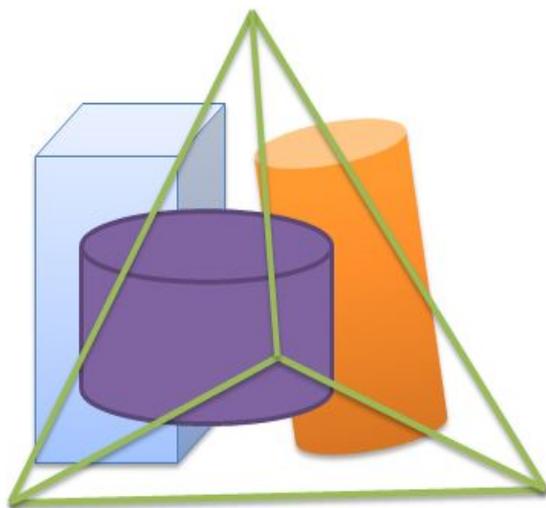


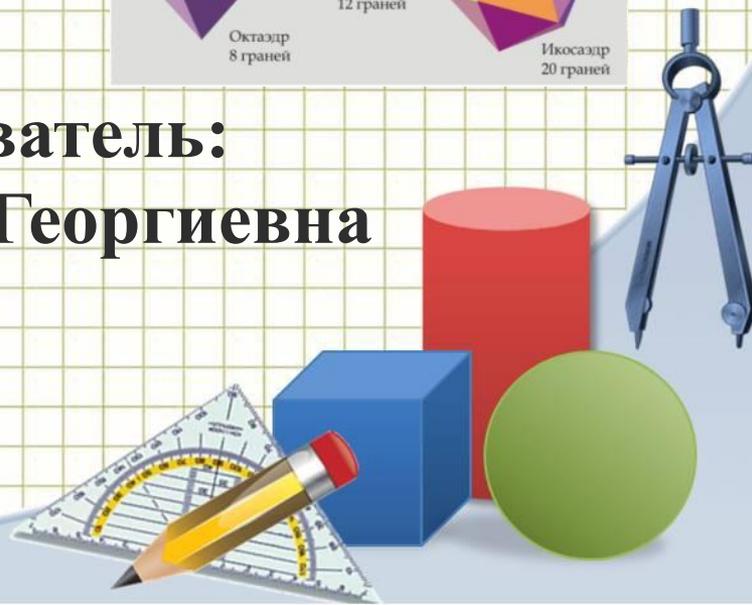
# Стереометрия

## Аксиомы стереометрии



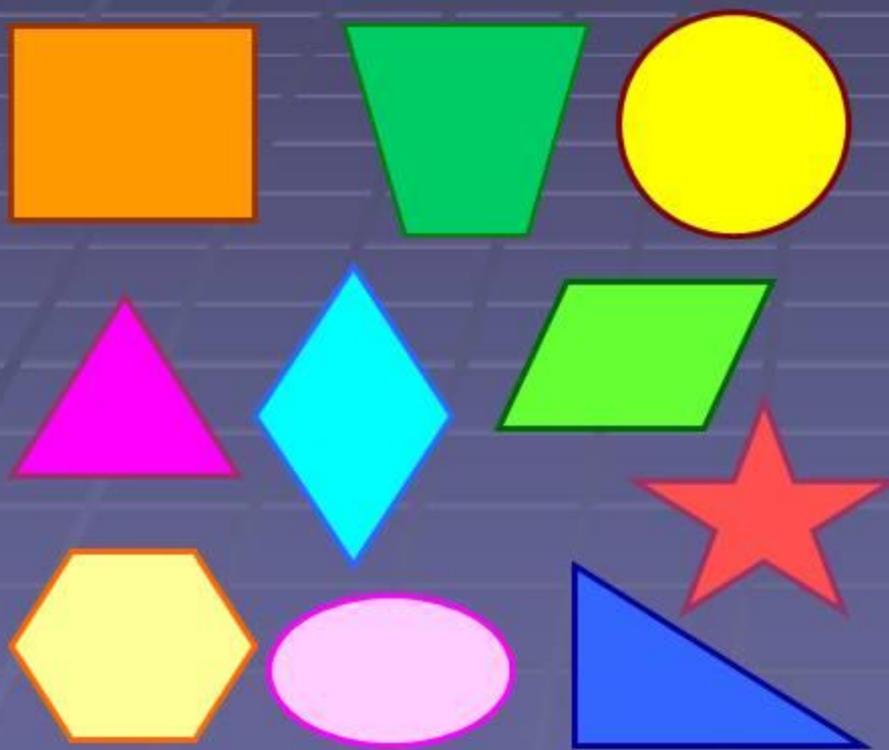
Преподаватель:  
Косян Анаит Георгиевна

Богучар – 2016 год



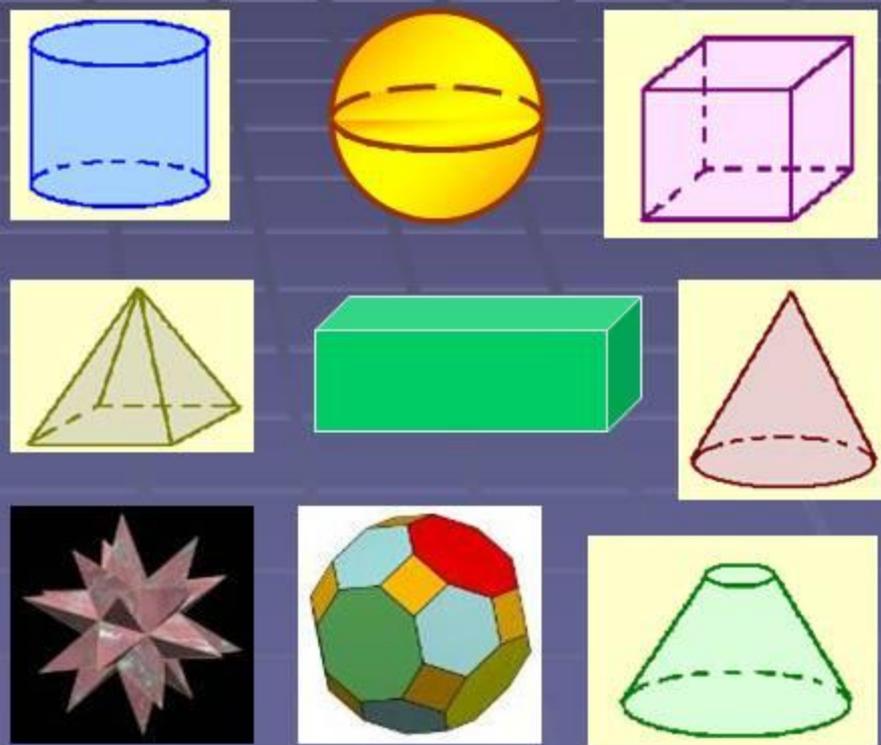
# ГЕОМЕТРИЯ

## Планиметрия



Изучает свойства фигур  
на плоскости

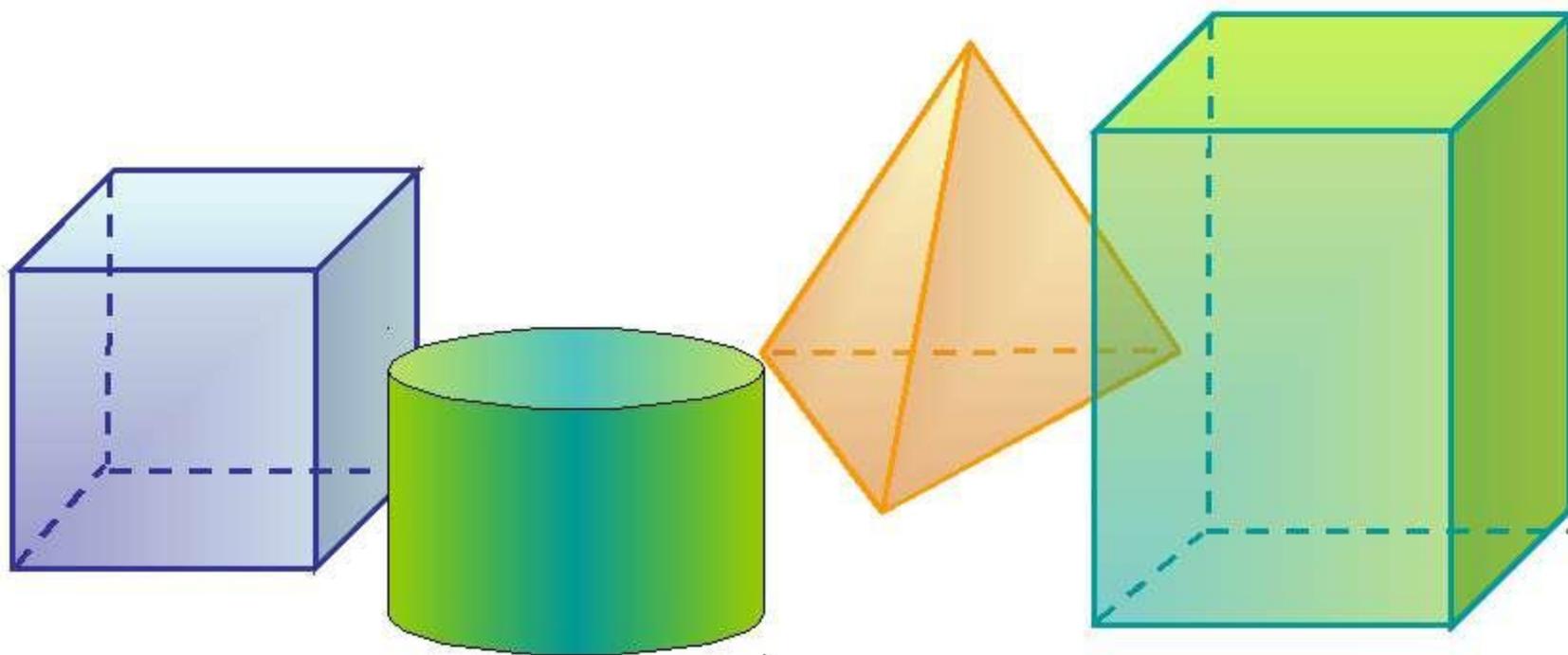
## Стереометрия



Изучает свойства фигур в  
пространстве

# Стереометрия

**это подраздел геометрии, изучающий свойства фигур в пространстве**

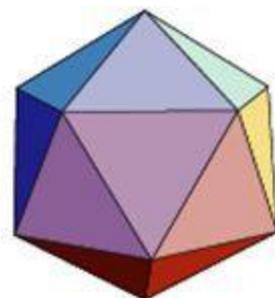
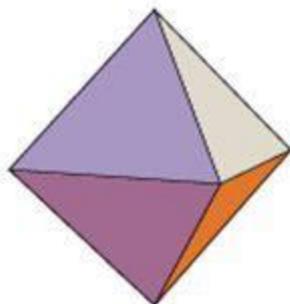
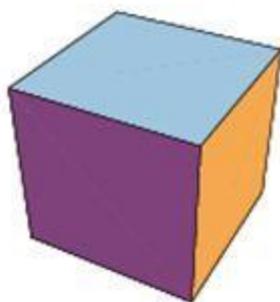
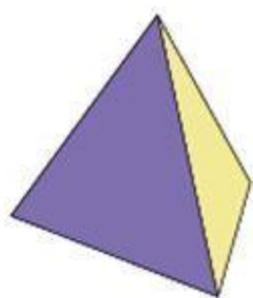


## Школа Пифагора



Одной из самых первых и самых известных школ была пифагорейская (VI-V вв. до н. э.), названная так в честь своего основателя Пифагора.

