

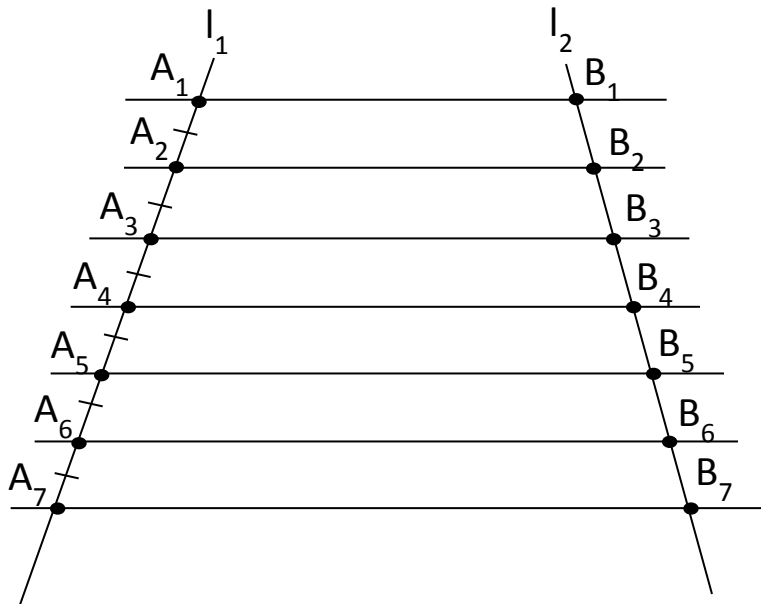
Теорема Фалеса

Урок геометрии в 8 классе

Учитель математики ГБОУ Школа №15

Дмитрий Вадимович Лабзин

Теорема. Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



По условию:

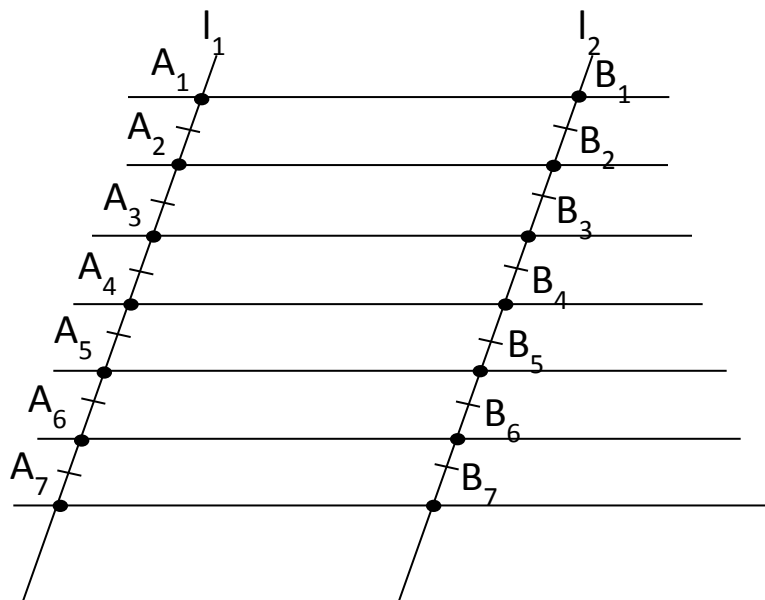
$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7$$

