

Решение треугольников

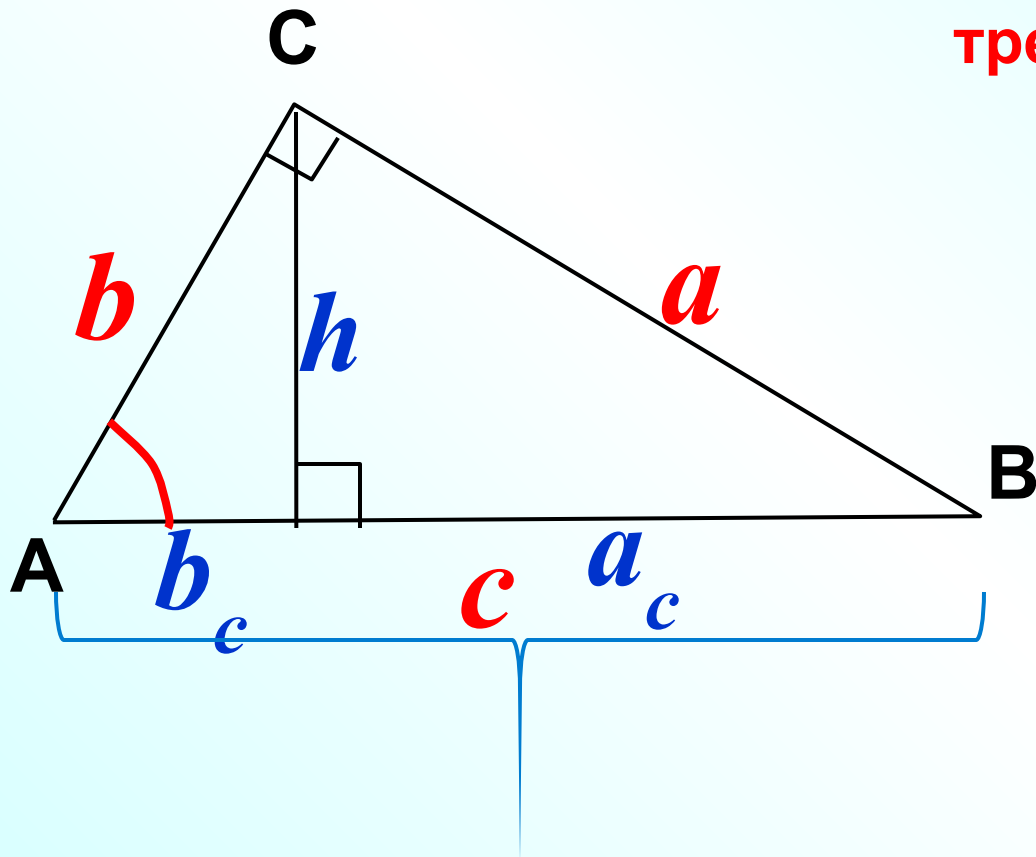
Теорема косинусов

Цели урока

- *изучить формулировку и доказательство теоремы косинусов;*
- *научиться применять теорему и следствия из нее при решении задач*

Повторение

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$h = \sqrt{b_c \cdot a_c}$$

$$b = \sqrt{b_c \cdot c}$$

$$a = \sqrt{a_c \cdot c}$$

Изучение нового материала

Теорема косинусов.