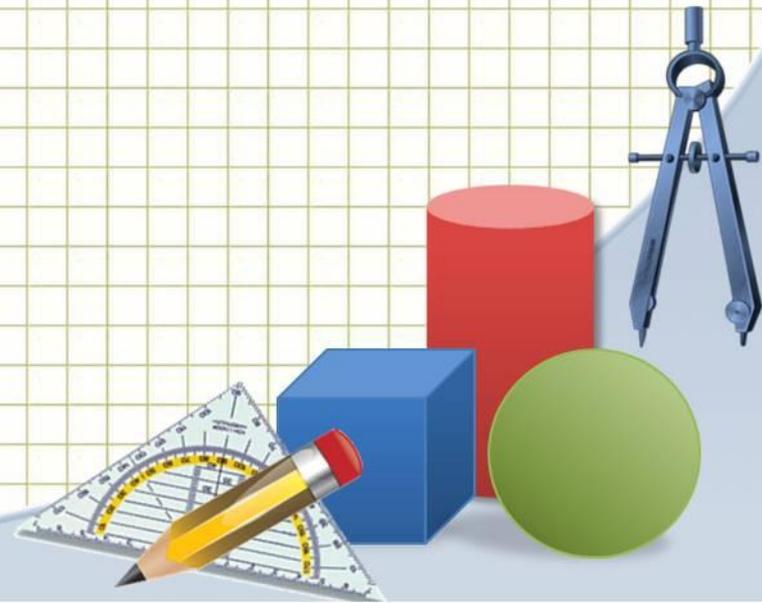
Для своих философских теорий пифагорейцы использовали правильные многогранники, формы которых придавали элементам первооснов бытия, а именно: огонь – тетраэдр, земля - гексаэдр (куб); воздух – октаэдр; вода – икосаэдр; вся Вселенная, по мнению древних, имела форму додекаэдра.



**Стереометрия** изучает свойства фигур в пространстве.

Слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» — объемный, пространственный, «метрео» — мерить.

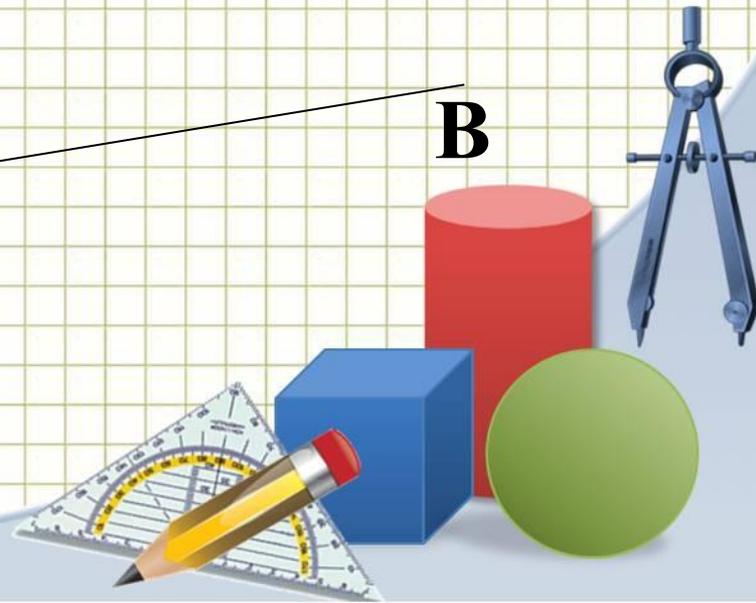
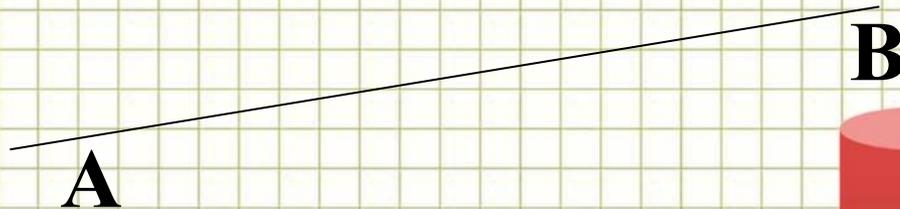
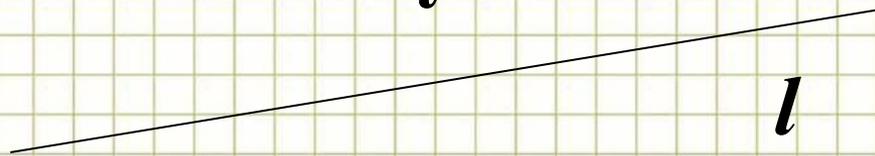
**Основные фигуры: точка, прямая, плоскость.**



Для обозначения точек как и в планиметрии используют прописные латинские буквы:

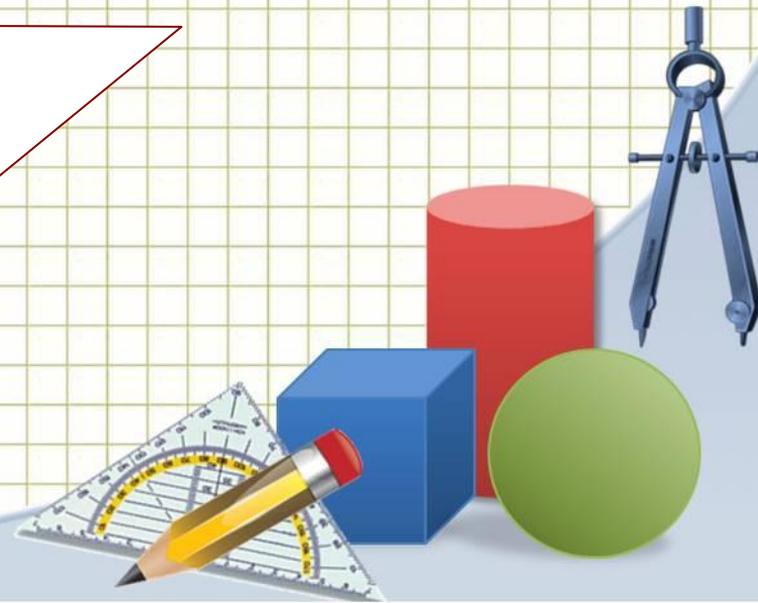
•А •В •С

Прямую обозначают одной строчной латинской буквой и двумя прописными латинскими буквами:



Плоскость в стереометрии обозначают греческими буквами, например:  $\alpha$   $\beta$   $\gamma$

А на рисунках чаще всего плоскость изображают в виде параллелограмма. Но следует понимать и представлять себе данную геометрическую фигуру как неограниченную во все стороны.

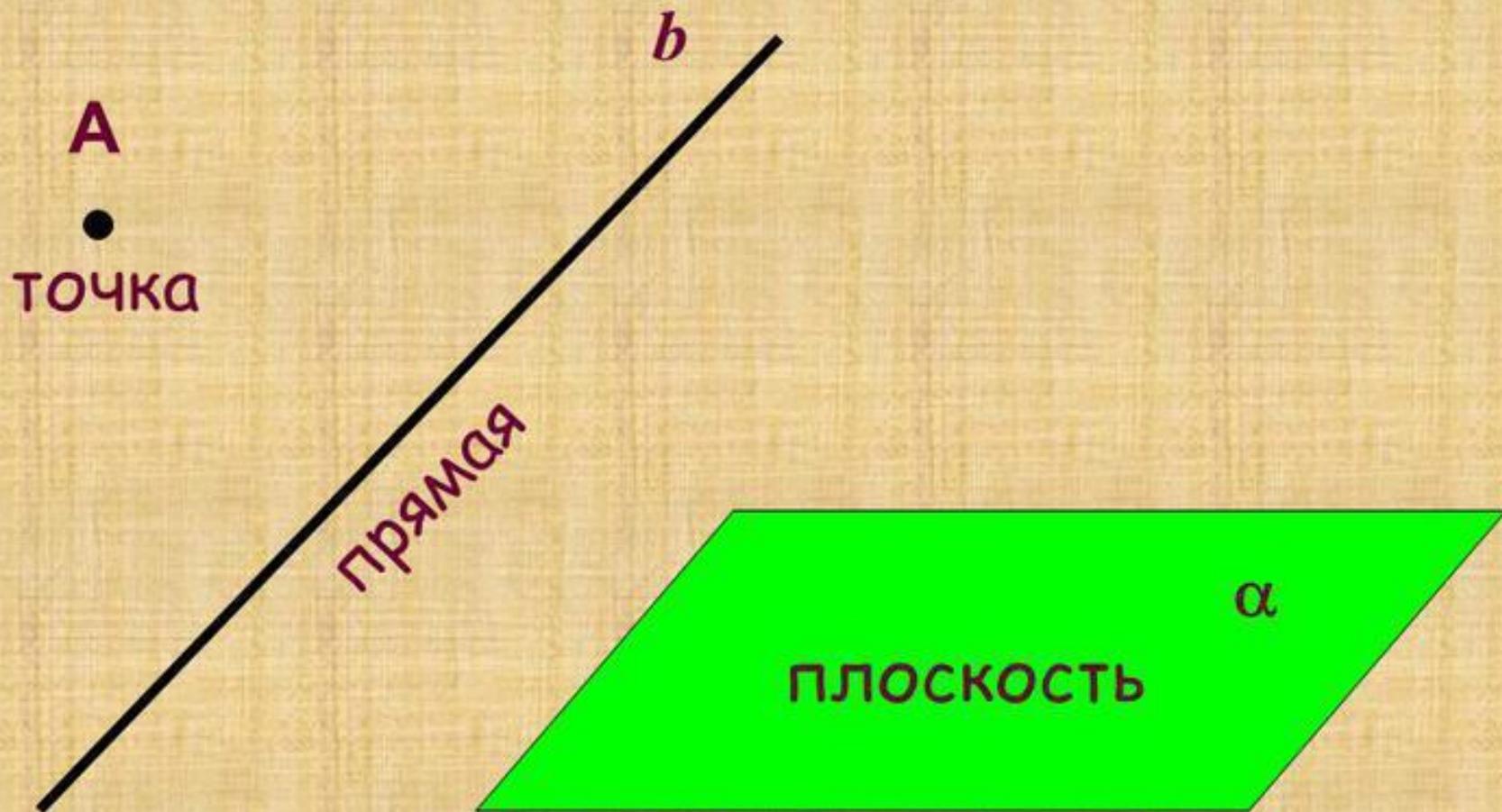


# Основные фигуры в пространстве

## Обозначения

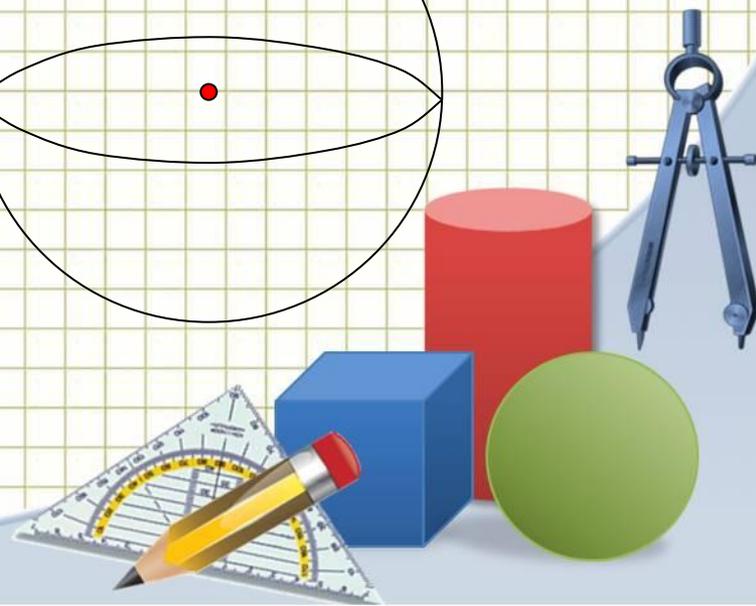
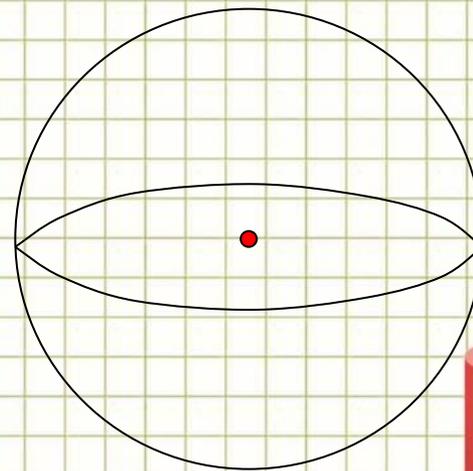
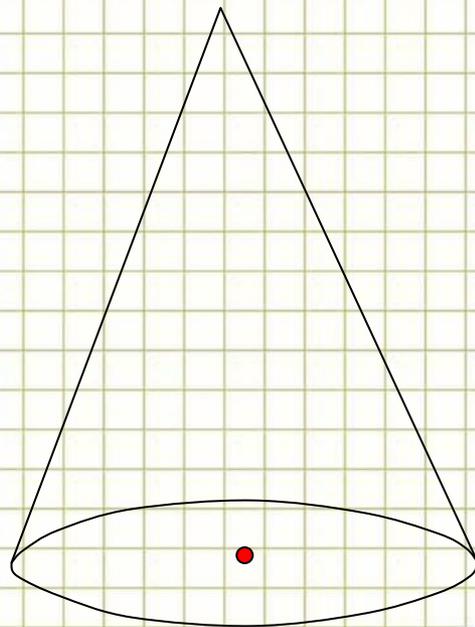
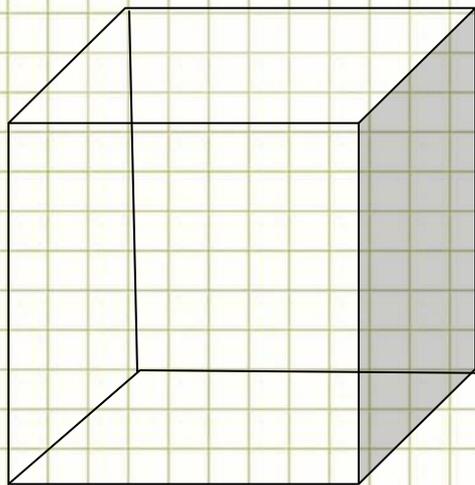
- **Точка:** Прописные латинские буквы  $A, B, C, D, E, K, \dots$
- **Прямая:** Строчные латинские буквы  $a, b, c, d, e, k, \dots$  или  $(AB, BC, \dots)$
- **Плоскость:** Греческие буквы  $\gamma, \alpha, \beta, \varphi, \lambda, \mu, \theta, \rho, \dots$

