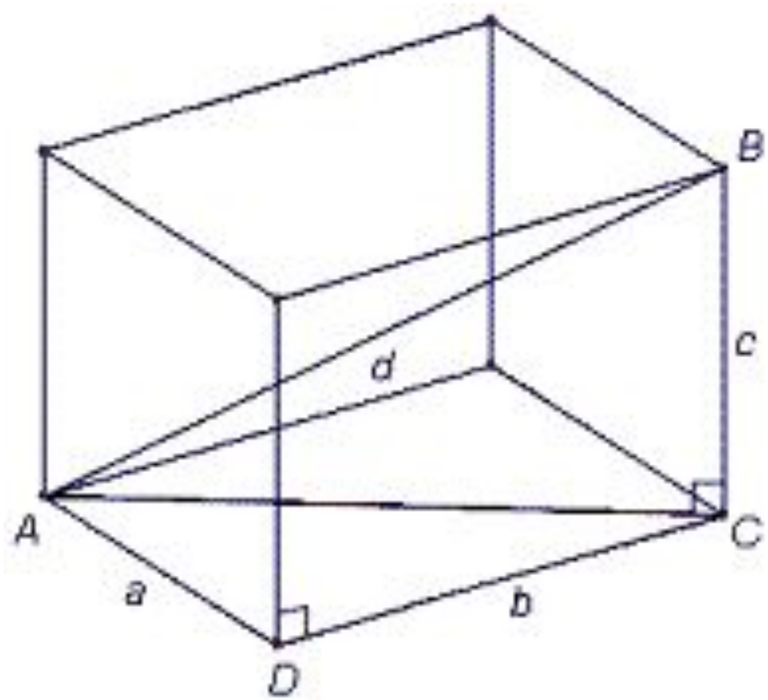
d= $\sqrt{a^2+b^2}$




На рисунке изображен куб, внутри которого проведена диагональ d, являющаяся одновременно гипотенузой прямоугольного треугольника, заштрихованного на рисунке. Катетами треугольника служат ребро куба и диагональ квадрата, лежащего в основании (как указывалось ранее, длина диагонали равна $\sqrt{2}$ a). Отсюда имеем $d^2 = a^2+(\sqrt{2}a)^2$, $d^2=3a^2$, $d=\sqrt{3}a$.

Рассуждение, подобное этому, можно провести и для прямоугольного параллелепипеда с ребрами a, b, c и получить для диагонали выражение

