Другие признаки равенства треугольников

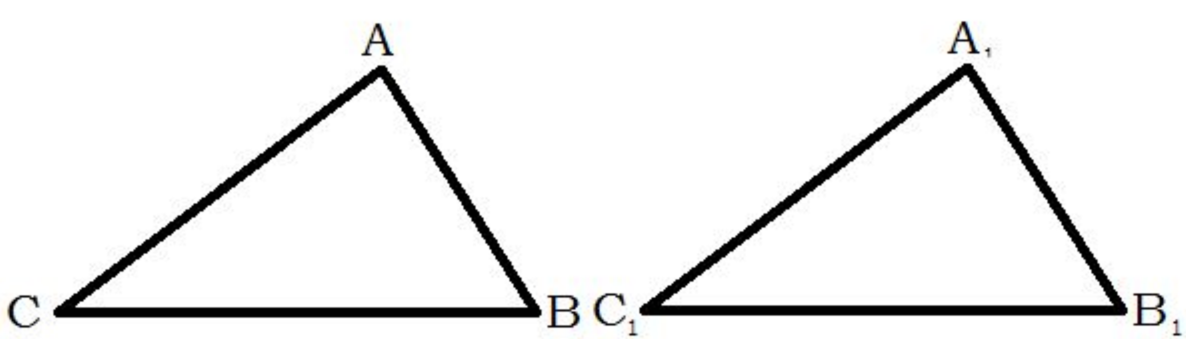
- Цель работы: найти другие признаки равенства треугольников, прохождение которых не входит в школьную программу.

Признаки:

- По углу, прилежащей к нему стороне, и сумме длин двух сторон.
- «Косой» признак равенства треугольников.

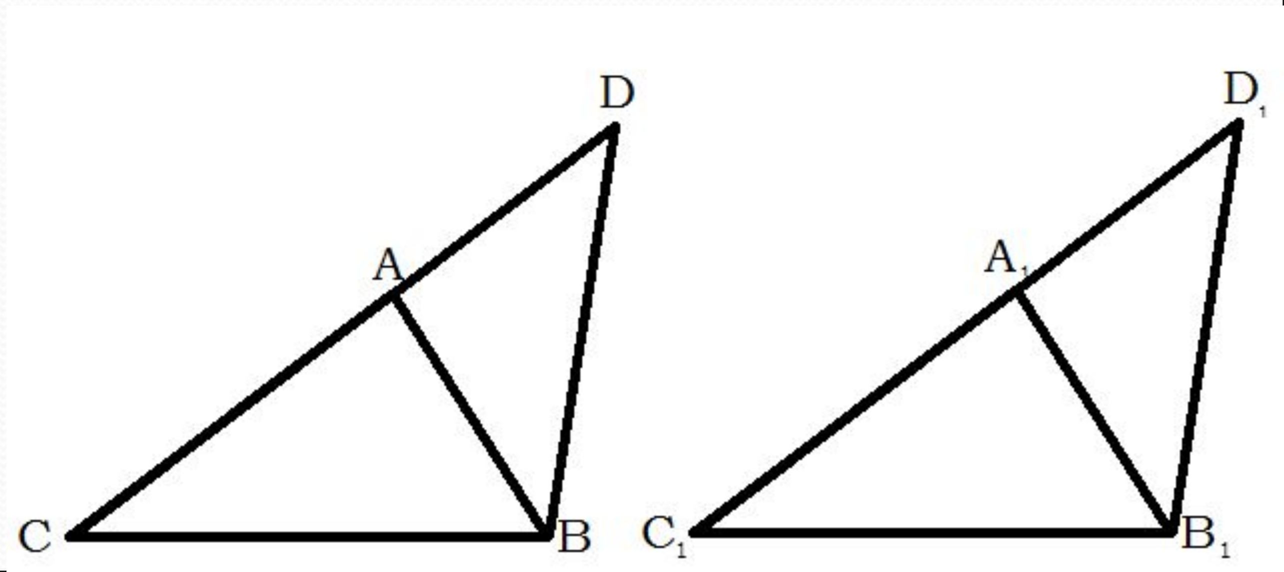
Два треугольника равны, если угол, прилежащая к нему сторона и сумма двух других сторон одного треугольника соответственно равны углу, прилежащей к нему стороне и сумме двух других сторон другого треугольника.

