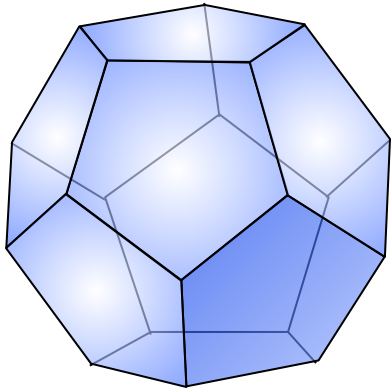
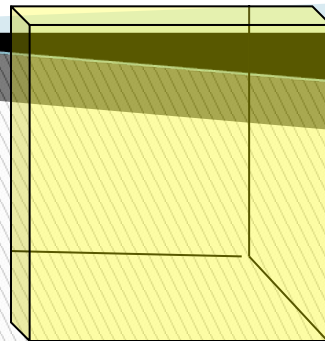
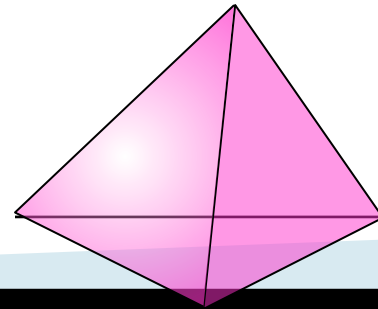


Правильные многогранники



«Правильных многогранников вызывающе мало...»

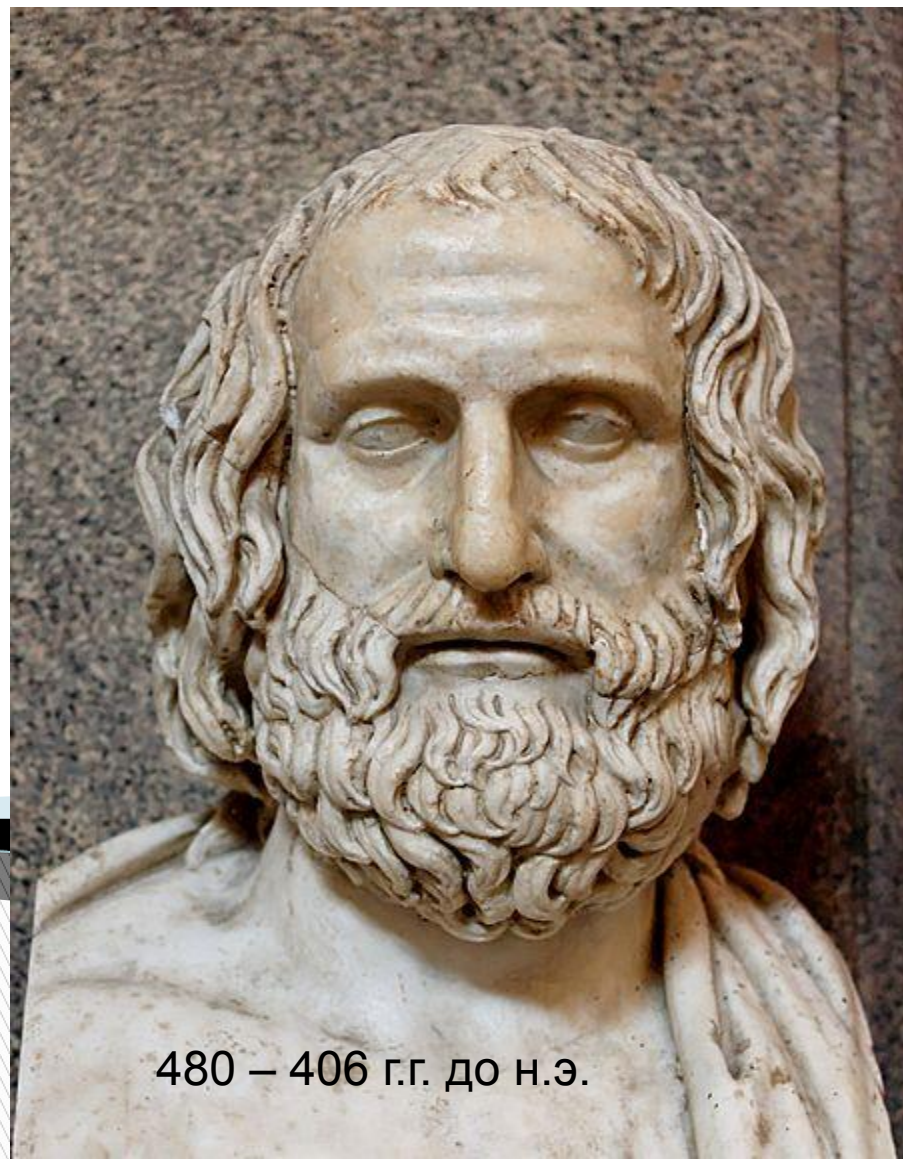
Л.Кэррол



«Могущественна геометрия;
в соединении с искусством –
неодолима»

Еврипид

(древнегреческий драматург)



480 – 406 г.г. до н.э.

Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой – красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства.

Бертран Рассел



1872 -1970 г

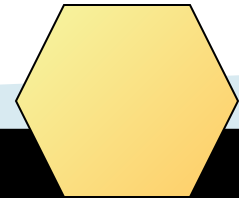
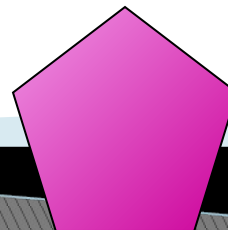
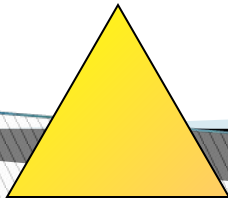
Английский математик, философ и общественный деятель

Правильные многоугольники

Угол правильного n-угольника равен

$$\alpha_n = \frac{180^0(n-2)}{n}$$

n	3	4	5	6
α_n	60^0	90^0	108^0	120^0



Грань – правильный треугольник

α_3 – внутренний угол треугольника.

$$\alpha_3 = 60^\circ$$

n – число граней многогранного угла.

1. $n = 3$ $60^\circ \cdot 3 = 180^\circ < 360^\circ$

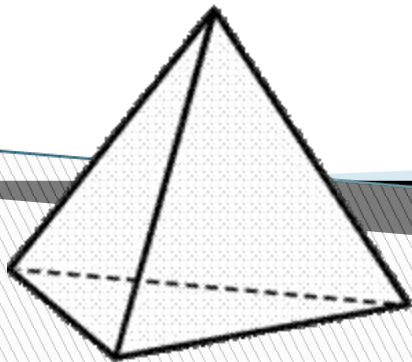
2. $n = 4$ $60^\circ \cdot 4 = 240^\circ < 360^\circ$

3. $n = 5$ $60^\circ \cdot 5 = 300^\circ < 360^\circ$

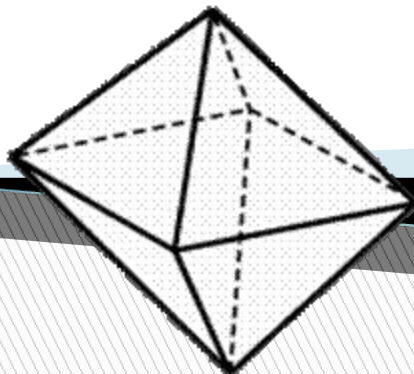
4. $n = 6$ $60^\circ \cdot 6 = 360^\circ$ (многогранный угол совпадает

с плоскостью)

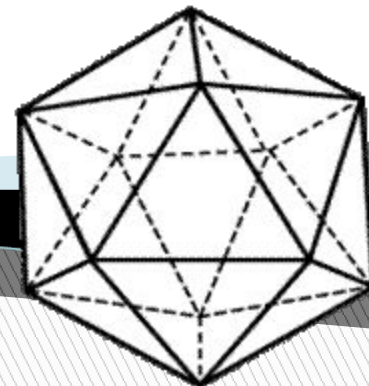
Вывод: существует 3 вида
правильных многогранников, гранями
которых являются правильные
треугольники.



Тетраэдр



Октаэдр



Икосаэдр

Грань – квадрат

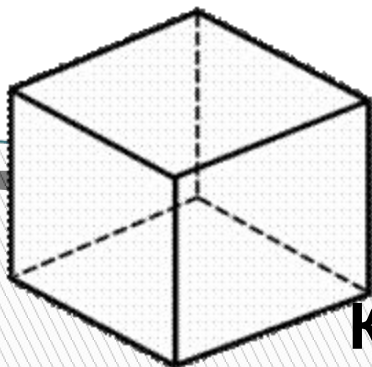
α_4 - внутренний угол квадрата.

$$\alpha_4 = 90^\circ$$

1. $n = 3$ $90^\circ \cdot 3 = 270^\circ < 360^\circ$

2. $n = 4$ $90^\circ \cdot 4 = 360^\circ$ (многогранный,
угол совпадает с плоскостью)

Вывод: существует 1 вид правильных многогранников,
гранями которого являются квадраты.



Куб (гексаэдр)

Грань - правильный пятиугольник

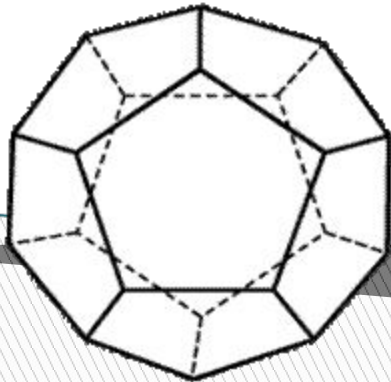
α_5 - угол правильного пятиугольника

$$\alpha_5 = 108^\circ$$

1. $n = 3$ $108^\circ \cdot 3 = 324^\circ < 360^\circ$

2. $n = 4$ $108^\circ \cdot 4 = 432^\circ > 360^\circ$

Вывод: существует 1 вид правильных многогранников, гранями которого являются правильные пятиугольники .



Додекаэдр

Грань – правильный шестиугольник

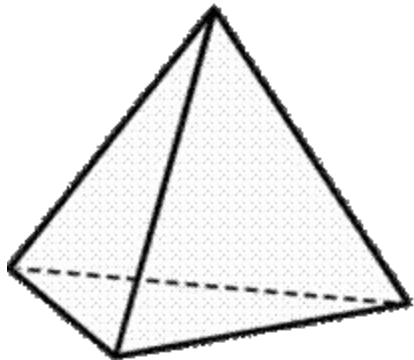
$$\alpha_6 = 120^\circ$$

1. $n = 3$ $120^\circ \cdot 3 = 360^\circ$ (многогранный
угол совпадает с плоскостью)

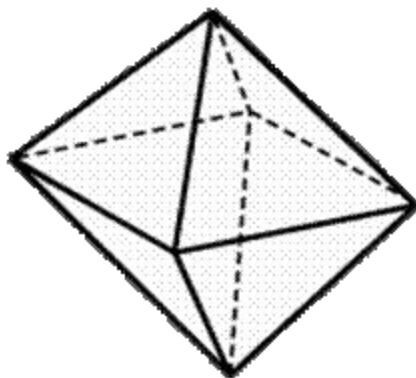
Вывод: правильный многогранник, гранями которого являются правильные шестиугольники не существует.

