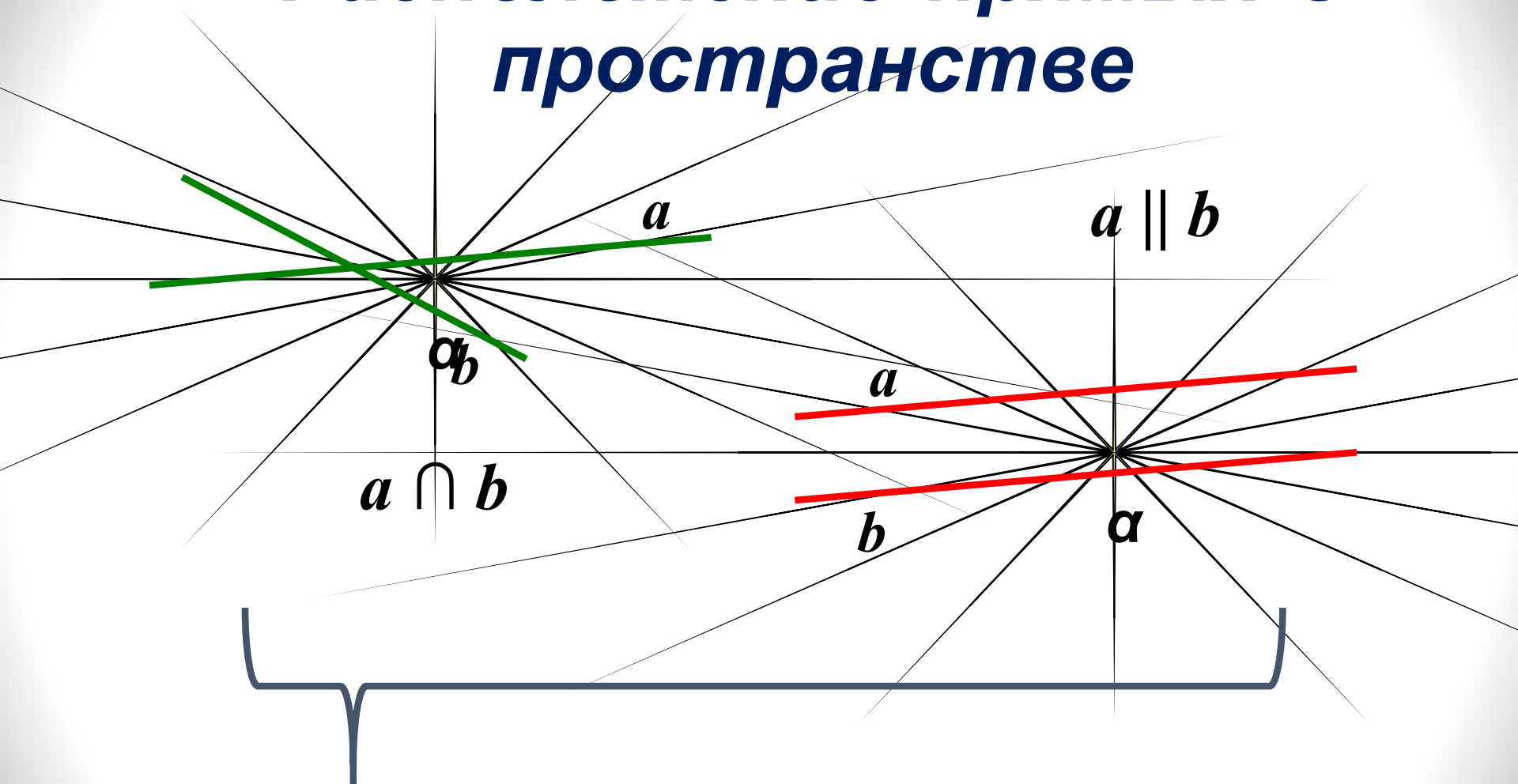


***Параллельность  
прямых в  
пространстве***

# Расположение прямых в пространстве



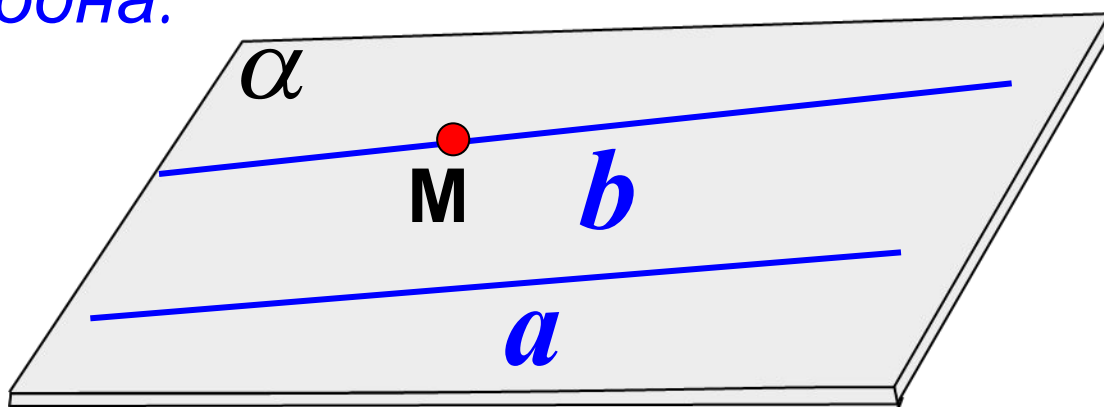
**Лежат в одной плоскости**

Две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$$\left( a \parallel b \implies \begin{array}{l} a \in \alpha, \quad b \in \alpha \\ a \not\cap b \end{array} \right)$$

