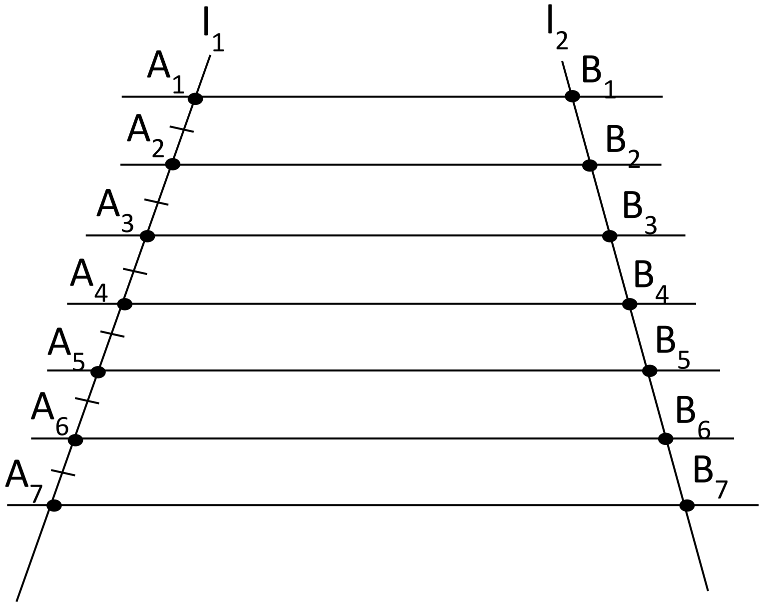
Теорема Фалеса

Урок геометрии в 8 классе

Учитель математики ГБОУ Школа №15

Дмитрий Вадимович Лабзин

Теорема. Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.

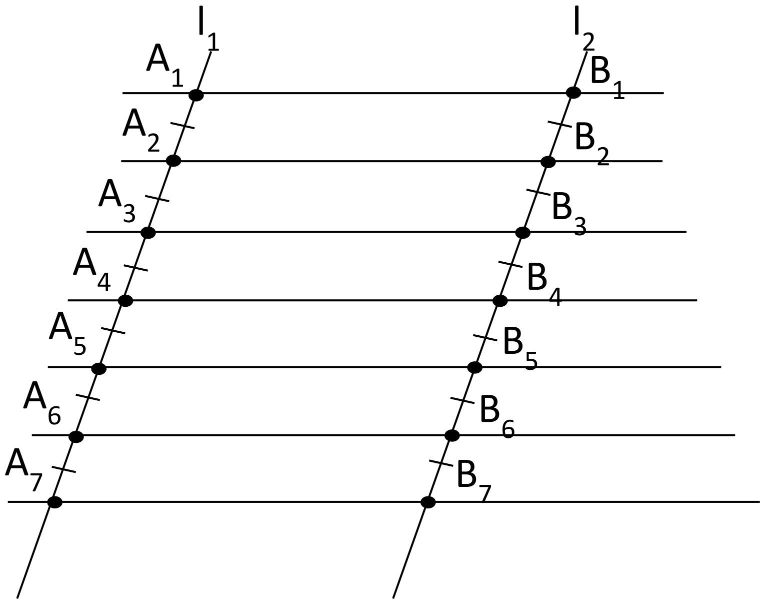


По условию:
$A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=A_5A_6=A_6A_7$

Надо доказать:
$B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4=B_4B_5=B_5B_6=B_6B_7$

