

9к

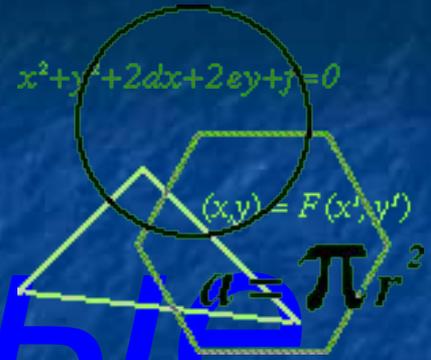
л.

Геомет
рия

$$x^2 + y^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$

$$(x, y) = F(x', y')$$

$$A = \pi r^2$$



Правильные многоугольн ики

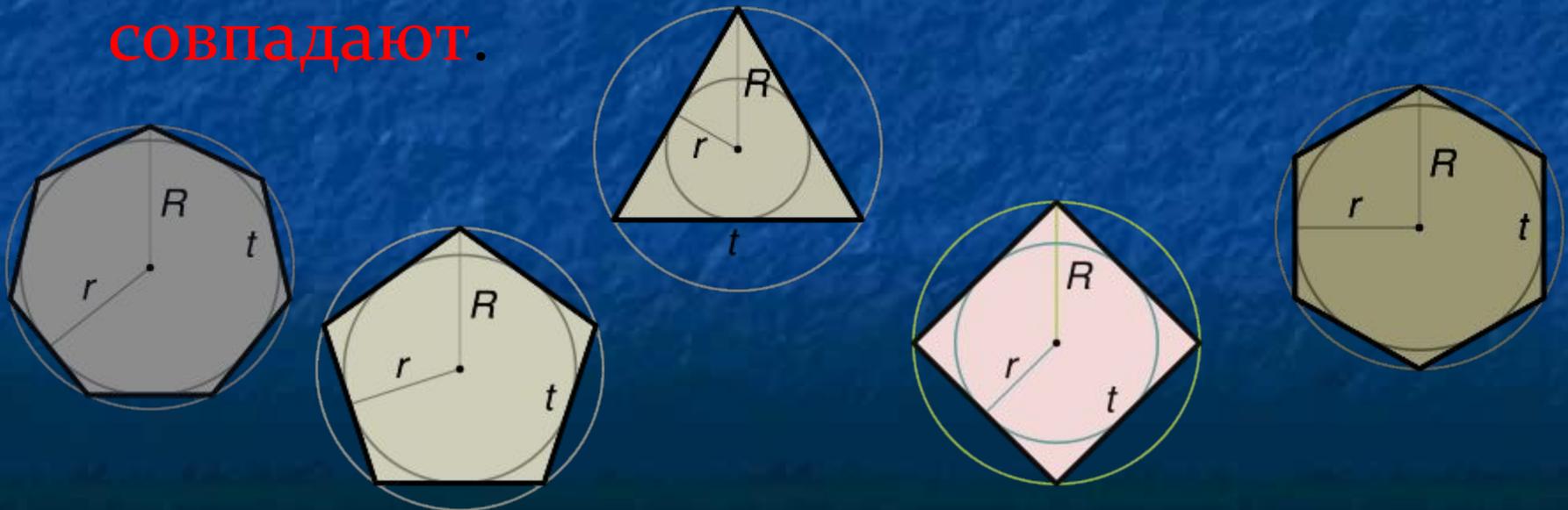
ПОНЯТИЕ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

- Выпуклый многоугольник называется **правильным**, если у него все углы равны и все стороны равны