Почему правильные многогранники получили такие имена?

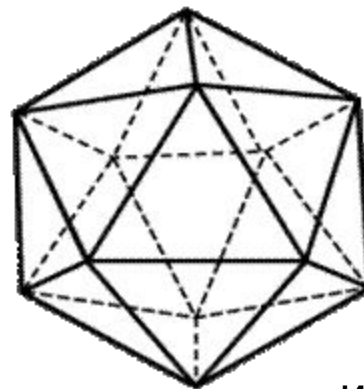
эдрон – грань



тетра - 4

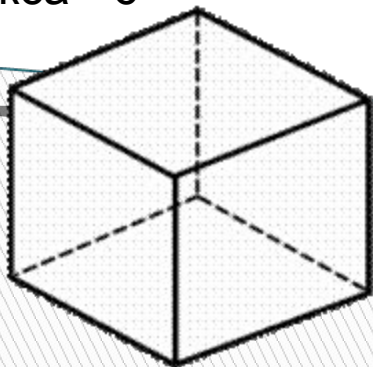


окто - 8

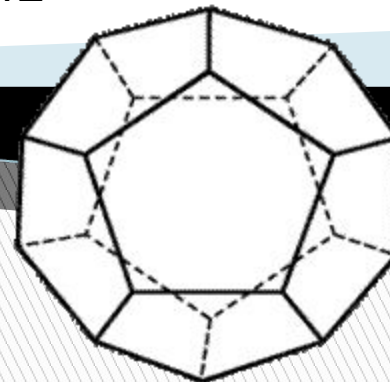


икоси - 20

гекса - 6



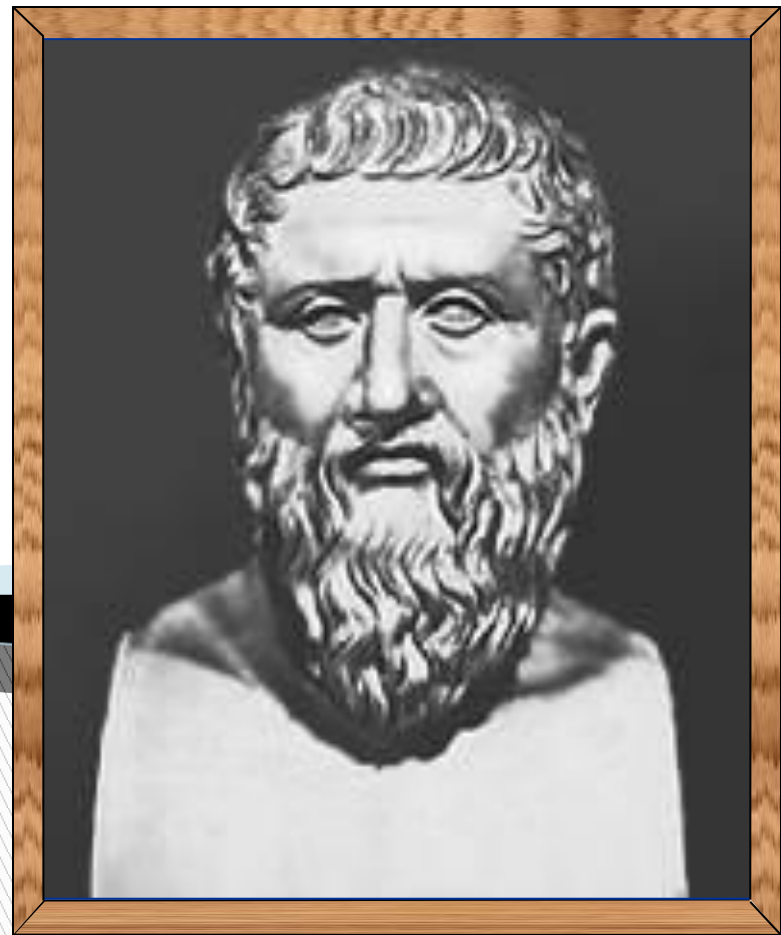
додека - 12



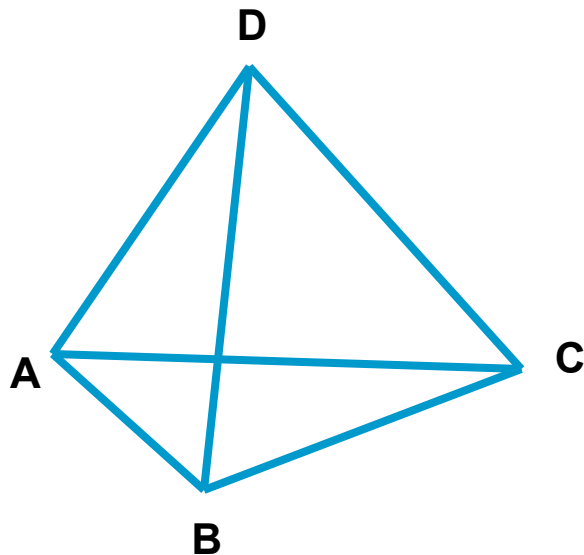
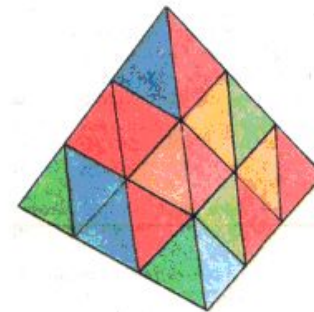
Определение:

Выпуклый многогранник называется **правильным**, если его гранями являются правильные многоугольники с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.

Сделаем ВЫВОД:
существует лишь *пять* выпуклых
правильных многогранников:
тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с
треугольными гранями,
куб (гексаэдр)
с квадратными гранями
и *додэкаэдр*
с пятиугольными гранями.
Эти тела называют
телами Платона.



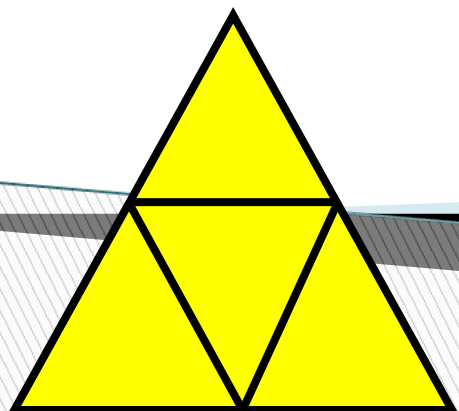
Правильный тетраэдр



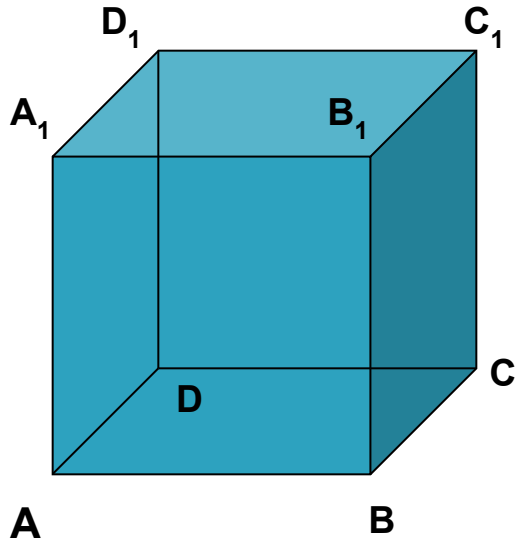
В переводе с греческого «тетраэдр» - четырёхгранник .

У правильного тетраэдра грани – правильные треугольники; в каждой вершине сходится по три ребра.

Тетраэдр представляет собой треугольную пирамиду, у которой все ребра равны.

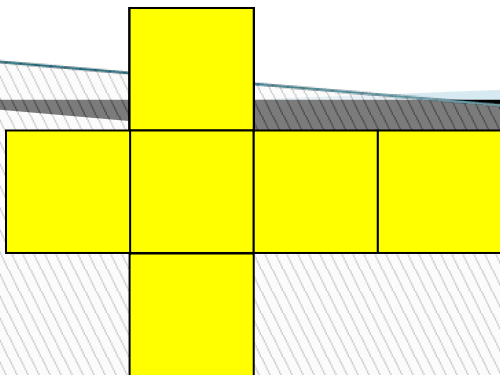


Правильный гексаэдр

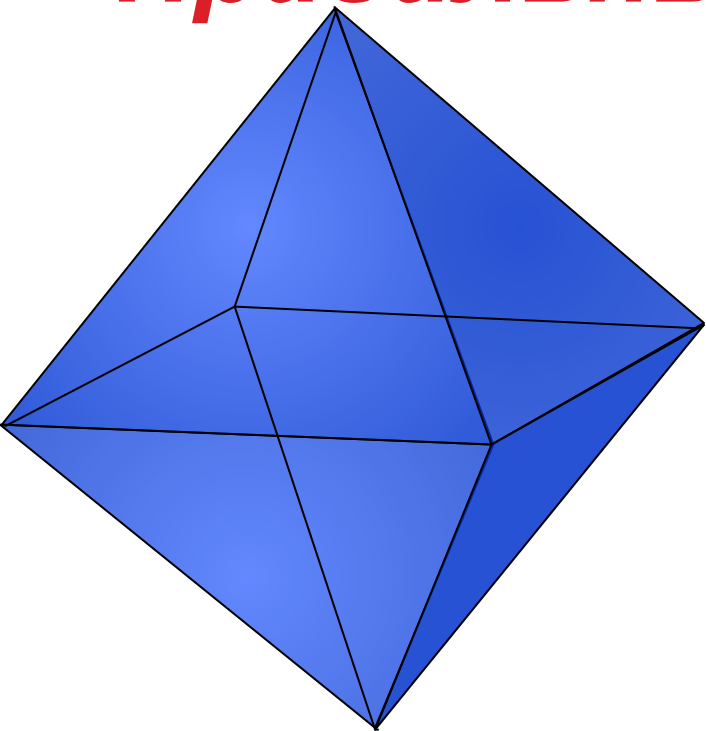


Гексаэдр - шестигранник.

У правильного гексаэдра (куба) все грани - квадраты; в каждой вершине сходится по три ребра. Куб представляет собой прямоугольный параллелепипед с равными рёбрами.