# Теорема о параллельных прямых:

*Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.*



**Лемма:** Если одна из двух параллельных  
прямых

пересекает данную плоскость, то и

другая

$b$

прямая пересекает данную плоскость.

$a$

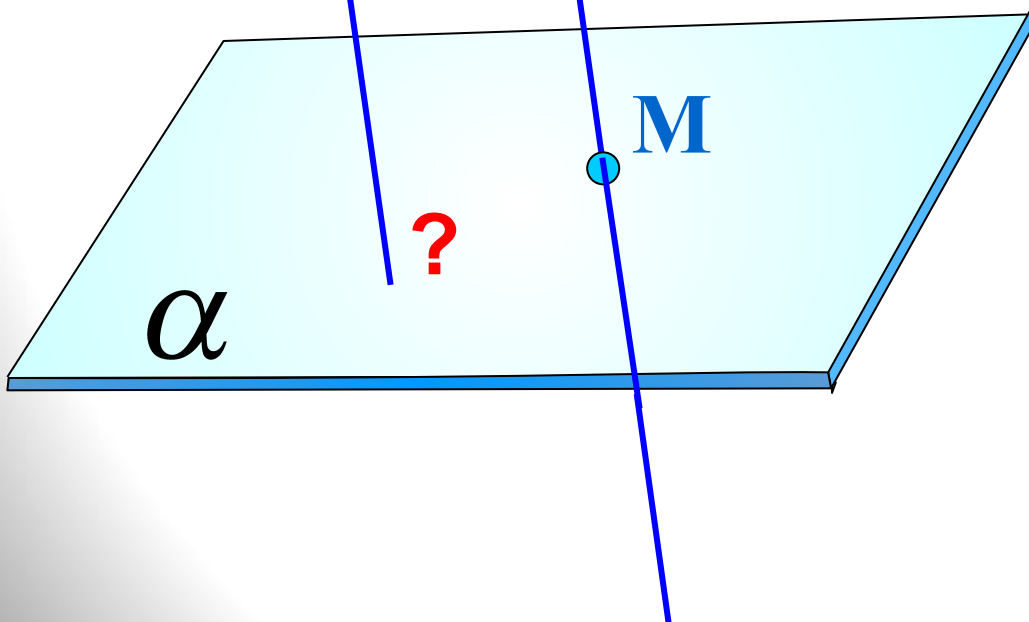
Дано:

$a \parallel b$

$a \cap \alpha$

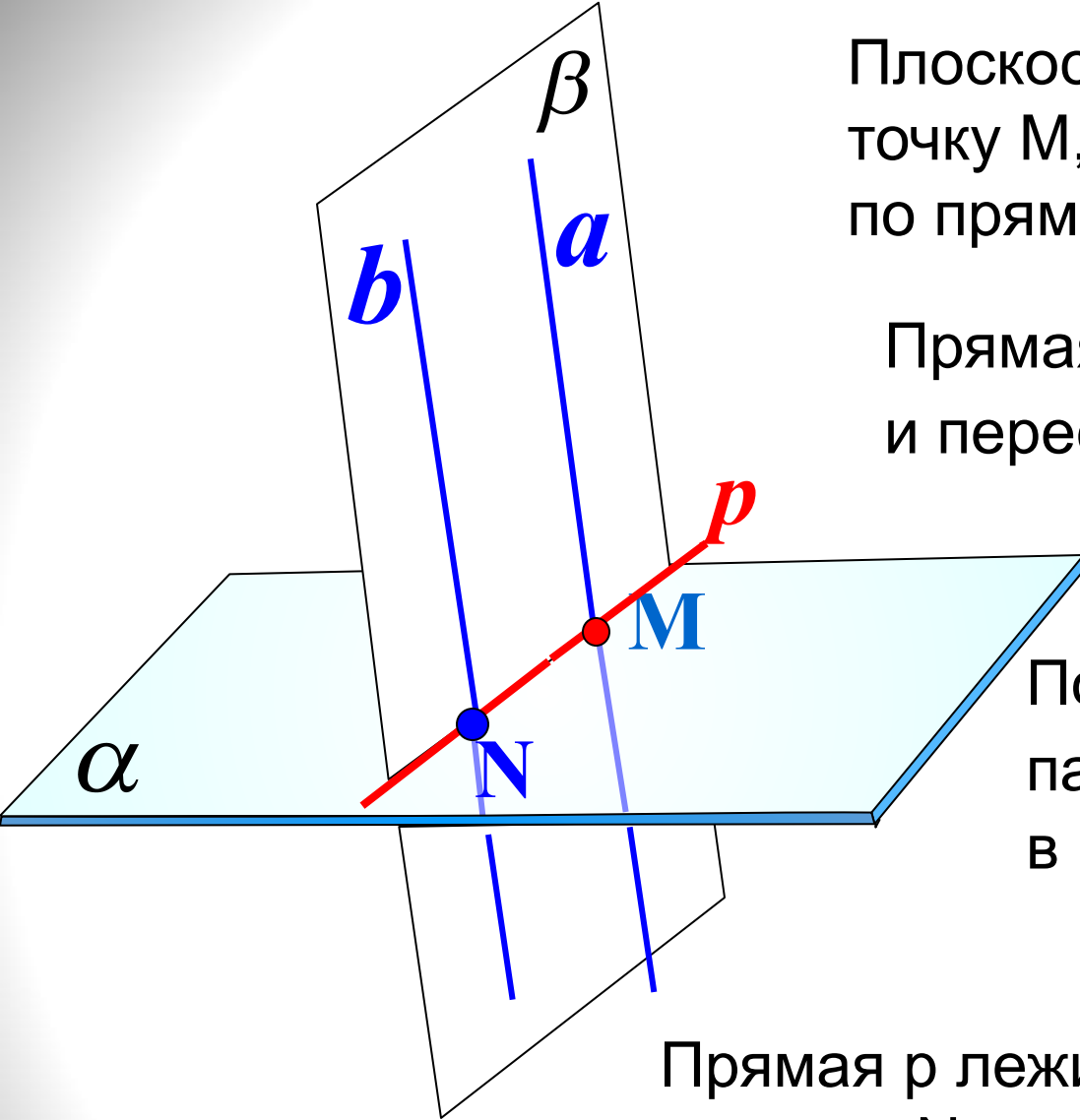
Доказать:

$b \cap \alpha$



Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  имеют общую точку  $M$ , значит они пересекаются по прямой ( $A_3$ ).