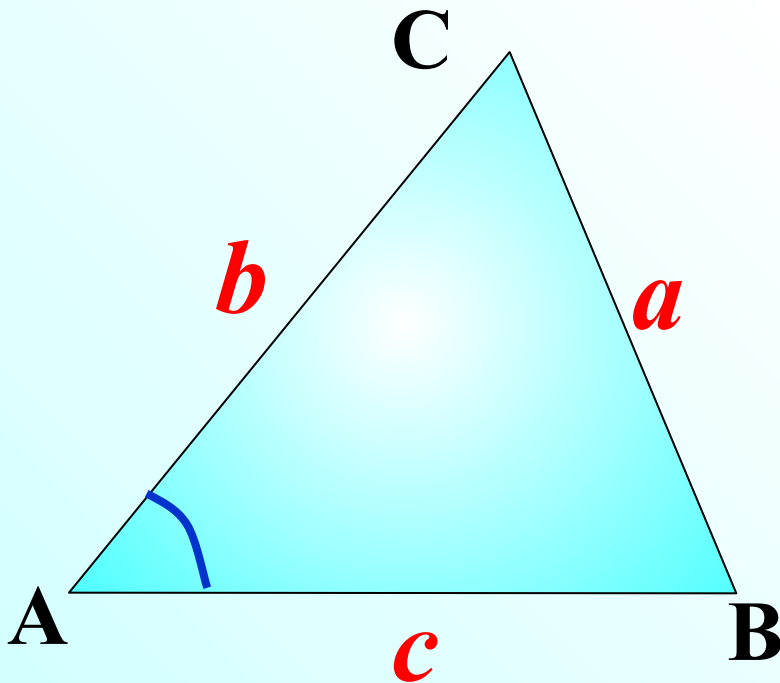
Квадрат любой стороны треугольника равен

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме

квадратов двух других сторон без удвоенного

произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

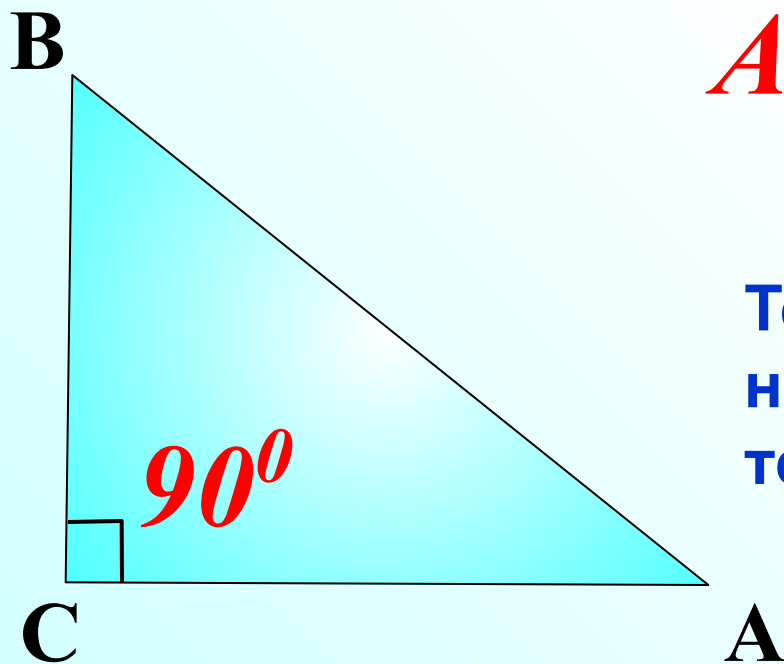


Теорема косинусов.

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2 \cdot BC \cdot CA \cos C$$