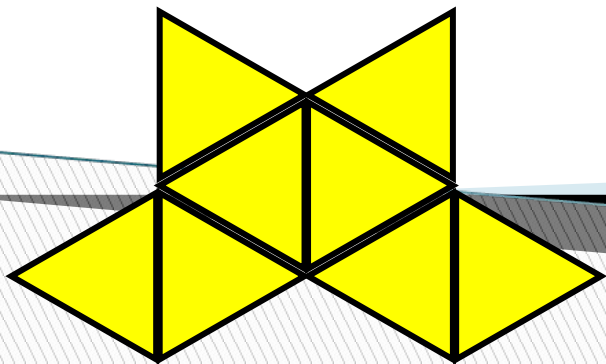


Правильный октаэдр

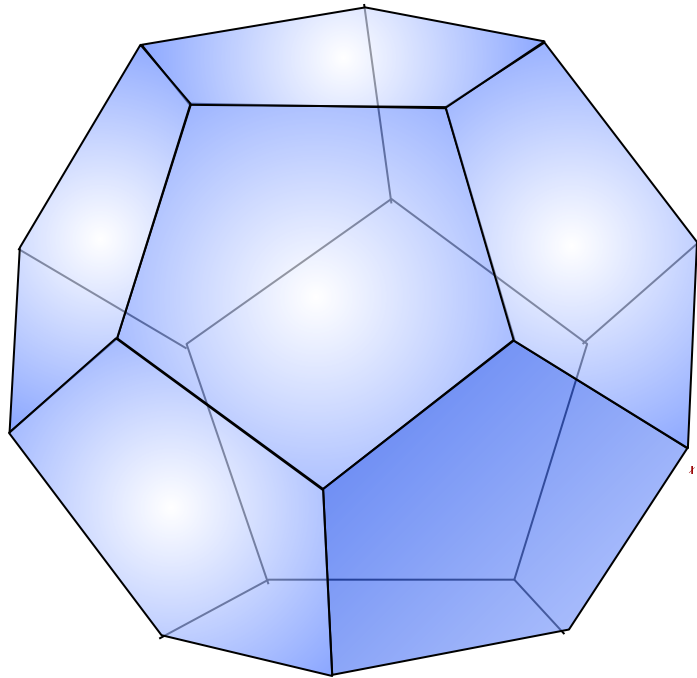
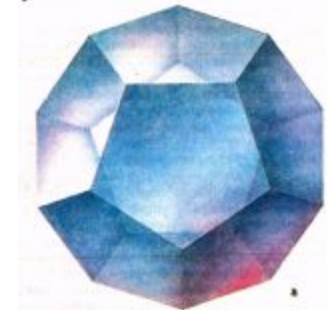


Октаэдр - восьмигранник.

У октаэдра грани – правильные треугольники, но в отличие от тетраэдра в каждой вершине сходится по четыре ребра.

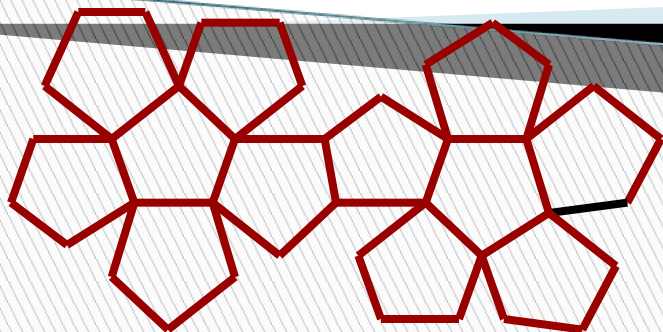


Правильный додекаэдр

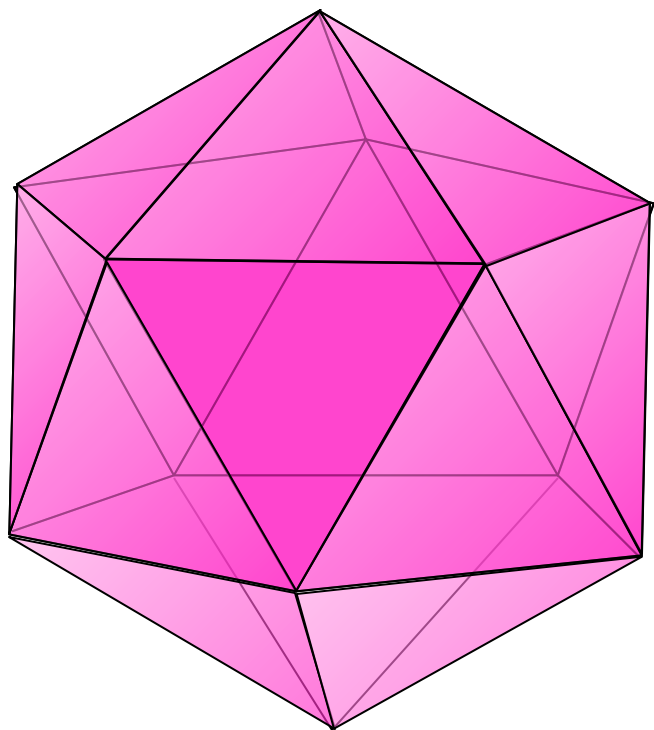


Додекаэдр - двенадцатигранник.

У додекаэдра грани – правильные пятиугольники. В каждой вершине сходится по три ребра.

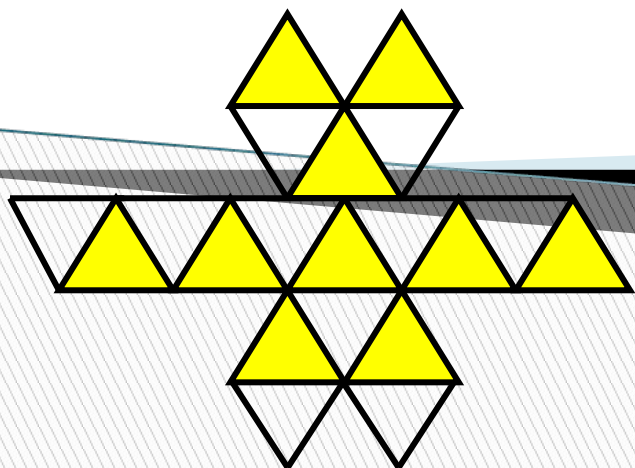


Правильный икосаэдр



Икосаэдр - двадцатигранник.

У икосаэдра грани – правильные треугольники. В каждой вершине сходится по пять рёбер.



Исследовательская часть

Таблица 1

Правильный многогранник	Число		
	граней	вершин	рёбер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

Таблица 2

Правильный многогранник	Число	
	граней и вершин (Г + В)	рёбер (Р)
Тетраэдр	$4 + 4 = 8$	6
Куб	$6 + 8 = 14$	12
Октаэдр	$8 + 6 = 14$	12
Додекаэдр	$12 + 20 = 32$	30
Икосаэдр	$20 + 12 = 32$	30

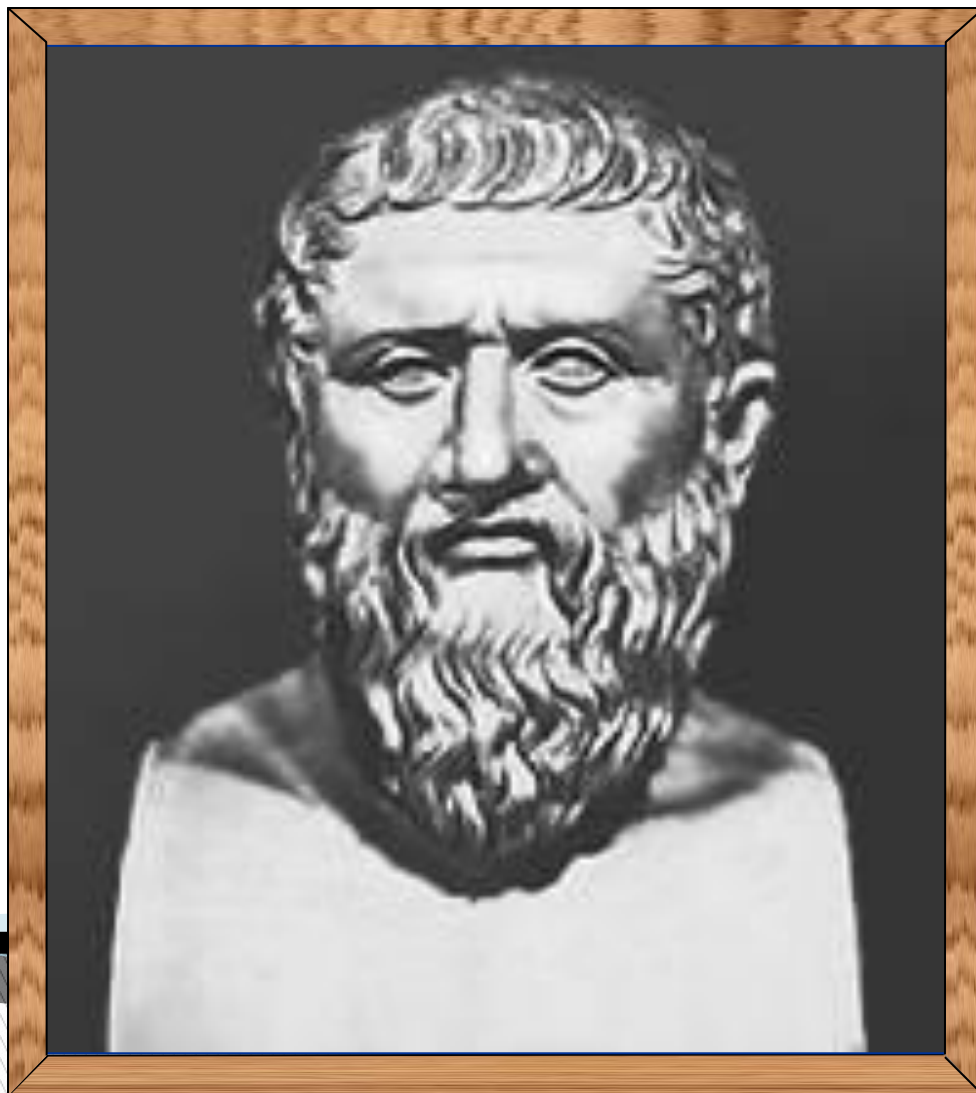


Леонард Эйлер
(1701-1783)
Немецкий
математик и
физик

Формула Эйлера
(для правильных многогранников)

$$G + V = P + 2$$

Платон



428 – 348 г. до н. э.

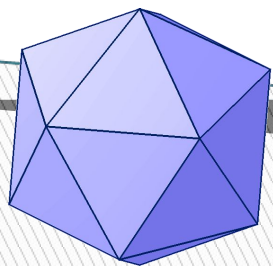
Концепция четырех элементов

Ко времени Платона в античной философии созрела концепция четырех элементов (стихий) – первооснов материального мира:

огня, воздуха, воды и земли.



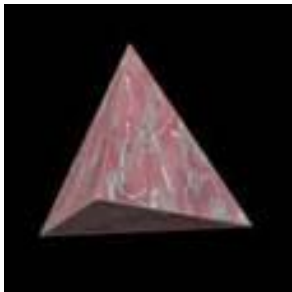
Форма куба – атомы земли, т.к. и земля, и куб отличаются неподвижностью и устойчивостью.