# Основные фигуры в пространстве

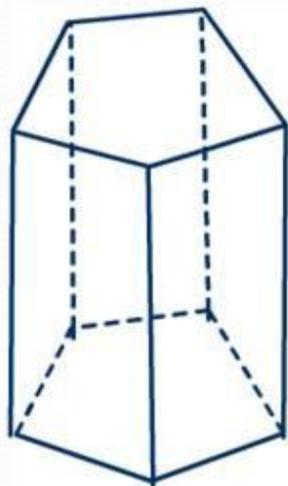


**Наряду с основными фигурами мы будем рассматривать геометрические тела и их поверхности. Такие, как: куб, параллелепипед, призма, пирамида.**

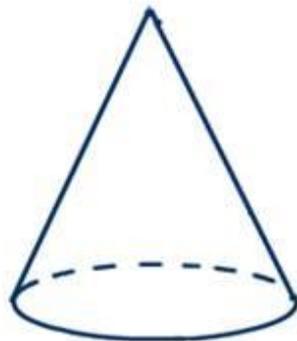
**А также тела вращения: шар, сфера, цилиндр, конус.**



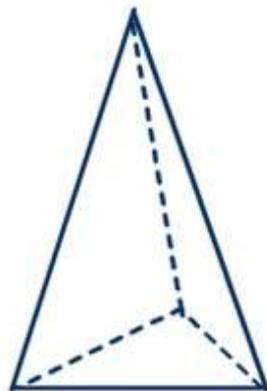
# Изображения пространственных фигур.



Призма

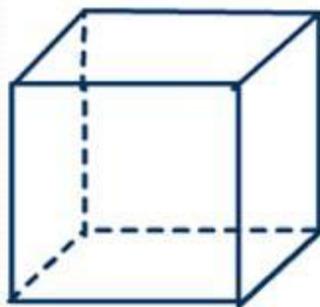


Конус

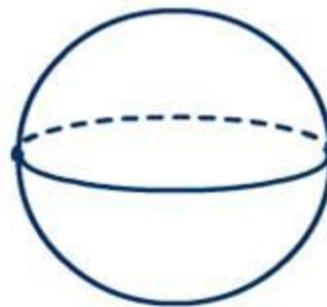


Пирамида

**Условное изображение пространственной фигуры – это её проекция на плоскость.**



Куб



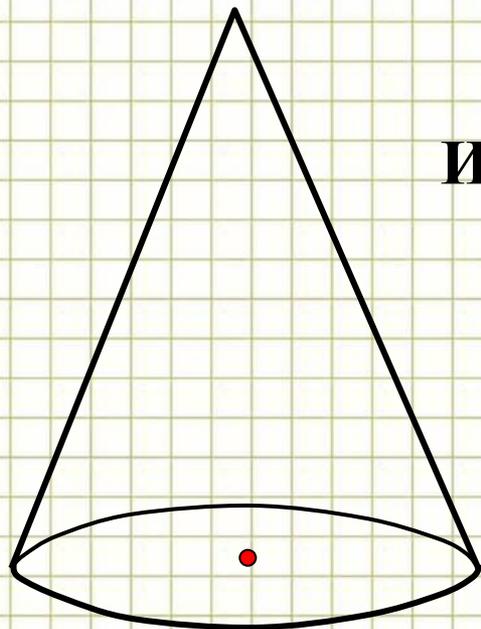
Шар



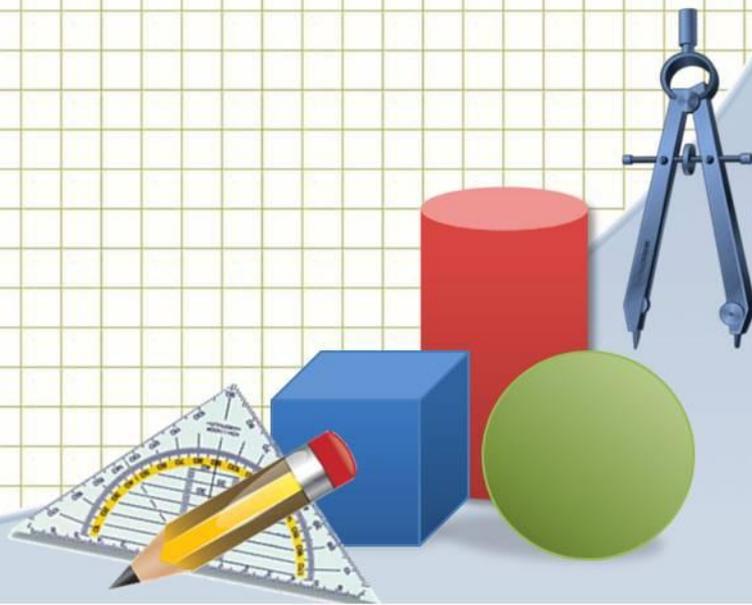
Цилиндр

**При изучении в курсе стереометрии геометрических тел пользуются их плоскими изображениями на чертеже.**

**Изображением пространственной фигуры служит ее проекция на плоскость.**



**Изображения конуса**



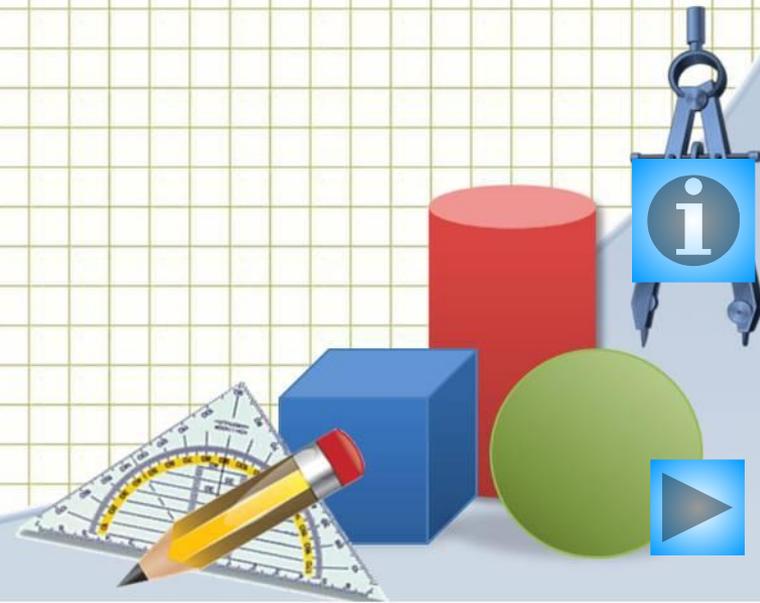
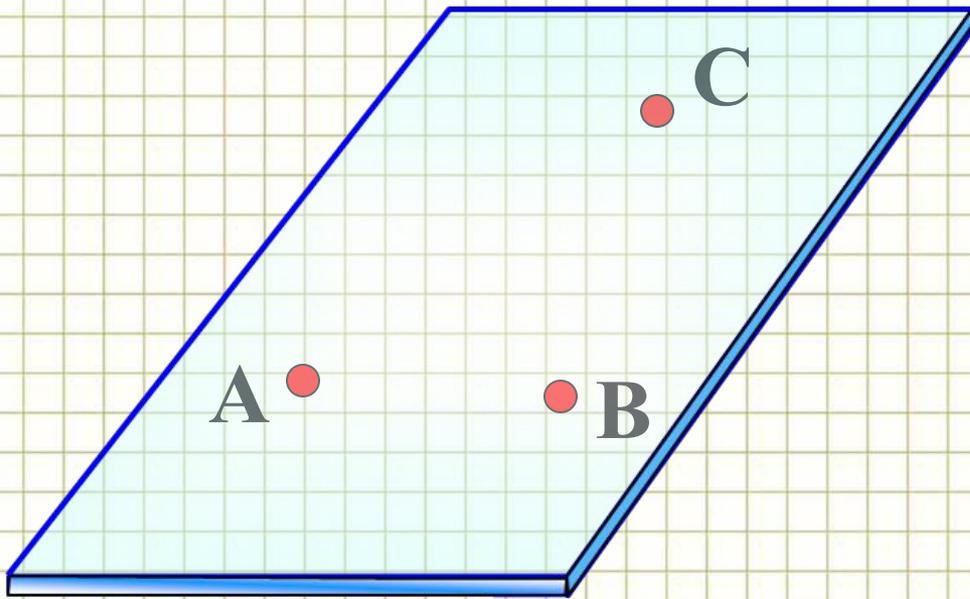
**Изучая свойства геометрических фигур – воображаемых объектов, мы получаем представление о геометрических свойствах реальных предметов (их форме, взаимном расположении и т. д.) и можем использовать эти свойства в практической деятельности. В этом состоит прикладное значение геометрии.**

**Геометрия, в частности стереометрия, широко используется в строительном деле, архитектуре, машиностроении, геодезии, во многих других областях науки и техники.**

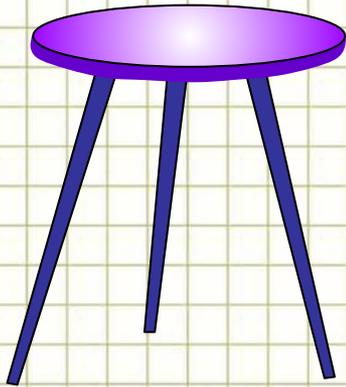


**Основные свойства точек, прямых и плоскостей выражены в аксиомах. Существует множество аксиом стереометрии, в учебнике вам представлены три:**

**$A_1$ . Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.**



# Самый простой пример к аксиоме $A_1$ из повседневной жизни:

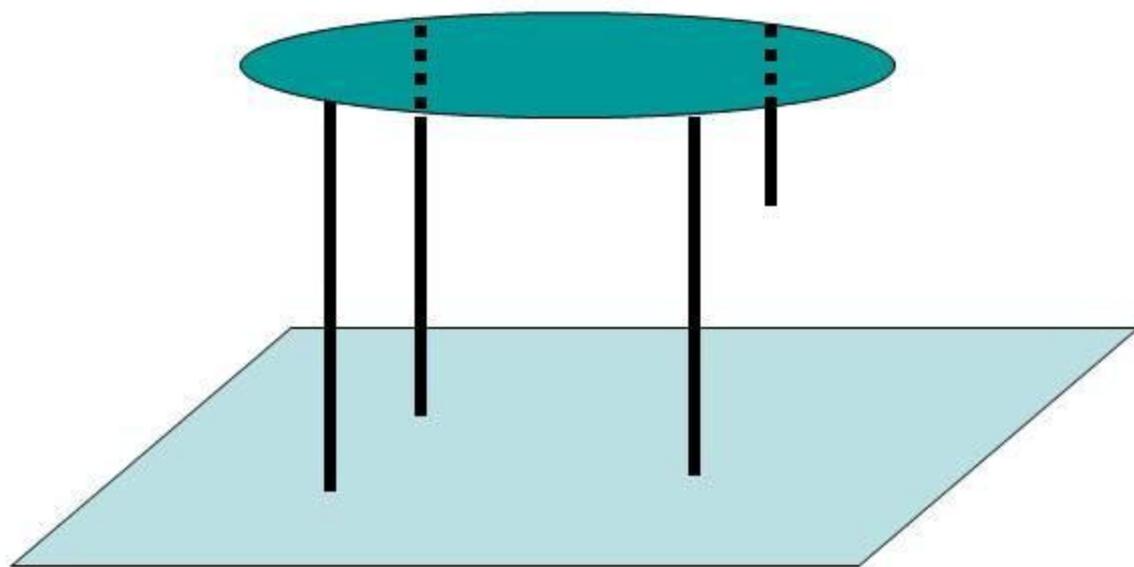


**Табурет с тремя ножками всегда идеально встанет на пол и не будет качаться. У табурета с четырьмя ножками бывают проблемы с устойчивостью, если ножки стула не одинаковые по длине.**