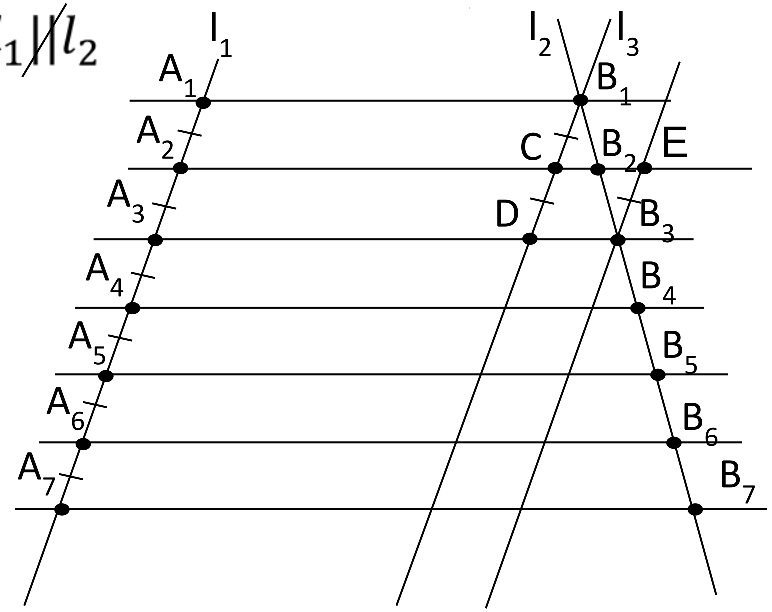
Доказательство.

1) Пусть $l_1||l_2$



Так как $l_1||l_2$ и $A_1B_1||A_2B_2$; $A_2B_2||A_3B_3$…, то $A_1B_1B_2A_2$; $A_2B_2B_3A_3$ … - параллелограммы. Следовательно, $A_1A_2 = B_1B_2$; $A_2A_3 = B_2B_3$ … (по свойству параллелограмма) и $A_1A_2 = A_2A_3 = …$ (по условию), то $B_1B_2 = B_2B_3 = …$

2) Пусть $l_1 \nparallel l_2$



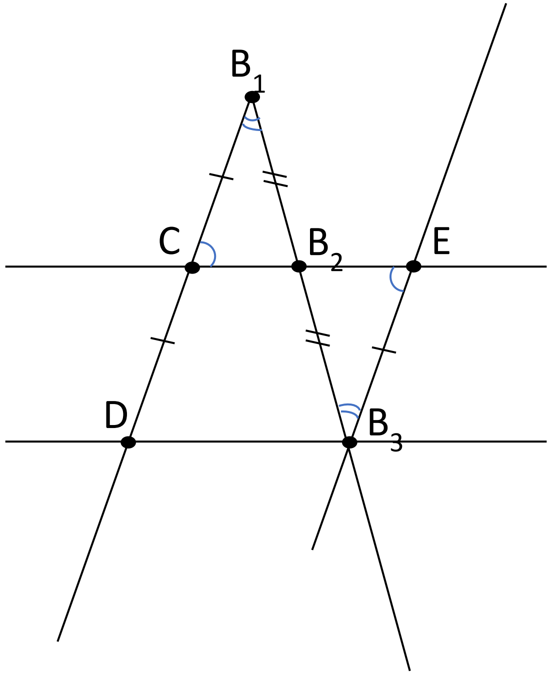
Проведем $l_3 || l_1$

$B_1C = CD$ (см. п. 1)

Проведем $B_3E || CD$

CEB_3D – параллелограмм,

следовательно $CD = B_3E$ (по свойству параллелограмма).



Рассмотрим ΔB_1CB_2 и ΔB_3B_2E:

1) $\angle B_1CB_2 = \angle B_3EB_2$ (накрест лежащие углы при $DB_1 || B_3E$ и секущей CE;

2) $\angle CB_1B_2 = \angle EB_3B_2$ (накрест лежащие углы при $DB_1 || B_3E$ и секущей B_1B_3;

3) Так как $B_1C = CD$, *а* $CD = B_3E$, то $B_1C = B_3E$

Следовательно, ΔB_1CB_2 и ΔB_3B_2E *(по стороне и двум прилежащим к ней углам), следовательно* $B_1B_2 = B_2B_3$.

Следующие равенства доказываются аналогично.