Прямая  $r$  лежит в плоскости  $\beta$  и пересекает прямую  $a$  в т.  $M$ .

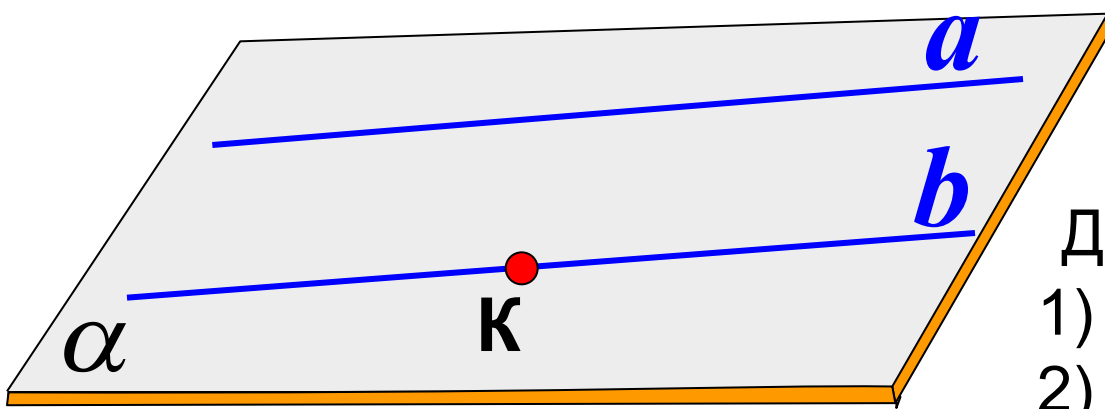


Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую  $b$  в некоторой точке  $N$ .

Прямая  $r$  лежит также в плоскости  $\alpha$ , поэтому  $N$  – точка плоскости  $\alpha$ .

Значит,  $N$  – общая точка прямой  $b$  и плоскости  $\alpha$ .

**Теорема:** Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



Дано:  
 $a \parallel c, b \parallel c$

Доказать:

$a \parallel b$

Доказательство.

Докажем, что  $a$  и  $b$

- 1) лежат в одной плоскости
- 2) не пересекаются

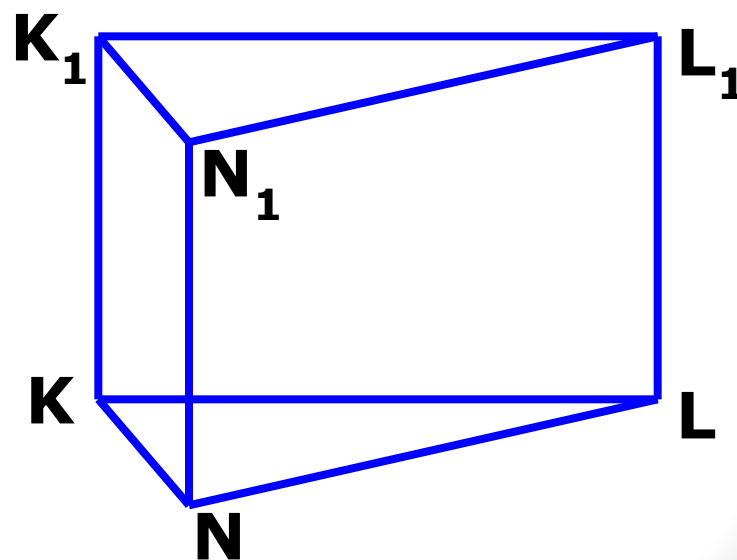
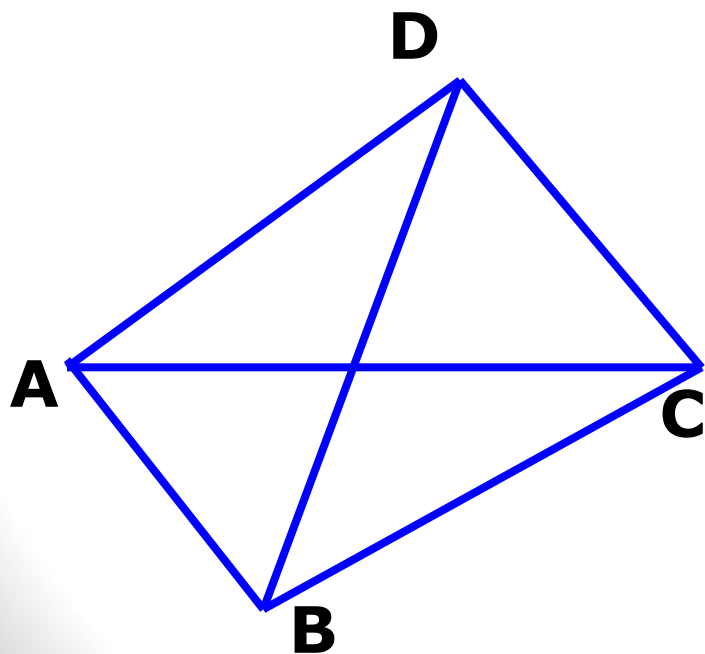
1) Точка  $K$  и прямая  $a$  определяют плоскость.

