

Доклад

На 2-ую школьную математическую конференцию
ученика 8-го класса МКОУ «Рогачёвская СОШ»
Налётова Ильи

2012 год

Геометрическая экономия,

ИЛИ

нахождение формы геометрической плоской фигуры заданного периметра, при котором она имеет наибольшую площадь.

Этот доклад, смысл названия которого станет понятно вам в дальнейшем, я хочу начать отрывком из рассказа Л.Н.Толстого «Много ли человеку земли нужно».

-А цена какая будет?

-А цена какая будет? - говорит Пахом.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

*- Какая это мера – день? Сколько в ней
десятин будет?*

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

- Какая это мера – день? Сколько в ней десятин будет?

- Мы этого – говорят – не умеем считать. А мы за день продаём: сколько в день обойдешь, то и твое. И платишь ты за это 1000 рублей.

Нас в этом рассказе интересует его математическая часть.


Нам в этом рассказе интересует его математическая часть.

Вопрос №1:

Нас в этом рассказе интересует его математическая часть.

Вопрос №1:

Можно ли по данным, представленным в рассказе определить сколько квадратных вёрст обегал Пахом за день?



*Внимательно прочитав рассказ,
извлекая из него все данные мы
сможем составить условия
геометрической задачи.*

Читаем:

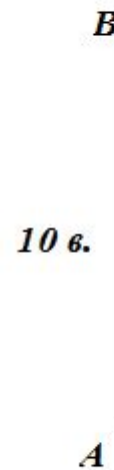
*Прежде всего в рассказе сказано, что
Пахом бежал по сторонам
четырехугольника: «...Одна упряжка
прошла, - думает Пахом. – А их
четыре во дню, надо поворачивать...»*

Прежде всего в рассказе сказано, что Пахом бежал по сторонам четырехугольника: «...Одна упряжка прошла, - думает Пахом. – А их четыре во дню, надо поворачивать...»

О первой стороне мы читаем: «... Верст пять прошёл. Пройду ещё вёрст с пяток, тогда и влево буду погибать...»

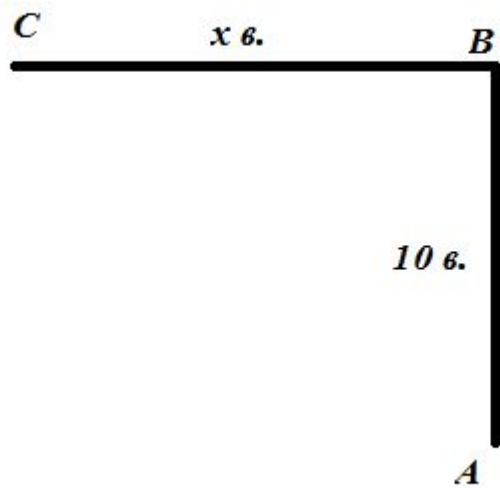
*Значит первая сторона
четырёхугольника имела в длину
около 10 верст.*

1 сторона – $5+5=10$ верст



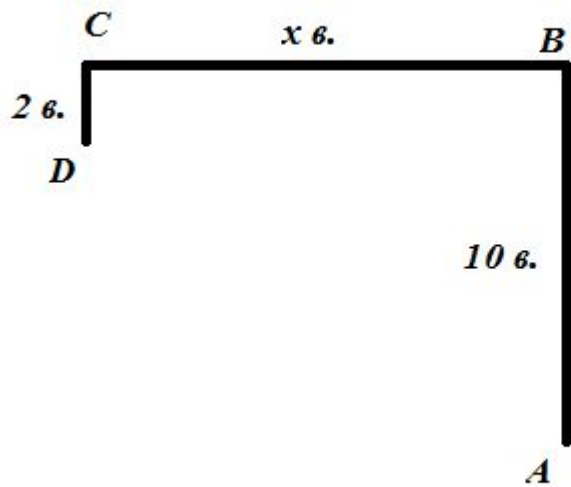
*О второй стороне численных данных
в рассказе нет.*