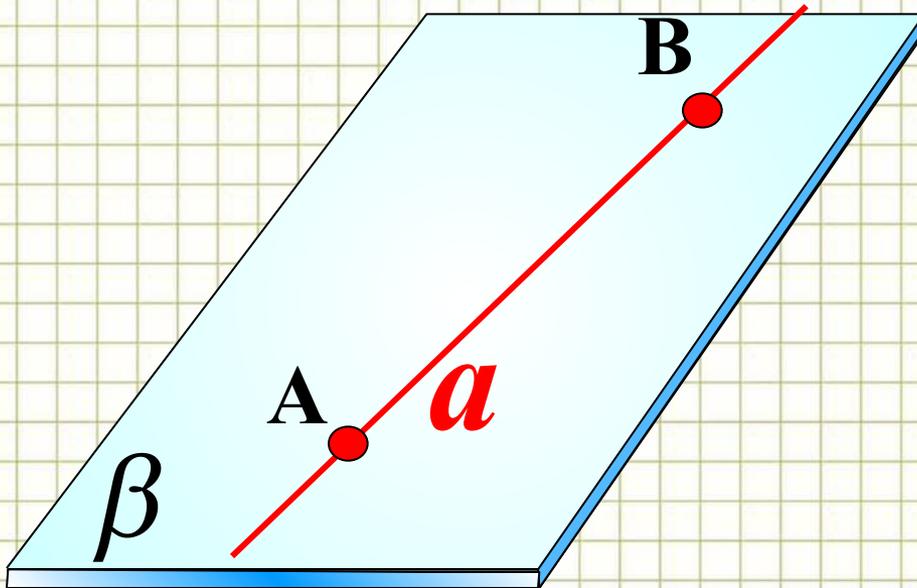
**Табурет качается, т. е. опирается на три ножки, а четвертая ножка (четвертая «точка») не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.**



*Если ножки стола не одинаковы по длине, то стол стоит на трех ножках, т.е. опирается на три «точки», а конец четвертой ножки (четвертая точка) не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.*



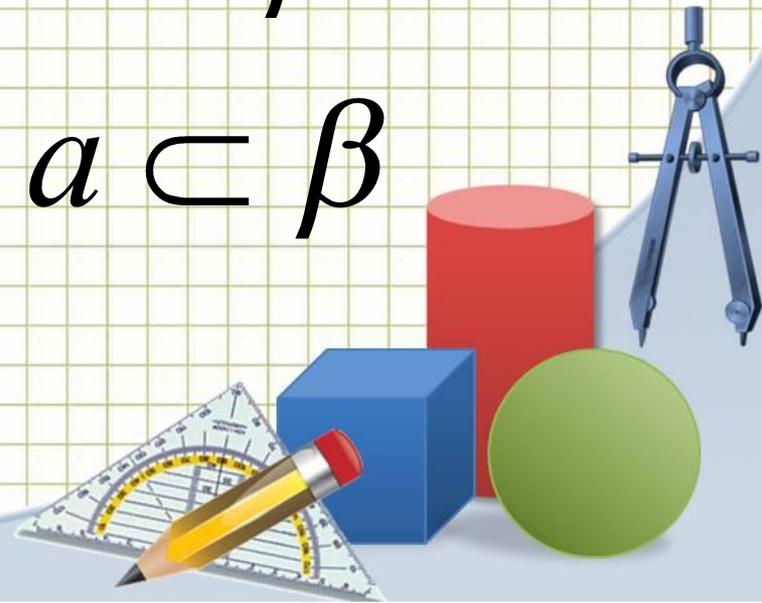
**$A_2$ .** Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



$$A \in \beta$$

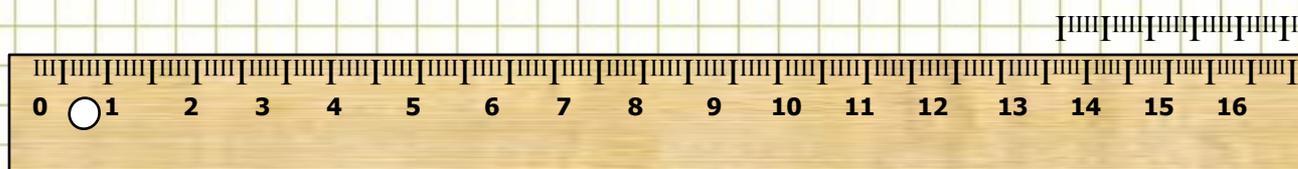
$$B \in \beta$$

$$a \subset \beta$$

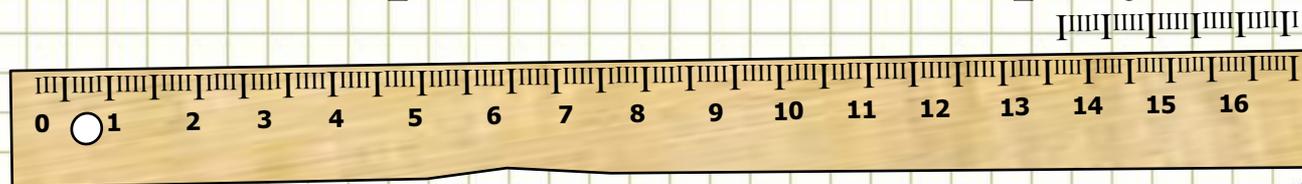


**Свойство, выраженное в аксиоме  $A_2$ , используется для проверки «ровности» чертежной линейки.**

**Линейку прикладывают краем к плоской поверхности стола. Если край линейки ровный, то он всеми своими точками прилегает к поверхности стола.**

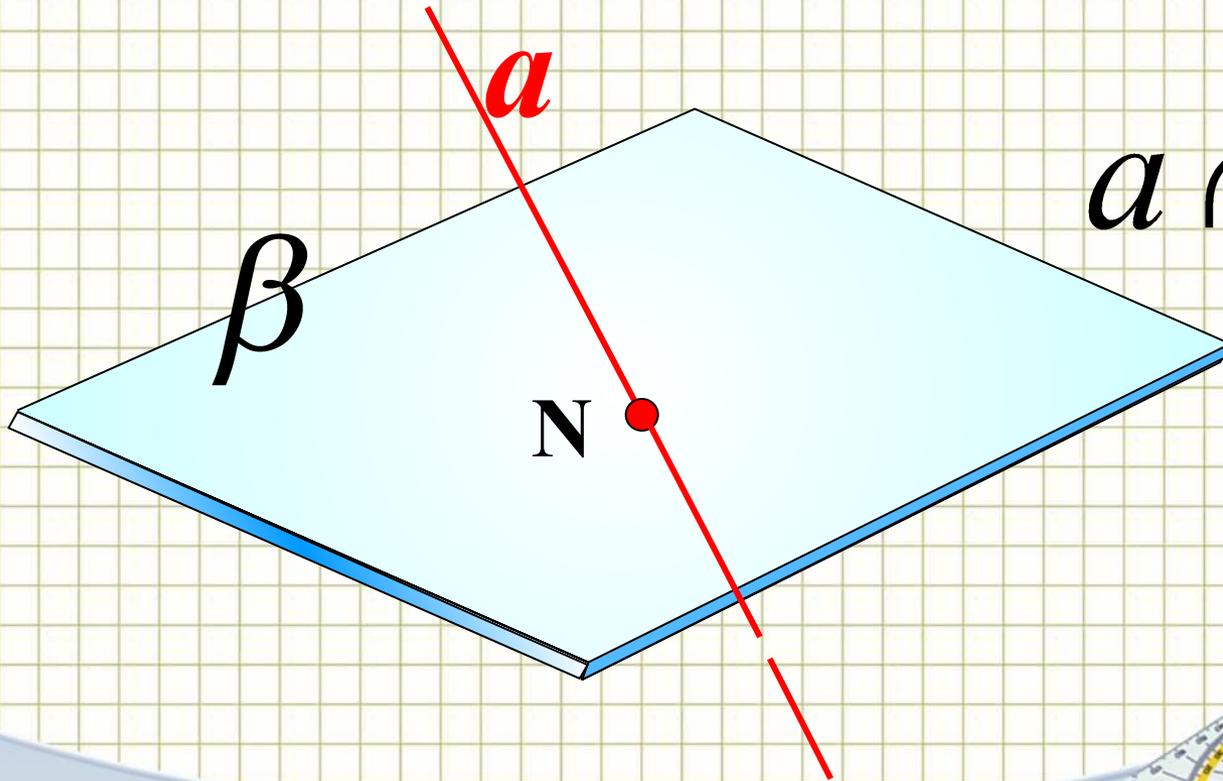


**Если край неровный, то в каких-то местах между ним и поверхностью стола образуется просвет.**

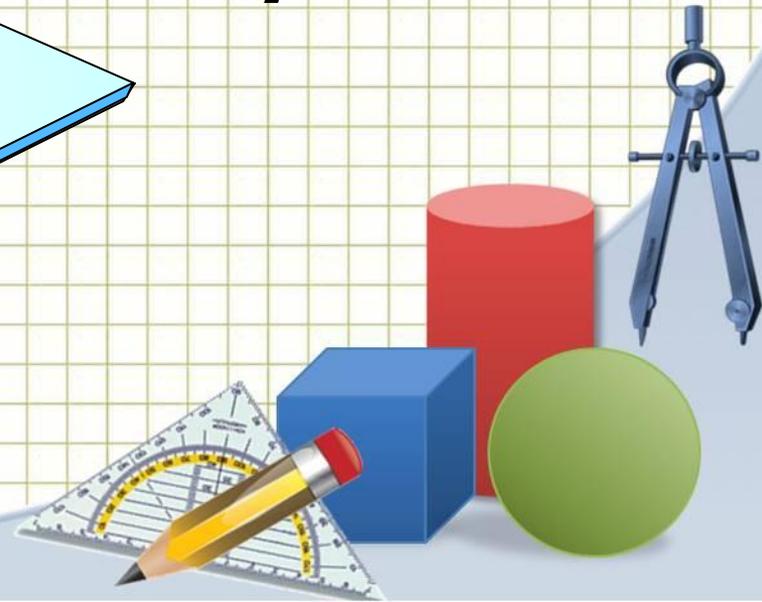


## Следствия из аксиомы $A_2$ :

1. Если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки.
2. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



