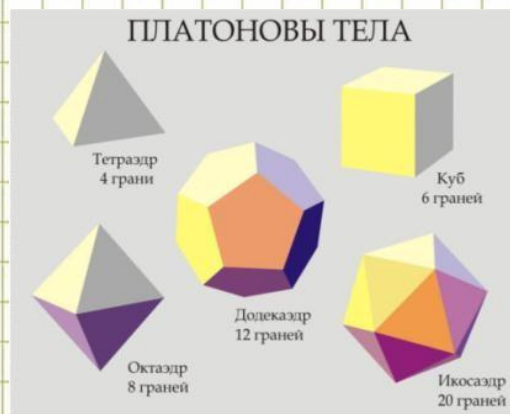
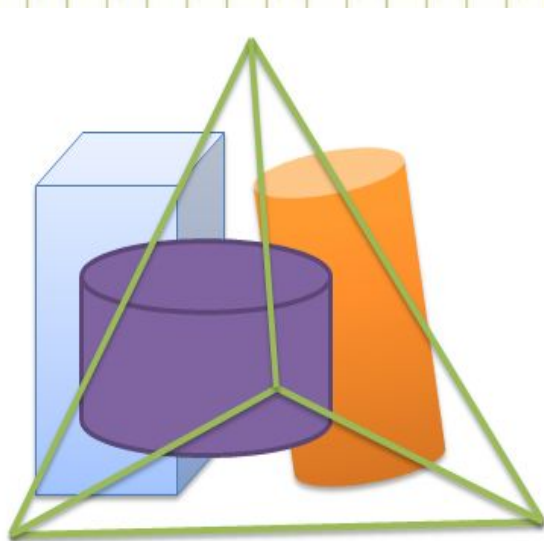