Дано:
$AC+AB=A_1C_1+A_1B_1$
$\angle C=\angle C_1$
$BC=B_1C_1$
Доказать:
$\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$



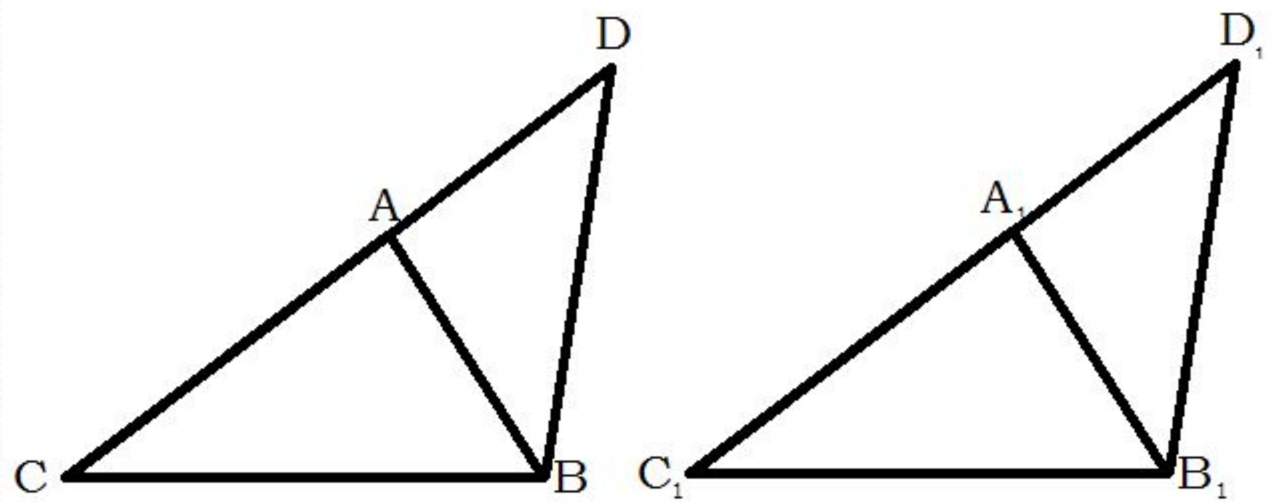
Доказательство:

- Дополнительное построение: Продлим отрезок CA за точку A, продлим отрезок C_1A_1 за точку A_1. Отложим на луче CA точку D так, чтобы AB=AD. Отложим на луче C_1A_1 точку D_1 так, чтобы $A_1B_1=A_1D_1$. Соединим B с D, B_1 с D_1.



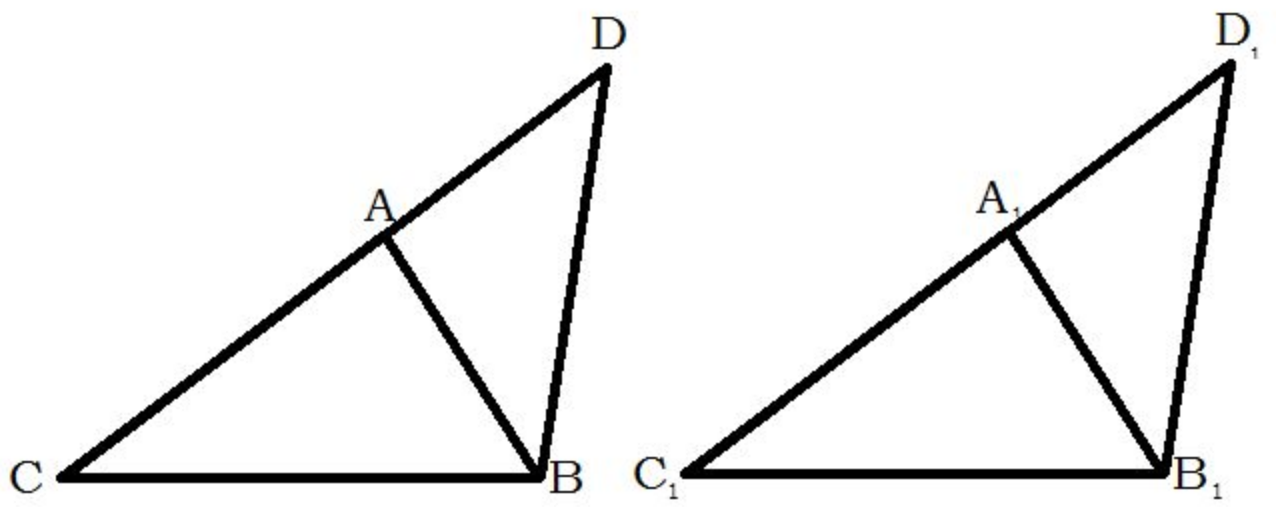
Доказательство:

- Получившиеся ΔABD и $\Delta A_1B_1D_1$ – равнобедренные (по определению).
- $CD=CA+AD$ (св-во дл. отр.), $C_1D_1=C_1A_1+A_1D_1$ (св-во дл. отр.), $\Delta BCD= \Delta B_1C_1D_1$ (по 2 ст. и угл. м. ними).
- $<D=<D_1$, $DB=D_1B_1$ (соотв. эл.).