Форма икосаэдра – атомы воды, т.к. вода отличается своей текучестью, а из всех правильных тел икосаэдр – наиболее «катящийся»



**Форма октаэдра – атомы воздуха,
ибо воздух движется взад и вперед и октаэдр
как бы направлен одновременно в разные стороны**



**Форма тетраэдра – атомы огня,
т.к. тетраэдр наиболее остр,
кажется, что он мечется в разные стороны.**



**Платон вводит пятый элемент – «пятую сущность» -
мировой эфир, атомам которого придается форма
додекаэдра как наиболее близкому к шару.**

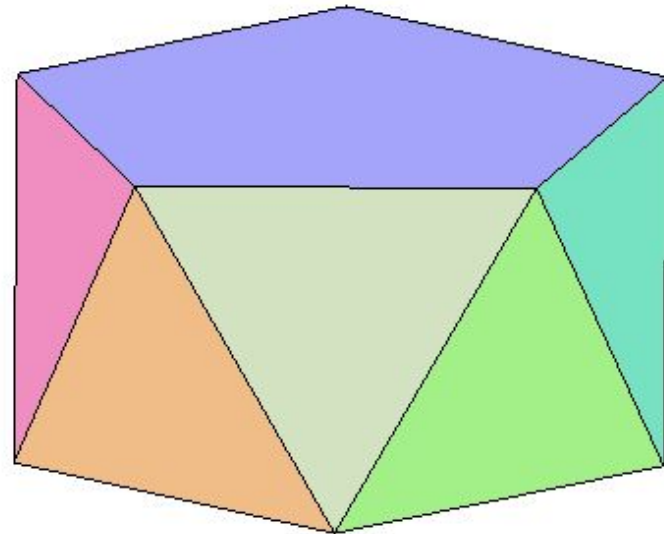
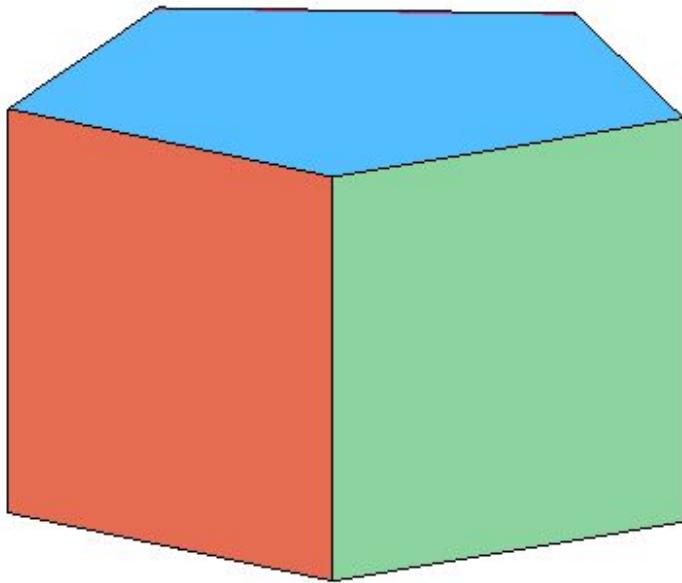
Большой интерес к формам правильных многогранников проявляли скульпторы, архитекторы, художники. Их поражало совершенство, гармония многогранников. **Леонардо да Винчи** (1452 – 1519) увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. **Сальвадор Дали** на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.



ПОЛУПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Гранями **полуправильного многогранника** являются правильные многоугольники, возможно, с разным числом сторон, и в его вершинах сходится одинаковое число граней.

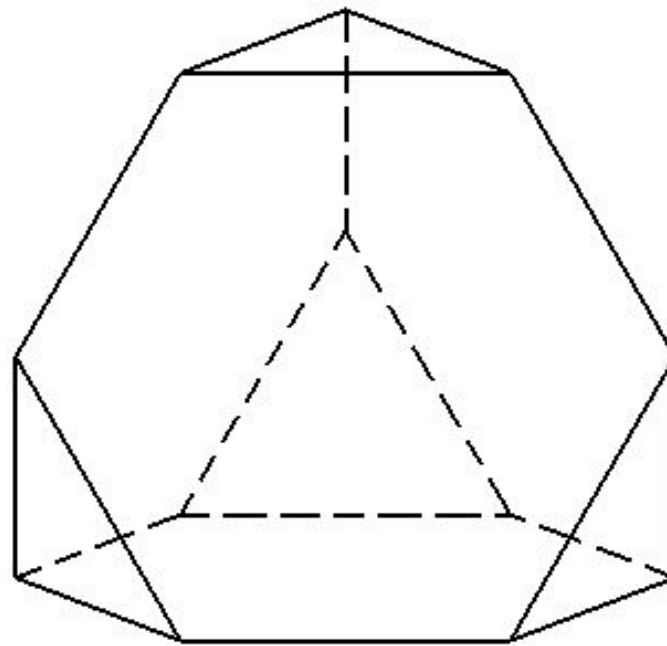
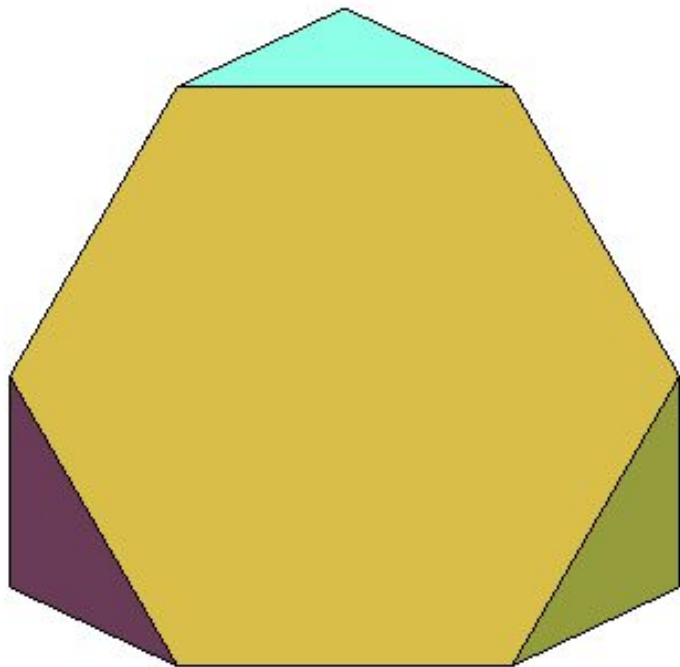
К полуправильным многогранникам относятся **правильные n -угольные призмы**, все ребра которых равны, и, так называемые, **антипризмы** с равными ребрами. На рисунке изображены правильная пятиугольная призма и пятиугольная антипризма.



ТЕЛА АРХИМЕДА

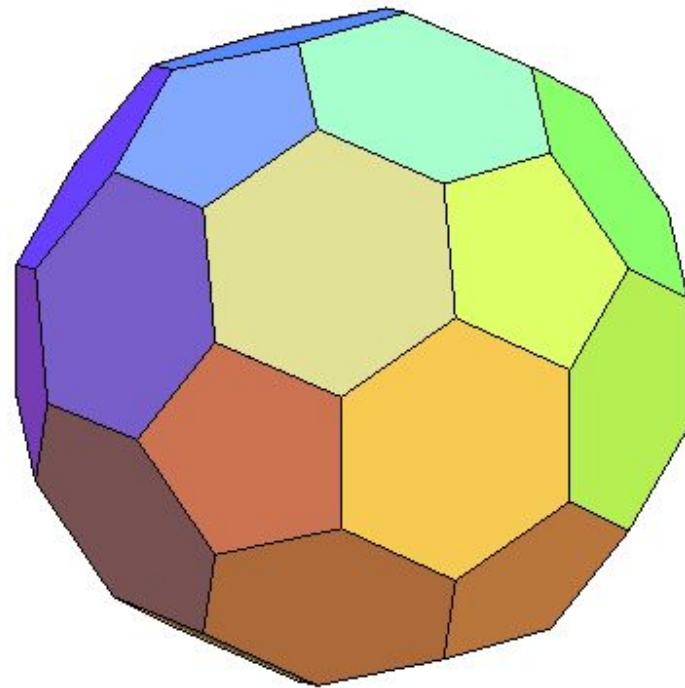
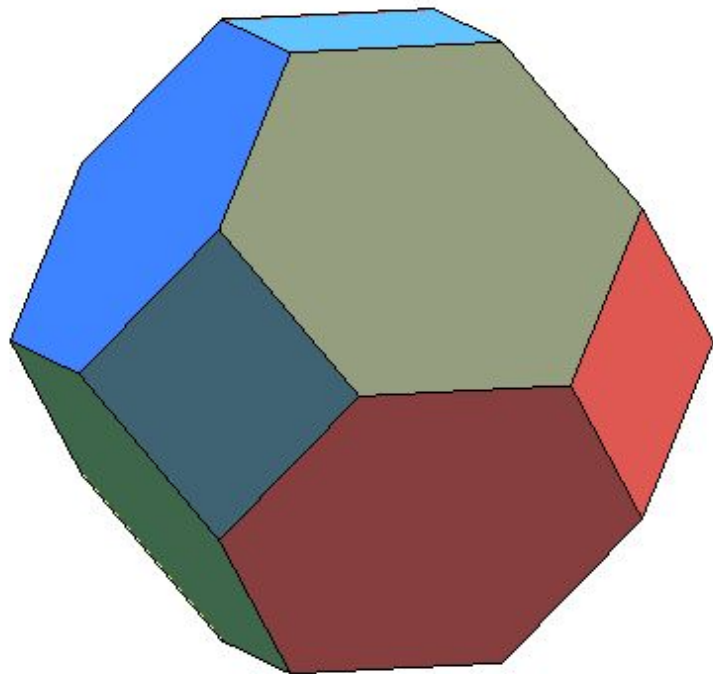
Кроме этих двух бесконечных серий полуправильных многогранников, имеется еще 13 полуправильных многогранников, которые впервые открыл и описал Архимед - это **тела Архимеда**.

Самые простые из них получаются из правильных многогранников операцией "усечения", состоящей в отсечении плоскостями углов многогранника. Если срезать углы тетраэдра плоскостями, каждая из которых отсекает третью часть его ребер, выходящих из одной вершины, то получим **усеченный тетраэдр**.