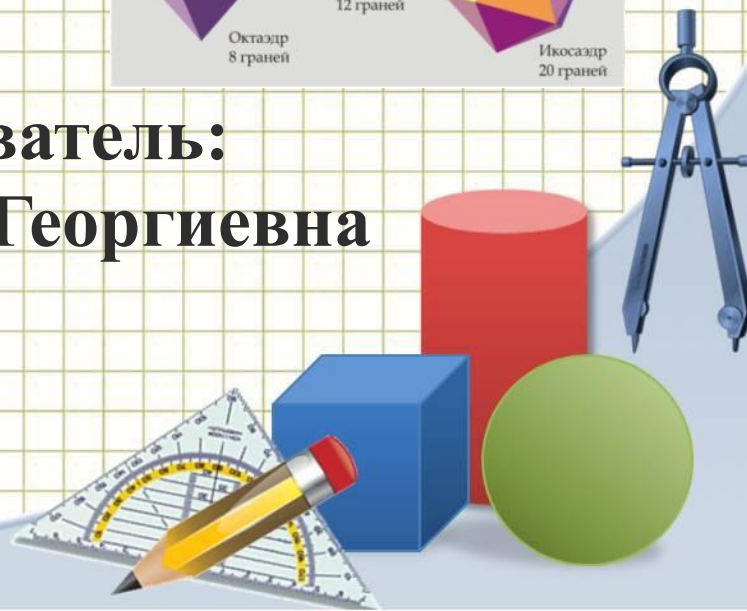
Стереометрия

Аксиомы стереометрии



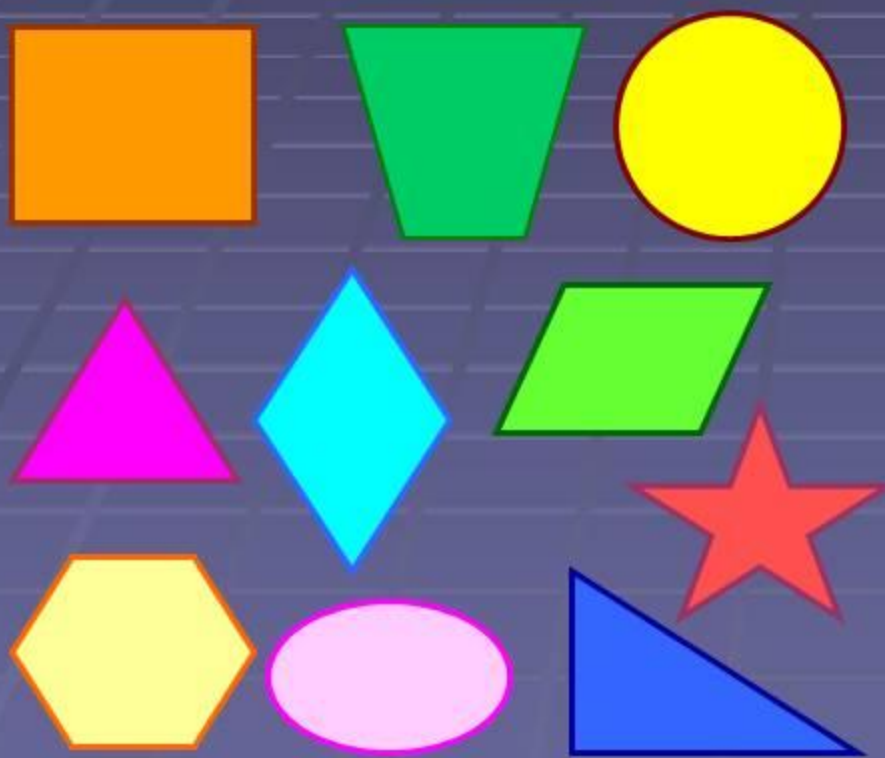
Преподаватель:
Косян Анаит Георгиевна

Богучар – 2016 год



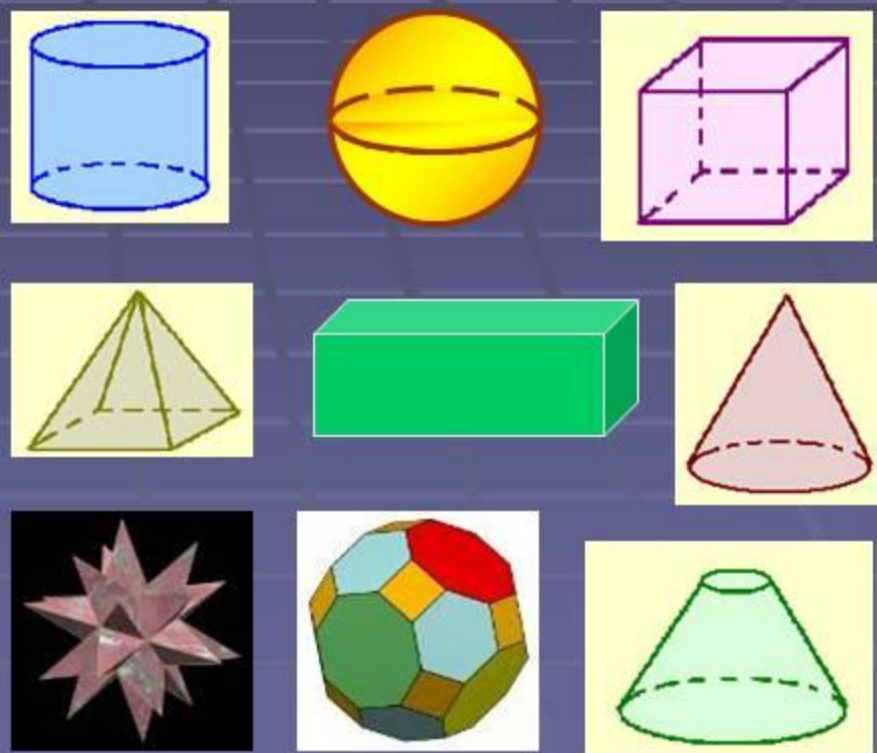
ГЕОМЕТРИЯ

Планиметрия



Изучает свойства фигур
на плоскости

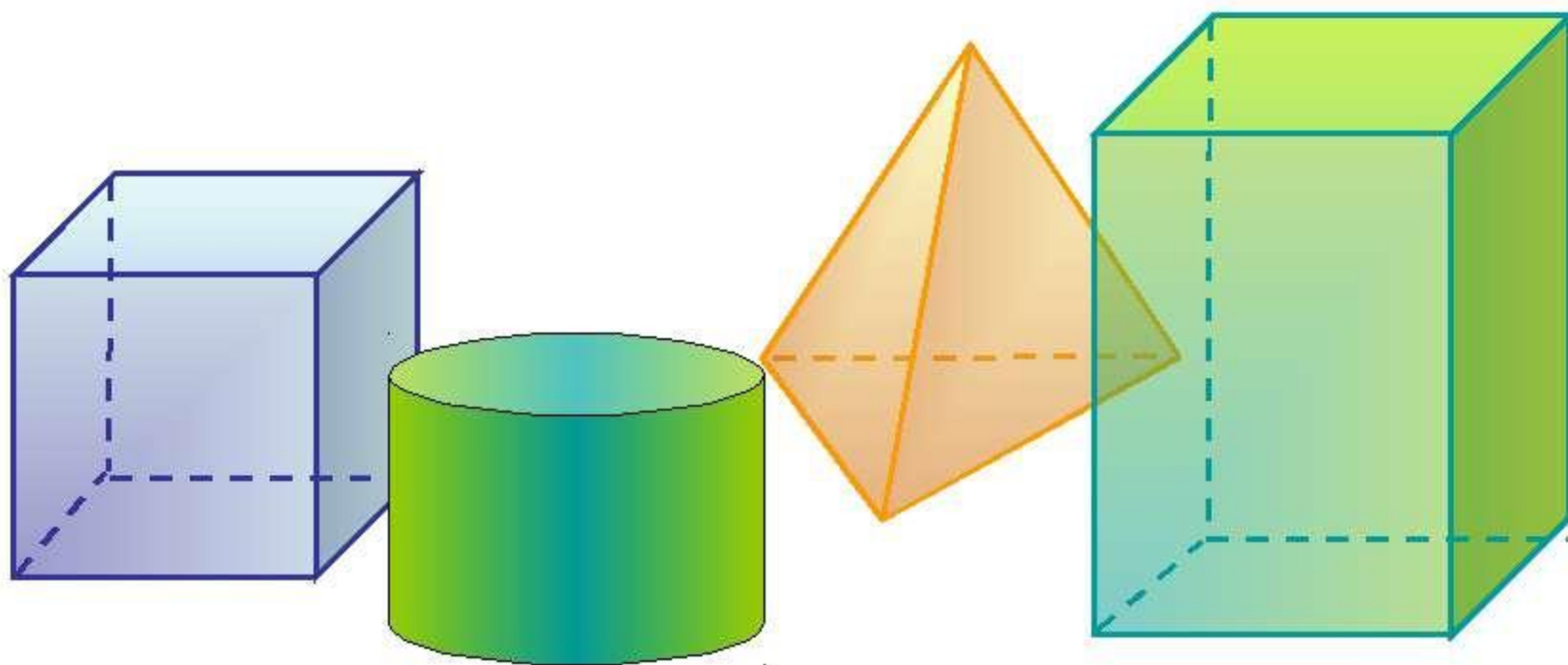
Стереометрия



Изучает свойства фигур в
пространстве

Стереометрия

это подраздел геометрии, изучающий свойства фигур в пространстве