Доказательство:

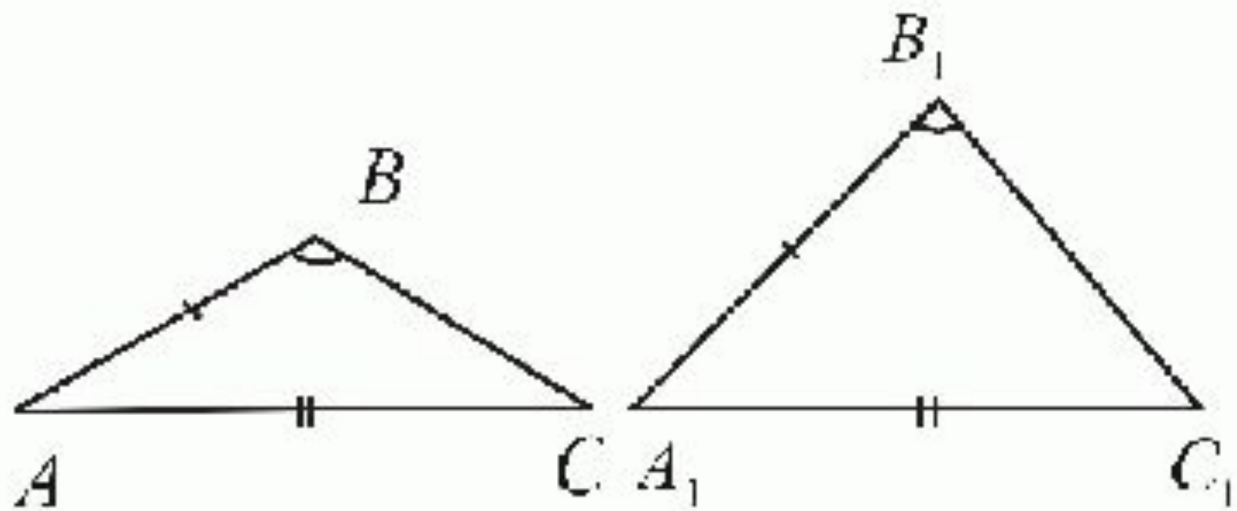
- <ADB=<ABD т.к. ΔABD – равнобедренный, <$A_1D_1B_1$=<$A_1B_1D_1$ т.к. Δ$A_1B_1D_1$ – равнобедренный.
- ΔBAD= Δ$B_1A_1D_1$ (по 2 угл. и ст. межд. ними).
- AD=A_1D_1 (ΔBAD= Δ$B_1A_1D_1$; соотв. эл.)=> CA=CD-AD; C_1A_1=C_1D_1-A_1D_1 (св-во дл. ст.)=>CA=C_1A_1.
- ΔABC=Δ$A_1B_1C_1$ (по 2 ст. и угл. м. ними).



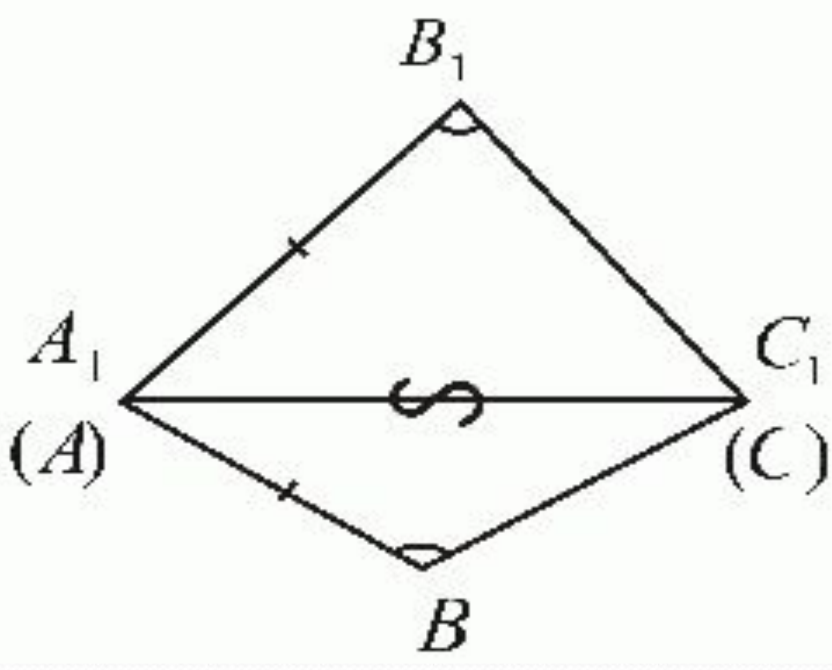
Если две стороны первого треугольника соответственно равны двум сторонам второго треугольника и угол, противолежащий большей из этих сторон в первом треугольнике, равен углу, противолежащему соответственно равной ей стороне во втором треугольнике, то эти треугольники равны.