$$AB^2 = BC^2 + CA^2$$

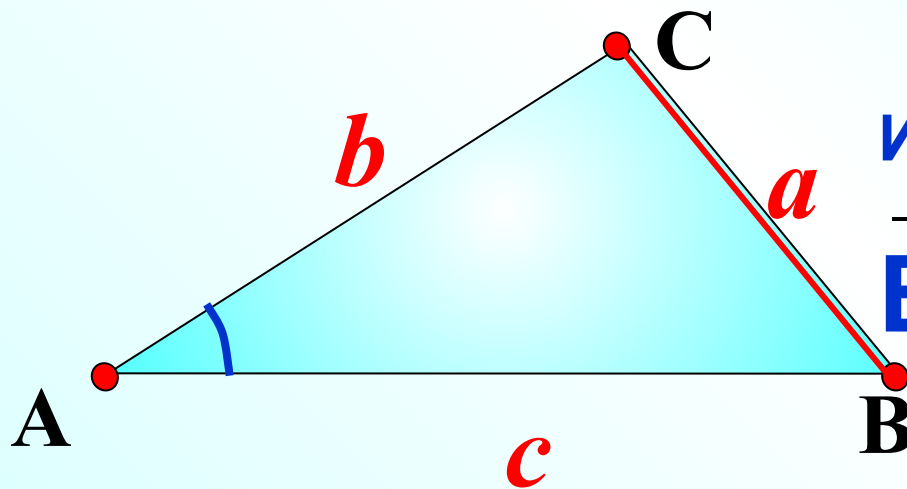


Теорему косинусов иногда называют обобщенной теоремой Пифагора.

Теорема косинусов.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

Доказательство:



Имеем векторное равенство:

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$$

Возведем его скалярно в квадрат:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{AC} \quad \text{или}$$

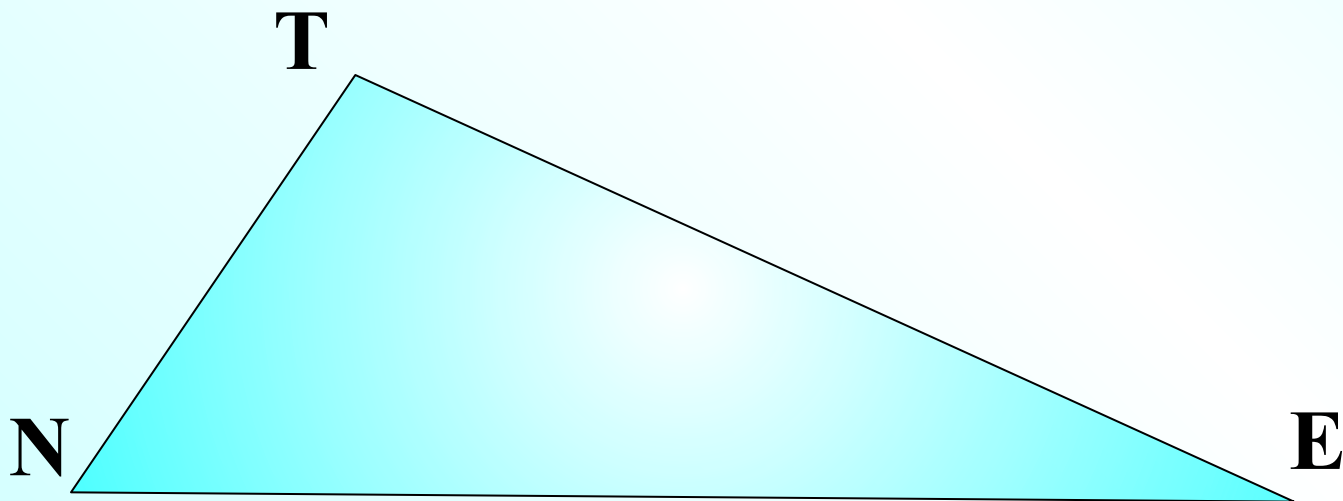
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