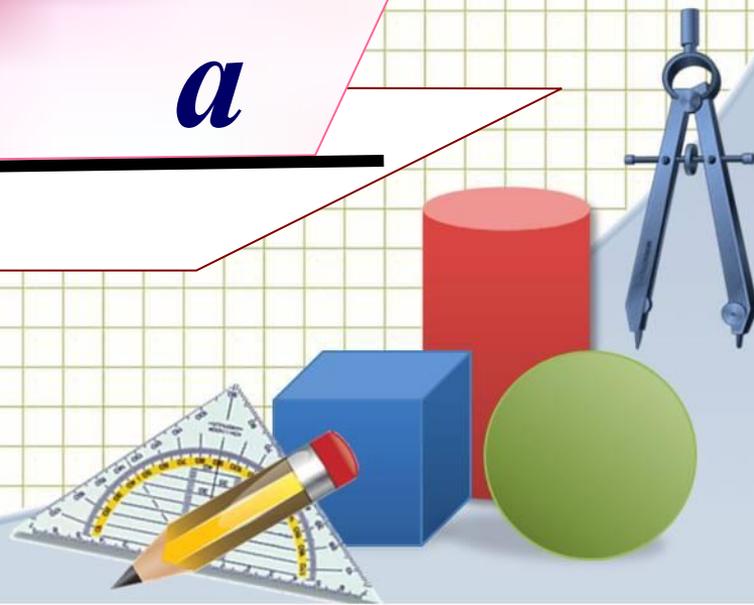
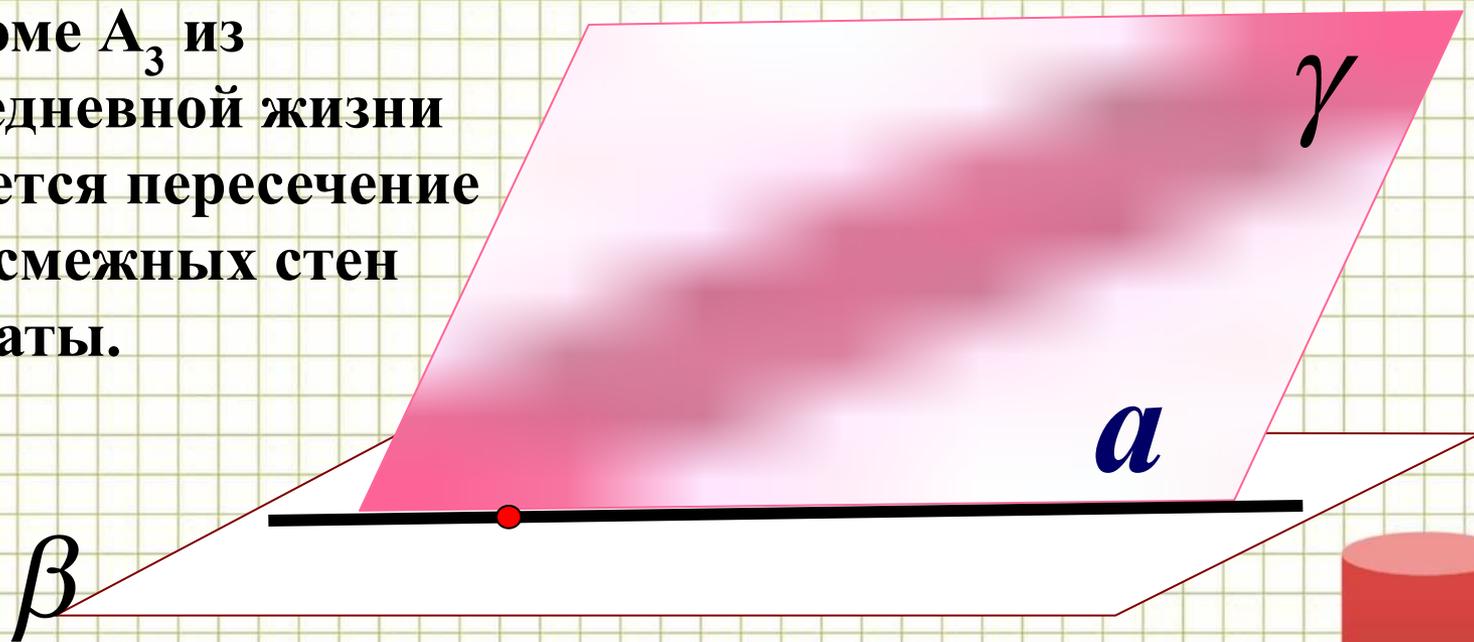
$$a \cap \beta = N$$



**$A_3$ .** Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Самый простой пример к аксиоме  $A_3$  из повседневной жизни является пересечение двух смежных стен комнаты.

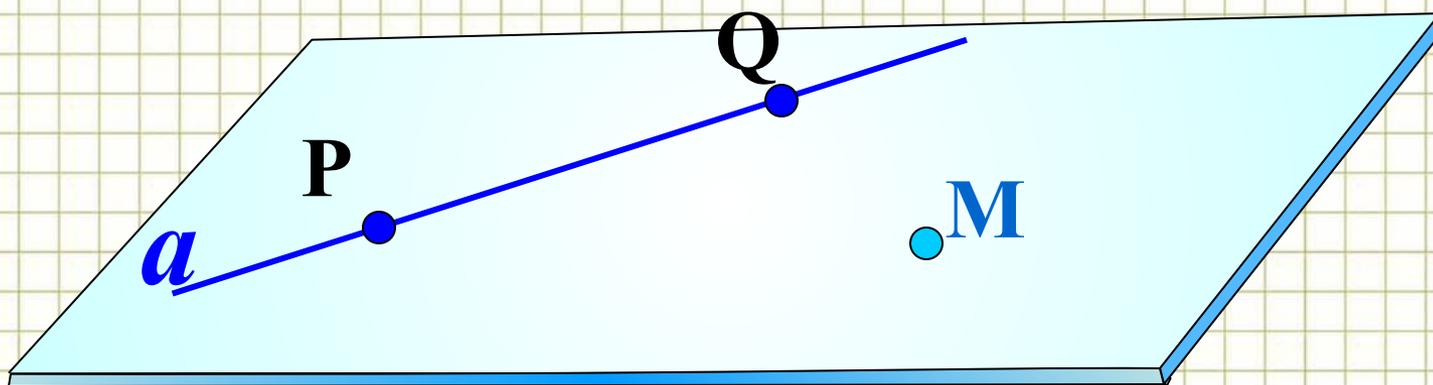
$$\beta \cap \gamma = a$$



## Следствия из аксиом

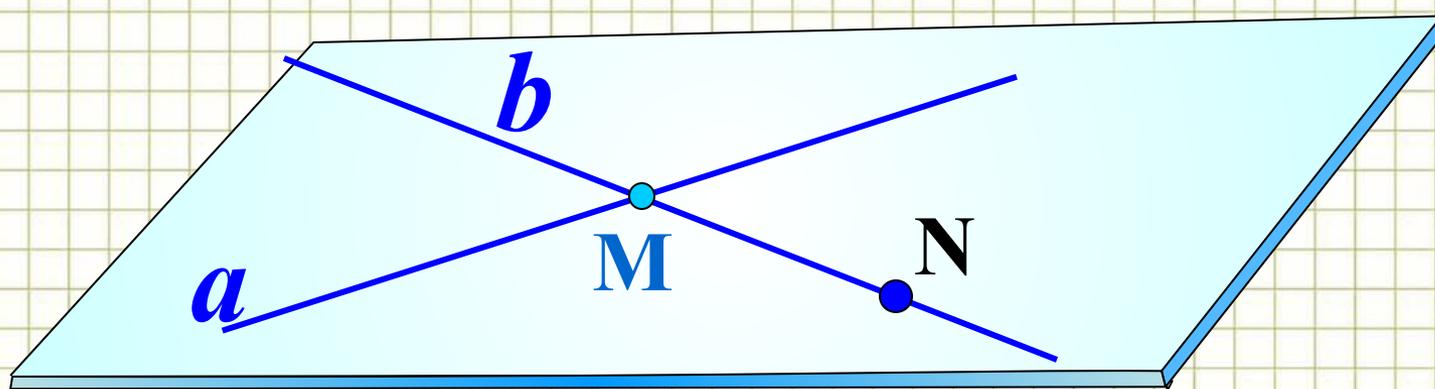
### Теорема

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

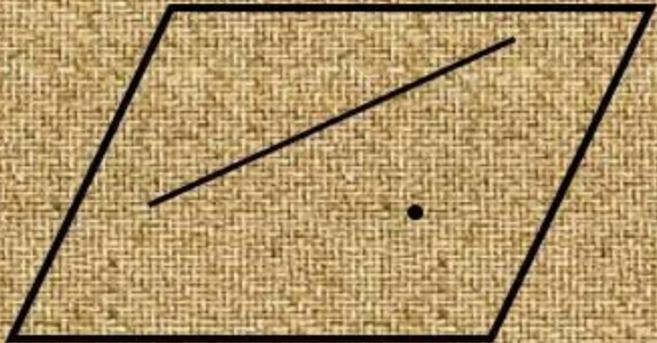
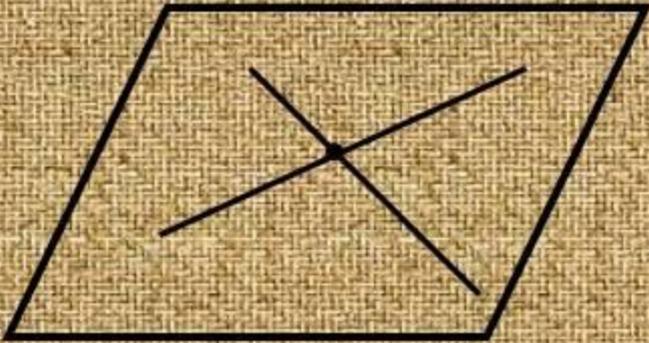


## Теорема

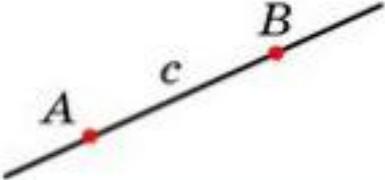
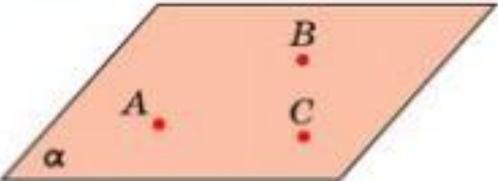
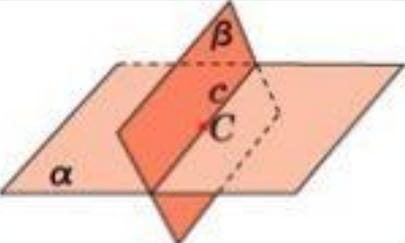
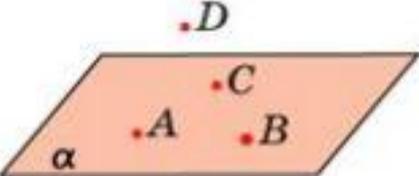
Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна



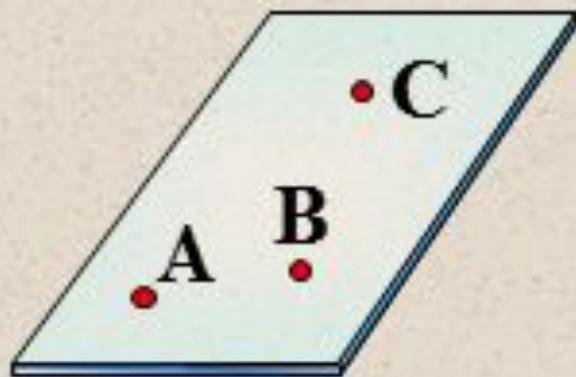
# Следствия из аксиом стереометрии

	Чертеж	формулировка
Следствие 1		Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.
Следствие 2		Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

## АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

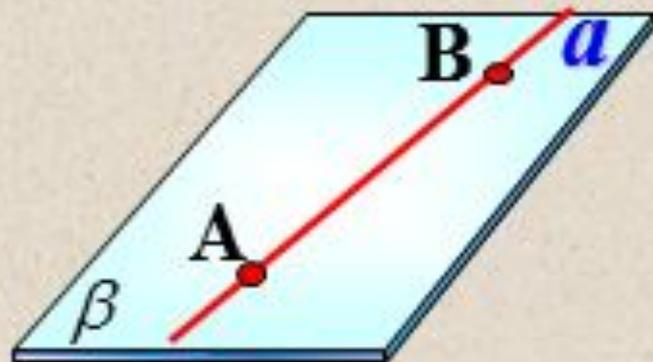
	<p>Через любые две точки пространства проходит единственная прямая</p>
	<p>Через любые три точки пространства, <u>не принадлежащие одной прямой</u>, проходит единственная плоскость</p>
	<p>Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой</p>
	<p>Существуют по крайней мере четыре точки, не принадлежащие одной плоскости</p>
	<p>На любой плоскости выполняются все аксиомы планиметрии</p>

