Тема. **Параллельность прямых и плоскостей**

Преподаватель математики высшей категории Вахитова С. Р.

Тема. Параллельность прямых и плоскостей

ЦЕЛИ УРОКА

Уметь:

- выделять основные, логически связанные этапы;
- устанавливать связи между элементами;
- представлять элементы стереометрии в пространстве;
- самостоятельно анализировать и оценивать ответы;
- применять знания в жизненной ситуации;
- активно участвовать в коллективной деятельности.

Задание №1

Выделите в доказательствах теорем основные, логически связанные этапы.

I команда | Теорема

II команда | Теорема

III команда | Теорема

Параллельные прямые в пространстве

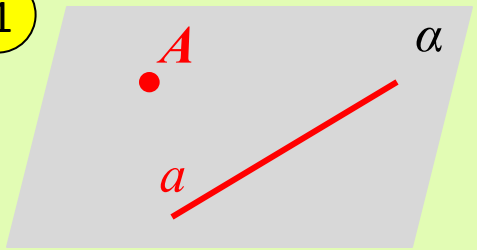
Демонстрационный вариант

Теорема

Через точку вне данной прямой можно провести прямую, параллельную этой прямой, и притом только одну.

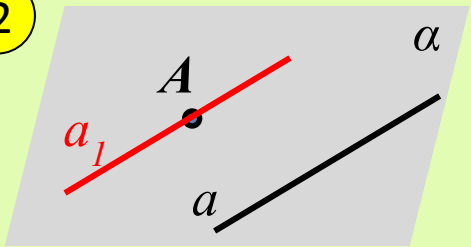
Существование

1



a и A задают плоскость α

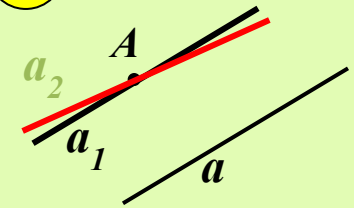
2



$a_1 \| a$

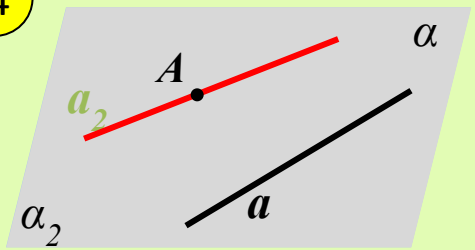
Единственность

3



Предположим $a_2 \| a$

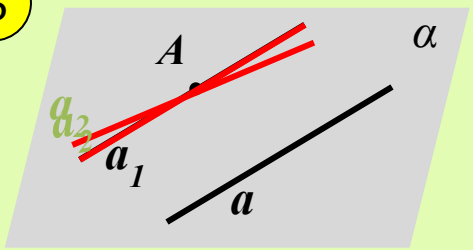
4



a и a_2 задают α_2

α_2 совпадает с α

5



a_1 совпадает с a_2

a_1 – единственная

Признак параллельности прямых

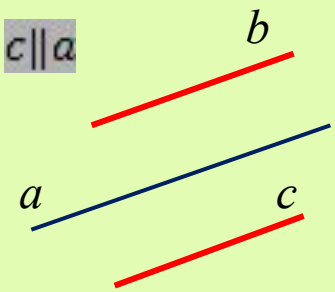
I команда

Теорема

Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.