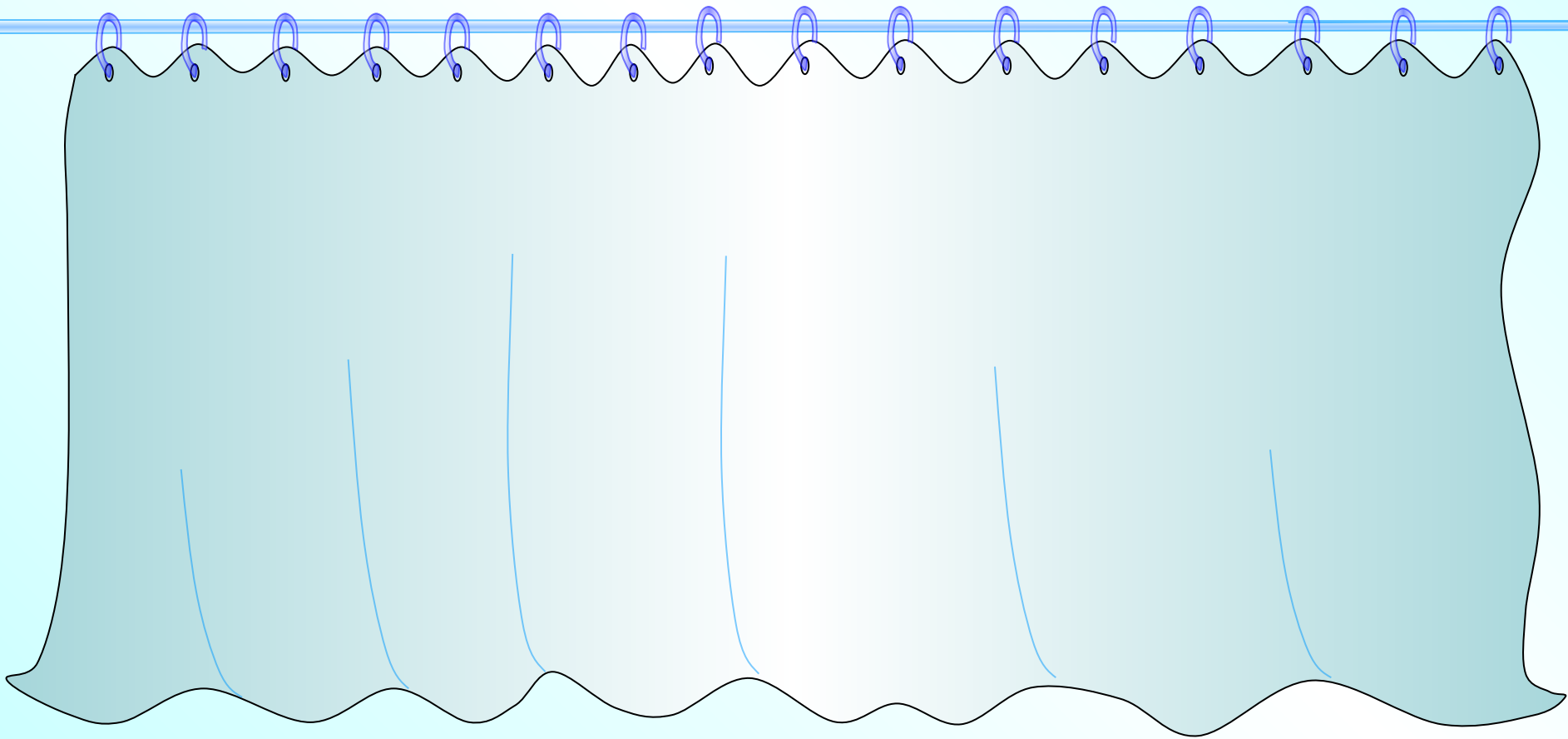
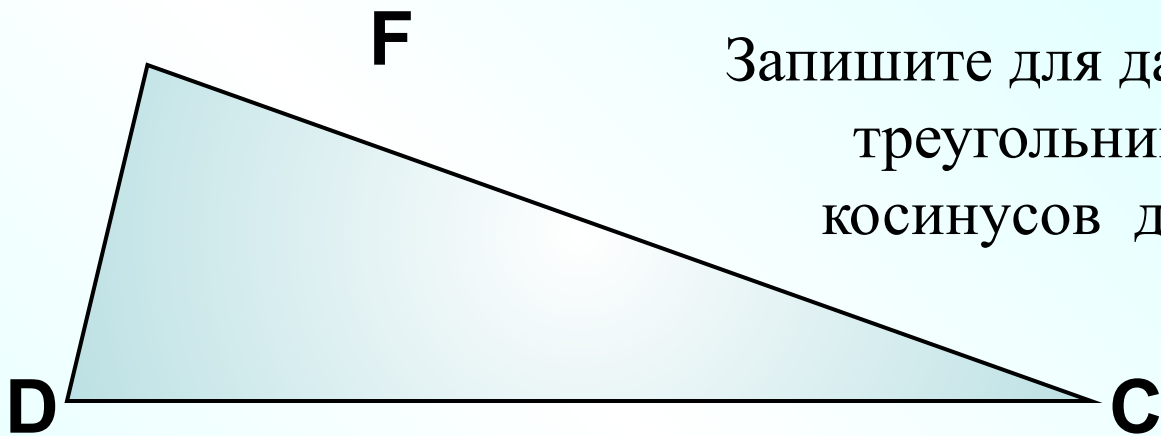
$$NT^2 = NE^2 + TE^2 - 2 \cdot NE \cdot TE \cos E$$