Пусть имеются два треугольника: Δ ABC и Δ $A_1B_1C_1$, причем AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, <ABC=<A1B1C1

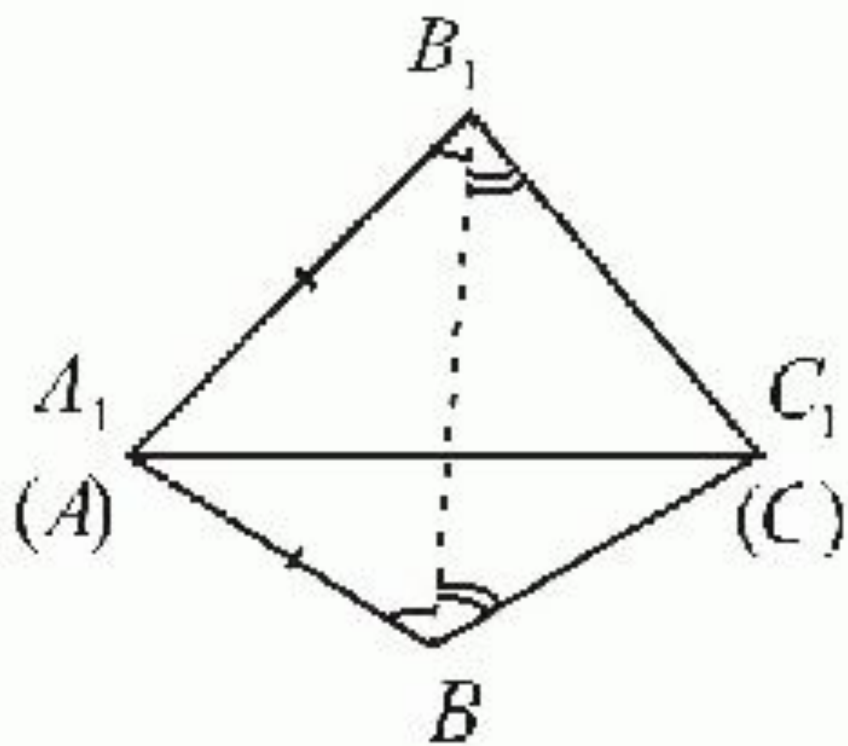
Доказать: Δ ABC = Δ $A_1B_1C_1$.



- Приложим Δ ABC к Δ $A_1B_1C_1$ так, чтобы совпали вершины A и A_1 (где сходятся соответственно равные стороны) и совместились стороны AC и A_1C_1 (которым противолежат равные углы), а вершины B и B_1 лежали в разных полуплоскостях относительно прямой A_1C_1 (AC).