II сторона – ? верст



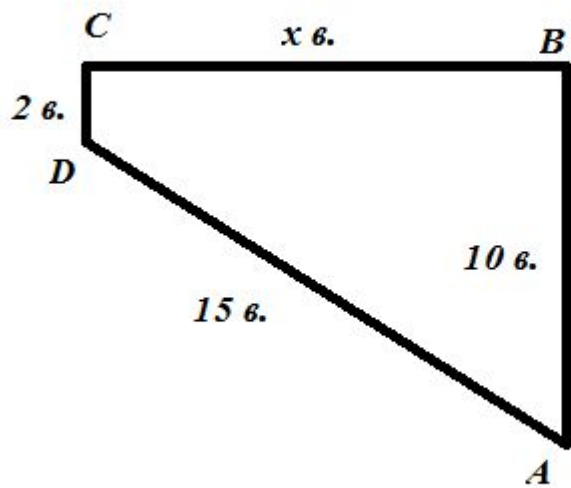
*Длина третьей стороны в рассказе
указана прямо – «...По третьей
стороне всего версты 2 прошёл».*

III сторона – 2 версты

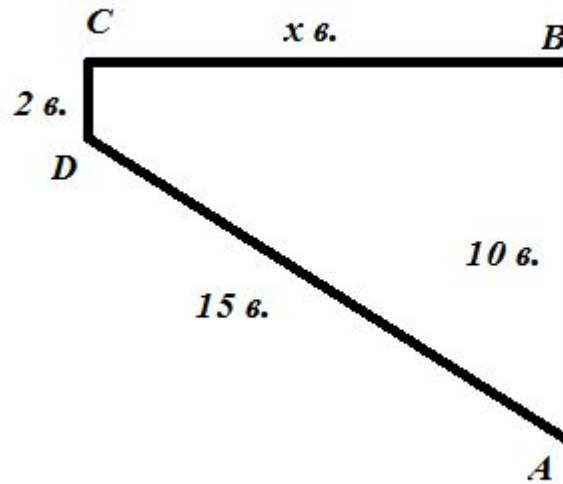


Также прямо дана длина и четвёртой стороны: «До места всё те же верст пятнадцать»

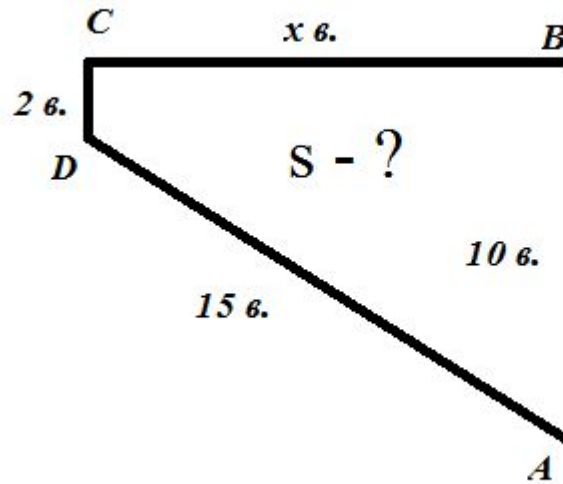
IV сторона – 15 верст.



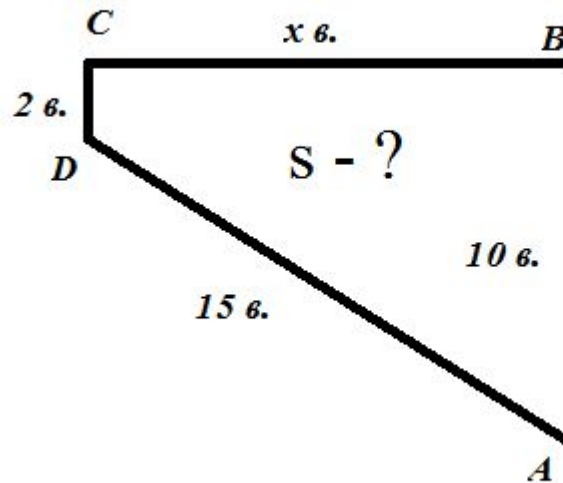
Теперь мы имеем четырехугольник $ABCD$ со сторонами 2, 15, 10 верст и неизвестной стороной CB .
Необходимо найти его площадь S