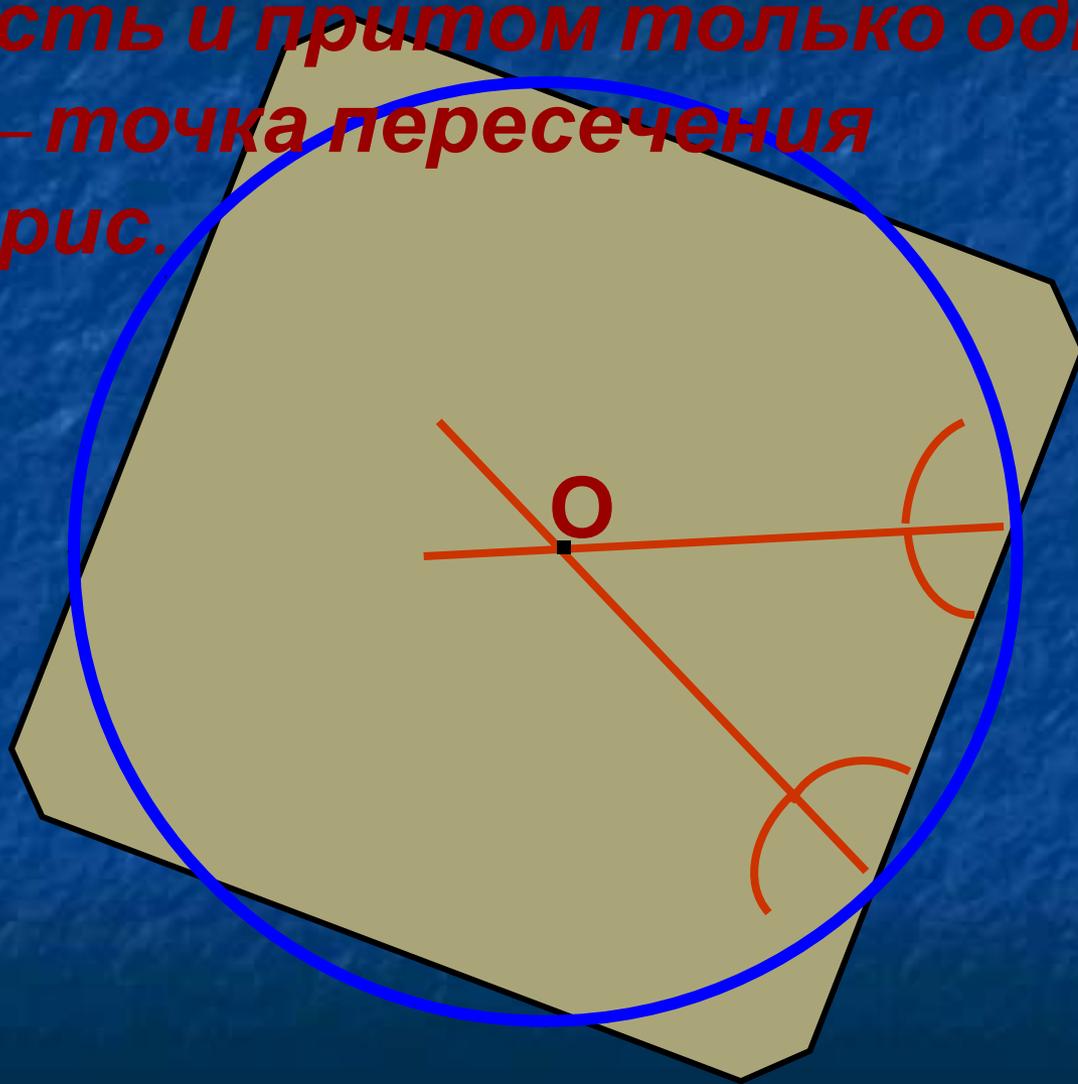


ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

- Правильный многоугольник является **вписанным** в окружность и **описанным** около окружности, причем центры этих окружностей **совпадают**.