## Вспомним!



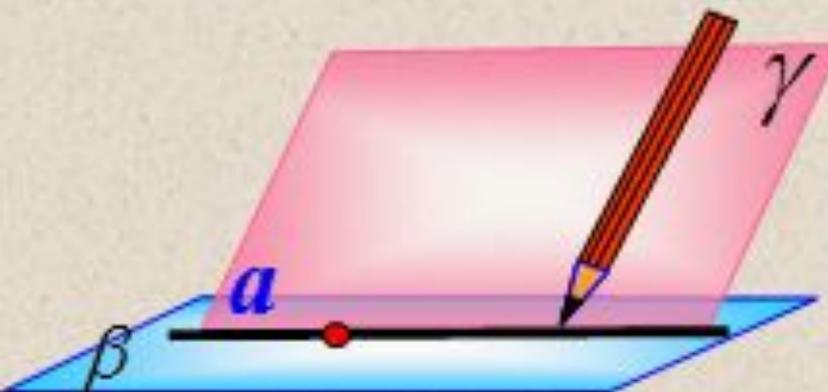
*A<sub>1</sub>.*

*Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.*



*A<sub>2</sub>.*

*Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.*

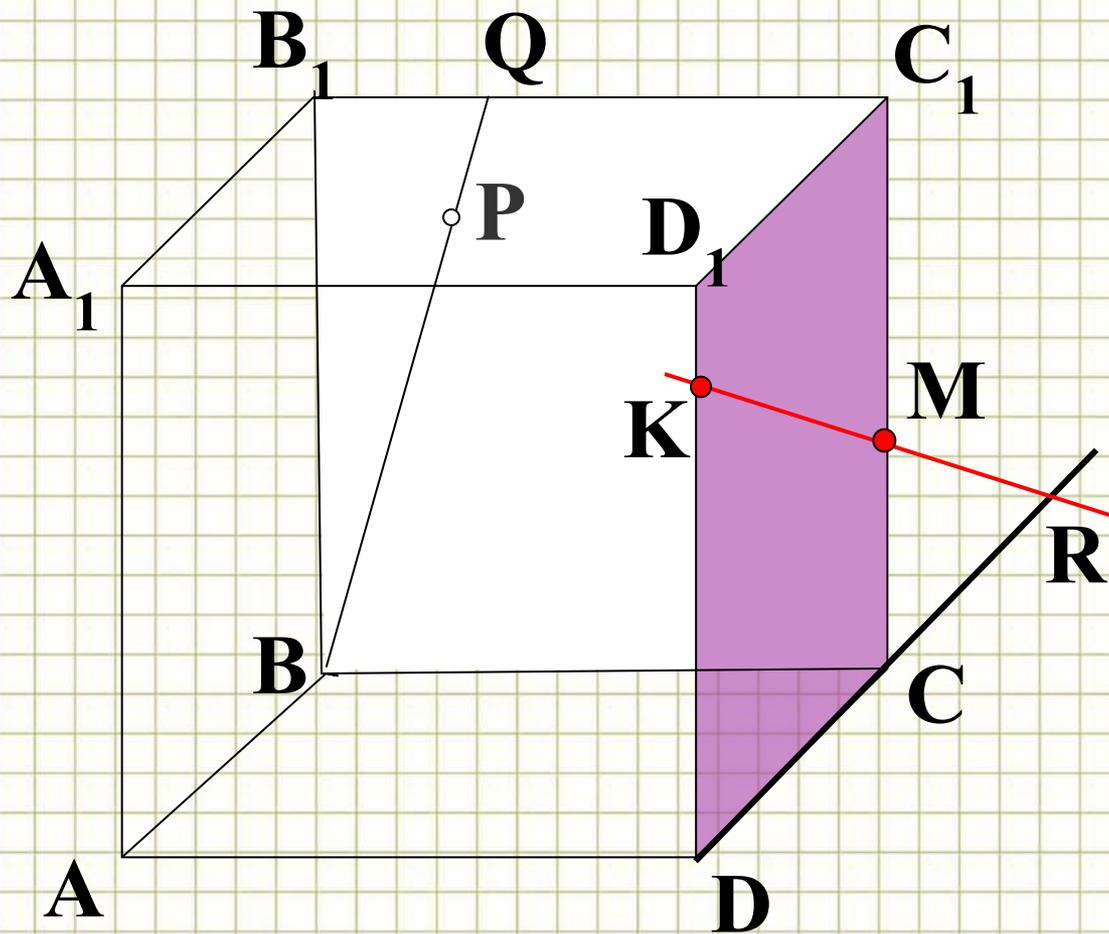


*A<sub>3</sub>.*

*Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.*

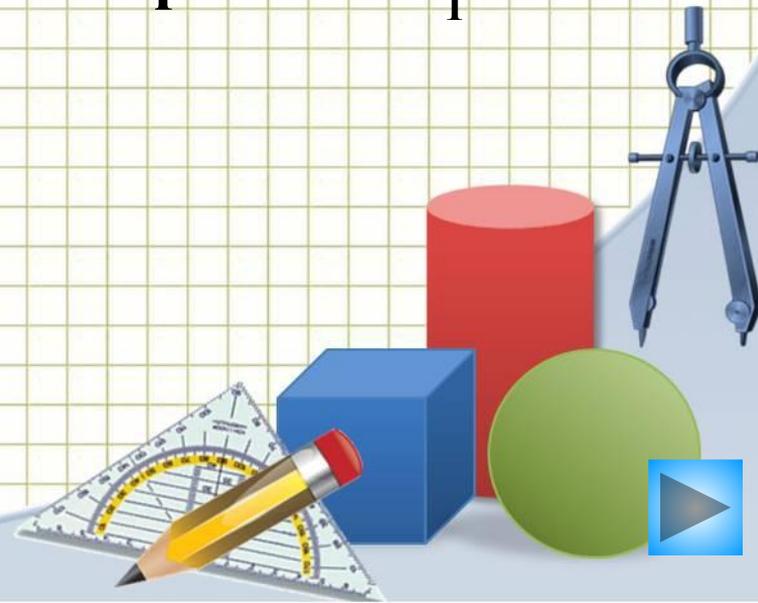


## Задача 2



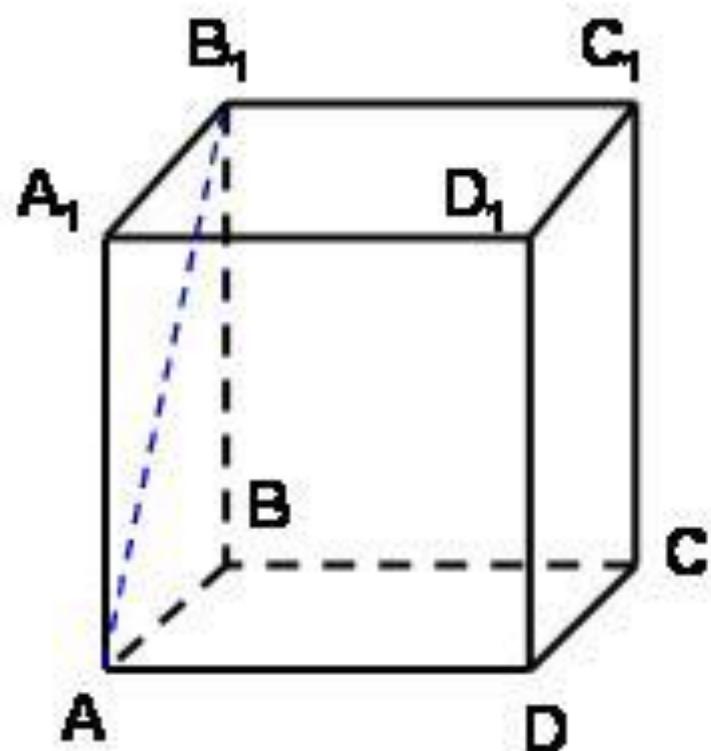
Назовите точки,  
лежащие в  
плоскостях  $DCC_1$  и  
 $BQC$

Назовите плоскости,  
в которых лежит  
прямая  $AA_1$



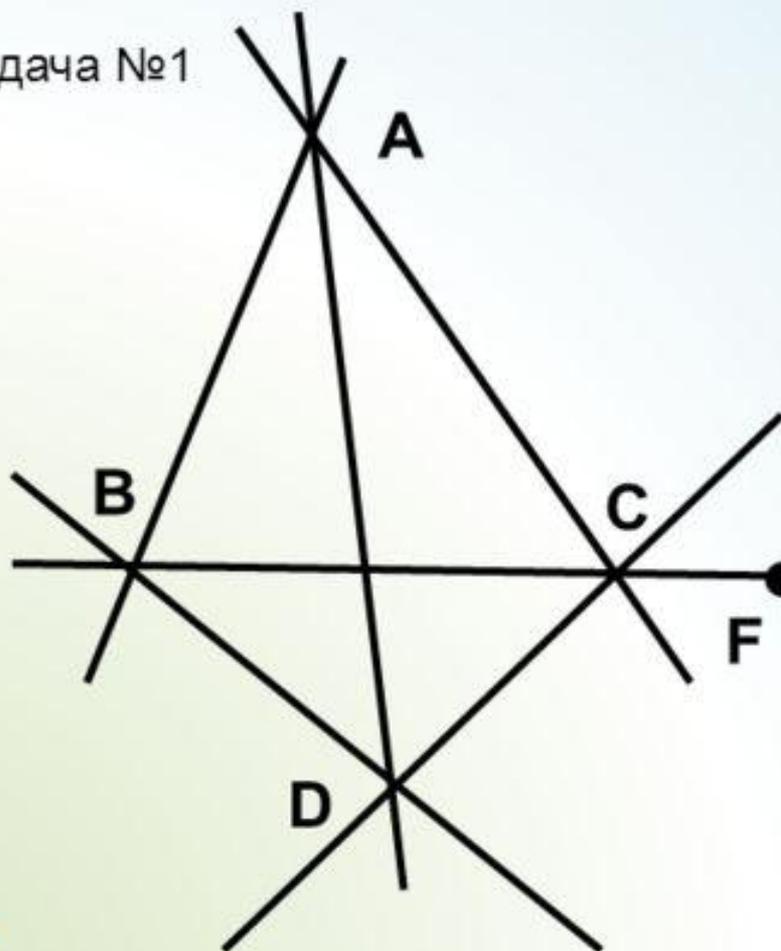
• Пользуясь данным рисунком, назовите:

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $ADC_1$  и  $A_1B_1B$ ;



# Аксиомы стереометрии

Задача №1



**Дано:** точки  $F$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$   
не лежат в одной  
плоскости

**Указать:**

1. Плоскости, которым  
принадлежит:

Прямая  $AB$ ; точка  $F$ ;

точка  $C$

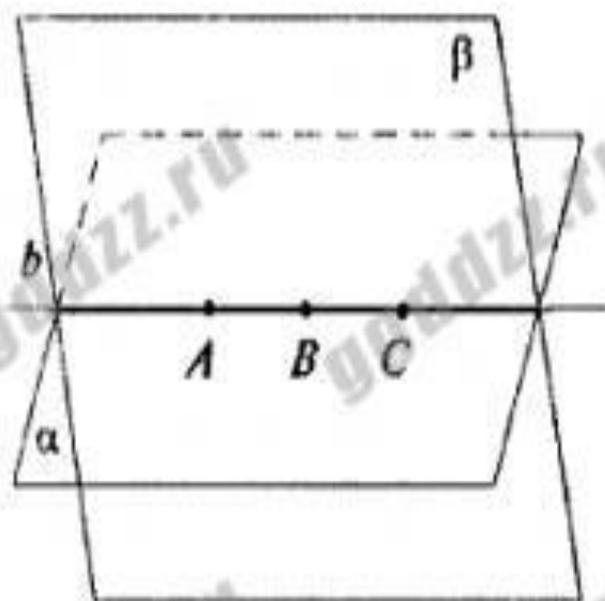
2. Прямую пересечения  
плоскостей:

a)  $ABC$  и  $ACD$

b)  $ABD$  и  $DCF$

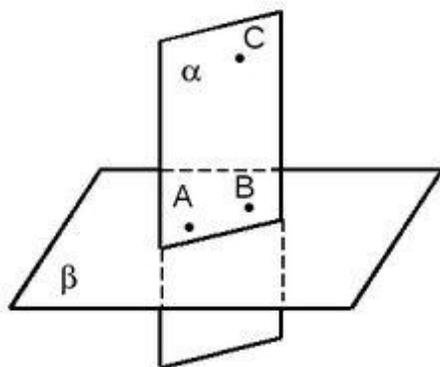


3. Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  лежат в каждой из двух различных плоскостей. Докажите, что эти точки лежат на одной прямой.