Школа Пифагора



Одной из самых первых и самых известных школ была пифагорейская (VI-V вв. до н. э.), названная так в честь своего основателя Пифагора.

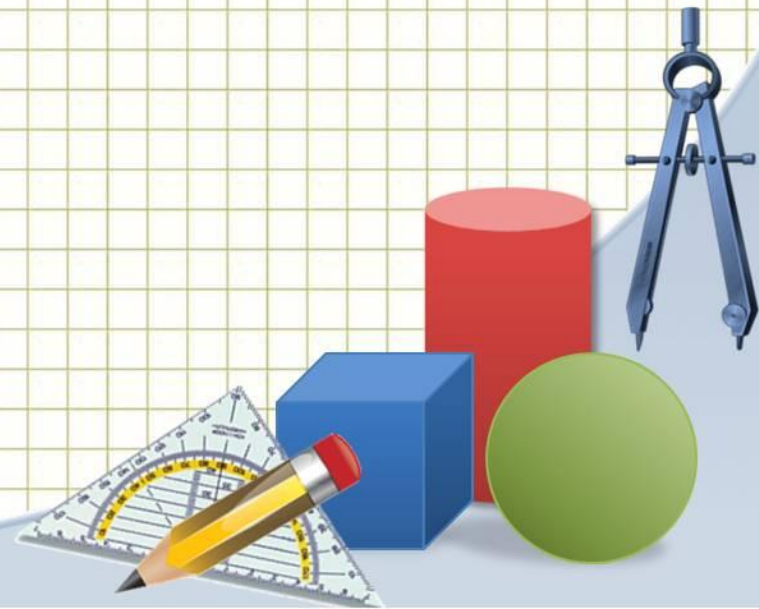
Для своих философских теорий пифагорейцы использовали правильные многогранники, формы которых придавали элементам первооснов бытия, а именно: огонь – тетраэдр, земля - гексаэдр (куб); воздух – октаэдр; вода – икосаэдр; вся Вселенная, по мнению древних, имела форму додекаэдра.