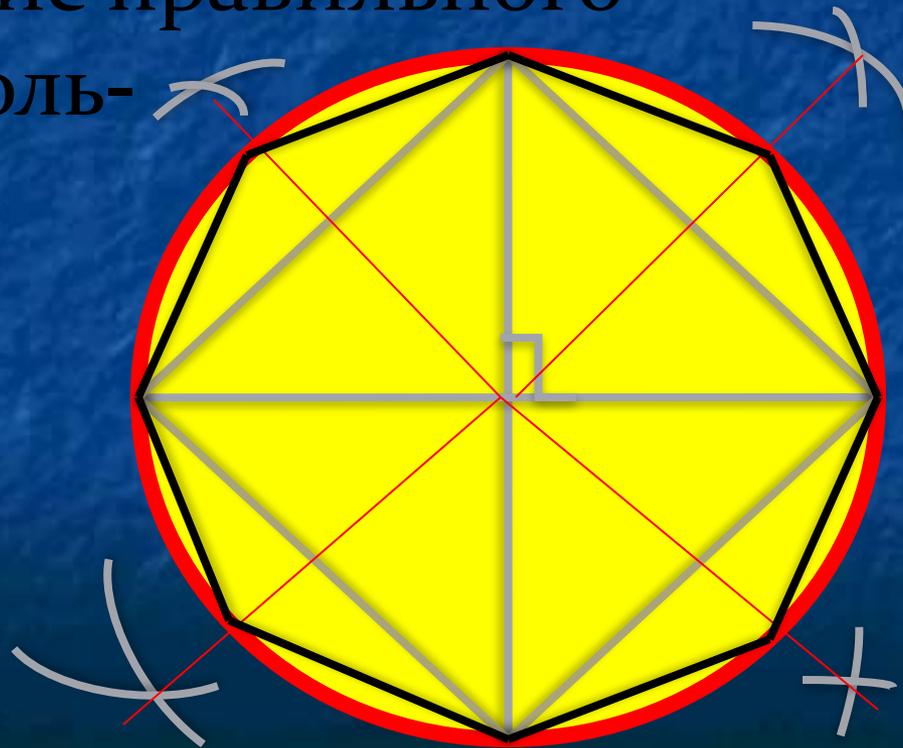


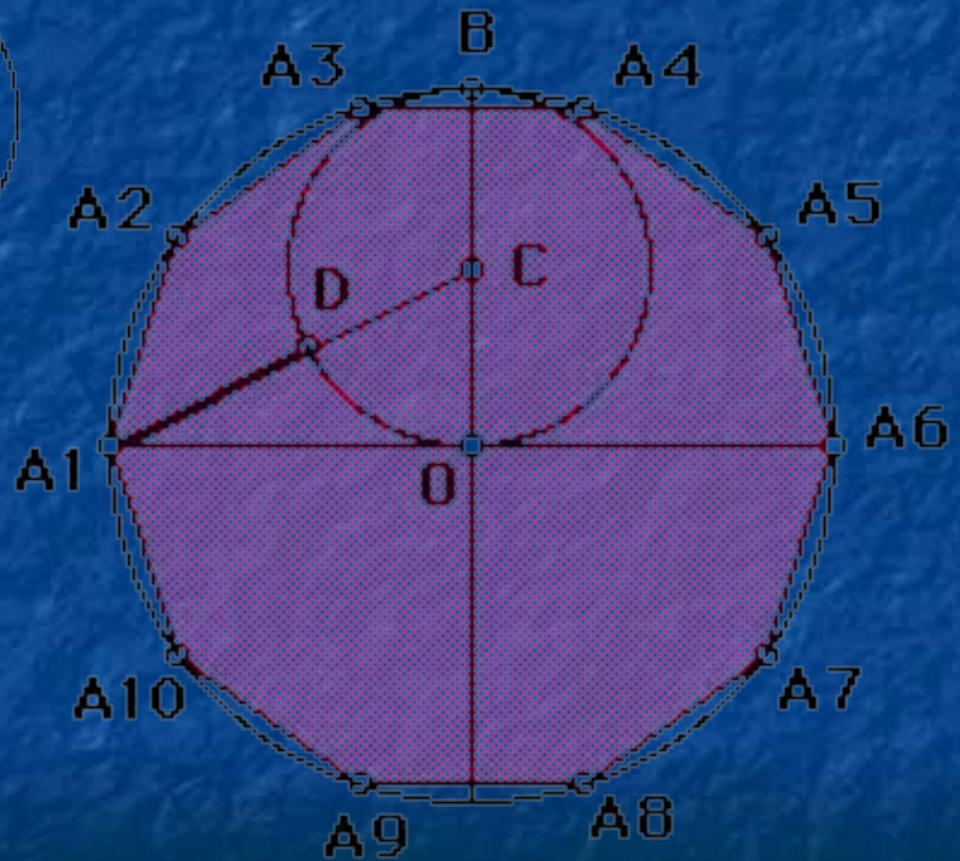
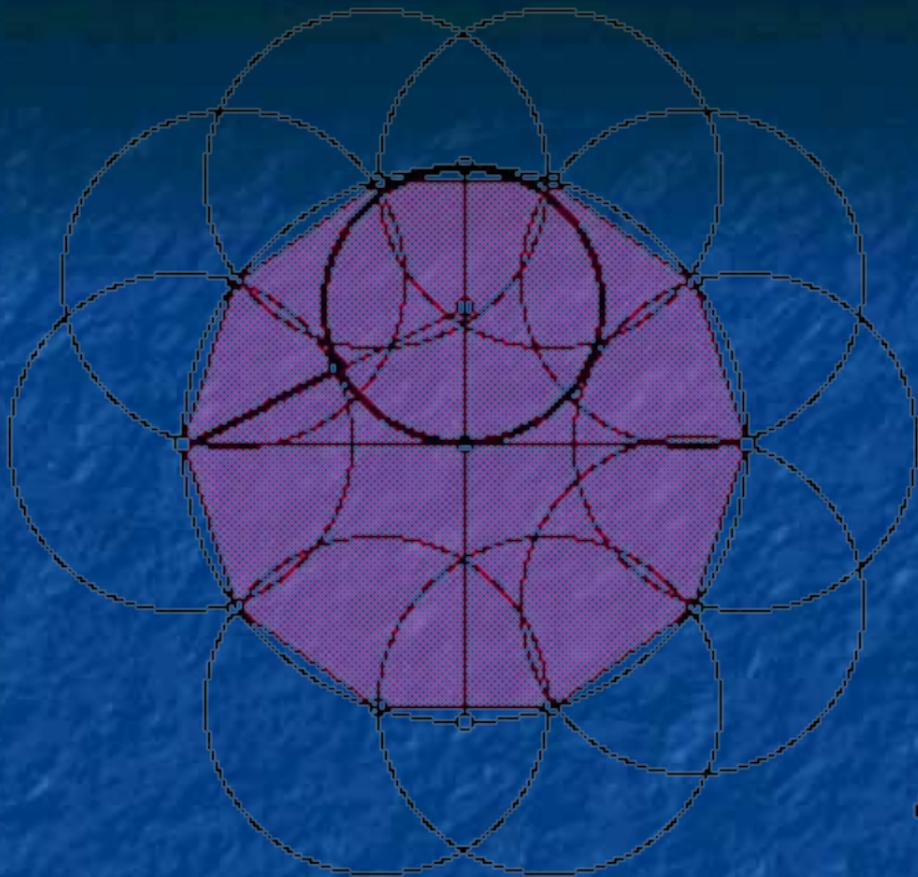
**Около любого правильного
многоугольника можно описать
окружность и притом только одну.
Центр – точка пересечения
биссектрис.**



ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ

- Простейшее построение правильного четырехугольника
- Построение правильного восьмиуголь-
ника







а)