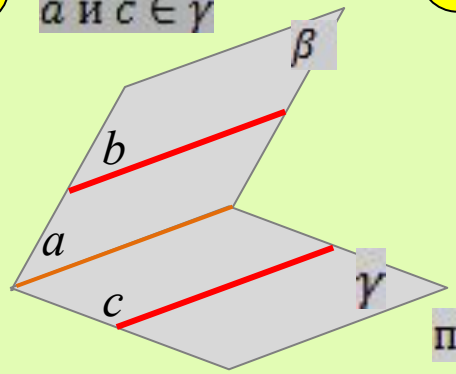
1 $b \parallel a$

$c \parallel a$



2 a и $b \in \beta$

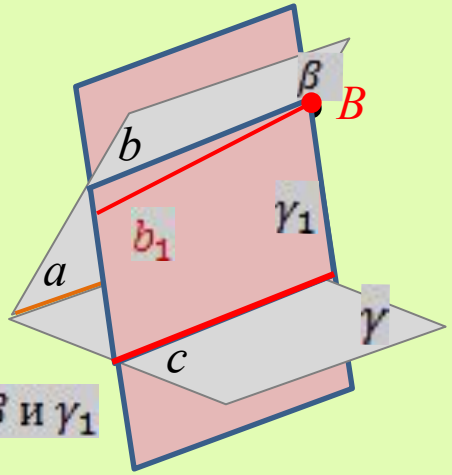
a и $c \in \gamma$



3 $B \in b$

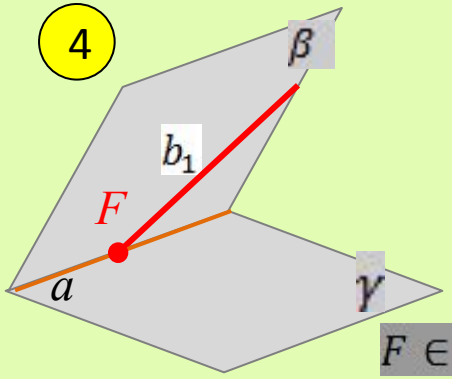
B и c задают γ_1

b_1 – линия пересечения β и γ_1

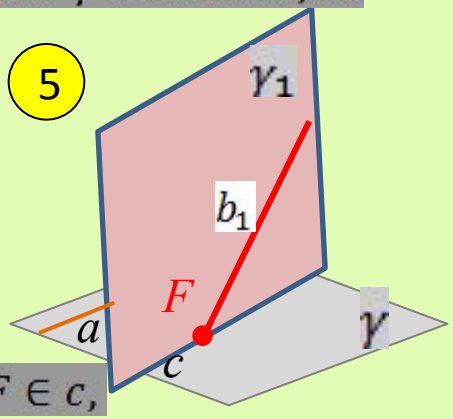


Если прямая b_1 пересекает γ в точке F, то

4



5



$F \in a$ и $F \in c$,

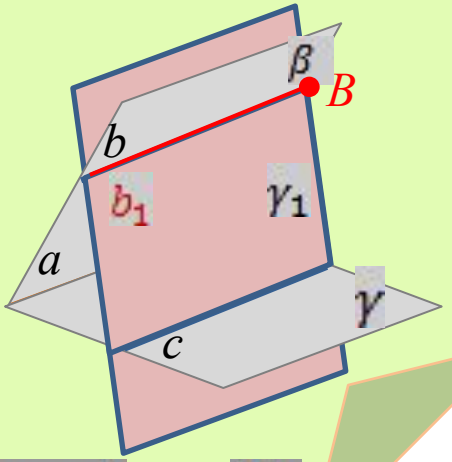
что противоречит условию $a \parallel c$

6

$b_1 \parallel c$

$b_1 \parallel a, b \parallel a$

b_1 совпадает с b



$b \parallel c$

Признак параллельности прямой и плоскости

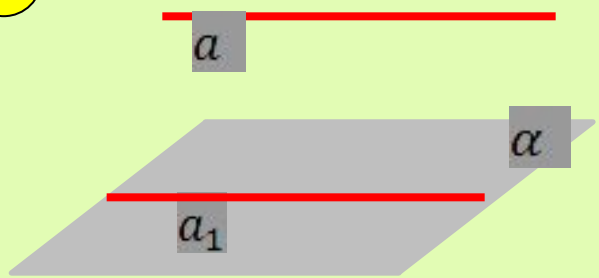
II команда

Теорема

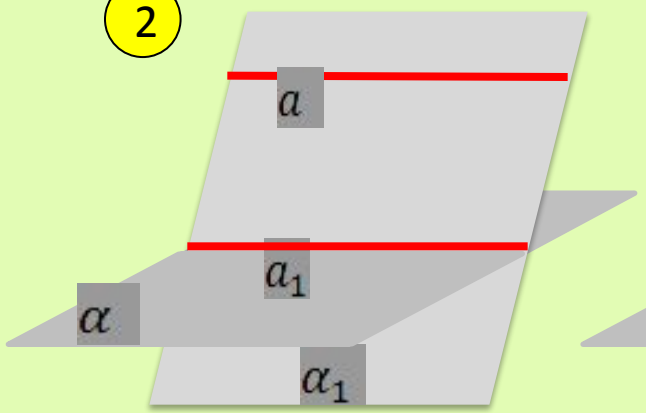
Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости.