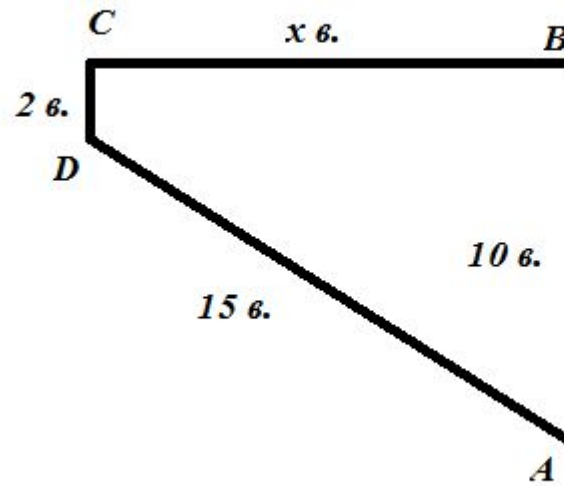
Теперь мы имеем четырехугольник $ABCD$ со сторонами 2, 15, 10 верст и неизвестной стороной CB .
Необходимо найти его площадь S



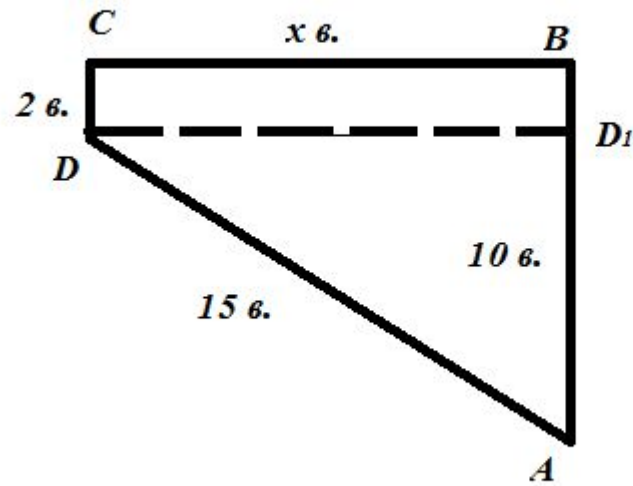
Решение можно произвести с помощью несложных геометрических рассуждений.



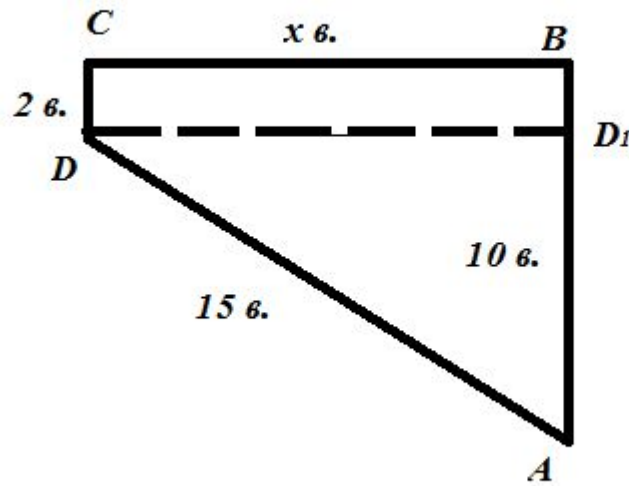
Проведём прямую DD_1 параллельную
прямой CB



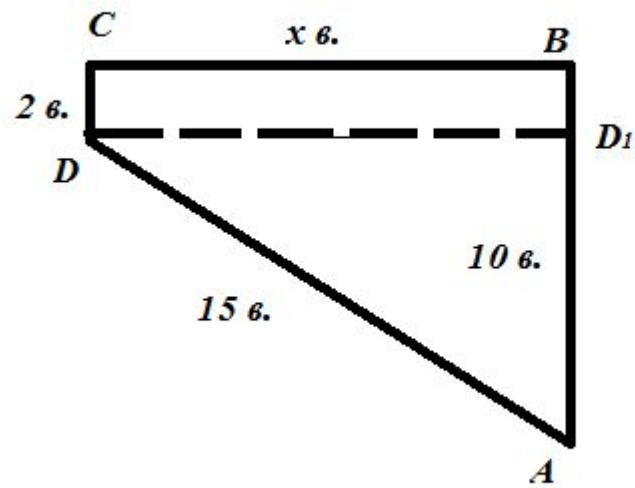
Проведём прямую DD_1 параллельную
прямой CB