$$TE^2 = NT^2 + NE^2 - 2 \cdot NT \cdot NE \cos N$$

$$NE^2 = NT^2 + TE^2 - 2 \cdot NT \cdot TE \cos T$$



Запишите для данного
треугольника теорему
косинусов для каждой стороны.



Если в треугольнике, стороны которого равны a, b, c , выполнено условие:

$$b^2 + a^2 = c^2 \quad \Rightarrow \cos C = 0, \quad \angle C = 90^\circ$$

$$b^2 + a^2 > c^2 \quad \Rightarrow \cos C > 0, \quad \angle C - \text{острый}$$

$$b^2 + a^2 < c^2 \quad \Rightarrow \cos C < 0, \quad \angle C - \text{тупой}$$

Определите вид треугольника со сторонами 7, 9 и 11 см.

$$7^2 + 9^2 > 11^2 \Rightarrow \text{треугольник остроугольный}$$

Определите вид треугольника со сторонами 3, 5 и 6 см.

$$3^2 + 5^2 < 6^2 \Rightarrow \text{треугольник тупоугольный}$$

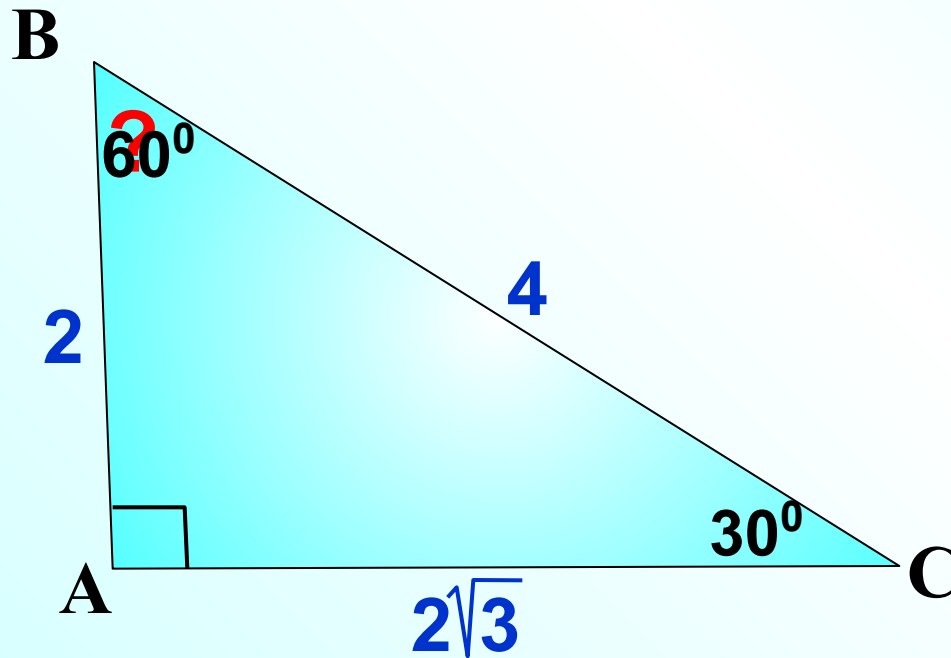
Какой угол в данном треугольнике тупой?