Докажем, что прямая  $b$  лежит в этой плоскости.

Допустим, что прямая  $b$  пересекает плоскость  $\alpha$ . По лемме  $c$  также пересекает  $\alpha$ . Т.к.  $a \parallel c$ , то  $a$  также пересекает  $\alpha$ . Это невозможно, т.к.  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$ .

2) Используя метод «от противного» объясните почему прямые  $a$  и  $b$  не пересекаются.

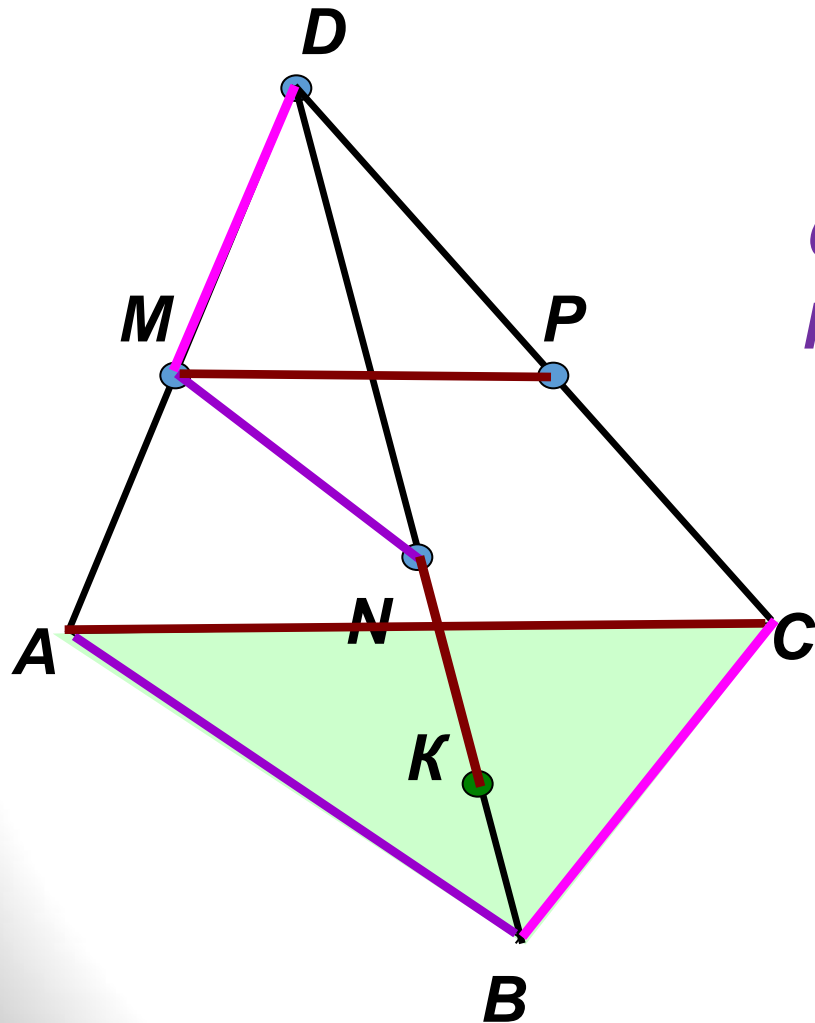