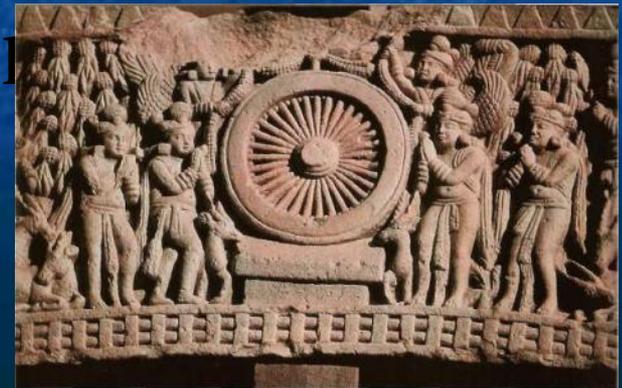
б)

Решение. Пусть w - данная окружность радиуса R с центром O и AB - сторона правильного вписанного в эту окружность десятиугольника, а AC - сторона правильного вписанного шестиугольника, причем точки B и C расположены на окружности так, как показано на рисунке а). Тогда, очевидно, дуга $AB=36^\circ$, дуга $AC=60^\circ$, поэтому дуга $BC=24^\circ$. Следовательно, угол $BOC=24^\circ=360^\circ/15^\circ$, и, значит, отрезок BC - сторона правильного пятнадцатиугольника, вписанного в окружность w . Так как мы умеем строить циркулем и линейкой отрезки $AB=((\sqrt{5}-1)/2)*R$ и $AC=R$ (рис.б)), то можем построить отрезок BC . Возьмем далее на окружности w произвольную точку A_1 и, пользуясь циркулем, отметим на этой окружности последовательно точки A_2, A_3, \dots, A_{15} так, что $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{14}A_{15} = BC$. Проведя затем отрезки $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{14}A_{15}, A_{15}A_1$, получим искомый правильный пятнадцатиугольник $A_1A_2 \dots A_{15}$ (рис. в)).

**ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ СВОИМ
СОВЕРШЕНСТВОМ, ИЗЯЩЕСТВОМ И
КРАСОТОЙ ФОРМ ПРИВЛЕКАЛИ К СЕБЕ
ВНИМАНИЕ МНОГИХ ЛУЧШИХ УМОВ
ЧЕЛОВЕЧЕСТВА...**

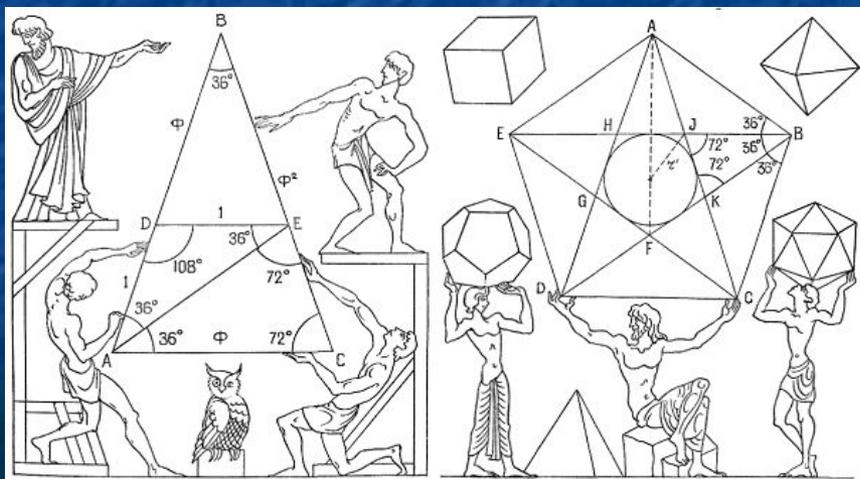
- Построение правильных многоугольников, то есть деление окружности на равные части, позволяло решать практические задачи:

- 1) Создание колеса со спицами;
- 2) Деление циферблата часов;
- 3) Строительство античных театров;



ПИФАГОРЕЙЦЕВ ОНИ ПРИВЛЕКАЛИ ОБНАРУЖЕННОЙ В НИХ «ЗОЛОТОЙ ПРОПОРЦИЕЙ»

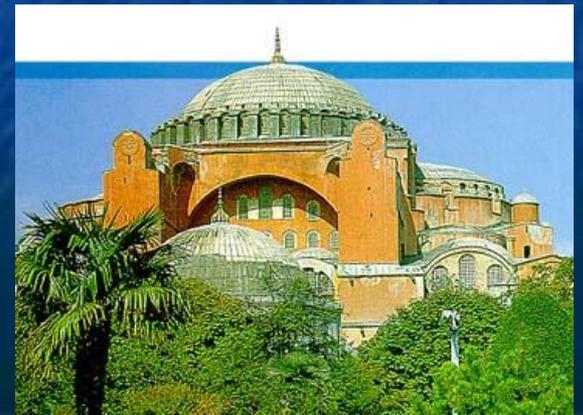
- Именно в школе ПИФАГОРА зародилось учение о правильных многоугольниках; кроме того, пифагорейцы рассмотрели вопрос покрытия плоскости правильными



ИСИДОР ИЗ МИЛЕТА (532-537)

- По некоторым источникам, он являлся автором сочинения о правильных многоугольниках, часто присоединяемого к "Началам" в качестве XV книги.