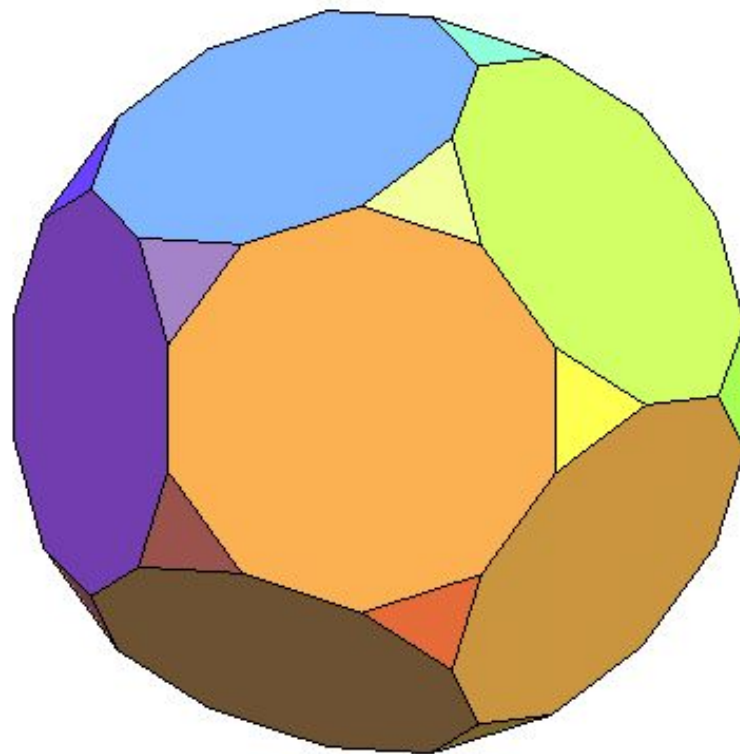
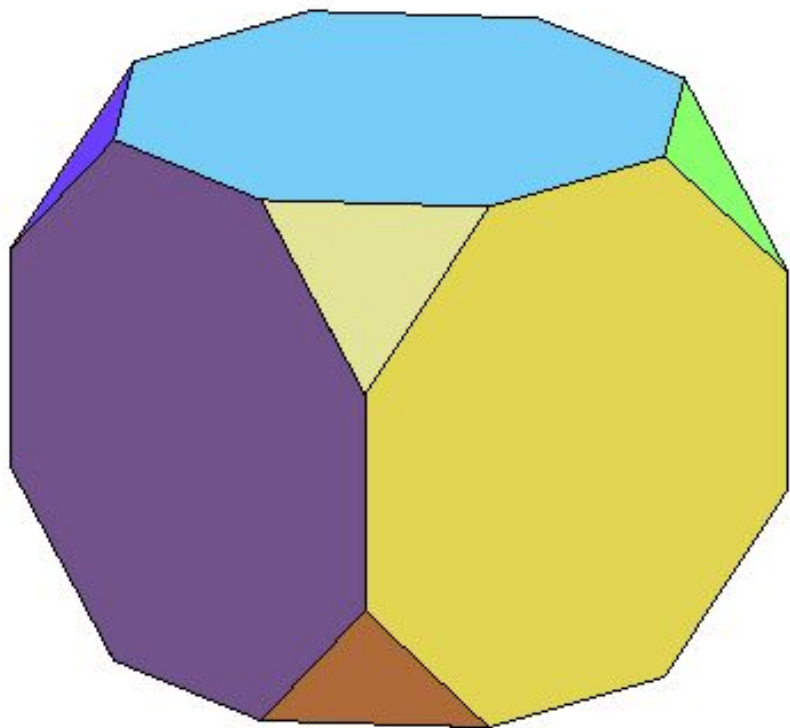
ТЕЛА АРХИМЕДА

Если указанным образом срезать вершины октаэдра и икосаэдра, то получим соответственно **усеченный октаэдр** и **усеченный икосаэдр**. Обратите внимание на то, что поверхность футбольного мяча изготавливают в форме поверхности усеченного икосаэдра.



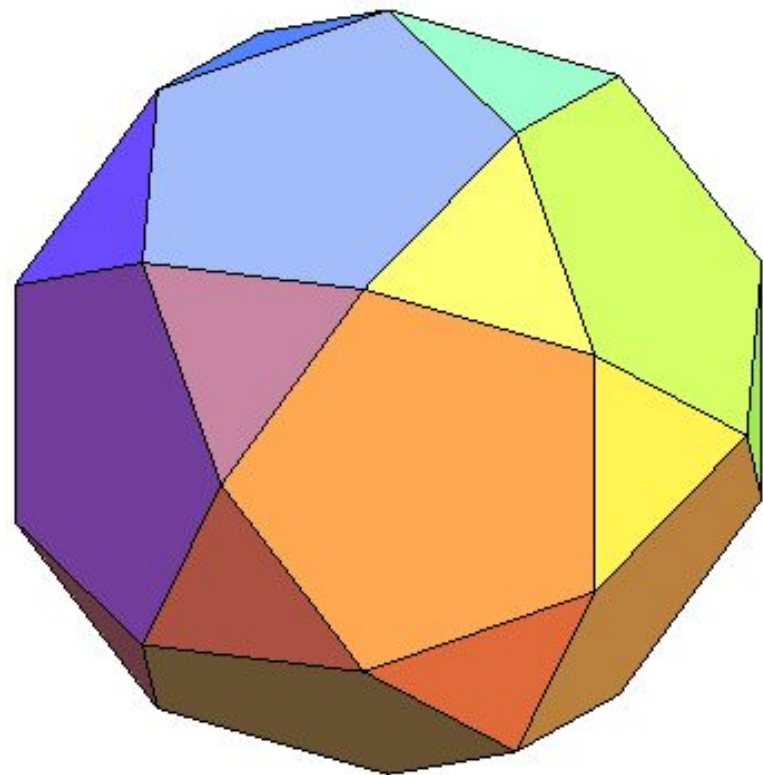
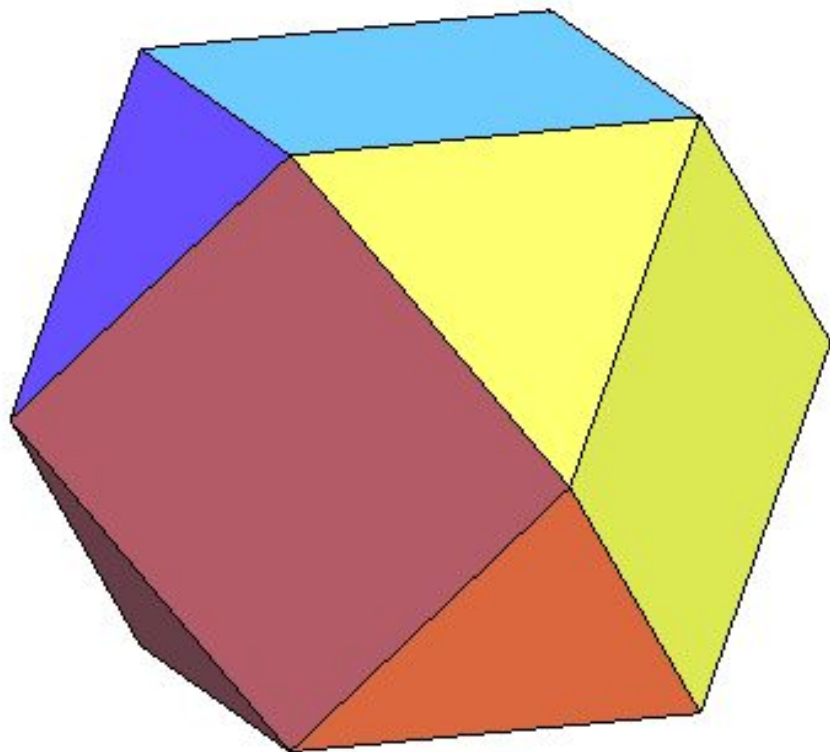
ТЕЛА АРХИМЕДА

Из куба и додекаэдра также можно получить **усеченный куб** и **усеченный додекаэдр**.



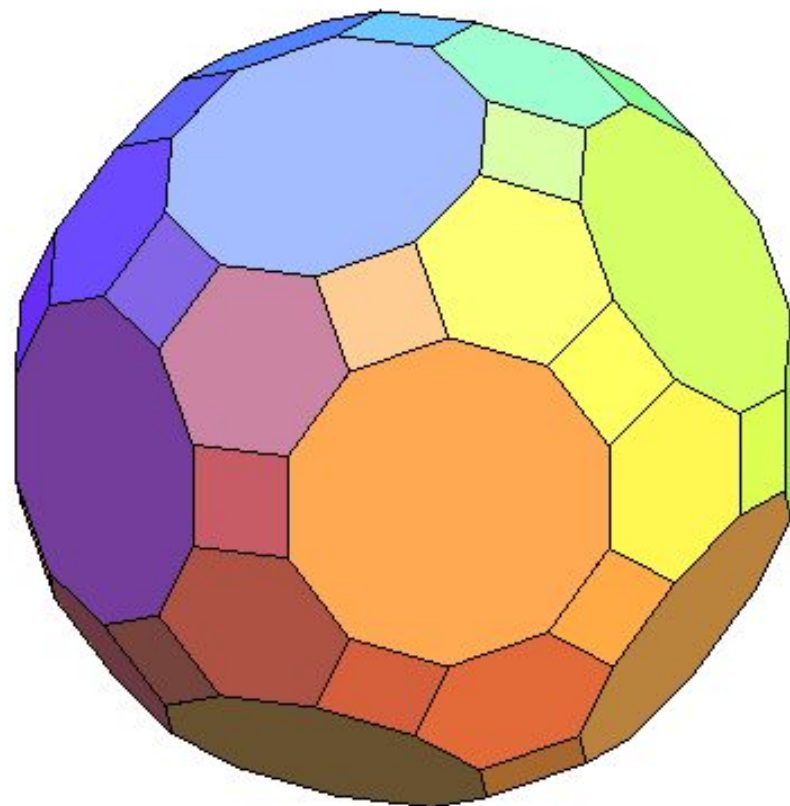
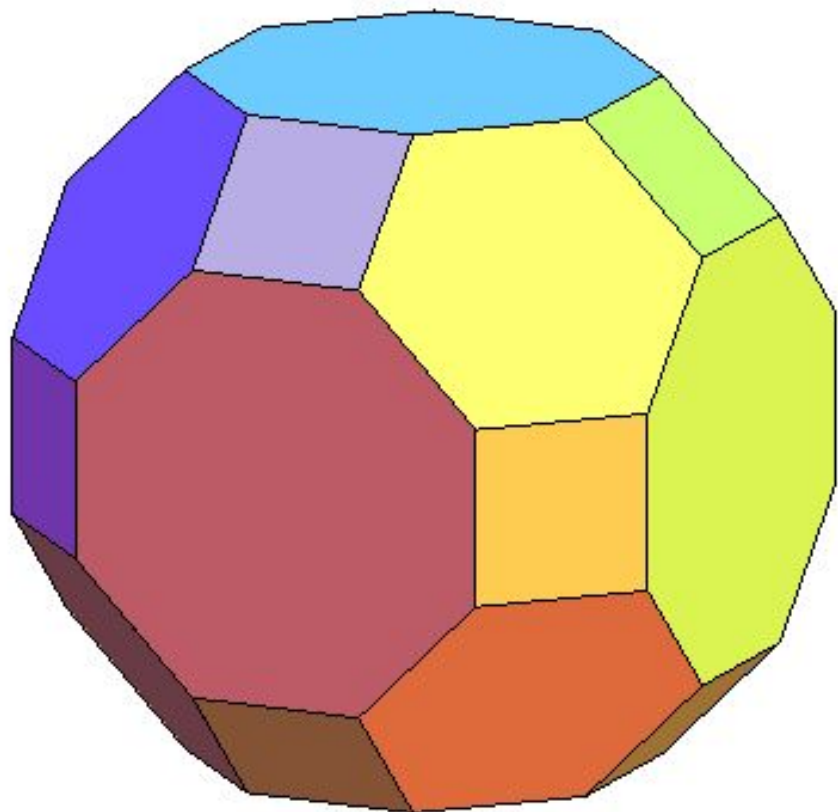
ТЕЛА АРХИМЕДА

Для того чтобы получить еще один полуправильный многогранник, проведем в кубе отсекающие плоскости через середины ребер, выходящих из одной вершины. В результате получим полуправильный многогранник, который называется **кубооктаэдром**. Аналогично, если в додекаэдре отсекающие плоскости провести через середины ребер, выходящих из одной вершины, то получим многогранник, который называется **икосододекаэдром**.



