



Четырехугольники

(теория)

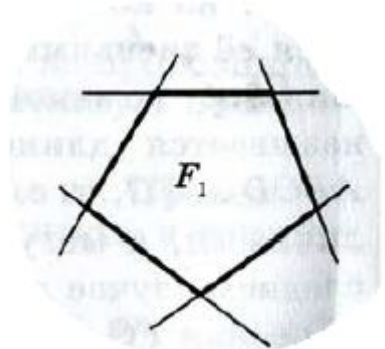
Определения



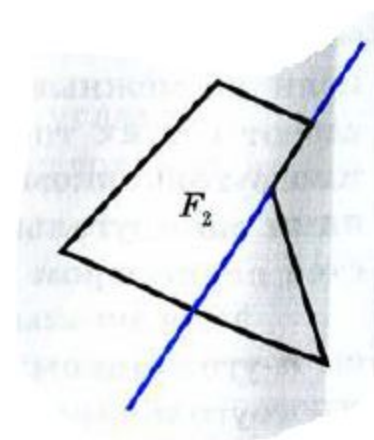
Многоугольник

Выпуклый

Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины



Невыпуклый



Итак, сумма углов выпуклого n -угольника равна $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

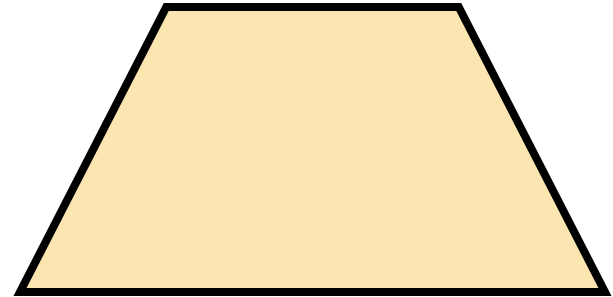


Четырёхугольники

Параллелограмм



Трапеция



четырёхугольник, у которого

**противоположные
стороны попарно
параллельны**

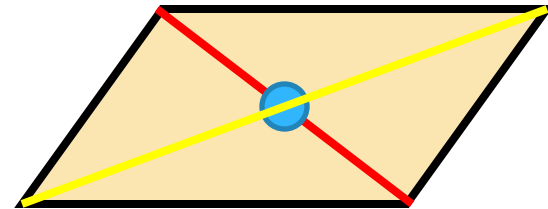
**две стороны параллельны, а две
другие стороны не параллельны**

Свойства параллелограмма

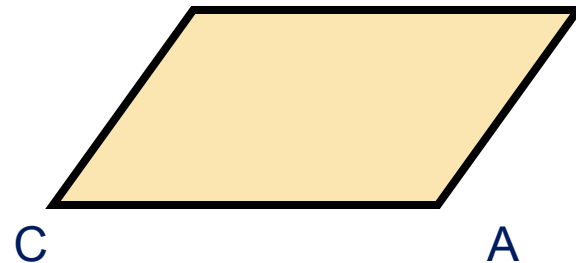
1. В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны.



2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



3. Сумма углов в параллелограмме, прилежащих к одной стороне, равна 180.

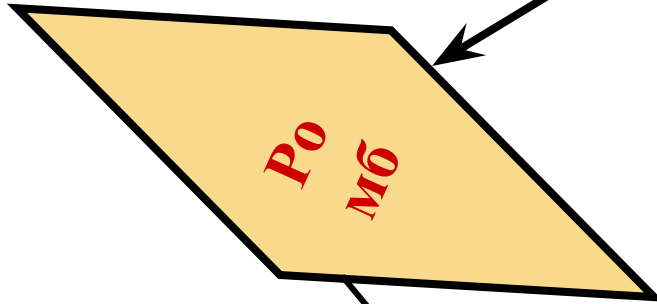


4. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна удвоенной сумме квадратов его сторон.

Параллелограмм

все стороны равны

все углы прямые



Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам

Диагонали прямоугольника равны

Ромб, у которого все углы прямые

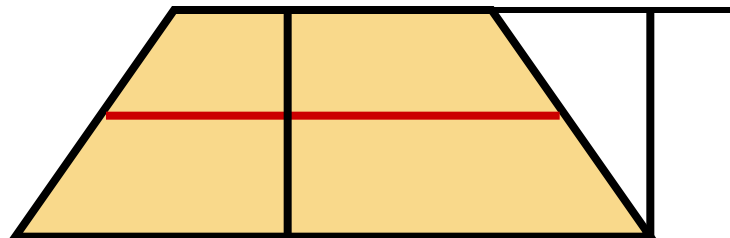
Квадрат

Прямоугольник, у которого все стороны равны

1. Все углы квадрата прямые. 2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам