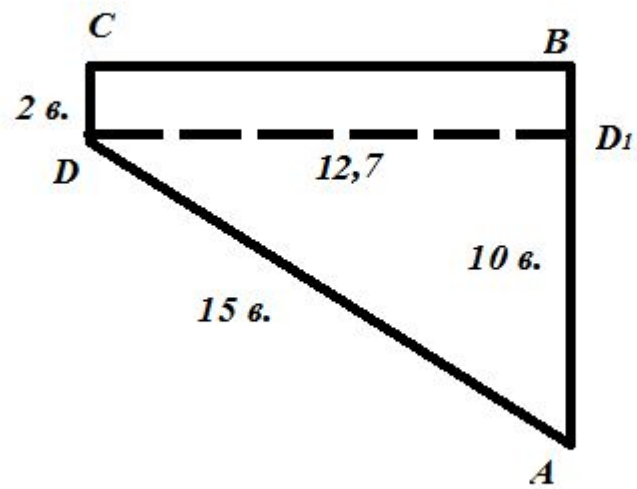
Теперь мы имеем прямоугольный
треугольник ADD и прямоугольник
 CBD_1D . Из теоремы Пифагора
находим третью сторону по двум
другим.



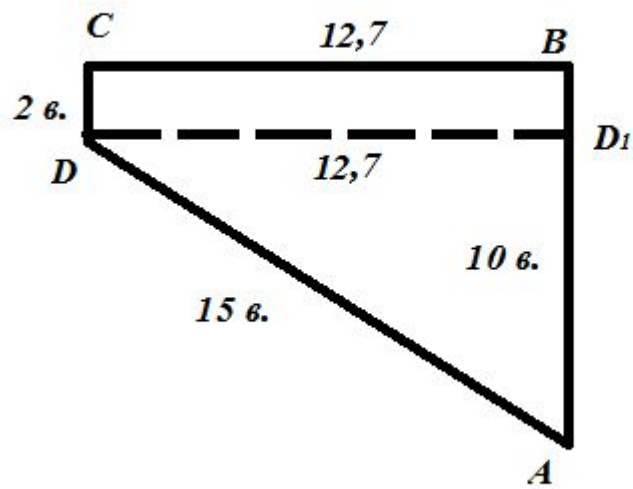
$$DD_1 = 12,7 \text{ верст}$$



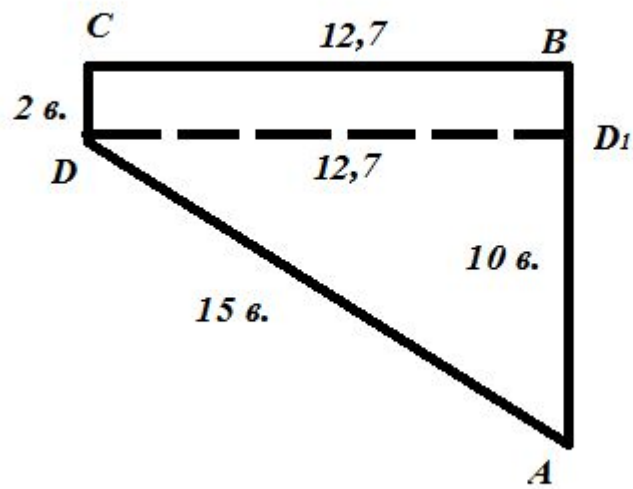
$$DD_1 = 12,7 \text{ верст}$$



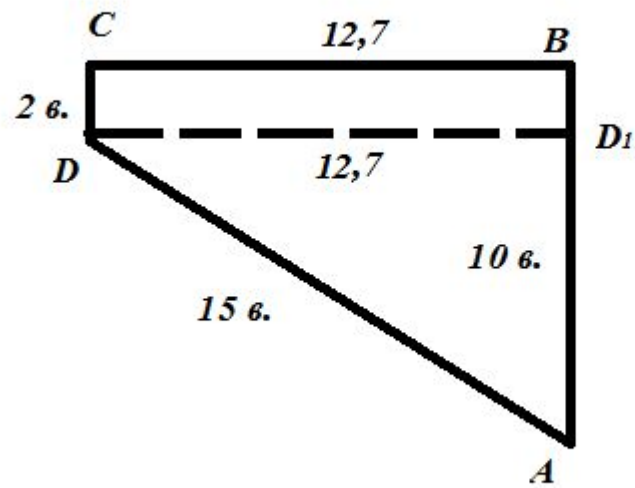
Так как $CBDD_1$ -прямоугольник, то
 $CB=DD_1 = 12,7$ верстам