ТЕЛА АРХИМЕДА

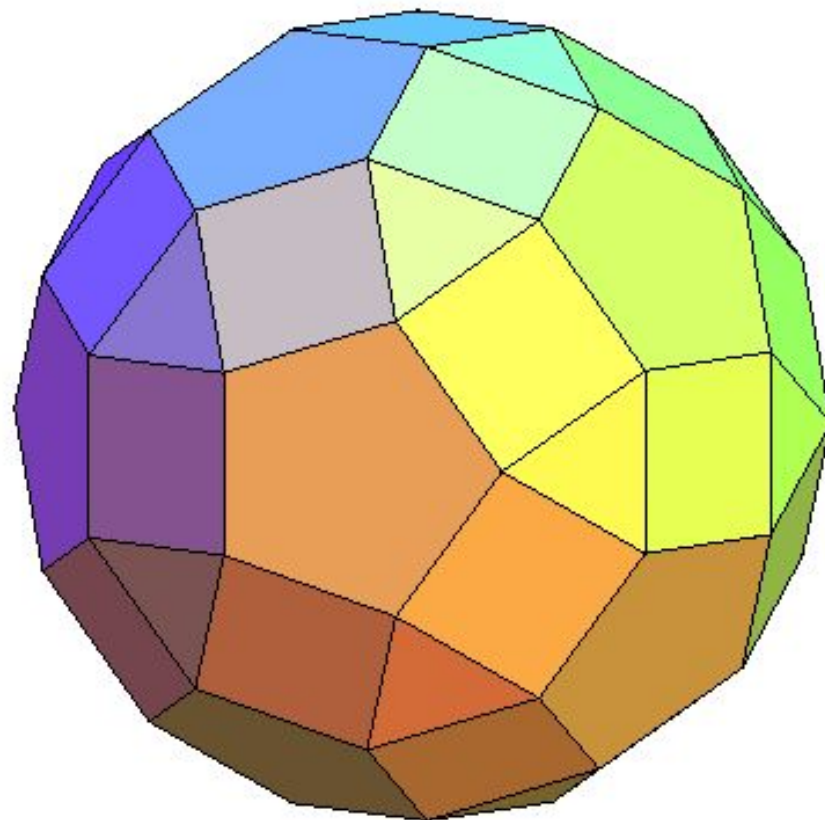
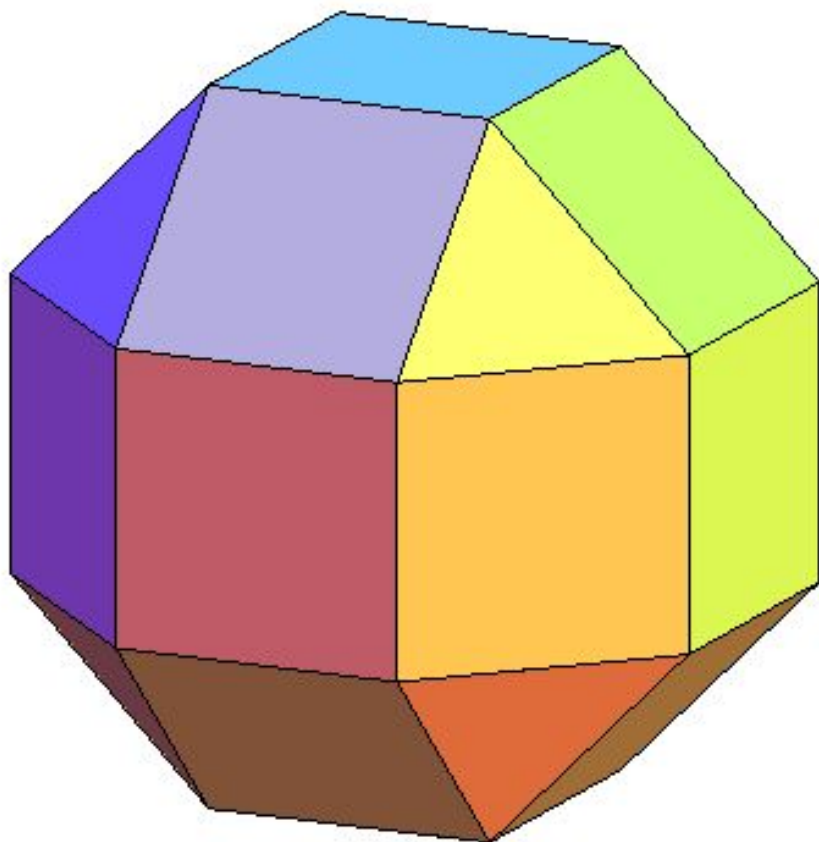
Еще два полуправильных многогранника называются **усеченный кубооктаэдр** и **усеченный икосододекаэдр**.



ТЕЛА АРХИМЕДА

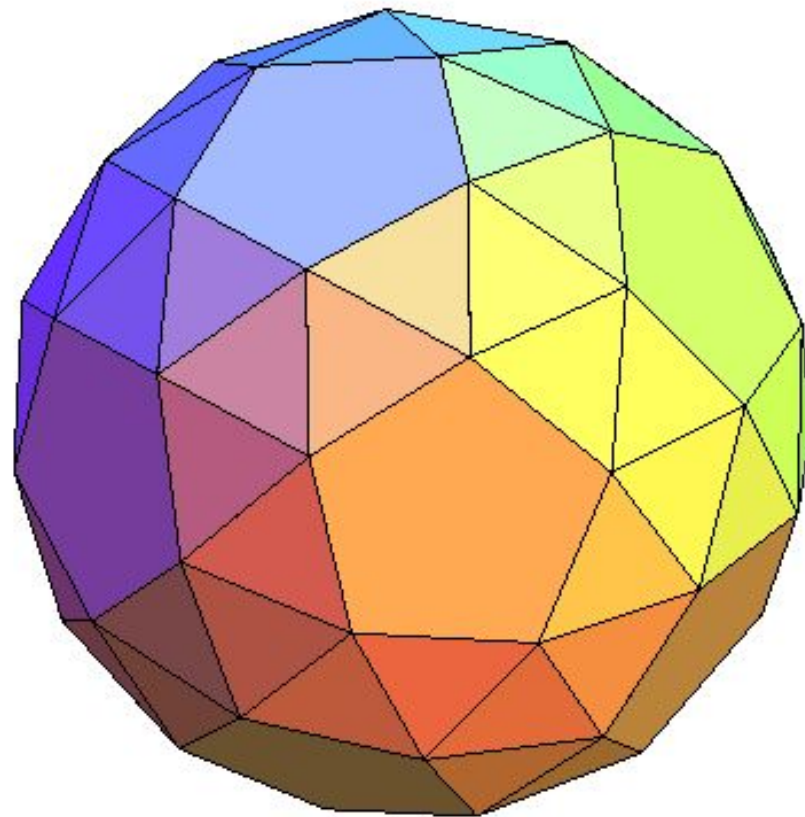
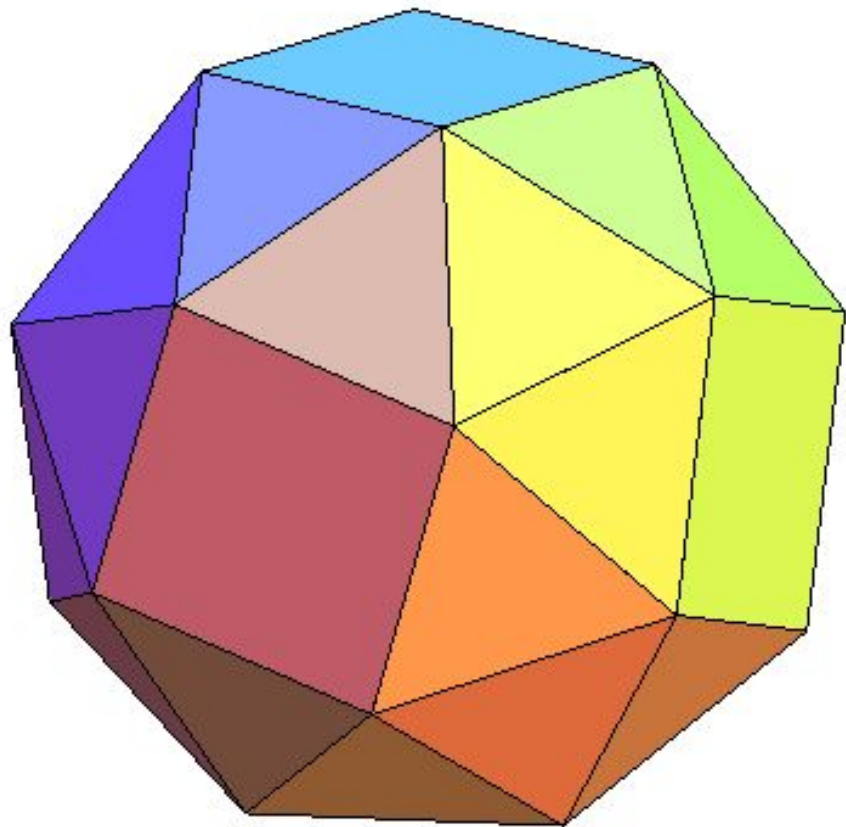
Поверхность **ромбокубооктаэдра** состоит из граней куба и октаэдра, к которым добавлены еще 12 квадратов.

Поверхность **ромбоикосододекаэдра** состоит из граней икосаэдра, додекаэдра и еще 30 квадратов.



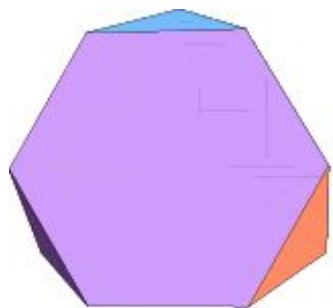
ТЕЛА АРХИМЕДА

Последние два многогранника – так называемые **плосконосый** (иногда называют **курносый**) **куб** и **плосконосый** (**курносый**) **додекаэдр**, поверхность которых состоит из граней куба или додекаэдра, окруженных правильными треугольниками.