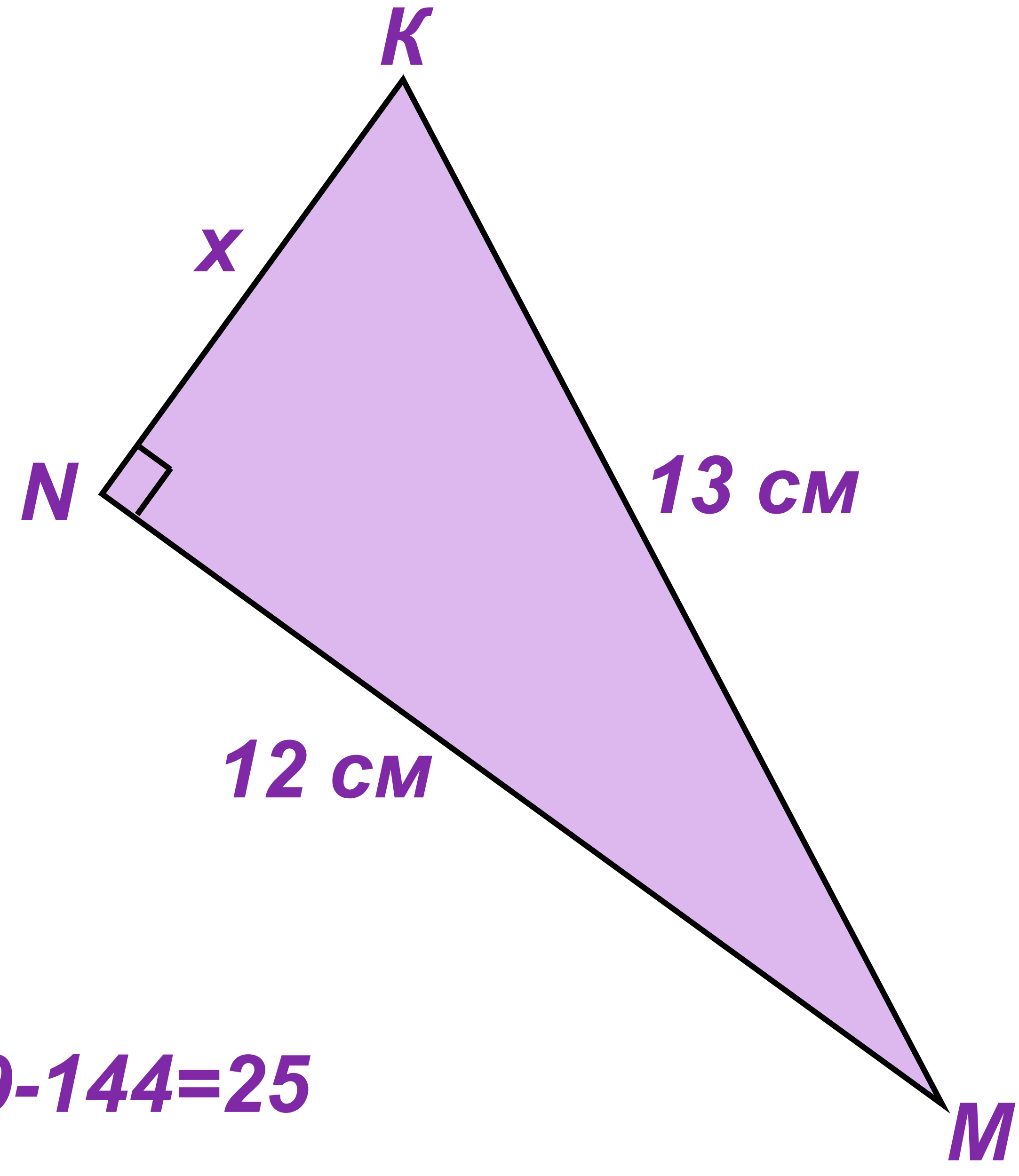
$$\mathrm{d} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



# Память.

Памятник Пифагору находится в порту города Пифагория и напоминает всем о теореме Пифагора, наиболее известном его открытии. Катет, лежащий в основании треугольника - мраморный , гипотенуза и фигура самого Пифагора в виде второго катета - медные.