1

$a \| a_1$

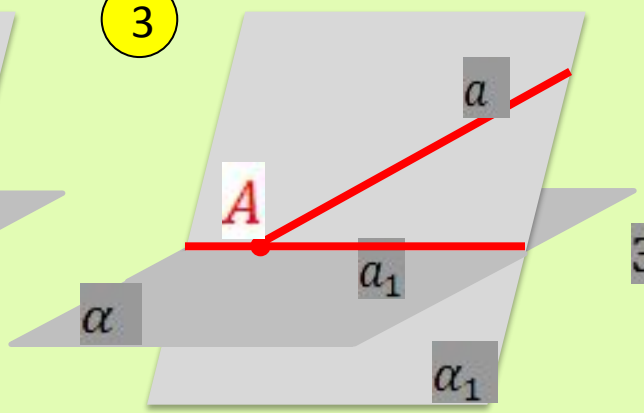


2



a и a_1 задают α_1

3



Если a пересекает α, то a пересекает a_1. Это противоречит условию $a \| a_1$.

Значит, $a \| \alpha$.

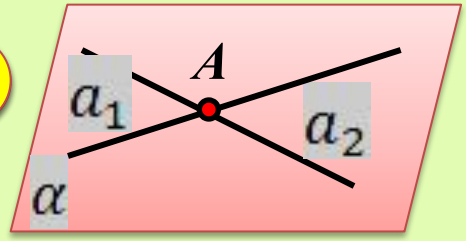
Признак параллельности двух плоскости

III команда

Теорема 17.1.

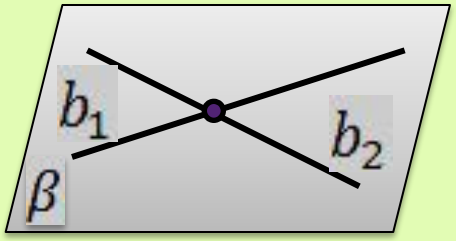
Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

1



a_1 и $a_2 \in \alpha$

$a_1 \cap a_2 = A$



$b_1 \| a_1, b_2 \| a_2$

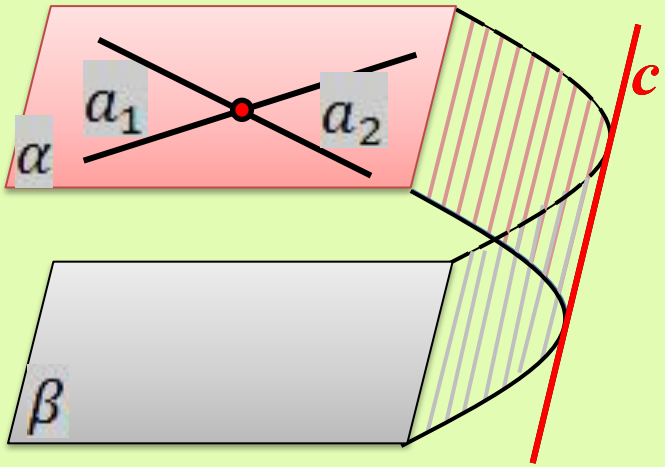
b_1 и $b_2 \in \beta$

2

Допустим, что $\alpha \cap \beta = c$

Тогда $a_1, a_2 \| \beta$

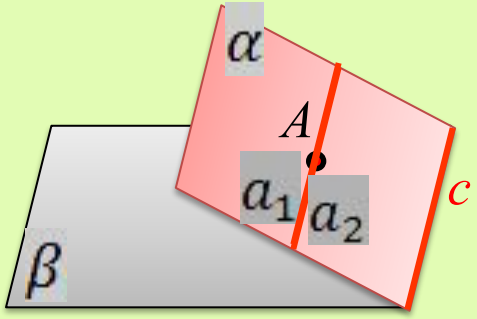
и a_1, a_2 не пересекают с



3

Получили $a_1 \| c$ и $a_2 \| c$.