Стереометрия изучает свойства фигур в пространстве.

Слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» — объемный, пространственный, «метрео» — мерить.

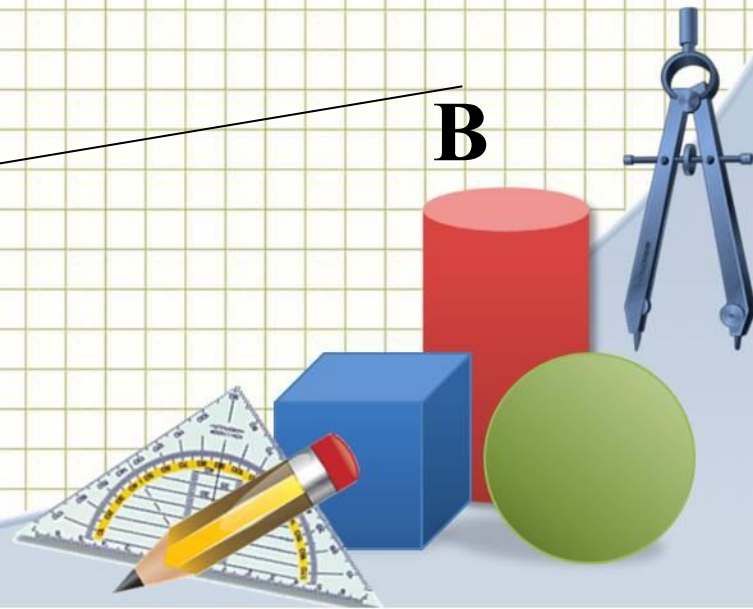
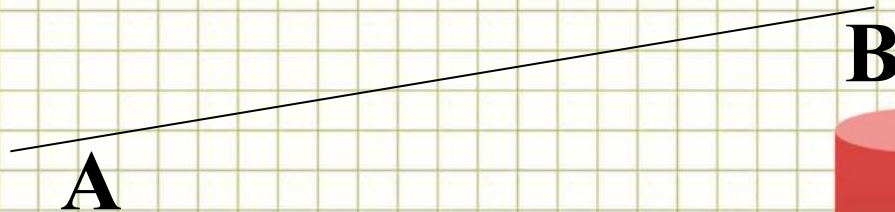
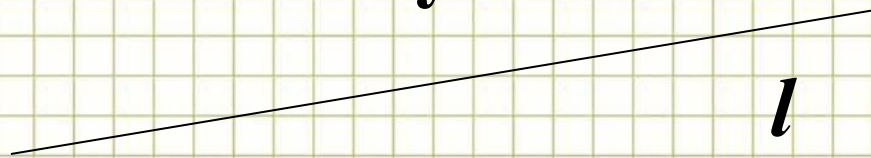
Основные фигуры: точка, прямая, плоскость.



Для обозначения точек как и в планиметрии используют прописные латинские буквы:

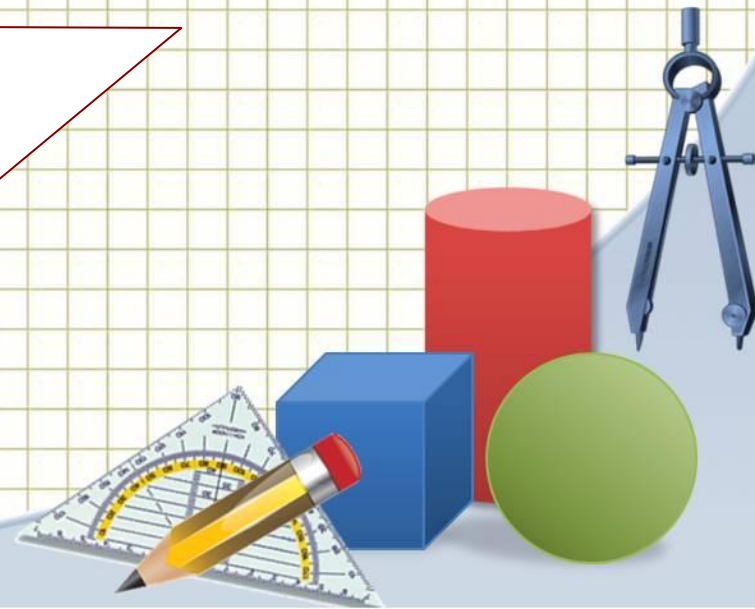
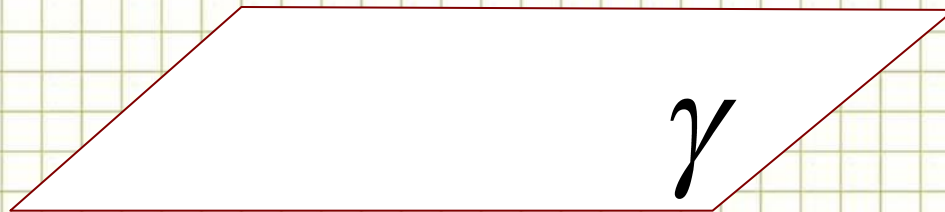
•A •B •C