Надо доказать:

$$B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6 = B_6B_7$$

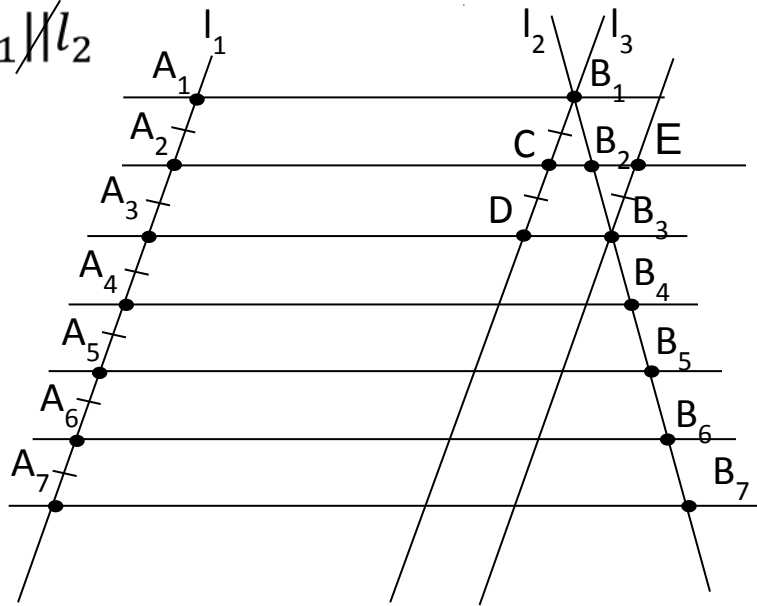
Доказательство.

1) Пусть $l_1 \parallel l_2$

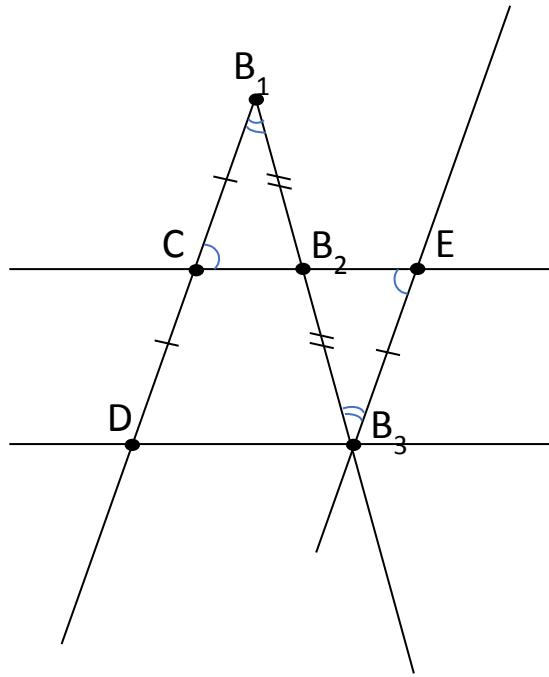


Так как $l_1 \parallel l_2$ и $A_1B_1 \parallel A_2B_2; A_2B_2 \parallel A_3B_3 \dots$, то $A_1B_1B_2A_2; A_2B_2B_3A_3 \dots$ - параллелограммы. Следовательно, $A_1A_2 = B_1B_2; A_2A_3 = B_2B_3 \dots$ (по свойству параллелограмма) и $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots$ (по условию), то $B_1B_2 = B_2B_3 = \dots$

2) Пусть $l_1 \parallel l_2$



Проведем $l_3 \parallel l_1$
 $B_1C = CD$ (см. п. 1)
 Проведем $B_3E \parallel CD$
 CEB_3D – параллелограмм,
 следовательно $CD = B_3E$ (по свойству параллелограмма).



Рассмотрим ΔB_1CB_2 и ΔB_3B_2E :

- 1) $\angle B_1CB_2 = \angle B_3EB_2$ (накрест лежащие углы при $DB_1 \parallel B_3E$ и секущей CE ;
- 2) $\angle CB_1B_2 = \angle EB_3B_2$ (накрест лежащие углы при $DB_1 \parallel B_3E$ и секущей B_1B_3 ;
- 3) Так как $B_1C = CD$, а $CD = B_3E$, то $B_1C = B_3E$
 Следовательно, ΔB_1CB_2 и ΔB_3B_2E (по стороне и двум прилежащим к ней углам), следовательно $B_1B_2 = B_2B_3$.
 Следующие равенства доказываются аналогично.