Это противоречит условию.



Задание №2

Составьте схему взаимного расположения в пространстве:

I команда

двух прямых:
есть общая плоскость, нет общей плоскости, единственная общая точка, нет общей точки, не единственная общая точка, скрещивающиеся прямые, параллельные прямые, совпадающие прямые, пересекающиеся прямые

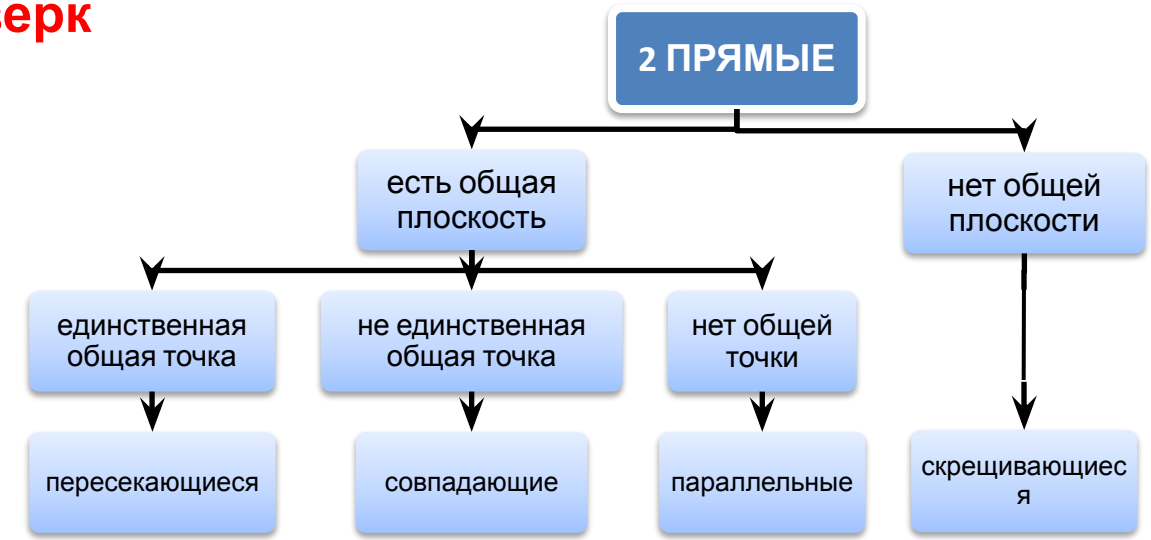
II команда

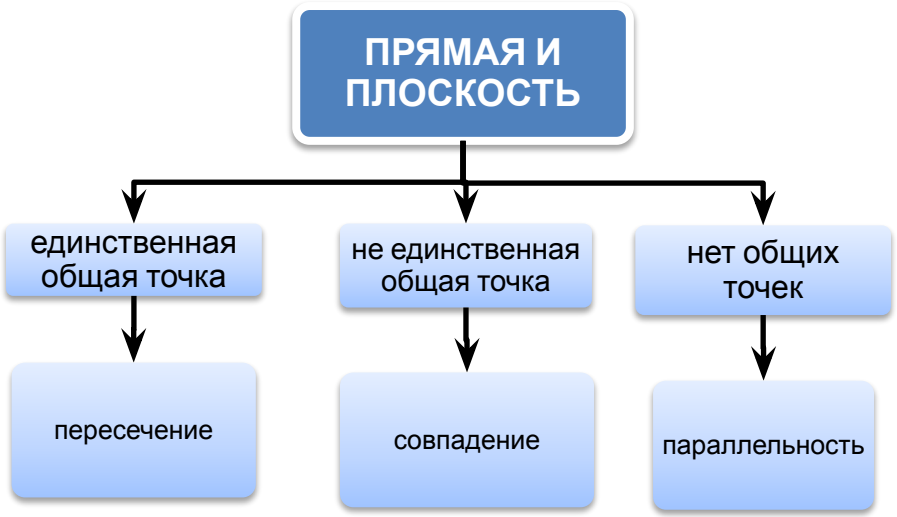
прямой и плоскости:
единственная общая точка, нет общих точек, не единственная общая точка, совпадение, параллельность, пересечение.