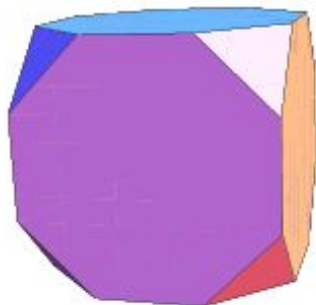


Упражнение 1

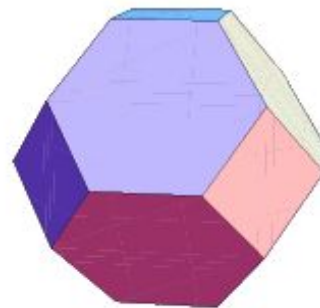
Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



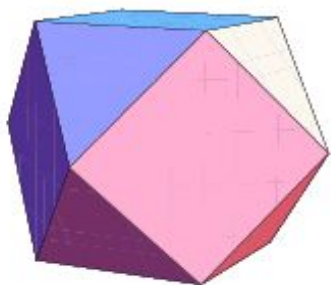
1)



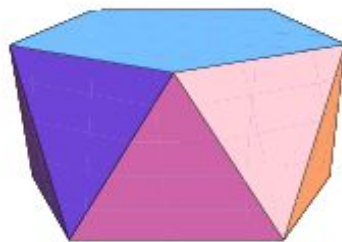
2)



3)



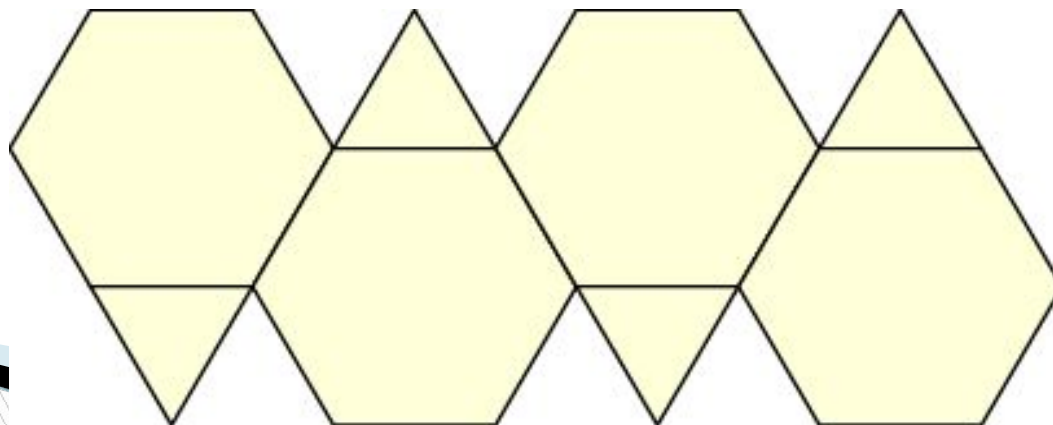
4)



5)



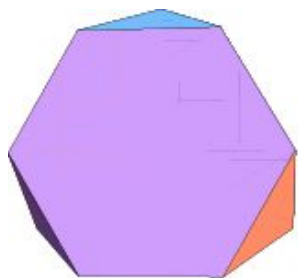
6)



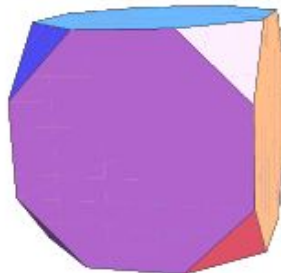
Ответ: 1.

Упражнение 2

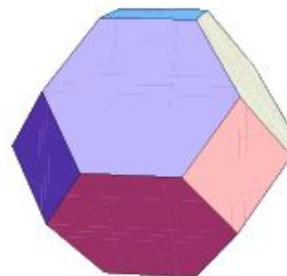
Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



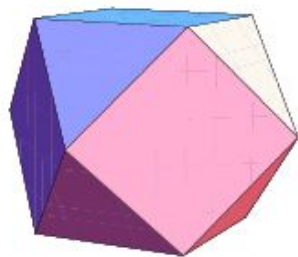
1)



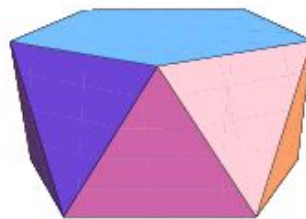
2)



3)



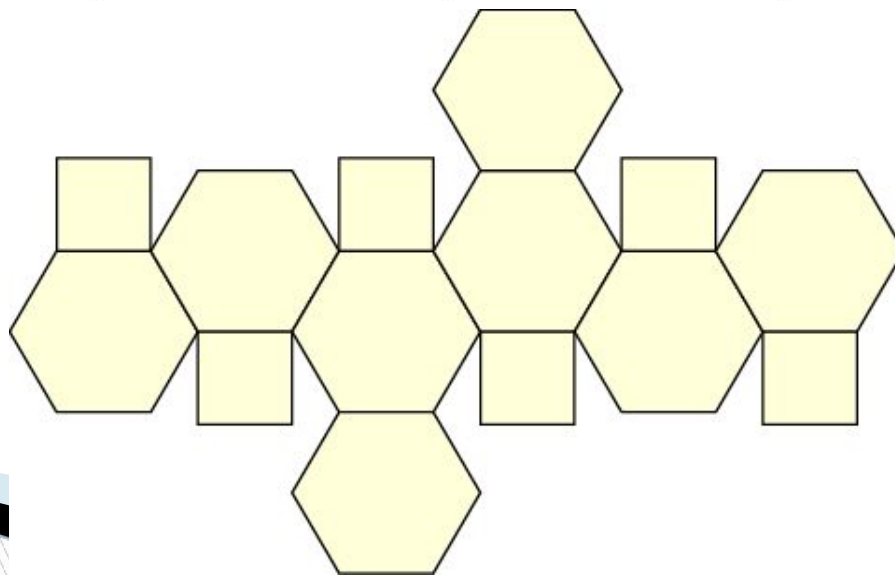
4)



5)



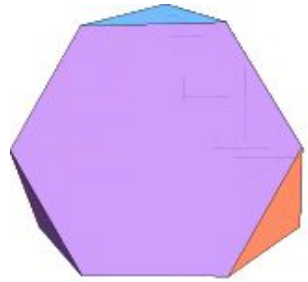
6)



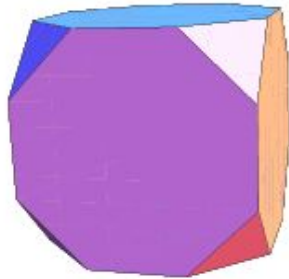
Ответ: 3.

Упражнение 3

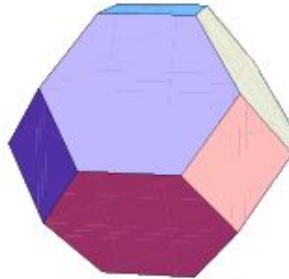
Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



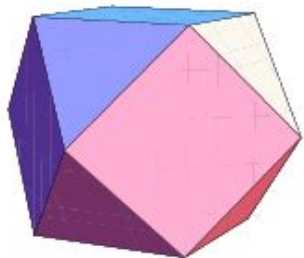
1)



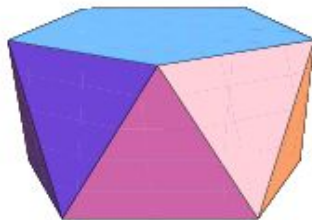
2)



3)



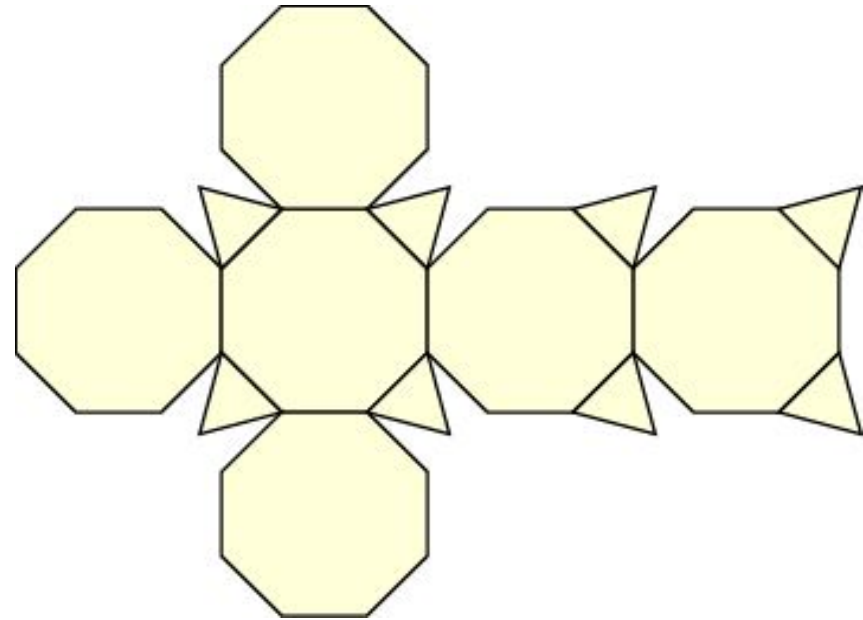
4)



5)



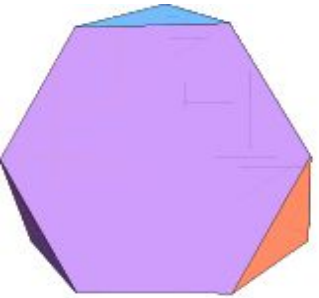
6)



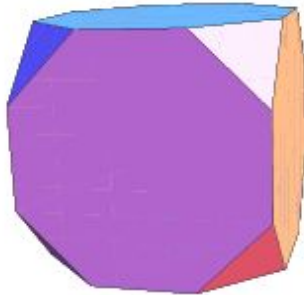
Ответ: 2.

Упражнение 4

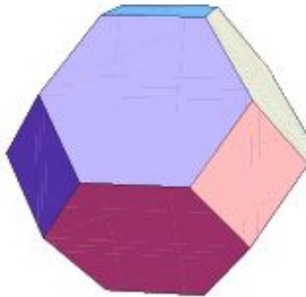
Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



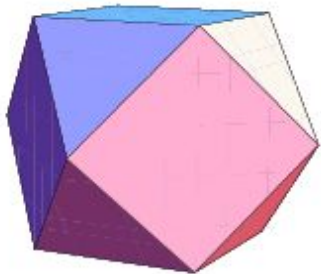
1)



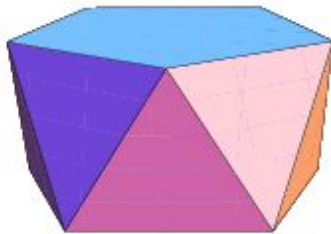
2)



3)



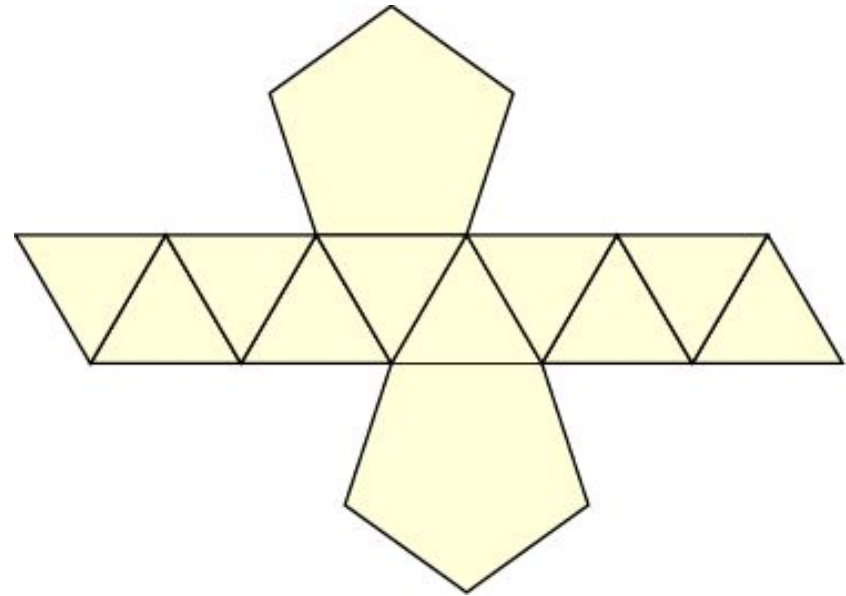
4)



5)



6)



Ответ: 5.