Найдите: KN



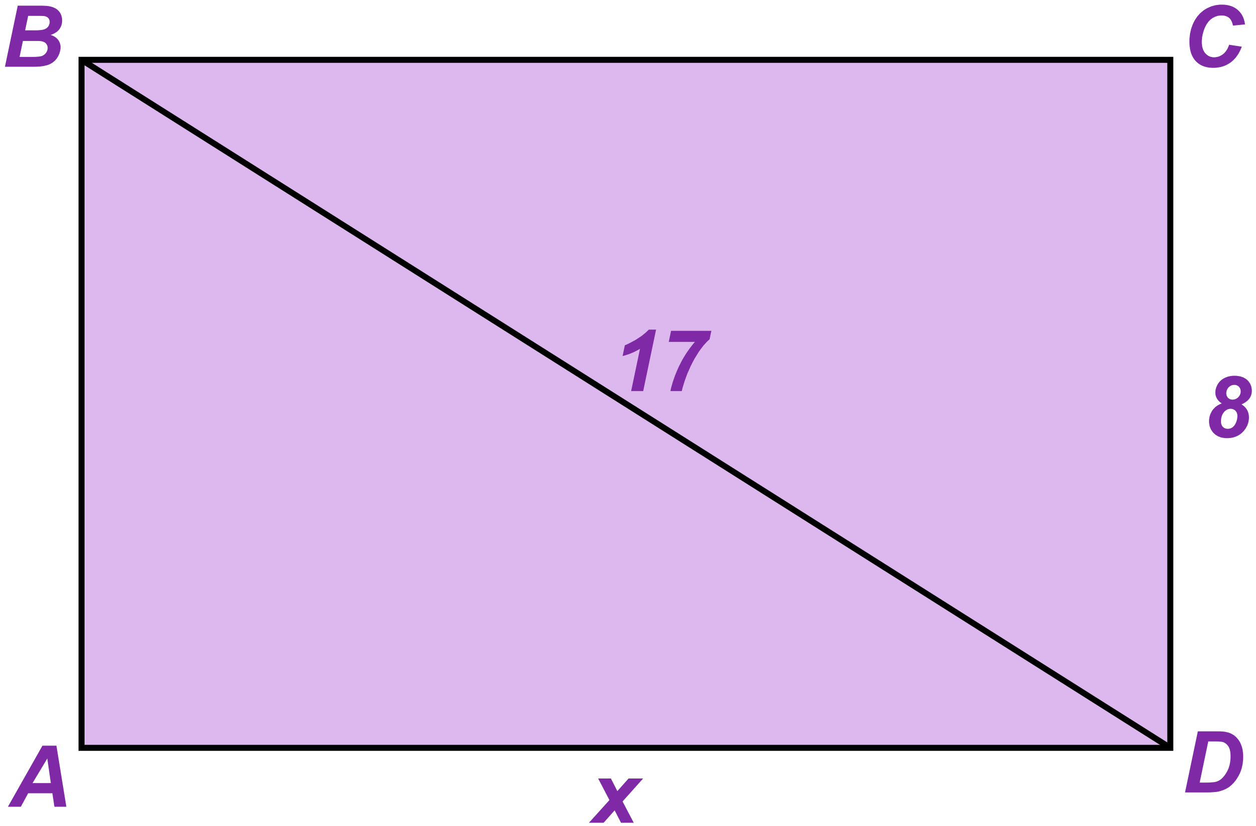

Решение:

$KM^2=KN^2+NM^2$

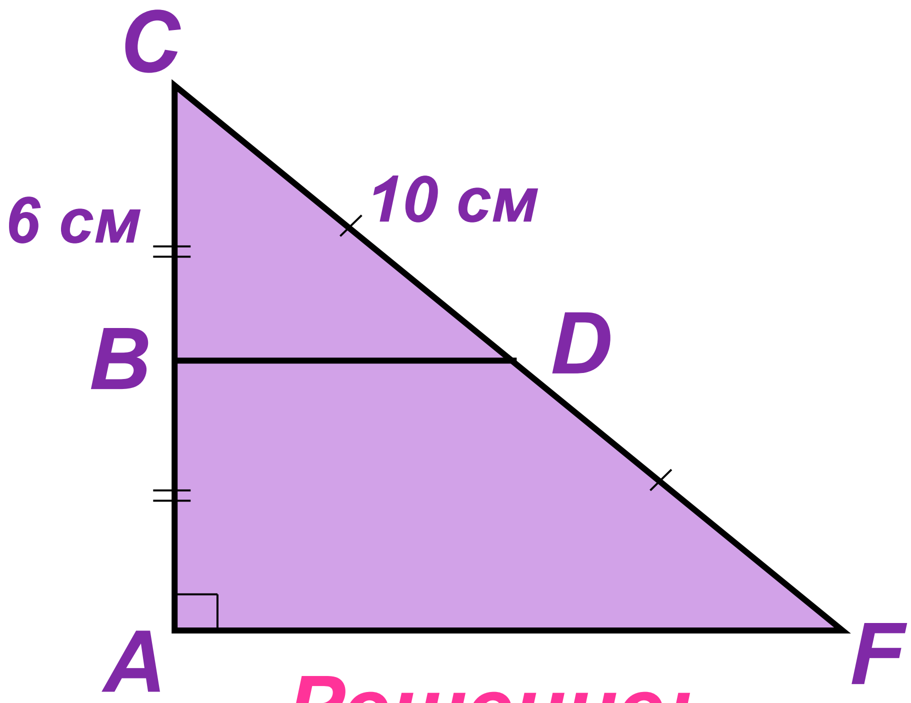
$KN^2=KM^2 - MN^2$

$KN^2=13^2-12^2=169-144=25$

KN=5 см




Найдите: AD




**Дано:** $\Delta ACF$- прямоугольный,

$AB=BC$, $CD=DF$, $BD \parallel AF$

$BC=6$ см, $CD=10$см.

**Найдите:** $BD, AF$

**Решение:**

$\angle CBD=\angle CAF$, т.к. соответственные при $BD \parallel AF$ , значит $\Delta BCD$-прямоугольный

По теореме Пифагора $BD^2=CD^2-BC^2$,

$BD^2=10^2-6^2=64$, **$BD=8$ см**

$AC=12$ см, $CF=20$ см , по теореме Пифагора

$AF^2=CF^2-AC^2$, $AF^2=20^2-12^2=256$, **$AF=16$ см**