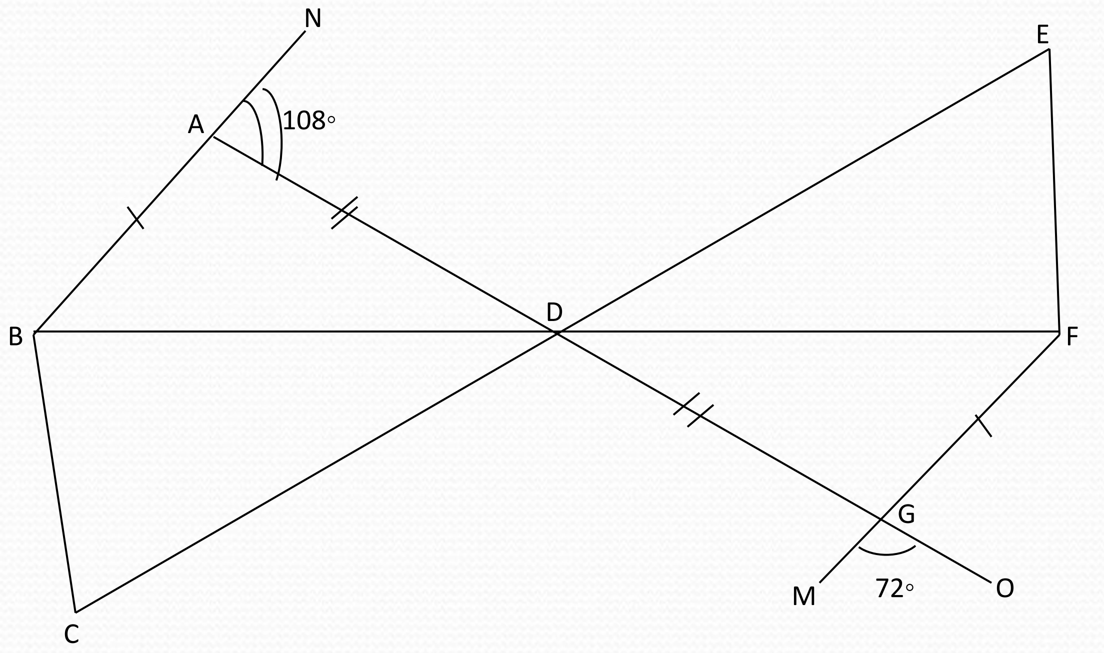
- Так как в четырехугольнике $A_1B_1C_1B$ имеются равные стороны и углы, возникает мысль использовать свойства равнобедренного треугольника. Для этого соединим отрезком вершины B_1 и B.
- ΔAB1B – равнобедренный => <AB1B=<ABB1(по св.).
- <AB1C=<ABC; <AB1B=<ABB1
- => <BB1C=<B1BC (св-во см. угл.)=> ΔBB1C – равнобедренный (по пр.)=> B1C= =BC (по опред.).
- ΔABC= ΔA1B1C1 (по 2 ст. и угл. м. ними).



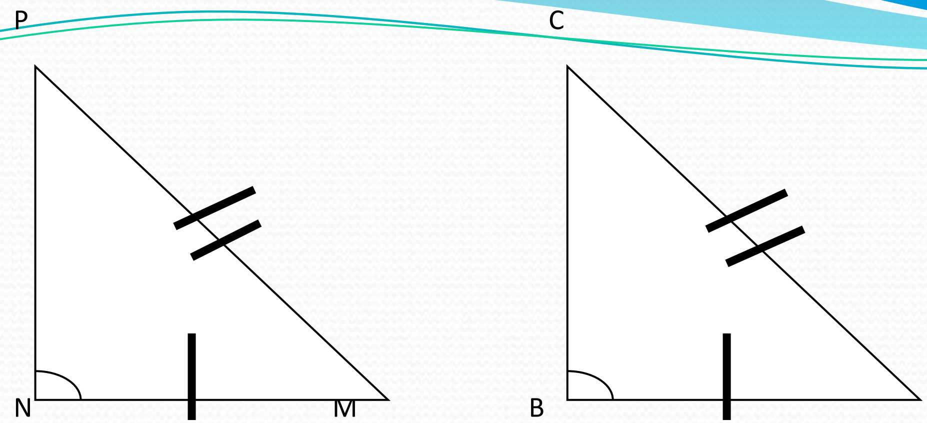
Дано: <DAN=108◦; <MGO=72◦, AD=DG, AB=GF, BC+CD=DE+EF, BC=10 см, EF=10 см,

DE+EF=23 см.

Найти: CD-?



- 1)$\angle BAD=72°$(св. смеж. угл.), $\angle DGF=72°$ (св. верт. угл.)
- 2)$\Delta BAD=\Delta DGF$(по 2 ст. и угл. м. ними)=>BD=DF(соотвеств. эл.)
- 3) $\angle BDC=\angle EDF$(св. верт. угл.)
- 4) Имеем: BD=DF(см. п.2), BC+CD=DE+EF(по усл.), $\angle BDC=\angle EDF$(см.п.3)=> $\Delta BCD=\Delta DEF$(по углу, прилежащей к нему стороне, и сумме длин двух сторон).
- 5)т.к. DE+EF=23 см, а EF=10 см=>DE=13 см (св. дл. отр.)=>CD=13 см(CD=DE)
- Ответ: CD=13 см.



Дано: MN=AB ∠B=∠N MP, AC-большие стороны

MP=AC ∆MNP, ∆ABC

Доказать:

∠A=∠M

- Приложим Δ ABC к ΔMNP, чтобы совпали вершины A и M, при которых AC=MP, и чтобы AC совпало с MP. А вершины N и B лежали в разных полуплоскостях. Соединим отрезком вершины ^{c}B и N ΔABN – равнобедренный (по признаку). ΔABC=ΔMNP(по косому признаку)=>∠A=∠M(соответственные эл.) ч.т.д.