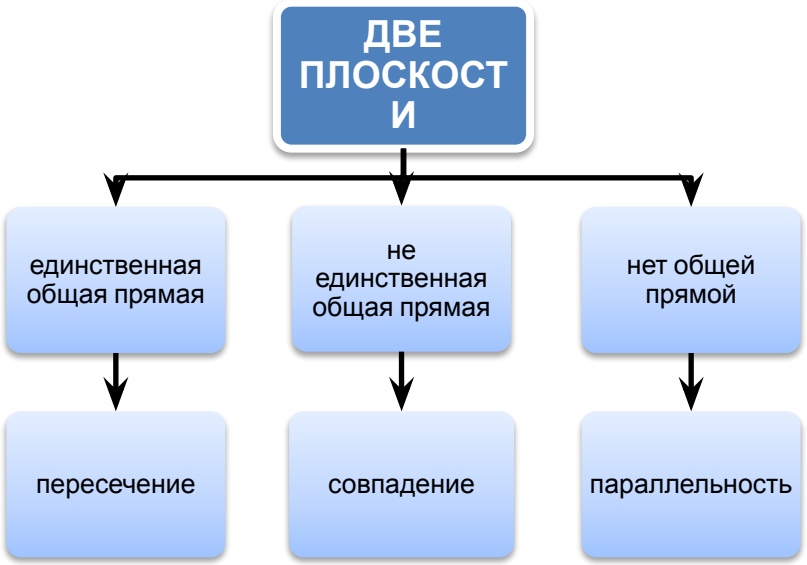
III команда

двух плоскостей: единственная общая прямая, нет общей прямой, не единственная общая прямая, совпадение, параллельность, пересечение

Проверка

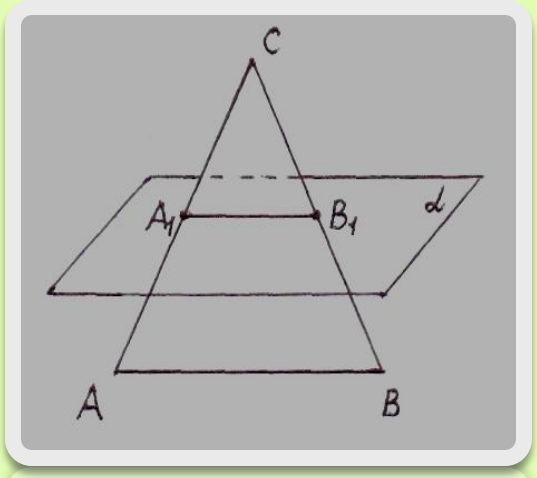

2 ПРЯМЫЕ
есть общая плоскость
нет общей плоскости
единственная общая точка
не единственная общая точка
нет общей точки
пересекающиеся
совпадающие
параллельные
скрещивающиеся


ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ
единственная общая точка
не единственная общая точка
нет общих точек
пересечение
совпадение
параллельность


ДВЕ ПЛОСКОСТИ
единственная общая прямая
не единственная общая прямая
нет общей прямой
пересечение
совпадение
параллельность

Задание №3

Найдите ошибки в логической цепочке решения задачи и в чертеже



Задача №13 (4)

Дан треугольник *ABC*. Плоскость, параллельная прямой *AB*, пересекает сторону *AC* этого треугольника в точке A_1, а сторону *BC* – в точке B_1. Найдите длину отрезка A_1B_1, если $AA_1=a$, $AB=b$, $A_1C=c$.

