

# **Четырехугольники** (теория)

### Определения

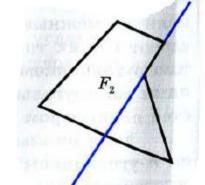


Невыпуклый

#### **Многоугольник**

#### Выпуклый

Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины



# $F_1$

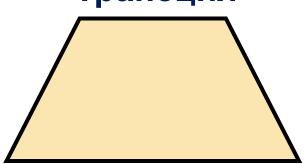
Итак, сумма углов выпуклого n-угольника равна  $(n-2)\cdot 180^\circ$ .



# Четырехугольники

#### Параллелограмм

#### Трапеция



#### четырёхугольник, у которого

противоположные стороны попарно параллельны

две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны

#### Свойства параллелограмма

1.В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны. В

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

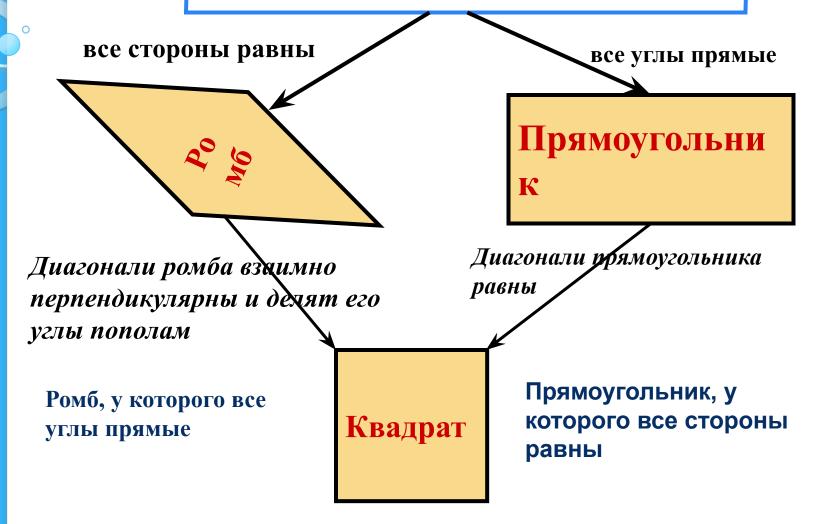
TIOTOJIAM.

3.Сумма углов в параллелограмме, прилежащих к одной стороне, равна 180.

Α

4. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна удвоенной сумме квадратов его сторон.

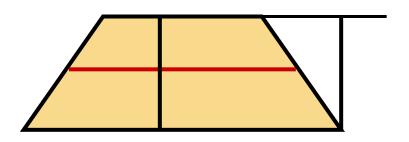
# Параллелограмм



1. Все углы квадрата прямые. 2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам



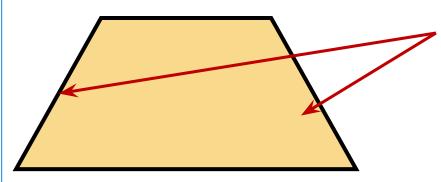
- **Трапеция** это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.
- Основания трапеции её параллельные стороны.
- **Боковые стороны трапеции** непараллельные, противолежащие стороны трапеции
- Высота трапеции это отрезок перпендикуляра от любой точки одного основания до её другого основания (или его продолжения)
- **Средняя линия трапеции** *отрезок соединяющий середины боковых сторон трапеции*.





## Виды трапеции

#### Равнобедренная



Боковые стороны равны

### Прямоугольная

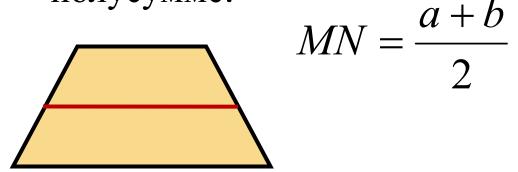
один из углов которой прямой





# Свойства трапеции

1. Средняя линия трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

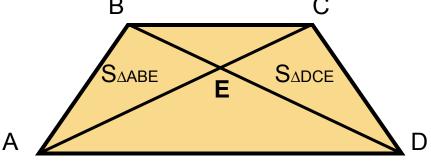


2. У равнобокой трапеции углы при основании (верхнем и нижнем) равны.



### Свойства трапеции

3. Пусть ABCD – трапеция с основаниями AD и BC, точка Е- точка пересечения её диагоналей. в с



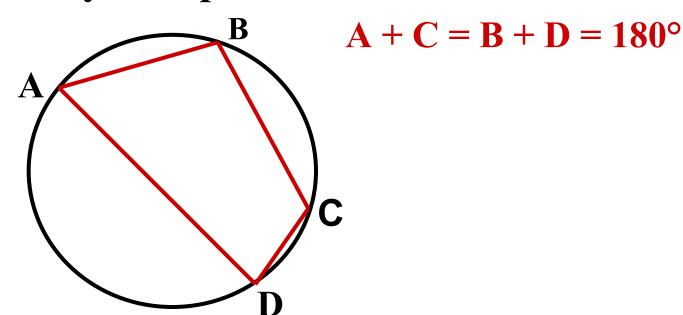
Тогда  $S_{\Delta ABE} = S_{\Delta DCE}$ 

Данное свойство верно для любых трапеций.



# Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

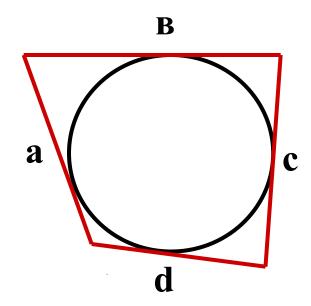
1. Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда сумма его противолежащих углов равна 180°





# Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

2. Четырёхугольник можно описать около окружности тогда и только тогда, когда суммы его противолежащих сторон равны.



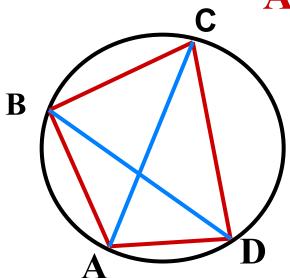
$$\mathbf{a} + \mathbf{c} = \mathbf{B} + \mathbf{d}$$



# Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

3. Если четырёхугольник вписан в окружность, то произведение его диагоналей равно сумме произведений его противолежащих сторон.

 $AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$ 



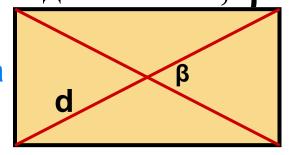


# Формулы площадей четырёхугольников

$$S = a^2$$

$$S = 1/2 \cdot d^2$$

Прямоугольник: a, в – стороны; d – диагональ; В – угол между диагоналями



$$S = \mathbf{a} \cdot \mathbf{B}$$

$$S = 1/2 \cdot \mathbf{d}^2 \cdot \sin \beta$$



#### **Параллелограмм:** a, B -стороны;

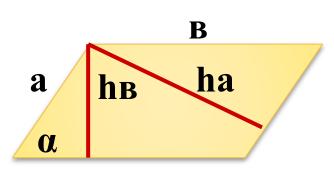
 $\alpha$  — угол между сторонами;

 $d_1$  и  $d_2$  – диагонали;

β – угол между диагоналями;

 $h_a$  и  $h_b$  - высоты, проведенные к сторонам а и b соответственно

$$S = \mathbf{a}^* \mathbf{h}_a = \mathbf{b} * \mathbf{h}_b$$
  
 $S = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \cdot \operatorname{Sin}\alpha$ 



$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$



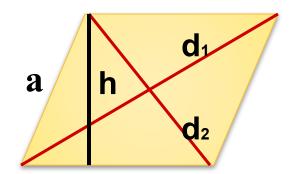
# Ромб: а – сторона; $\alpha$ – угол между сторонами; $d_1$ и $d_2$ – диагонали;

h – высота

$$S = a \cdot h$$

$$S = a^2 \cdot Sin\alpha$$

$$\frac{1}{2} d_1 d_2$$

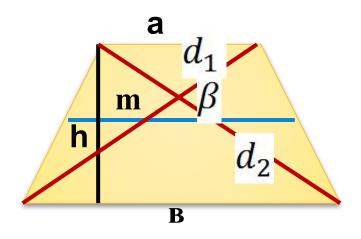




# Трапеция: а, в – основания;

 $\alpha$  — угол между сторонами;  $d_1$  и  $d_2$  — диагонали;  $\beta$  — угол между диагоналями; h — высота; m — средняя линия

$$S = m*h = \frac{1}{2} (a + b) * h$$

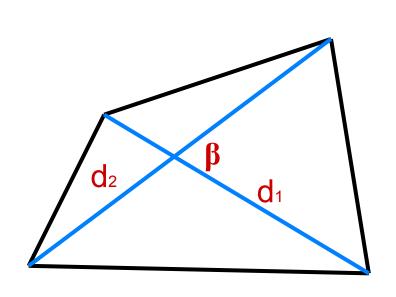


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$



### Произвольный четырёхугольник:

 $d_1$  и  $d_2$  — диагонали;  $\beta$  — угол между диагоналями



$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$





- Л.С. Атанасян. Учебник геометрии 7-9.
   М.: «Просвещение», 2009 г.
- Т.С. Степанова. Математика. Весь школьный курс в таблицах., Минск, «Букмастер»,2012



https://www.google.com/search?hl=ru&site=imghp&tbm=isch&source=hp&biw=1382&bih=732&q=% D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&oq=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&gs\_l=img.1.0.0l10.11499.13684.0.20805.10.7.0.3.3.0.113.481.6j1.7.0...0.0....1ac.1.7.img.ZRxa7gaF-MI#imgrc=hBP2SMLPpmMX9M%3A%3BLrDnnfsdseyC3M%3Bhttp%253A%252F%252Fimg16.slando.ua%252Fimages\_slandocomua%252F74852745\_1\_644x461\_podgotovka-k-zno-matematika-harkov.ipg%3Bhttp%253A%252F%252Fkharkov.kha.slando.ua%252Fobyavlenie%252Fpodgotovka-k-zno-

matematika-ID5e1v1.html%3B527%3B461