Решение задач

Найти угол В

$$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4^2$$

\Rightarrow треугольник прямоугольный



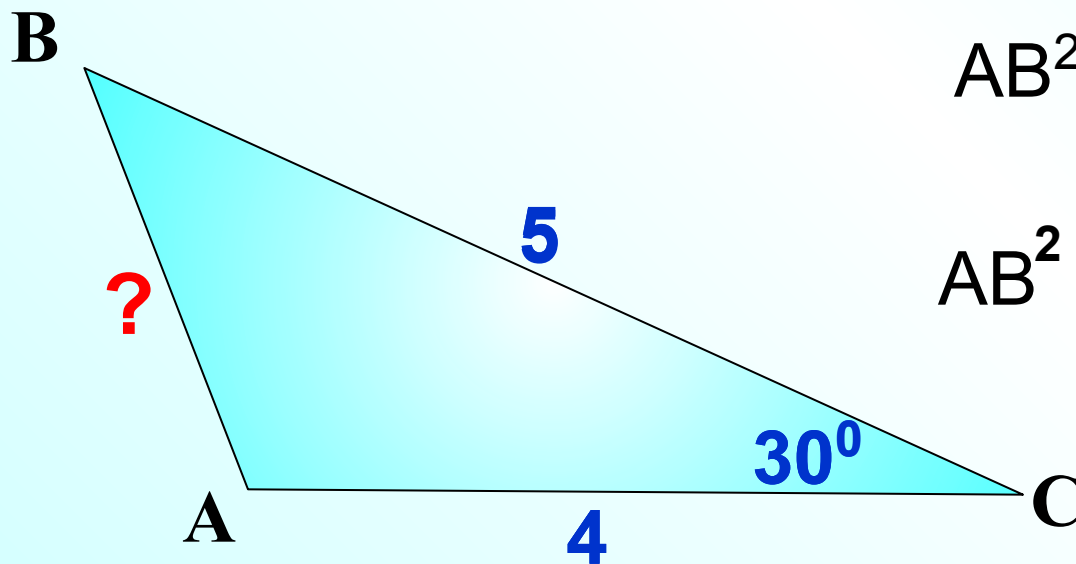
Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Найти АВ

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cos C$$

$$AB^2 = 41 - 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB^2 = \sqrt{41 - 20 \cdot \sqrt{3}}$$



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон плюс удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Найти BC

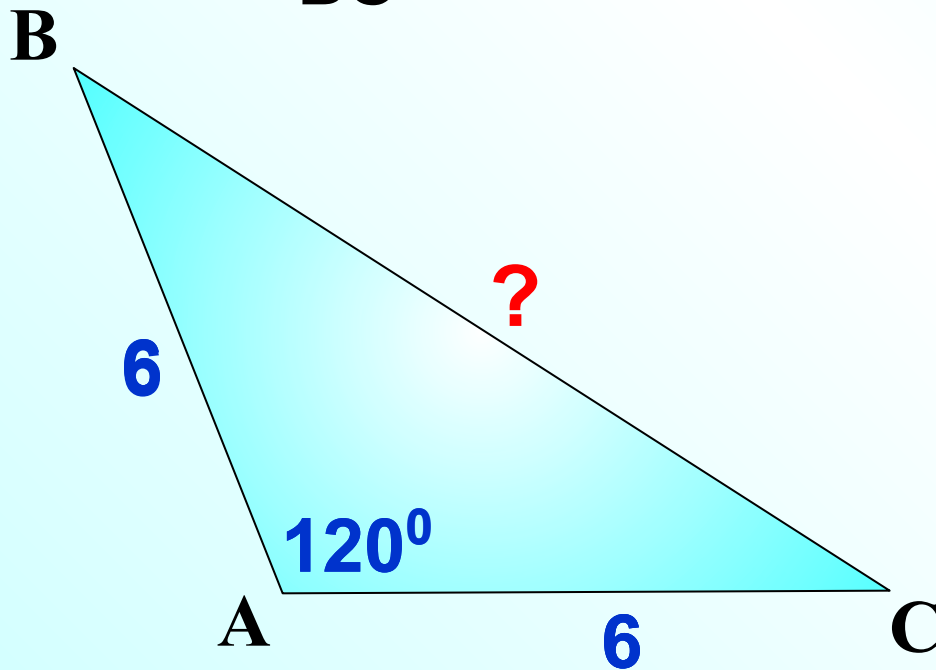
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2 \cdot AB \cdot AC \cos A$$