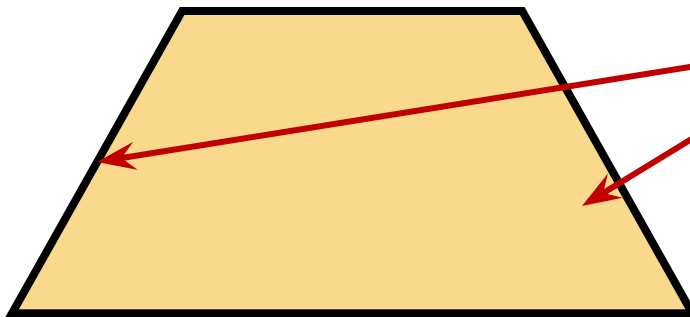
Трапеция (определения)

- **Трапеция** – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.
- **Основания трапеции** – *её параллельные стороны.*
- **Боковые стороны трапеции** – *непараллельные, противоположащие стороны трапеции*
- **Высота трапеции** – *это отрезок перпендикуляра от любой точки одного основания до её другого основания(или его продолжения)*
- **Средняя линия трапеции** – *отрезок соединяющий середины боковых сторон трапеции.*



Виды трапеции

Равнобедренная



Боковые стороны
равны

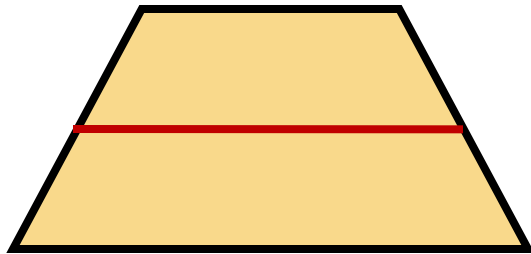
Прямоугольная

один из углов
которой прямой



Свойства трапеции

1. Средняя линия трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.



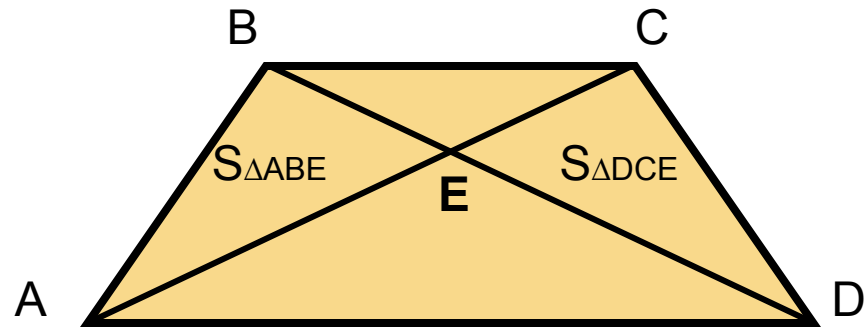
$$MN = \frac{a + b}{2}$$

2. У равнобокой трапеции углы при основании (верхнем и нижнем) равны.



Свойства трапеции

3. Пусть $ABCD$ – трапеция с основаниями AD и BC , точка E – точка пересечения её диагоналей.



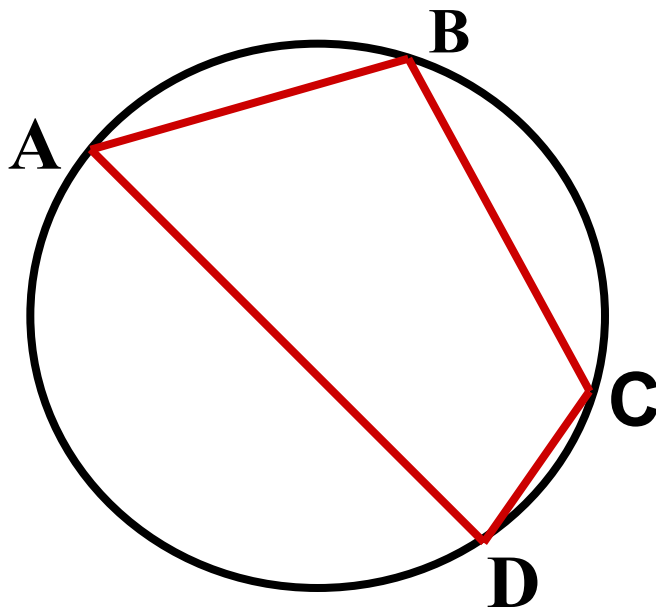
Тогда $S_{\Delta ABE} = S_{\Delta DCE}$

Данное свойство верно для любых трапеций.