Прямую обозначают одной строчной латинской буквой и двумя прописными латинскими буквами:



Плоскость в стереометрии обозначают греческими буквами, например: α β γ

А на рисунках чаще всего плоскость изображают в виде параллелограмма. Но следует понимать и представлять себе данную геометрическую фигуру как неограниченную во все стороны.

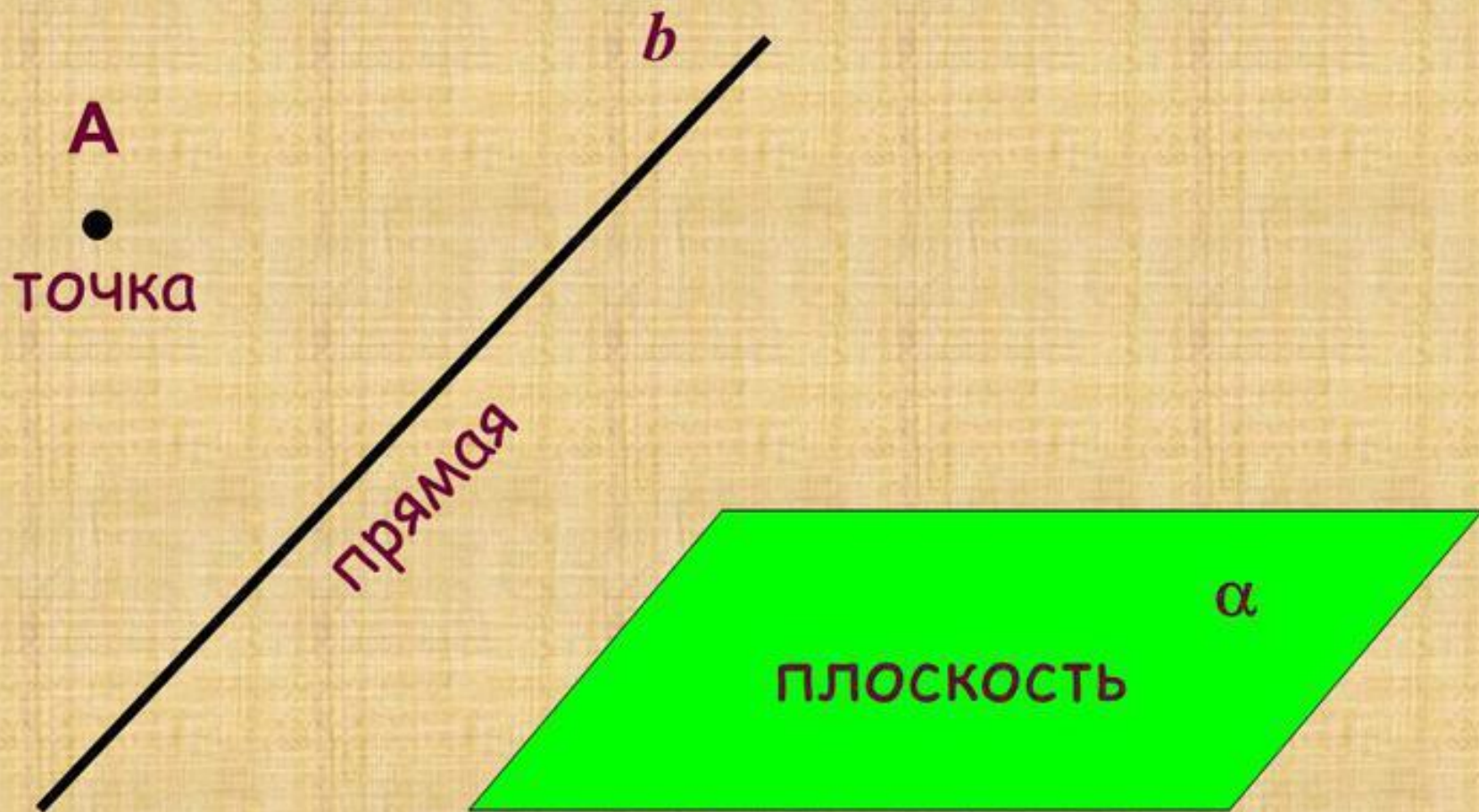


Основные фигуры в пространстве