**Назовите пары параллельных ребер.**





# Задач

а:



Дано:  $\emptyset$

~~$(ABC) \in MD$~~ ;  $BN = ND$ ;  $CP = PD$

$K \in BN$ .

Определить взаимное  
расположение прямых:

а)  $MN$  и

~~$AB$~~   $MP$  и

~~$AC$~~   $KN$  и

~~$AC$~~   $MD$  и

$BC$

# Задача

:

Дано:  $D \notin$   
 ~~$(ABC)$~~   $M \in AD$ ;  $BN = ND$ ;  $CP = PD$

$K \in BN$ .

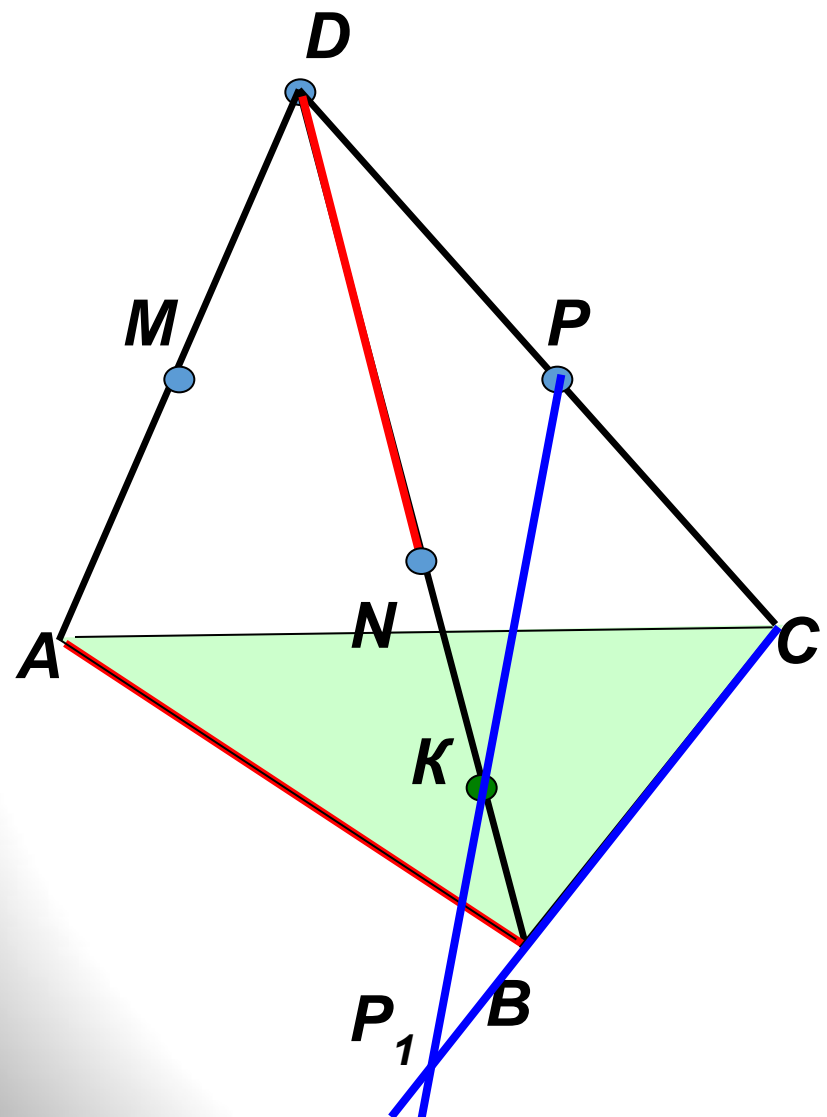
Определить взаимное  
расположение прямых:

а)  $ND$  и  $AB$

б)  $PK$  и

~~$BC$~~   $CM$  и

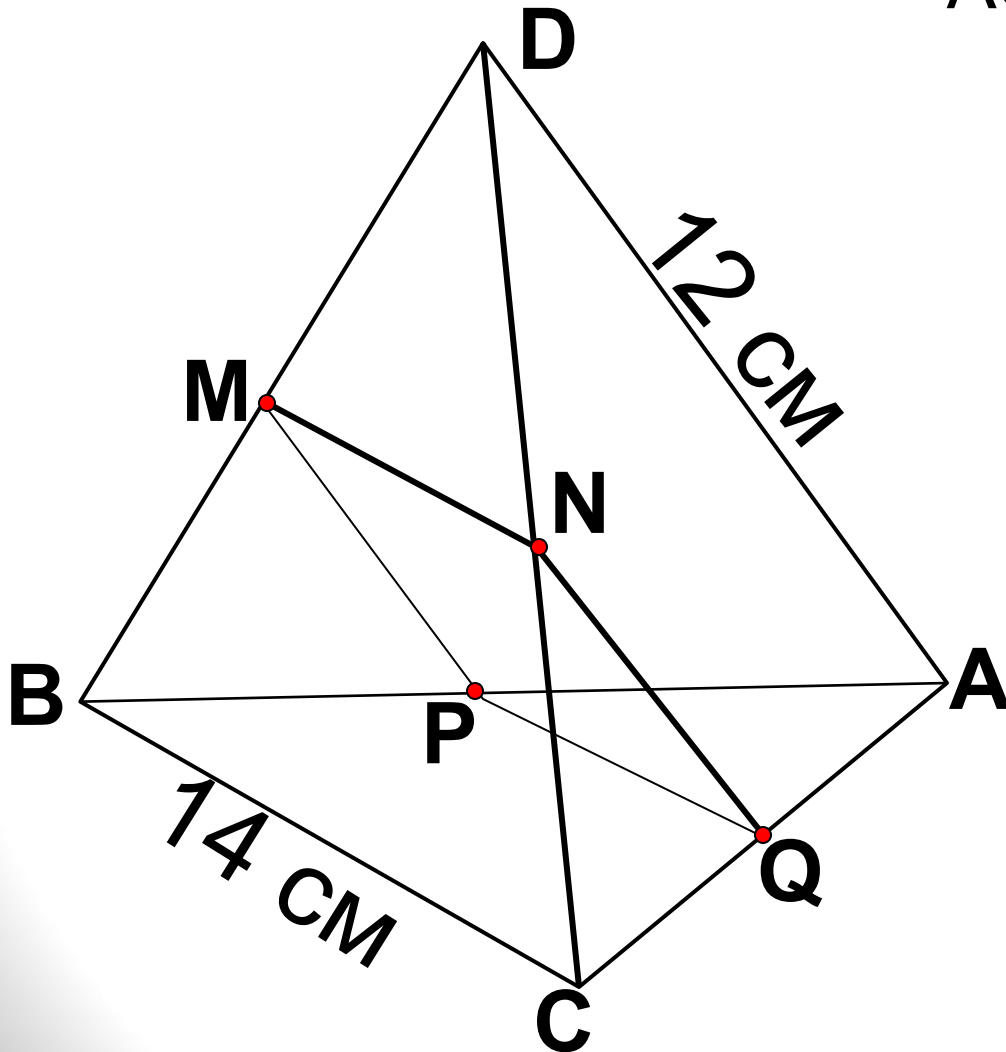
$AB$



**№17**

Точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  – середины отрезков  $BD$ ,  $CD$ ,  $AB$  и  $AC$