$$BC^2 = 72 + 72 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BC^2 = 108$$

$$BC = \sqrt{108}$$

$$BC = 6\sqrt{3}$$



ABCD – параллелограмм. Найти BD.

Рассмотрим $\triangle ABD$

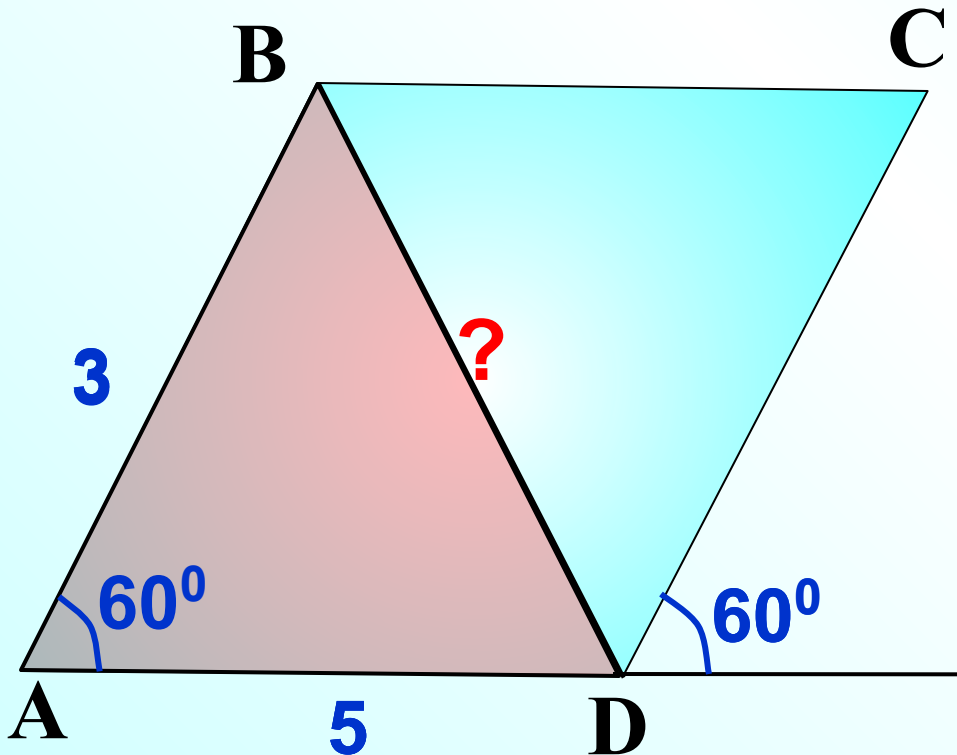
2 2

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cos A$$

$$BD^2 = 34 - 30 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BD^2 = 19$$