Обозначения

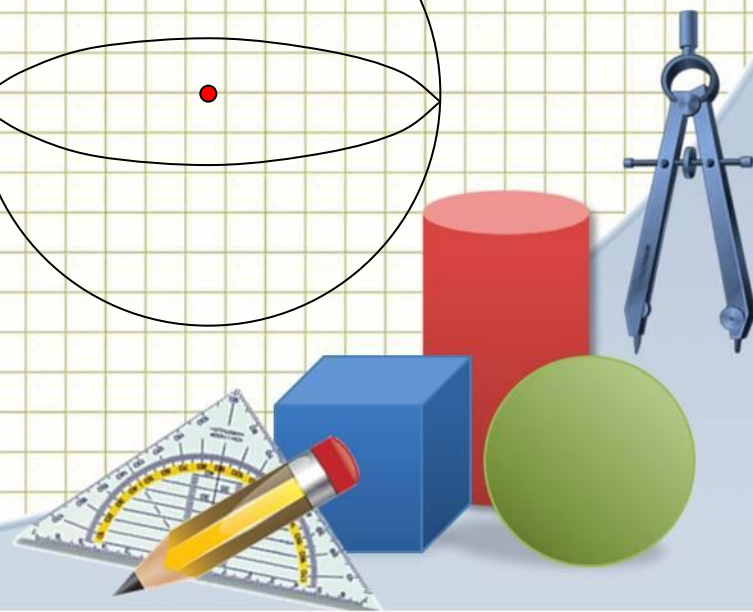
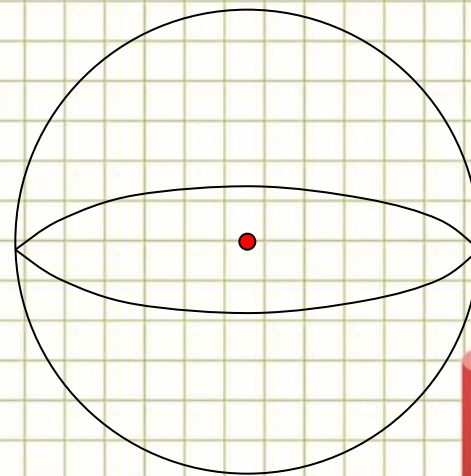
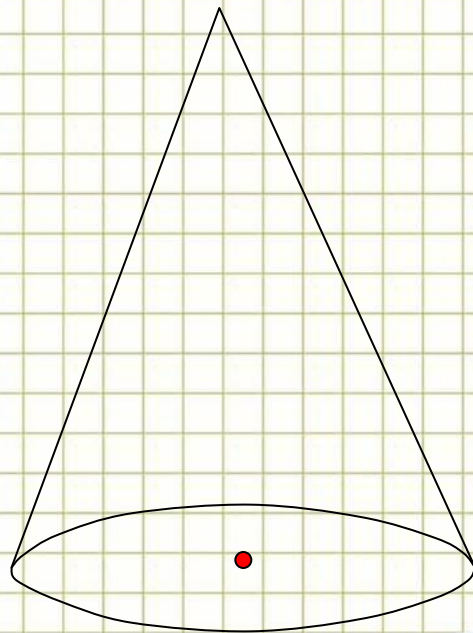
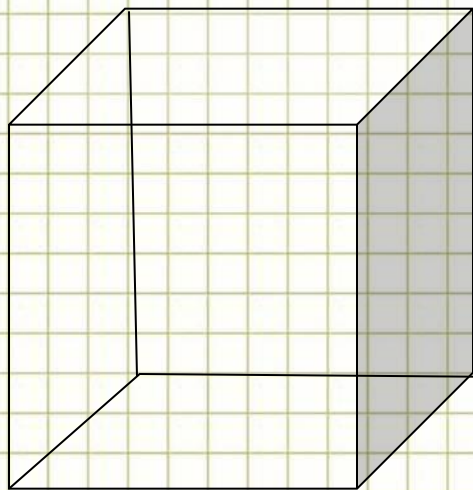
- **Точка:** Прописные латинские буквы A, B, C, D, E, K, \dots
- **Прямая:** Строчные латинские буквы a, b, c, d, e, k, \dots или (AB, BC, \dots)
- **Плоскость:** Греческие буквы $\gamma, \alpha, \beta, \varphi, \lambda, \mu, \theta, \rho, \dots$