ΔABC – плоскость $\rightarrow AB||A_1B_1$ (Т.17.3) $\rightarrow \Delta A_1B_1C_1 = \Delta ABC$ (по 2 углам) $\rightarrow$

$$\rightarrow \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{AC}{A_1C} \rightarrow A_1B_1 = \frac{AB \cdot AC}{A_1C} = \frac{AB \cdot (AA_1 + A_1C)}{A_1C} = \frac{b \cdot (a+c)}{c}.$$

Ответ: (3)~, (4) $\frac{A_1C}{AC}$, (5) $A_1B_1 = \frac{AB \cdot A_1C}{AC} = \frac{AB \cdot A_1C}{AA_1 + A_1C} = \frac{b \cdot c}{a+c}$.

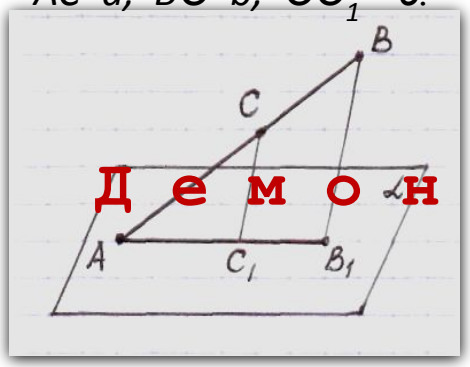
пунктир,

Задание №4

Дайте краткое решение задачи, используя логическую цепочку.

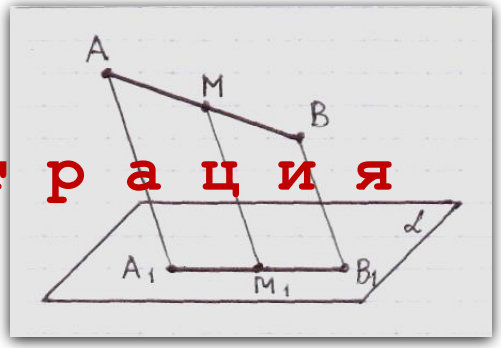
I команда

Задача №7 (4)
Через конец *A* отрезка *AB* проведена плос-кость. Через конец *B* и точку *C* этого отрезка проведены параллель-ные прямые, пересека-ющие плоскость в точках B_1 и C_1. Найдите длину отрезка BB_1, если $AC=a$, $BC=b$, $CC_1=c$.



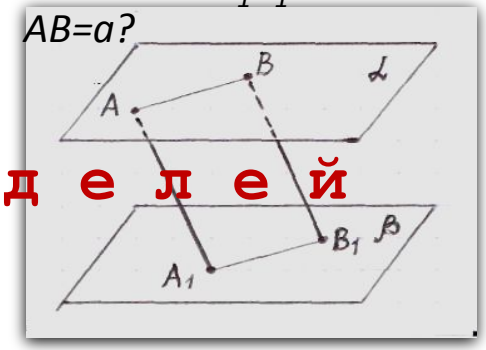
II команда

Задача подобная №5 (4)
Через концы отрезка *AB* и его середину *M* проведены параллель-ные прямые, пересека-ющие некоторую плоскость в точках A_1, B_1 и M_1. Найдите длину отрезка AA_1, если отрезок *AB* не пересекает плоскость и если $BB_1=a$, $MM_1=b$.



III команда

Задача №32
Даны две параллель-ные плоскости. Через точки *A* и *B* одной из этих плоскостей проведены параллель-ные прямые, пересе-кающие вторую плоскость в точках A_1 и B_1. Чему равен отрезок A_1B_1, если $AB=a$?



Демонстрация моделей

I команда

$CC_1 || BB_1$ (задают пл.) $\rightarrow \Delta ABB_1$ – плоскость $\rightarrow \Delta ACC_1 \sim \Delta ABB_1$ (по 2 углам) $\rightarrow$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1} \rightarrow BB_1 = \frac{AB \cdot CC_1}{AC} = \frac{(AC+BC)\cdot CC_1}{AC} = \frac{(a+b)\cdot c}{a}.$$

II команда

$AA_1 \| BB_1$ – задают плоскость $\rightarrow ABB_1A_1$ – трапеция $\rightarrow$

$\rightarrow MM_1$ – средняя линия $\rightarrow MM_1 = \dfrac{AA_1 + BB_1}{2} \rightarrow$