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

1. Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда сумма его противоположных углов равна 180°

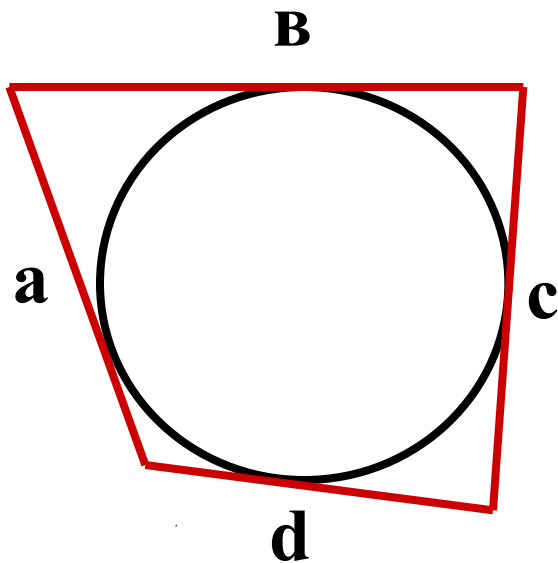


$$A + C = B + D = 180^\circ$$



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

2. Четырёхугольник можно описать около окружности тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны.



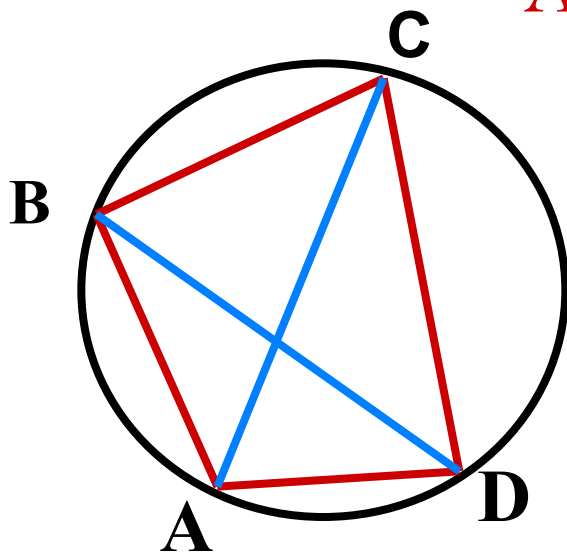
$$a + c = b + d$$



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

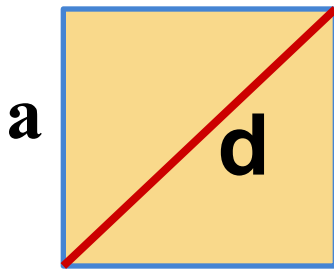
3. Если четырёхугольник вписан в окружность, то произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон.

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$$



Формулы площадей четырёхугольников

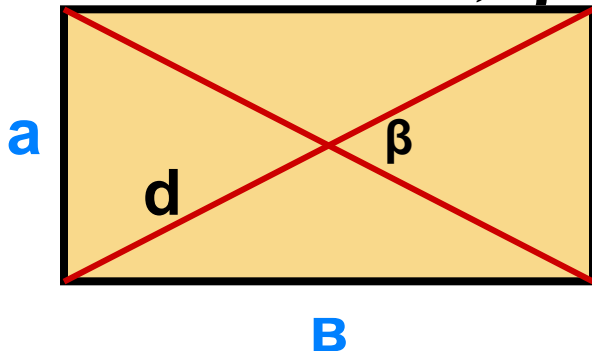
Квадрат: a – сторона; d – диагональ



$$S = a^2$$

$$S = 1/2 \cdot d^2$$

Прямоугольник: a , b – стороны; d –
диагональ; β – угол между диагоналями



$$S = a \cdot b$$

$$S = 1/2 \cdot d^2 \cdot \sin \beta$$



Параллелограмм: a, b – стороны;

α – угол между сторонами;

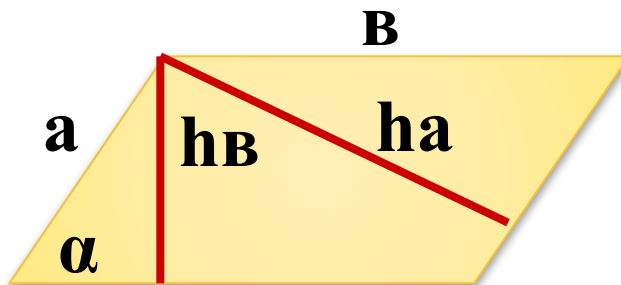
d_1 и d_2 – диагонали;