Основные фигуры в пространстве

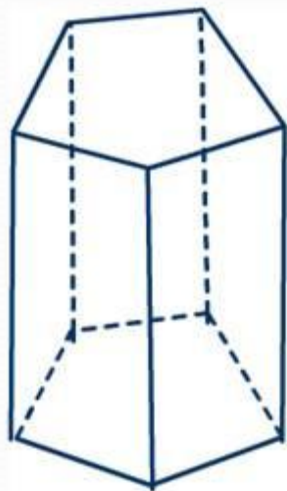


Наряду с основными фигурами мы будем рассматривать геометрические тела и их поверхности. Такие, как: куб, параллелепипед, призма, пирамида.

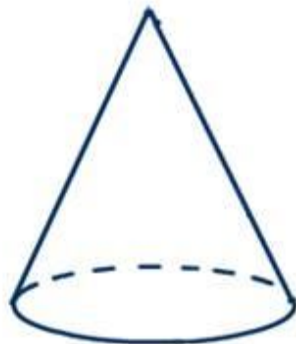
А также тела вращения: шар, сфера, цилиндр, конус.



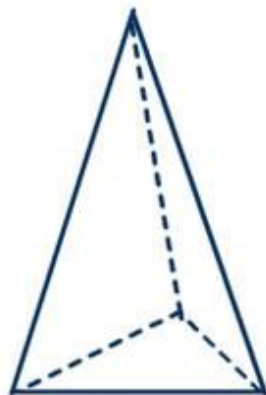
Изображения пространственных фигур.



Призма

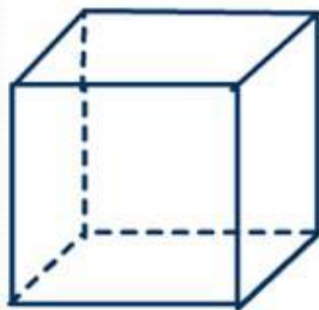


Конус



Пирамида

Условное изображение пространственной фигуры – это её проекция на плоскость.