$AC \cdot MNQP = ?$

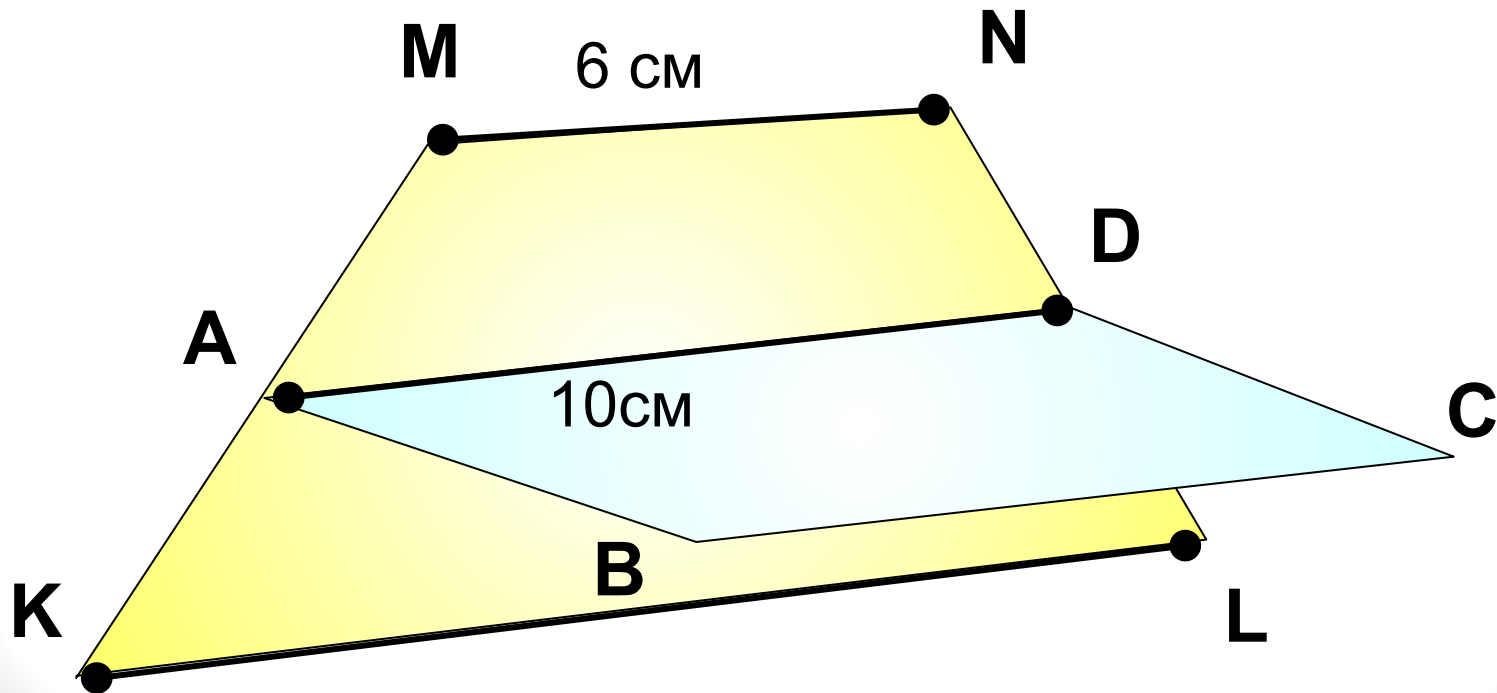


**Задача.** Квадрат  $ABCD$  и трапеция  $KMNL$  не лежат в одной плоскости.

Точки  $A$  и  $D$  – середины отрезков  $KM$  и  $NL$  соответственно.

Докажите, что  $KL \parallel BC$ .

Найдите  $BC$ , если  $KL=10$  см,  $MN=6$  см.



**Задача.** Треугольник  $ABC$  и квадрат  $AECF$  не лежат в одной плоскости. Точки  $K$  и  $M$  – середины отрезков  $AB$  и  $BC$  соответственно.

Докажите, что  $KM \parallel EF$ .  
Найдите  $KM$ , если