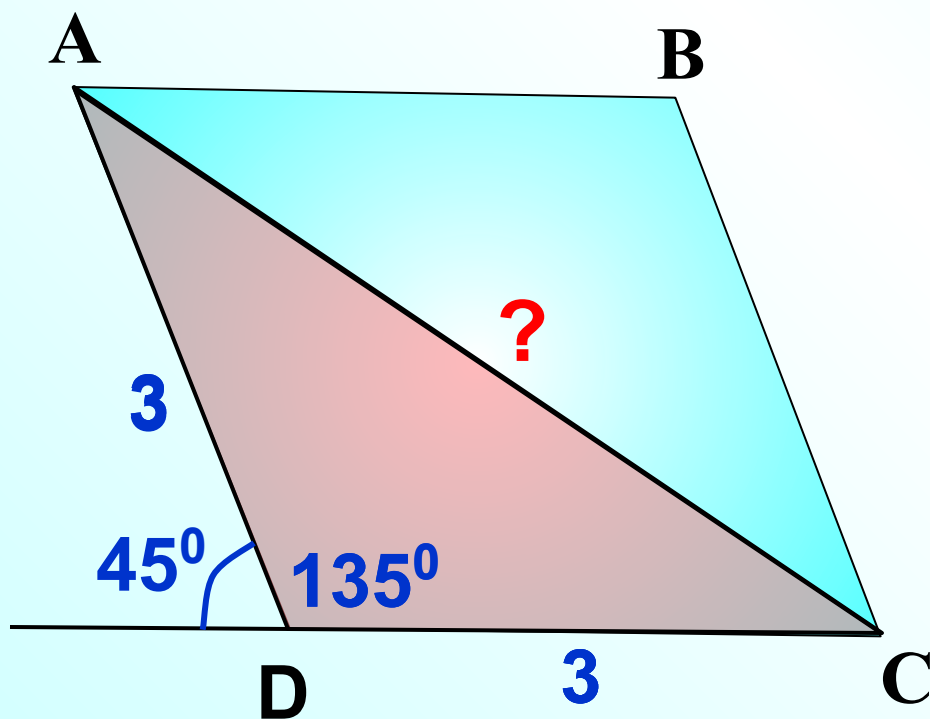
$$BD = \sqrt{19}$$



ABCD – ромб. Найти AC.

Рассмотрим $\triangle ACD$

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 + 2 \cdot AD \cdot CD \cos D - \cos 45^\circ$$



$$AC^2 = 18 + 18 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$AC^2 = 18 + 9\sqrt{2}$$

$$AC^2 = \sqrt{9(2 + \sqrt{2})}$$

$$AC = 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

Домашнее задание

Итог урока. Рефлексия

ТЕСТ.

1. Результатом своей личной работы на уроке считаю, что я...
 - А. Разобрался в теории.
 - Б. Научился решать задачи.
 - В. Повторил весь изученный материал.

2. Чего вам не хватало на уроке при решении заданий:
 - А. Знаний.
 - Б. Времени.
 - В. Желания.
 - Д. Решал нормально.

3. Кто оказывал вам помощь в преодолении трудностей на уроке?
 - А. Одноклассники.
 - Б. Учитель.
 - В. Учебник.
 - С. Компьютер
 - Д. Никто.

Спасибо за урок!

Литература и Интернет - ресурсы

- Геометрия. Учебник для 7-9 классов. Погорелов А.В. 2-е изд. - М.: 2014
- 9 класс. Рабочая тетрадь. Дудницын Ю.П. 8-е изд. - М.: 2012.
- Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Математика. Пособие для «Чайников». Модуль 2: «Геометрия». Базовый уровень ОГЭ – 2015 – Ростов –на – Дону: Легион, 2014
- Савченко Е.М. Уроки геометрии с применением информационных технологий. 7-9 классы. Методическое пособие с электронным приложением. – М.: «Планета», 2012
- <http://www.fifa-2012.org.ua/inside/soft/reshebnik-po-geometrii-7-9-klass-pogorelov.html>
- <http://www.alleng.ru/d/math/math1330.htm>