Исидор из Милета (532-537 гг.) - византийский архитектор и геометр, построивший вместе с Анфимием собор Святой Софии в Константинополе.



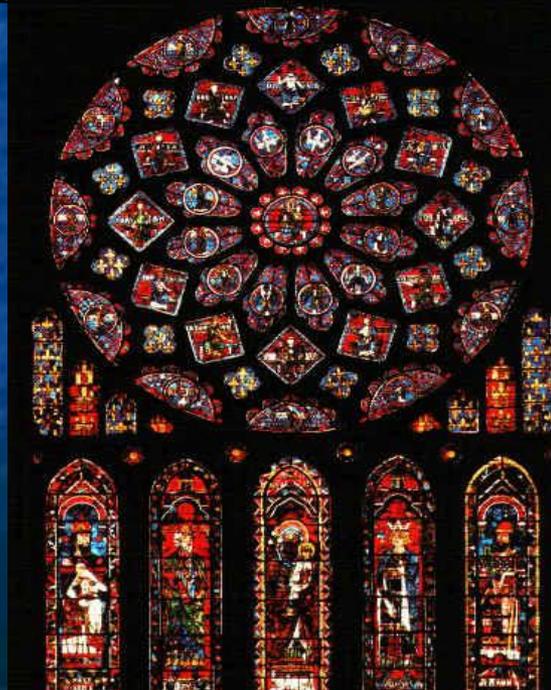
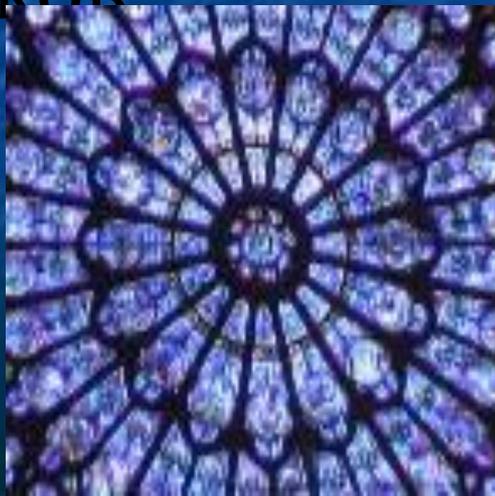
ЕВКЛИД

- Описал построение правильных 3, 4, 5, 6- угольников, построил правильный 15-угольник



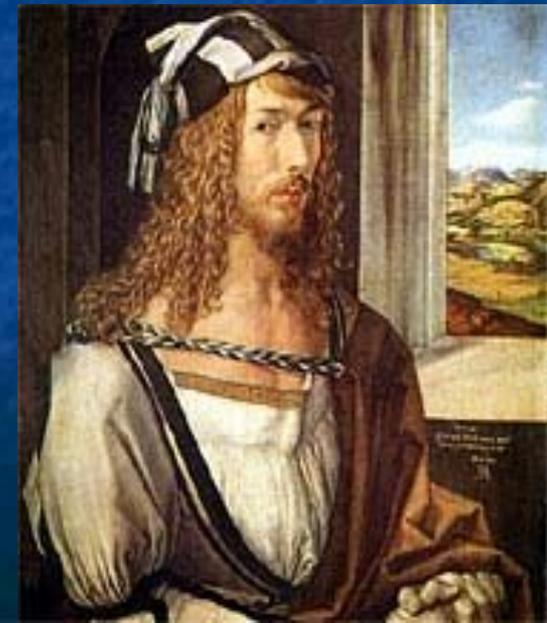
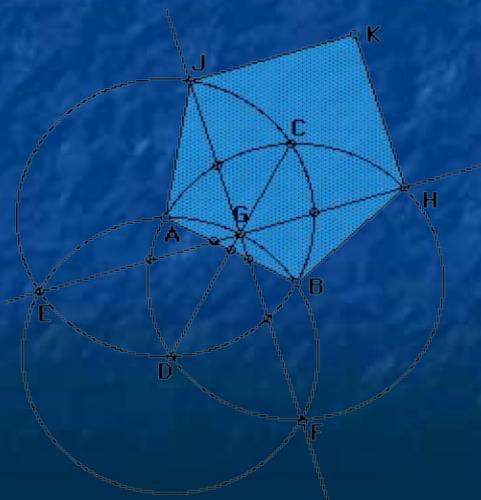
ЭПОХА ВОЗРОЖДЕНИЯ

- Развитие готического стиля и широкое применение витражей в строительстве соборов также заставило вернуться к задачам построения правильных многоугольников

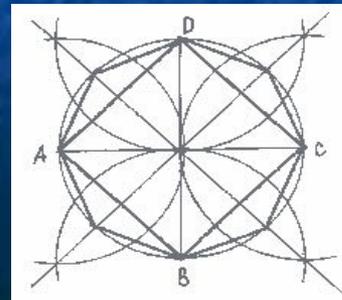


АЛЬБРЕХТ ДЮРЕР- «СЕВЕРНЫЙ ЛЕОНАРДО»

- Именно Альбрехт Дюрер осуществил новое построение правильного пятиугольника, передав потомкам средневековый способ построения постоянным раствором циркуля.