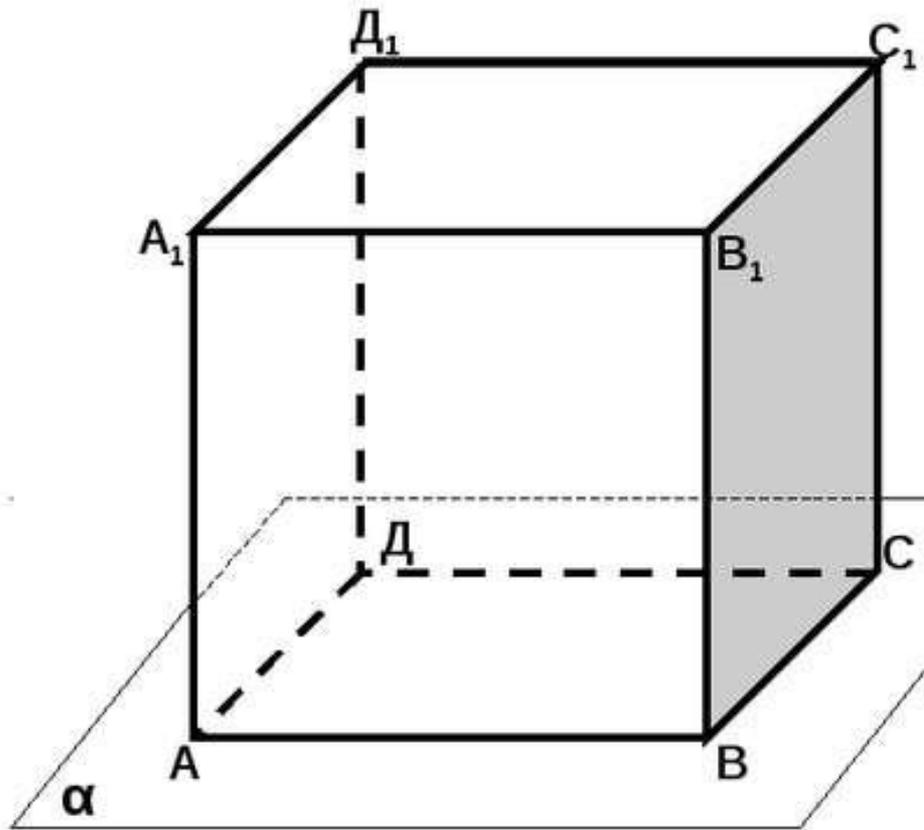
По аксиоме 2, так как  $\alpha$  и  $\beta$  имеют общие точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , то плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой, которая содержит эти точки. Следовательно,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  принадлежат одной прямой. Что и требовалось доказать.

**Задача 2.** Верно ли выполнено на рисунке следующее задание: «Изобразите плоскость  $\alpha$ , проходящую через точку  $C$ , не принадлежащую плоскости  $\beta$  и пересекающую плоскость  $\beta$  в точках  $A$  и  $B$ , и линию пересечения этих плоскостей». При необходимости исправьте рисунок.



# Устная работа.

## Задача 1.



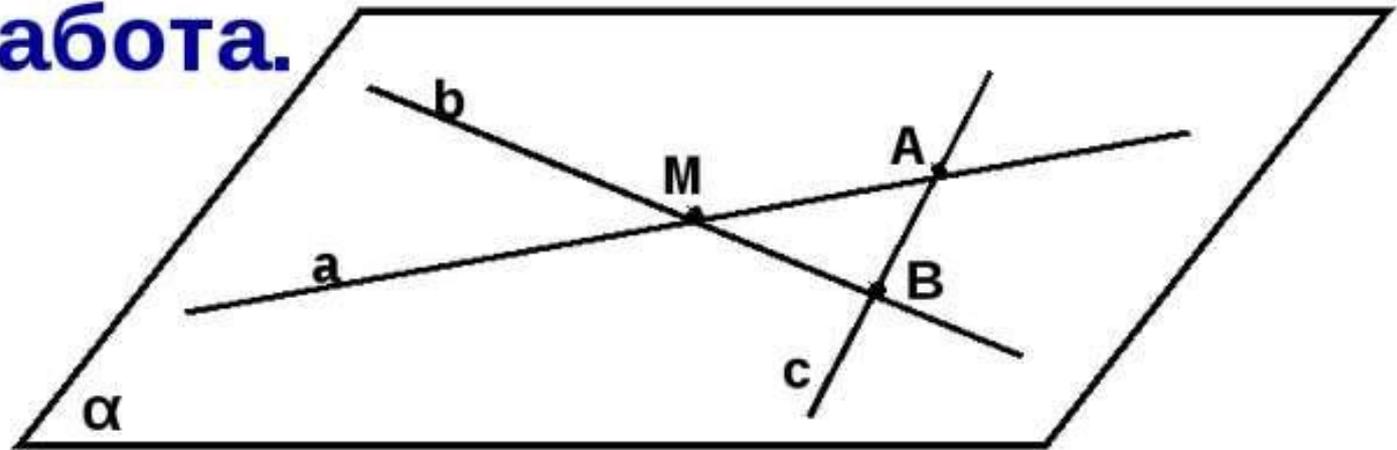
*Дано:* куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$

*Найдите:*

- 1) Несколько точек, которые лежат в плоскости  $\alpha$ ;
- 2) Несколько точек, которые не лежат в плоскости  $\alpha$ ;
- 3) Несколько прямых, которые лежат в плоскости  $\alpha$ ;
- 4) Несколько прямых, которые не лежат в плоскости  $\alpha$ ;
- 5) Несколько прямых, которые пересекают прямую  $BC$ ;
- 6) Несколько прямых, которые не пересекают прямую  $BC$ .

# Устная работа.

Задача 2.



Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

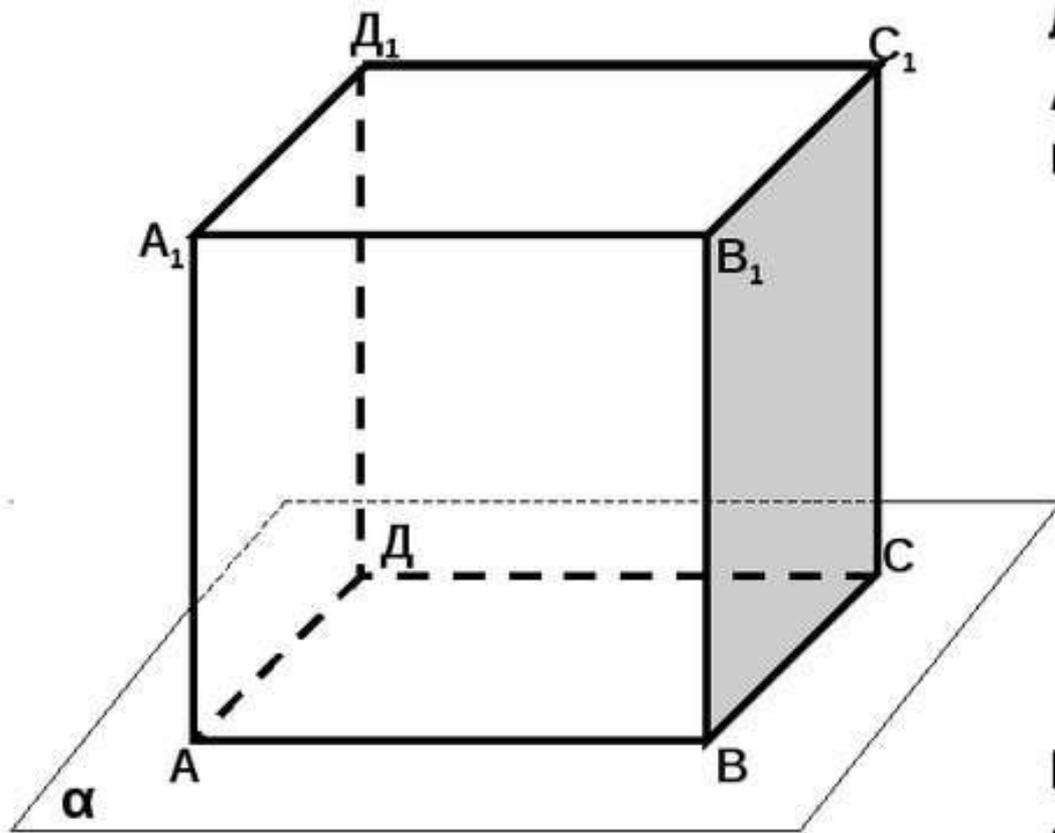
1) если  $A \in a, a \in \alpha$ , то  $A \dots \alpha$

2) если  $A \in \alpha, B \in \alpha$ , то  $AB \dots \alpha$

3) если  $A \in \alpha; B \in \alpha; C \in AB$ , то  $C \dots \alpha$

4) если  $M \in \alpha; M \in \beta, \alpha \cap \beta = a$ , то  $M \dots a$

# Устная работа.

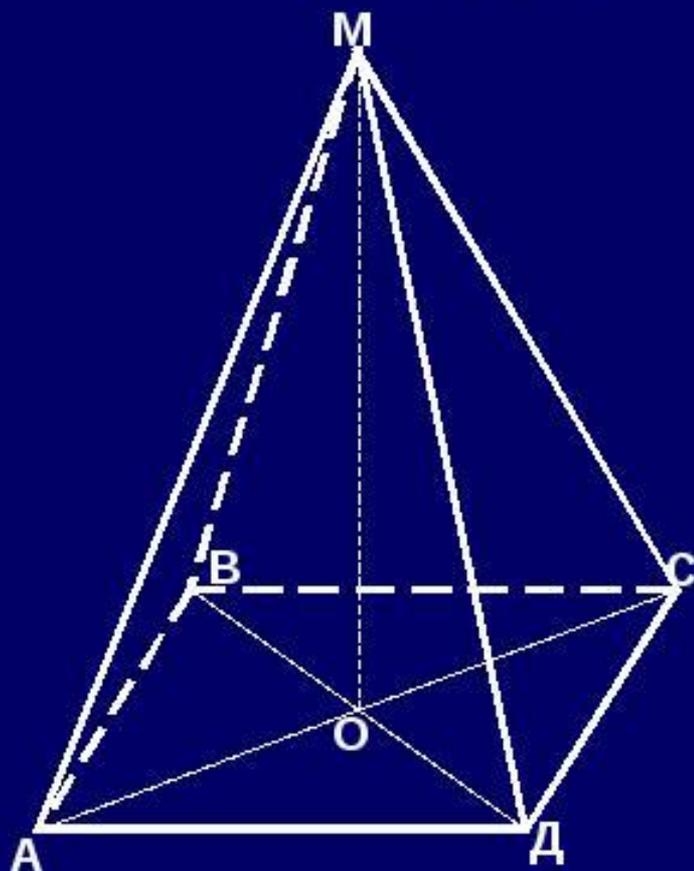


Лежат ли прямые  $AA_1$ ,  
 $AB$ ,  $AD$  в одной  
плоскости?

Прямые  $AA_1$ ,  $AB$ ,  $AD$   
проходят через точку  $A$ ,  
но не лежат в одной  
плоскости

**Задача  
(устно)**

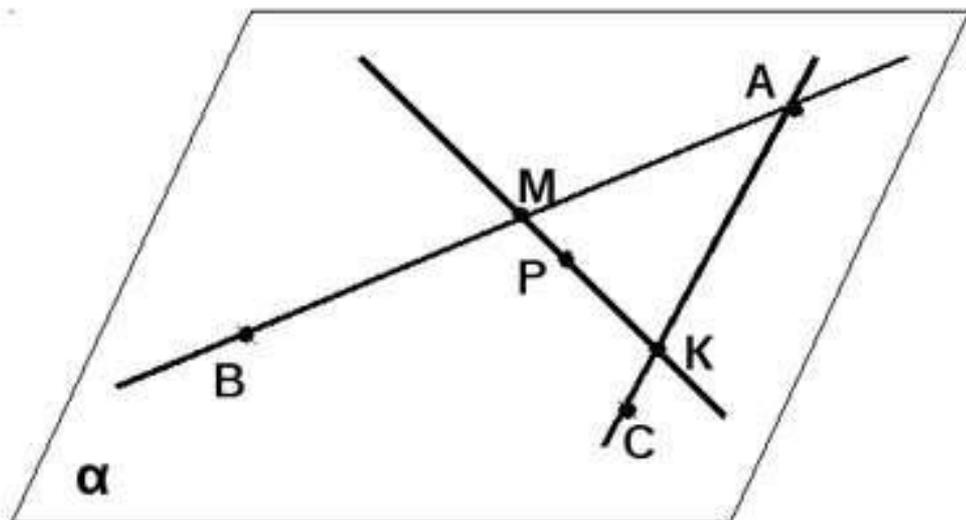
ABCD – ромб, O – точка пересечения его диагоналей, M – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки A, D, O лежат в плоскости  $\alpha$ .