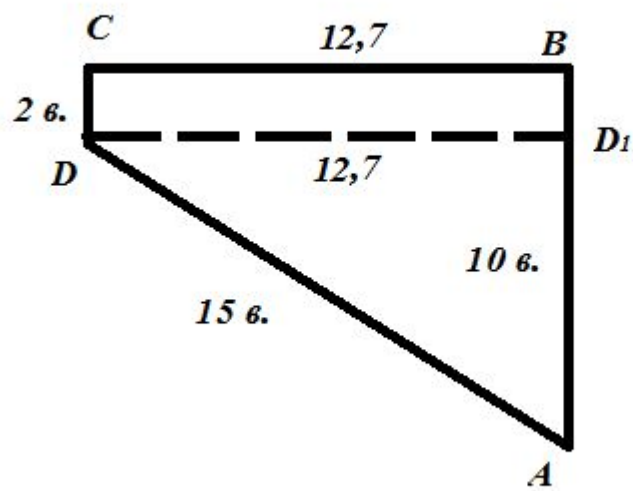
Вычисляем площадь прямоугольной трапеции $ABCD$.



*Площадь трапеции $ABCD$ равна 78
квадратным верстам*



*78 квадратные версты примерно
равны 94 квадратным километрам*



Получается, что идя по сторонам трапеции, Пахом обежал 78 кв. верст. При этом он пробежал $13+10+2+15=40$ верст (48 км).

Получается, что идя по сторонам трапеции, Пахом обежал 78 кв. верст. При этом он пробежал $13+10+2+15=40$ верст (48 км).

Вопрос №2.

Получается, что идя по сторонам трапеции, Пахом обежал 78 кв. верст. При этом он пробежал $13+10+2+15=40$ верст (48 км).

Вопрос №2.

Мог ли Пахом обежать большую площадь пройдя те же 40 верст?

Его первоначальным намерением было бежать по сторонам прямоугольника, а трапеция получилась в результате плохого расчёта. Интересно узнать, выгадал он, или прогадал?

*Прямоугольников с периметром 40
вёрст может быть много, и каждый
из них имеет различную площадь.*

Вот ряд примеров:

*Прямоугольников с периметром 40
вёрст может быть много, и каждый
из них имеет различную площадь.*

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

Прямоугольников с периметром 40 вёрст может быть много, и каждый из них имеет различную площадь.

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

$$13 \times 7 = 91$$

Прямоугольников с периметром 40 вёрст может быть много, и каждый из них имеет различную площадь.

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

$$13 \times 7 = 91$$

$$12 \times 8 = 96$$

Прямоугольников с периметром 40 вёрст может быть много, и каждый из них имеет различную площадь.

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

$$13 \times 7 = 91$$

$$12 \times 8 = 96$$

$$11 \times 9 = 99$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

$$19 \times 1 = 19$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

$$19 \times 1 = 19$$

$$19,5 \times 0,5 = 9,25$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

$$19 \times 1 = 19$$

$$19,5 \times 0,5 = 9,25$$

$$17 \times 3 = 51$$

*Следовательно, на вопрос нельзя
дать однозначный ответ. Есть
прямоугольники и с большей
площадью, чем наша трапеция, и с
меньшей, при одинаковом периметре.
Но можно дать ответ на другой
вопрос:*

Следовательно, на вопрос нельзя
дать однозначный ответ. Есть
прямоугольники и с большей
площадью, чем наша трапеция, и с
меньшей, при одинаковом периметре.
Но можно дать ответ на другой
вопрос:

**какая из прямоугольных фигур с
заданным периметром имеет
наибольшую площадь?**

Сравняя нашу прямоугольную фигуру с квадратом, замечаем, что чем меньше разность сторон прямоугольника, тем больше его площадь. Следовательно когда разности не будет вообще, то есть, когда фигура станет квадратом, тогда площадь фигуры станет равна $10 \times 10 = 100$ кв. верст.

Легко видно, что квадрат превосходит любой прямоугольник одинакового с ним периметра.

Если бы Пахом бежал по сторонам квадрата, а не трапеции, то пробежав 40 верст он бы обежал 100 кв. верст, то есть на 22 кв. версты больше.



animashki.net





Надеюсь вы ещё не спите?