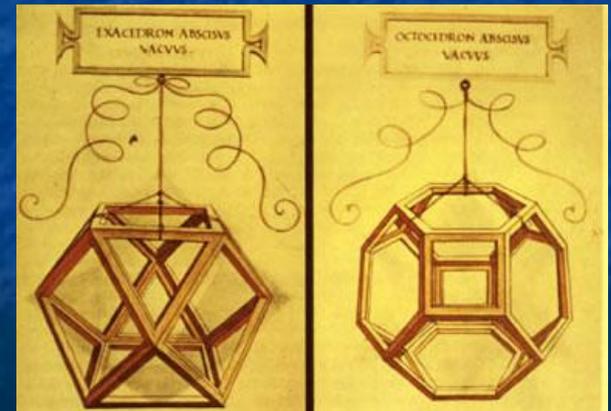


- Дюрер занимался фортификацией, разрабатывая системы оборонительных сооружений;
- Решил задачу построения правильного восьмиугольника;
- Разработал принципы черчения художественно исполненных букв.



ЛЕОНАРДО ДА ВИНЧИ

- Для своего друга Луки Пачоли Леонардо, глубоко интересующийся пропорциями, создал иллюстрации многогранников, гранями которых являются правильные многоугольники.



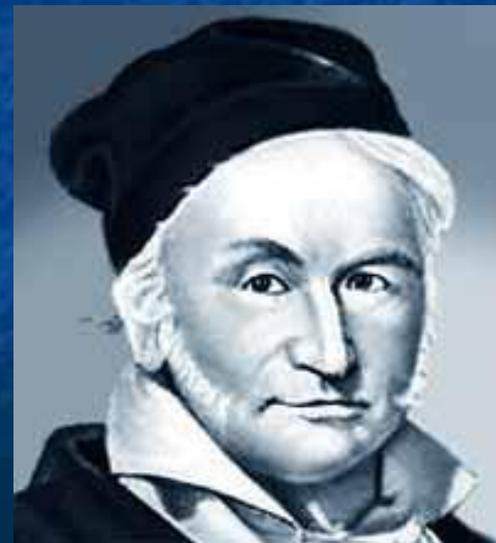
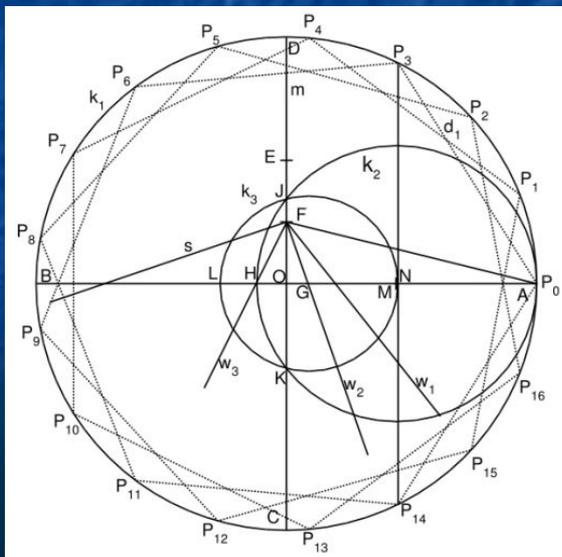
ИОГАНН КЕПЛЕР

- математик Иоганн Кеплер создал трактат «Новогодний подарок или о шестиугольных снежинках», опубликованный в 1611 году. В нем он практически привел первый пример разбиения плоскости на правильные шестиугольники.



КАРЛ ФРИДРИХ ГАУСС

- Доказал возможность построения правильного 17-угольника. После этого 19-летний юноша решил заняться математикой, а не филологией.