β – угол между диагоналями;

h_a и h_b – высоты, проведенные к сторонам a и b
соответственно

$$S = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$



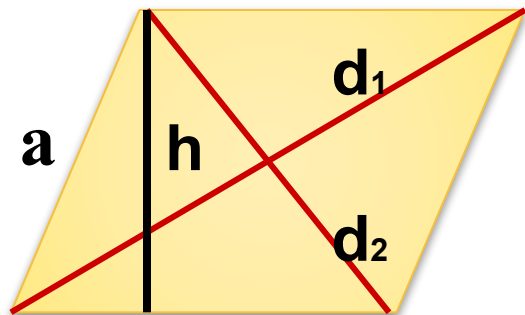
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$



Ромб: a – сторона; α – угол между
сторонами; d_1 и d_2 – диагонали;
 h – высота

$$S = a \cdot h$$

$$S = a^2 \cdot \sin \alpha$$



$$\frac{1}{2} d_1 d_2$$



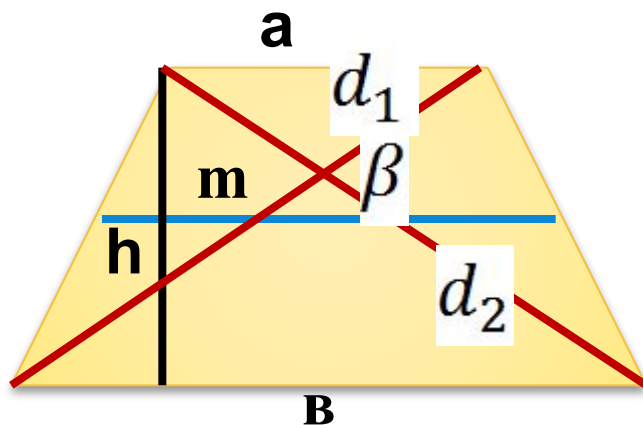
Трапеция: a, b – основания;

α – угол между сторонами; d_1 и d_2 – диагонали;

β – угол между диагоналями; h – высота;

m – средняя линия

$$S = m \cdot h = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$$

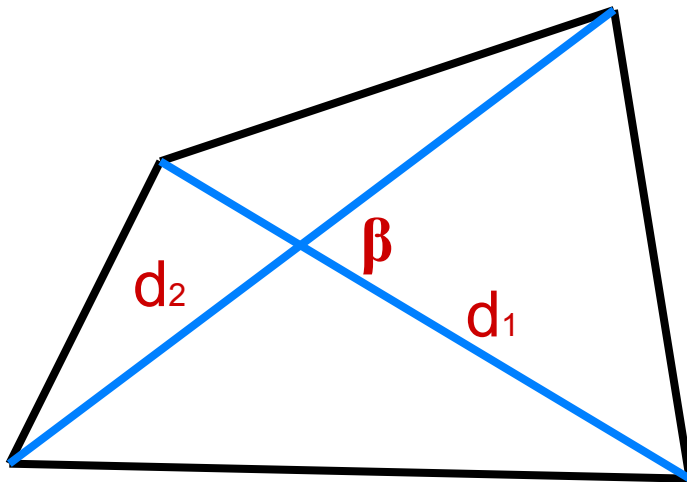


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$



Произвольный четырёхугольник:

d_1 и d_2 – диагонали; β – угол между диагоналями



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$



Используемые ресурсы

- Л.С. Атанасян. Учебник геометрии 7-9. М.: «Просвещение», 2009 г.
- Т.С. Степанова. Математика. Весь школьный курс в таблицах., Минск, «Букмастер», 2012



https://www.google.com/search?hl=ru&site=imghp&tbm=isch&source=hp&biw=1382&bih=732&q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&oq=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&gs_l=img.1.0.0l10.11499.13684.0.20805.10.7.0.3.3.0.113.481.6j1.7.0...0.0...1ac.1.7.img.ZRxa7gaF-Ml#imgrc=hBP2SMLPpmMX9M%3A%3BLrDnnfsdseyC3M%3Bhttp%253A%252F%252Fimg16.slando.ua%252Fimages_slandocomua%252F74852745_1_644x461_podgotovka-k-zno-matematika-harkov.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fkarkov.kha.slando.ua%252Fobyavlenie%252Fpodgotovka-k-zno-matematika-ID5e1v1.html%3B527%3B461