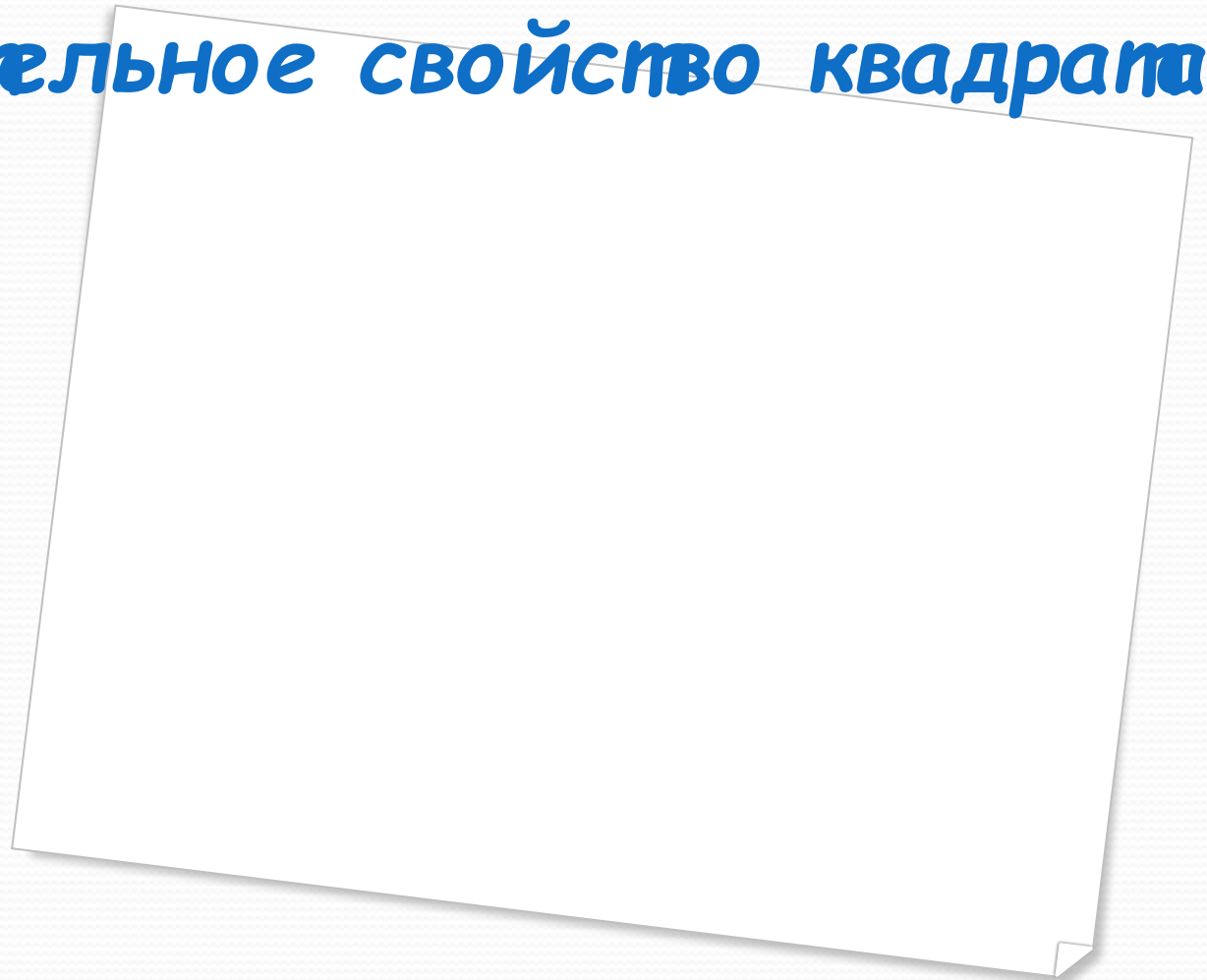


Надеюсь вы ещё не спите?

**Просыпайтесь,
сейчас будет
самое интересное!**



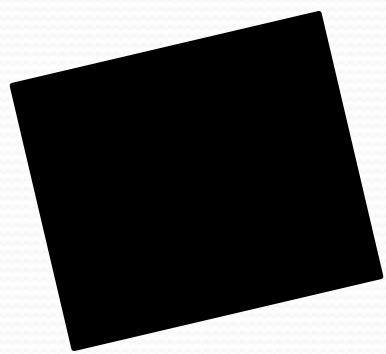
Замечательное свойство квадрата



Замечательное свойство квадрата



Замечательное свойство квадрата




**Замечательное свойство
квадрата:
он всегда имеет большую
площадь, чем любой
прямоугольник, равного с ним
периметра.**

**Замечательное свойство
квадрата:
он всегда имеет большую
площадь, чем любой
прямоугольник, равного с ним
периметра.**



Доказательство:



*Спасибо за внимание и
терпение!*

До новых встреч!