$AA_1 = 2MM_1 - BB_1 = 2b - a.$

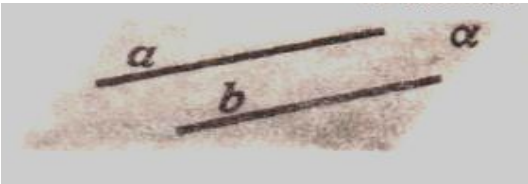
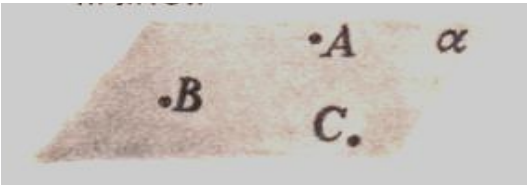
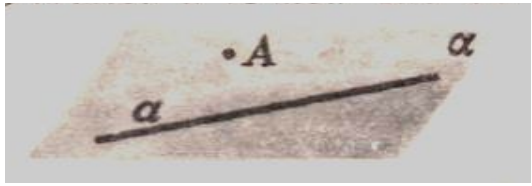
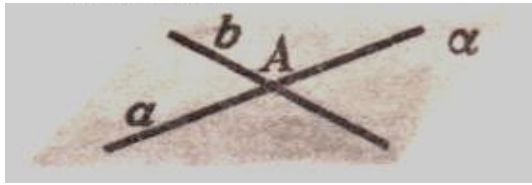
III команда

$AA_1 // BB_1$ – задают плоскость $\rightarrow AB // A_1B_1$ (свойство 1) $\rightarrow$

$\rightarrow ABB_1A_1$ – параллелограмм $\Rightarrow AB = A_1B_1 = a.$

Задание №5 Укажите соответствие рисунков и формулировок (на рабочем листе в столбце «Ответ» рядом с номером рисунка укажите номер соответствующей формулировки).

Способы задания плоскости

Рисунки	Формулировки	Ответ
1 	1. Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.	1 - **4**
2 	2. Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.	2 - **3**
3 	3. Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.	3 - **2**
4 	4. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.	4 - **1**

Задание №6

Применение знаний в житейской ситуации

1. Ваша дача располагается в холмистой местности. Вы планируете купить новый стол и стулья для сада. Какую мебель вам лучше приобрести: с четырьмя или с тремя ножками?

2. Вы хотите купить стол с четырьмя ножками. Как с помощью двух нитей определить, будет ли он стоять на ровном полу дачи устойчиво?

Ответ: стол с тремя ножками более устойчив, поскольку три точки всегда лежат в одной плоскости.

Ответ: Для этого достаточно натянуть нити, соединив основания ножек по диагоналям. Стол будет стоять устойчиво, если нити будут соприкасаться, причем без излома.

Задание №7. Дайте ответ на вопросы теста

(случай совпадения исключить)

1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве:
2. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве:
3. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве:

а) пересекающиеся, параллельные, скрещивающиеся;
б) параллельные, скрещивающиеся;
в) пересекающиеся, скрещивающиеся;
г) пересекающиеся, параллельные.

4. Какое наибольшее количество общих точек могут иметь две прямые в пространстве?
5. Какое наибольшее количество общих точек могут иметь прямая и плоскость в пространстве?
6. Какое наибольшее количество общих точек могут иметь две плоскости в пространстве
7. Какое наибольшее количество общих прямых могут иметь две плоскости в пространстве?

а) 0;
б) 1;
в) 2;
г) множество.

8. Какие элементы не могут задавать плоскость?

а) две параллельные прямые;
б) две пересекающиеся прямые;
в) две скрещивающиеся прямые;
г) прямая и точка, не принадлежащая ей.

Ответ

1) а
2) г
3) г
4) б
5) б
6) г
7) б
8) в

Подведение итогов

Команды суммируют заработанные баллы и оценивают свою работу:

24 балла – «5»;

16 - 23 балла – «4»;

8 – 15 баллов – «3»;

0 – 7 баллов – «2».

Домашнее задание

Подготовка к контрольной работе, §17: повторить все определения и теоремы, а также решение основных задач темы.