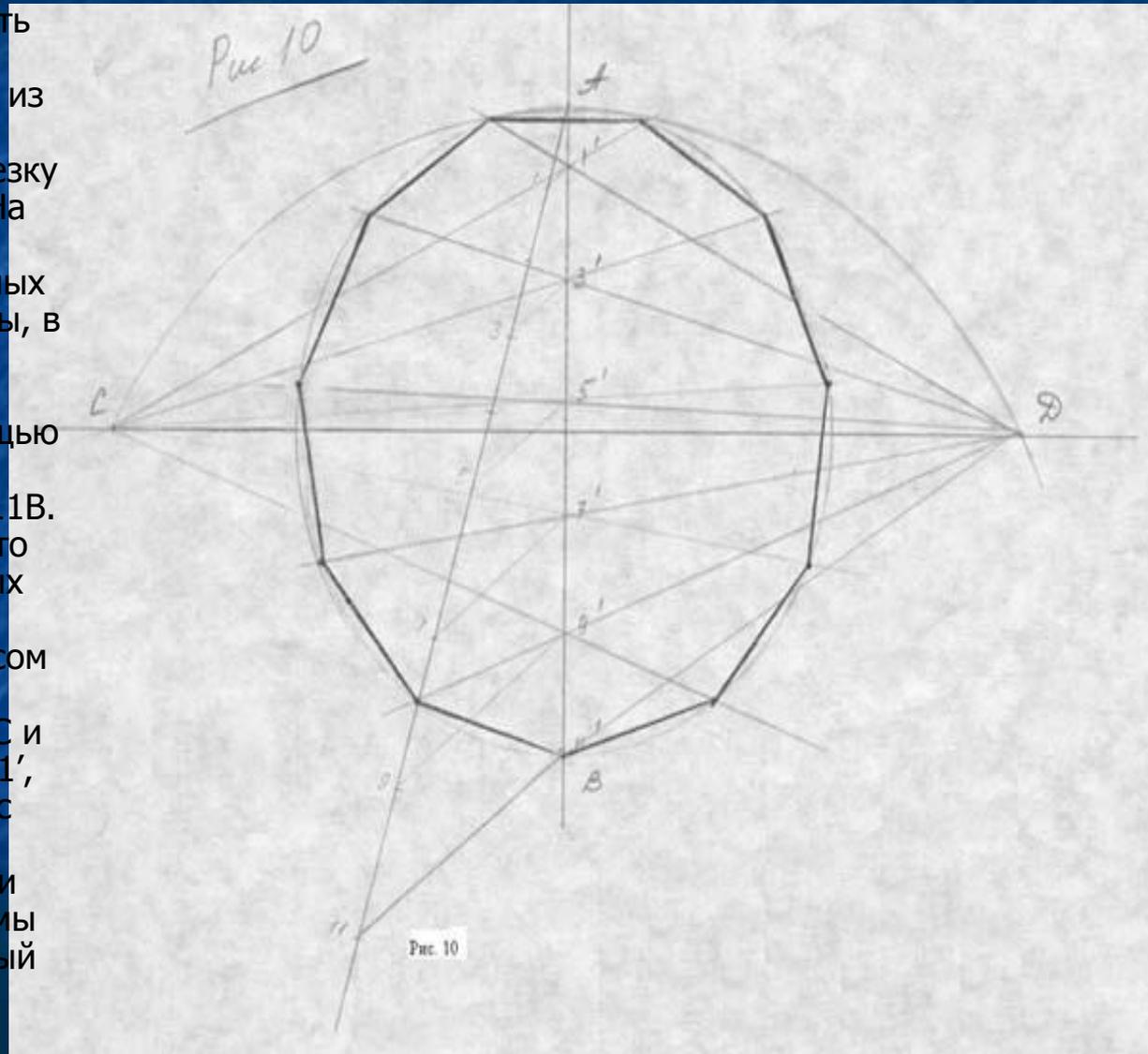


- И всё же существует единый способ построения правильного n -угольника, в основу которого положена известная вам теорема геометрии. После знакомства с этим способом вам необходимо назвать эту теорему.

Для построения многоугольника из 11 равных сторон проведем из точки A под острым углом к отрезку (диаметру) AB , прямую линию. На ней циркулем-измерителем откладываем нужное число равных отрезков произвольной величины, в данном случае 11. Последнюю точку соединяем с точкой B . Из нечетных точек деления с помощью линейки и угольника проводим прямые, параллельные прямой $11B$. Если провести через все точки, то поделим отрезок AB на 11 равных частей.

Сейчас проведем дугу CD радиусом BA до пересечения с горизонтальной осью. Из точек C и D будем проводить через точки $1', 3', 5'$ и т.д. лучи до пересечения с окружностью. Соединяем полученные точки на окружности между собой, и таким образом, мы вписали в окружность правильный многоугольник. Какая теорема используется?

Теорема Фалеса.



- **А так ли уж важно изучать и знать сведения о правильных многоугольниках? В каких житейских ситуациях можно встретиться с правильными многоугольниками?**