*Определить и обосновать:*

- 1. Какие еще точки лежат в плоскости  $\alpha$ ?
- Лежат ли в плоскости  $\alpha$  точки B и M?
- Лежит ли в плоскости MOD точка B?
- Назовите линию пересечения плоскостей МОС и АДО.
- Точка O – общая точка плоскостей МОВ и МОС. Верно ли что эти плоскости пересекаются по прямой MO?
- Назовите три прямые, лежащие в одной плоскости; не лежащие в одной плоскости.

### Задача №3

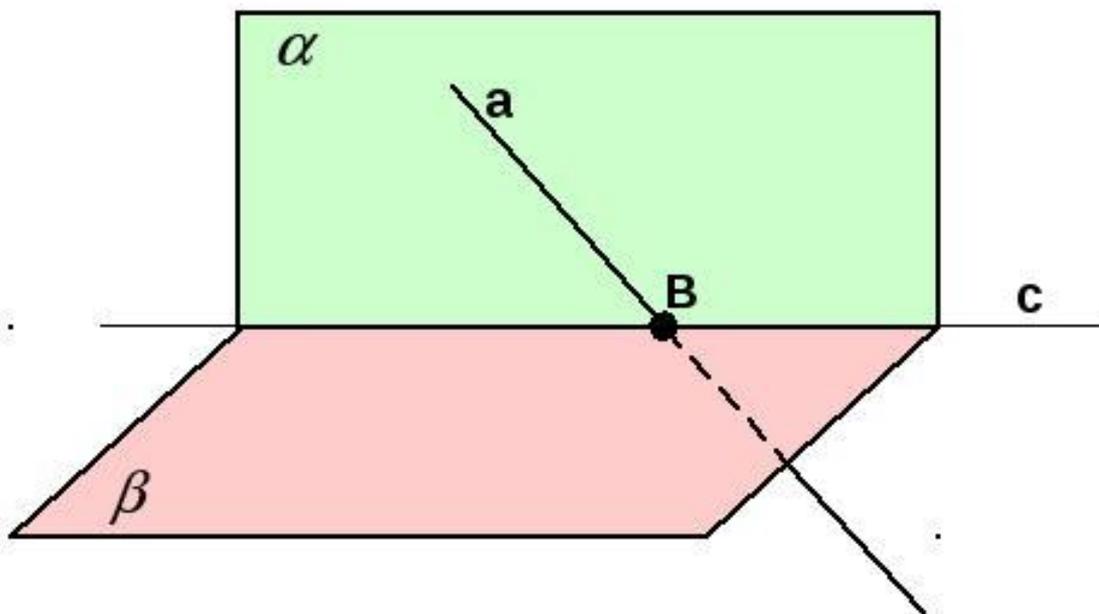


**Дано:** Точки A, B, C не лежат на одной прямой.

$$M \in AB, K \in AC, P \in MK$$

**Докажите,** что точка P лежит в плоскости ABC.

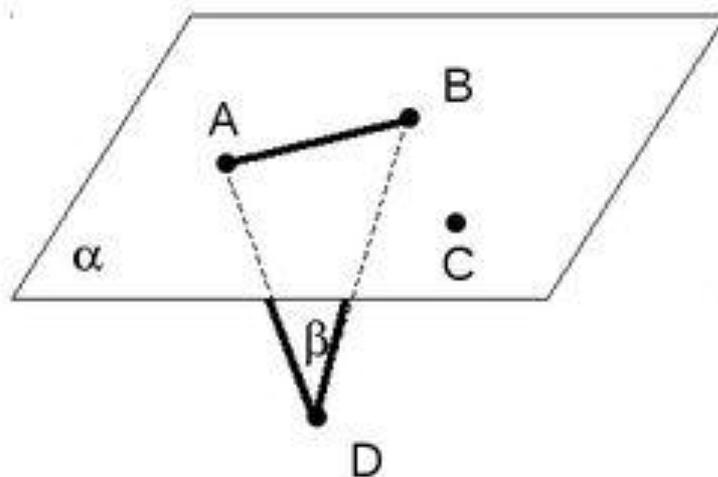
## Задача №4



*Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $c$ . Прямая  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$  и пересекает плоскость  $\beta$ . Пересекаются ли прямые  $a$  и  $c$ ? Почему?*

**Задача 4. Точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости. Пересекаются ли плоскости, проходящие через точки  $A, B, C$  и  $A, B, D$ ?**

**Решение:**



# Аксиомы стереометрии

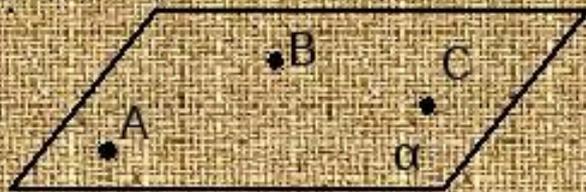
Сформулируйте содержание аксиом  $A_1, A_2, A_3, A_4$

Прокомментируйте их с помощью приведенных ниже рисунков.

Чертеж

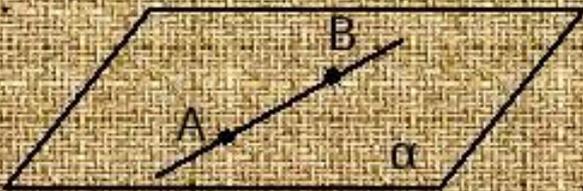
запись

формулировка



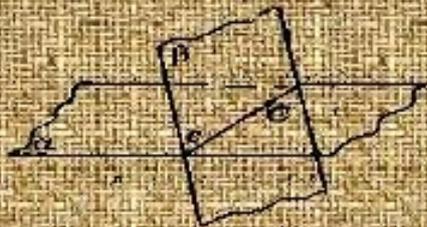
$A, B, C \in$  одной прямой  
 $A, B, C \in \alpha$   
 $\alpha$  - единственная  
плоскость

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



$A, B \in \alpha, AB \in \alpha$

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



$C \in \alpha, \beta;$   
 $\alpha \cap \beta = c;$   
 $C \in c.$

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



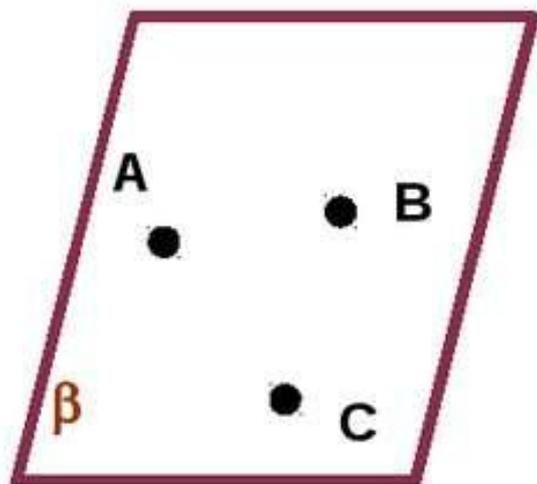
$\alpha$  - любая плоскость

В любой плоскости пространства справедливы все аксиомы и теоремы планиметрии.

# Аксиомы стереометрии описывают:

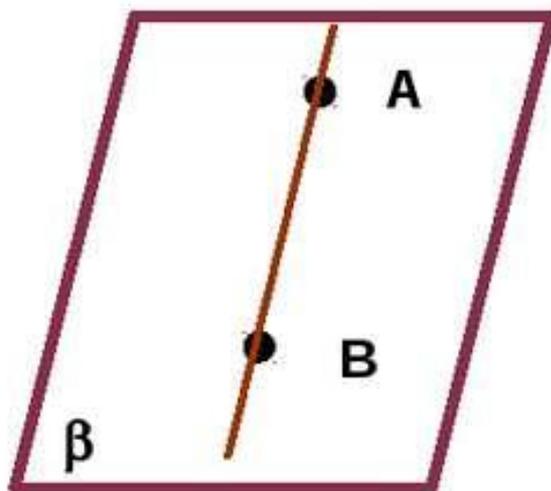
A1

Способ задания  
плоскости



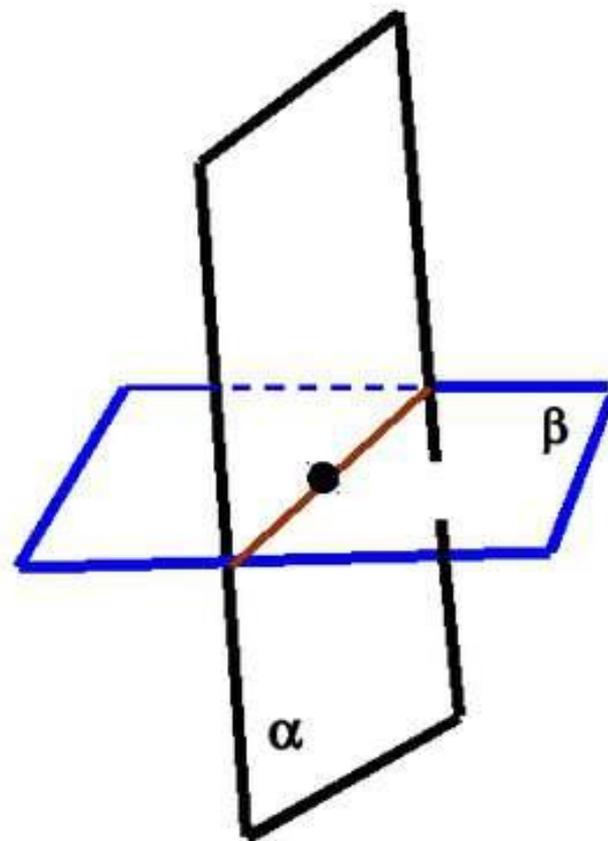
A2

Взаимное расположение  
прямой и плоскости



A3

Взаимное  
расположение  
плоскостей



# Стереометрия

- Что изучает стереометрия?
- Основные фигуры в пространстве?
- Плоскость на рисунке изображается в виде...?
- Приведите примеры моделей плоскостей, окружающих нас.

## Математический диктант

### 1 вариант

1. Как называется раздел геометрии, изучающий фигуры в пространстве?
2. Назовите основные фигуры в пространстве.
3. Сформулируйте аксиому А2.
4. Сформулируйте аксиому А3.
5. Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
6. Сколько плоскостей можно провести через одну точку?

### 2 вариант

1. Как называется раздел геометрии, изучающий фигуры на плоскости?
2. Назовите основные фигуры на плоскости.
3. Сформулируйте аксиому А1.
4. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
5. Сколько может быть точек у прямой и плоскости?
6. Могут ли прямая и плоскость иметь одну общую точку?

# Домашняя работа

## Стереометрические тела

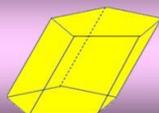
параллелепипед



конус



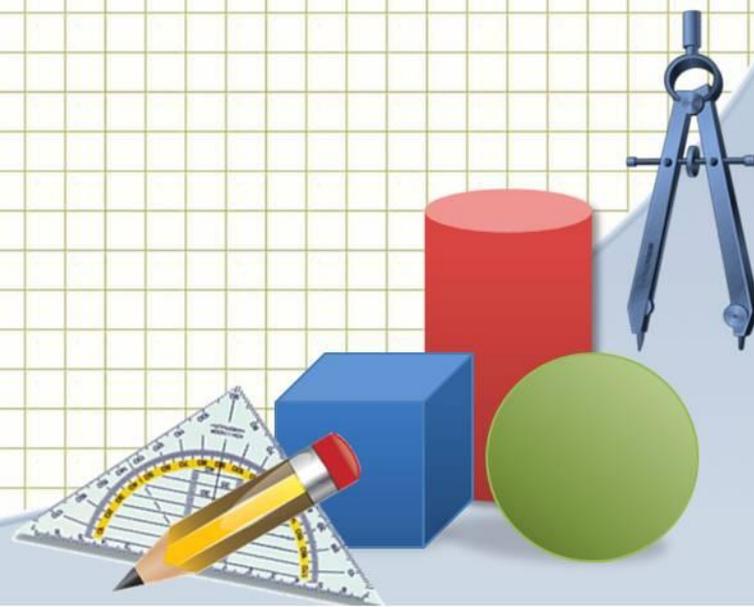
призма



цилиндр



MyShared



**Спасибо за урок!!!**