Форму правильных тел, по-видимому, подсказала древним грекам сама природа:

- 1) Кристаллы поваренной соли имеют форму куба;**
- 2) Правильная форма алмаза – октаэдра;**
- 3) Кристаллы пирита – додекаэдра.**





Поваренная соль
состоит из кристаллов
в форме куба



Минерал сильвин
также имеет
кристаллическую
решетку в форме куба.



Молекулы воды имеют
форму тетраэдра.



Минерал куприт
образует кристаллы
в форме октаэдров.



Кристаллы пирита
имеют форму
додекаэдра

Кристаллы



Поваренная соль



Хрусталь

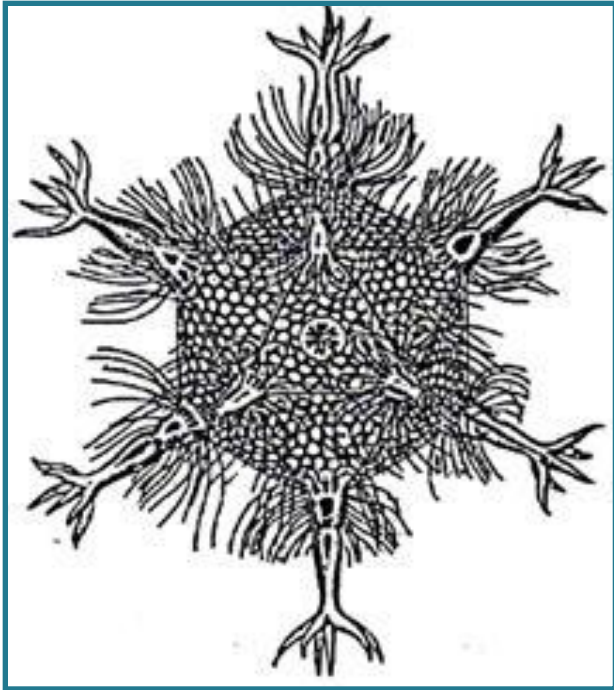


Алмаз



Шеелит

ПРОСТЕЙШЕЕ ЖИВОТНОЕ



Скелет одноклеточного организма феодарии форме напоминает икосаэдр.



Из всех многогранников с тем же числом граней икосаэдр имеет наибольший объем при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление толщи воды.

ПО ЗАКОНАМ «СТРОГОЙ» АРХИТЕКТУРЫ

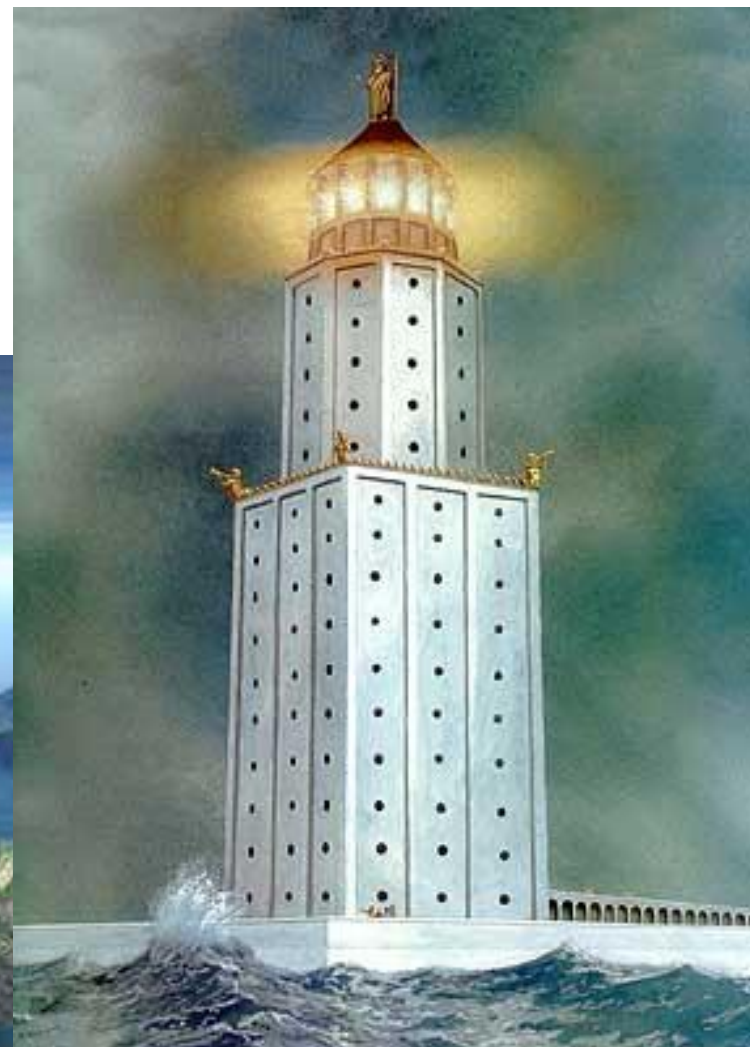


Пчелиные соты представляют собой пространственный паркет и заполняют пространство так, что не остается просветов.

Как не согласиться с мнением пчелы из сказки «Тысяча и одна НОЧЬ»:

«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Эвклид мог бы поучиться, познавая геометрию сот».

Фаросский маяк



МНОГОГРАННИКИ В АРХИТЕКТУРЕ



Человек проявляет интерес к многогранникам на протяжении всей своей сознательной деятельности – от двухлетнего ребенка, играющего деревянными кубиками, до зрелого математика. Мы уже знаем, что некоторые из правильных и полуправильных тел встречаются в природе в виде кристаллов, другие – в виде вирусов, но мы рассмотрим, какова же цель применение многогранников в архитектуре.

ХРАМ АКРОПОЛЬ В ГРЕЦИИ



Расцвет греческой архитектуры начался в V веке до н.э. Эта классическая эпоха неразрывно связана с именем знаменитого государственного деятеля Перикла. **Парфенон** - Центральный храм Акрополя. Строительство его началось в 447 г. до н.э. Под его конструкцией специальный фундамент в виде многогранника, который помогает амортизировать землетрясения, что было главной идеей архитекторов того времени.



ЦАРСКАЯ ГРОБНИЦА



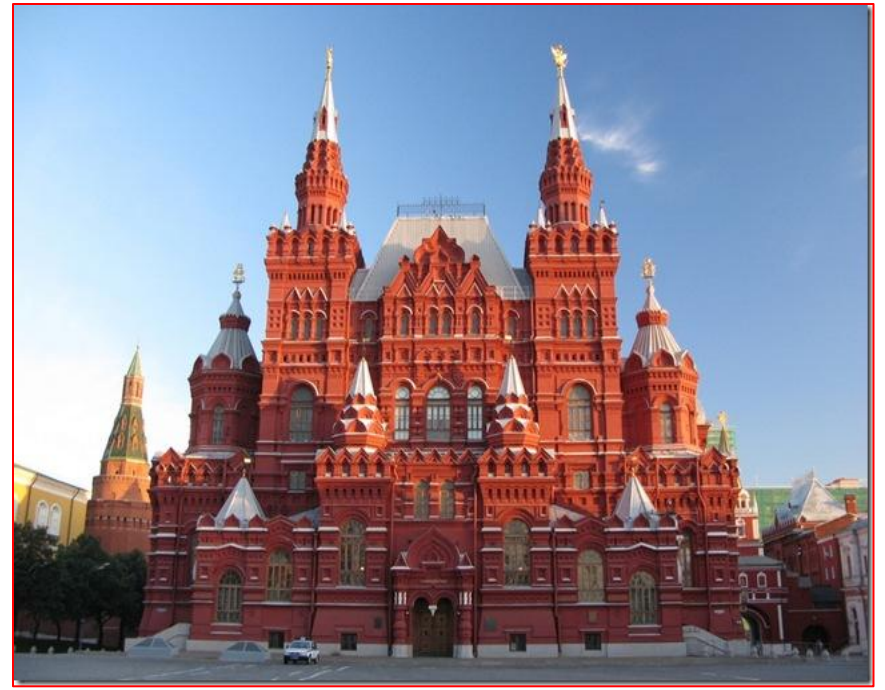
История развития многогранников в архитектуре уходит глубоко в историю. Многогранники начали использовать в архитектуре давно, более 7 тыс. лет.

Великая пирамида в Гизе - Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из семи чудес древности.

МНОГОГРАННИКИ В АРХИТЕКТУРЕ МОСКВЫ

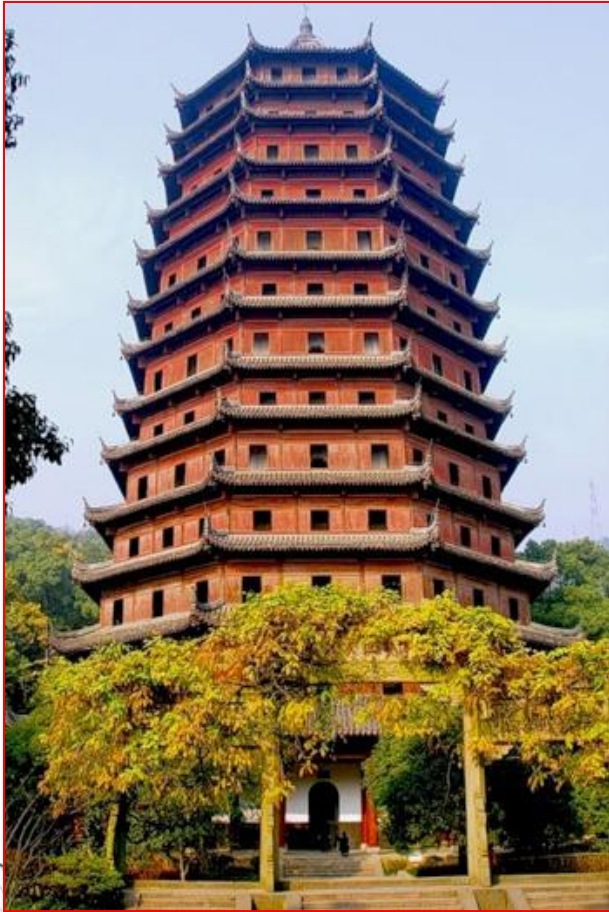


*Собор непорочного
зачатия Девы Марии на
малой Грузинской*



Исторический музей на
Красной площади

МНОГОГРАННИКИ В КИТАЕ



У Китая свои особенности использования многогранников в архитектуре. В основе лежит обязательно многогранник, который и служит основой для здания. Возводились столбы и выстраивали их по принципу многогранника, что придавало зданию прочность и устойчивость при землетрясении.

Из этого следует, что многогранник – хорошая опора и отличный фундамент, на который возводят сооружения. Форма многогранника придает устойчивость здания при землетрясении и других внешних воздействиях.

Многогранники не только придают прочность и устойчивость архитектурным сооружениям, но и красоту, изящество. Многие здания настолько красивы и сложны по своей форме, что требуют большого количества времени, сил.

Современные архитекторы приобрели навык применения изящества, состоящие из множества сложных элементов, требующих большой работы.