- *Историческая справка.*

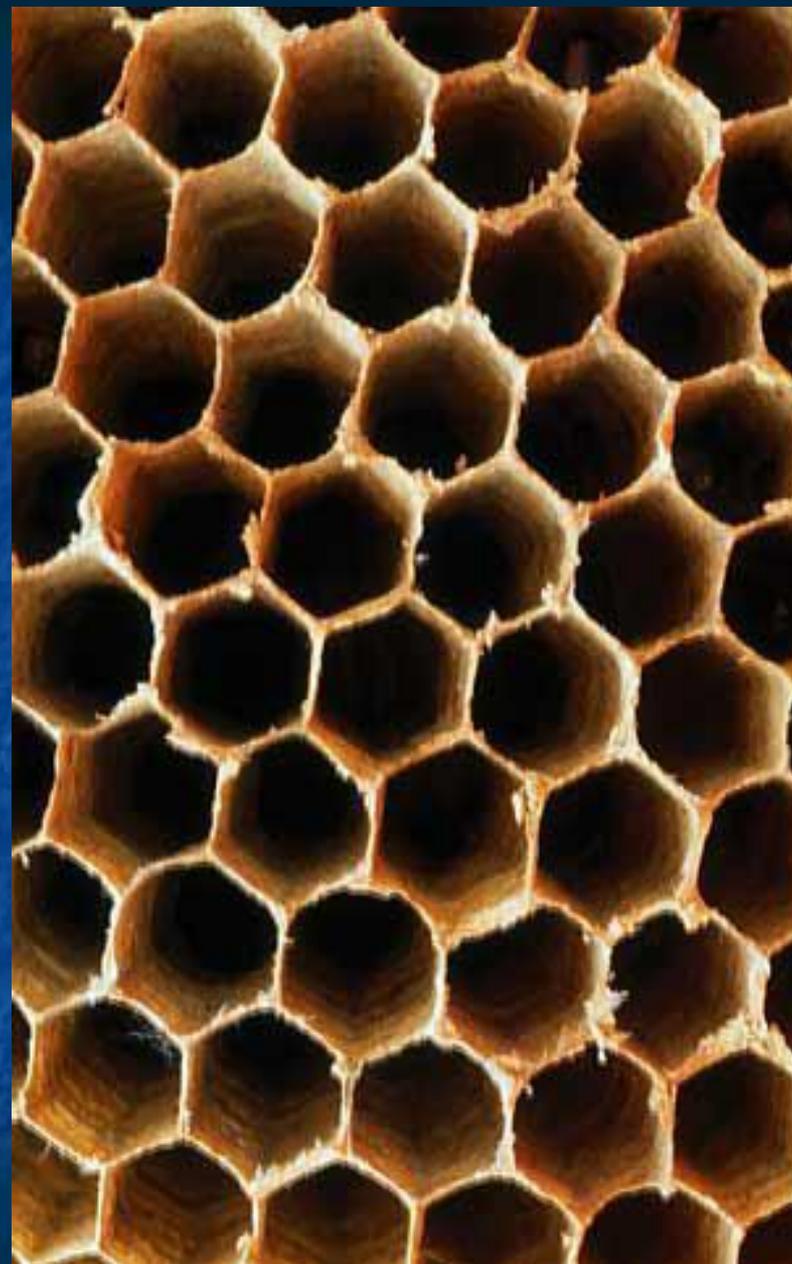
- В математике паркетом называют «замощение» плоскости повторяющимися фигурами без пропусков и перекрытий. Простейшие паркетные плитки были открыты пифагорейцами около 2500 лет тому назад. Они установили, что вокруг одной точки могут лежать либо шесть правильных многоугольников ($3600: 600 = 6$), либо четыре квадрата ($3600: 900 = 4$), либо три правильных шестиугольника ($3600: 1200 = 3$), так как сумма углов с вершиной этой точки равна 3600. Вы не задумывались вот над таким вопросом: Почему пчелы «выбрали» себе для ячеек на сотах форму правильного шестиугольника?

- Пчелы – удивительные творения природы. Свои геометрические способности они проявляют при построении своих сот. Если возьмем равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник одинаковой площади (показываю модели), то периметр шестиугольника будет наименьшим. ($P_3 = 45,9$ см., $P_4 = 40$ см., $P_6 = 37,8$ см.).

- Строя шестиугольные ячейки пчелы наиболее экономно используют площадь внутри небольшого улья и воск для изготовления ячеек.

- Причем пчелиные соты представляют собой не плоский, а пространственный паркет, поскольку заполняют пространство так, что не остается просветов.

- И как не согласиться с мнением пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: *«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию моих сот».*



Платоновы тела

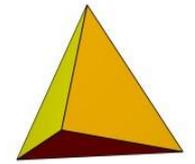


- Платоновы тела - трехмерный аналог плоских правильных многоугольников.
- Существует лишь пять выпуклых правильных многогранников - тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями. Доказательство этого факта известно уже более двух тысяч лет; этим доказательством и изучением пяти правильных тел завершаются "Начала" **Евклида**.
- Существование только пяти правильных многогранников относили к строению материи и Вселенной. Пифагорейцы, а затем Платон полагали, что материя состоит из четырех основных элементов: огня, земли, воздуха и воды
- Согласно их мнению, атомы основных элементов должны иметь форму различных Платоновых тел.



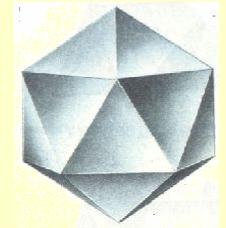
ОГОНЬ

тетраэдр



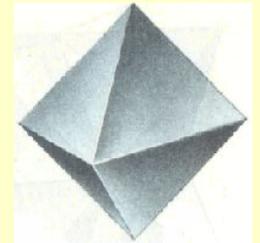
вода

икосаэдр



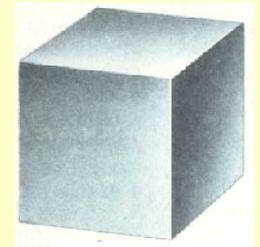
воздух

октаэдр



земля

гексаэдр



вселенная

додекаэдр



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ
ДОСТОЙНЫ И ВАШЕГО
ПРИСТАЛЬНОГО ВНИМАНИЯ.
ВОЗМОЖНО, ИМЕННО ВЫ
СОВЕРШИТЕ НОВЫЕ ОТКРЫТИЯ.**

ЖЕЛАЮ УСПЕХА!