Куб



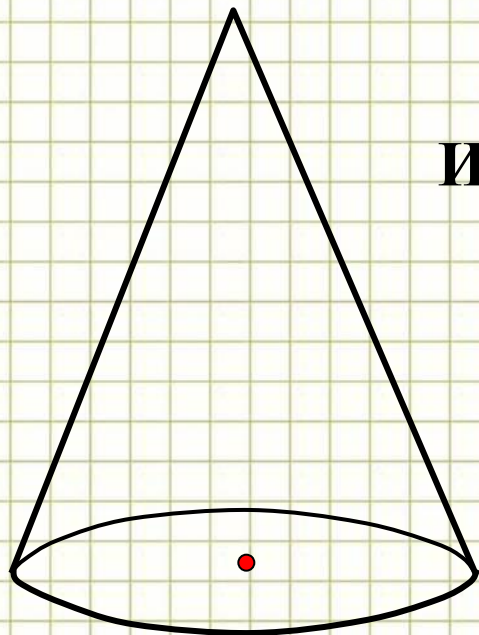
Шар



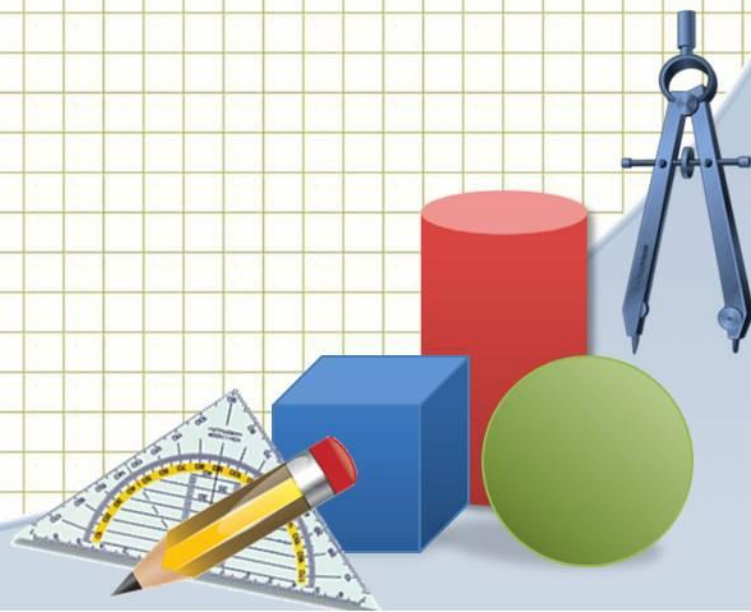
Цилиндр

При изучении в курсе стереометрии геометрических тел пользуются их плоскими изображениями на чертеже.

Изображением пространственной фигуры служит ее проекция на плоскость.

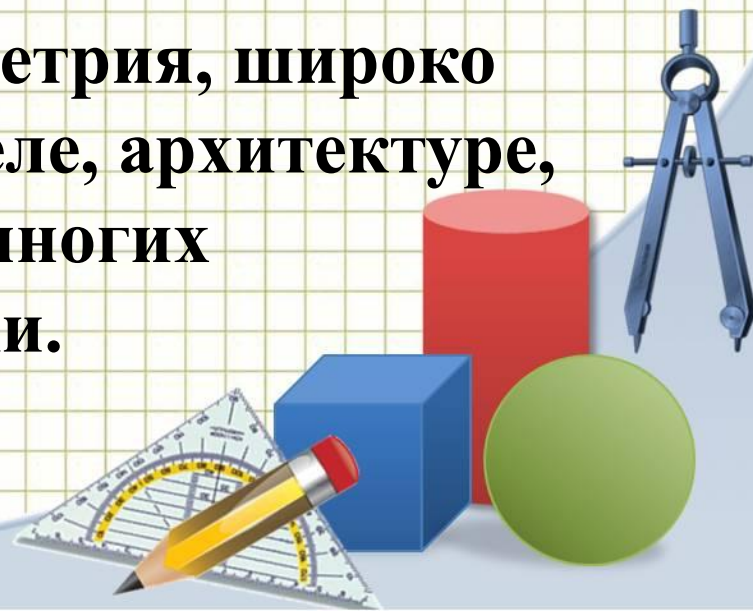


Изображения конуса



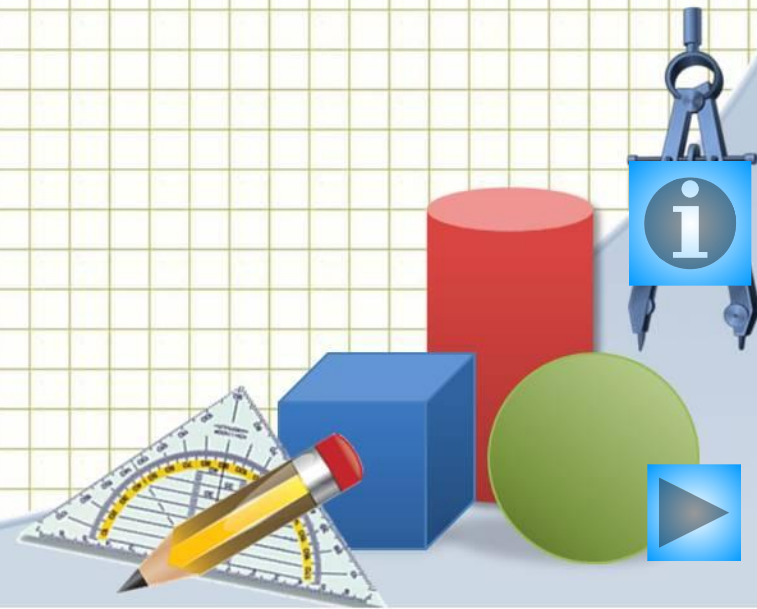
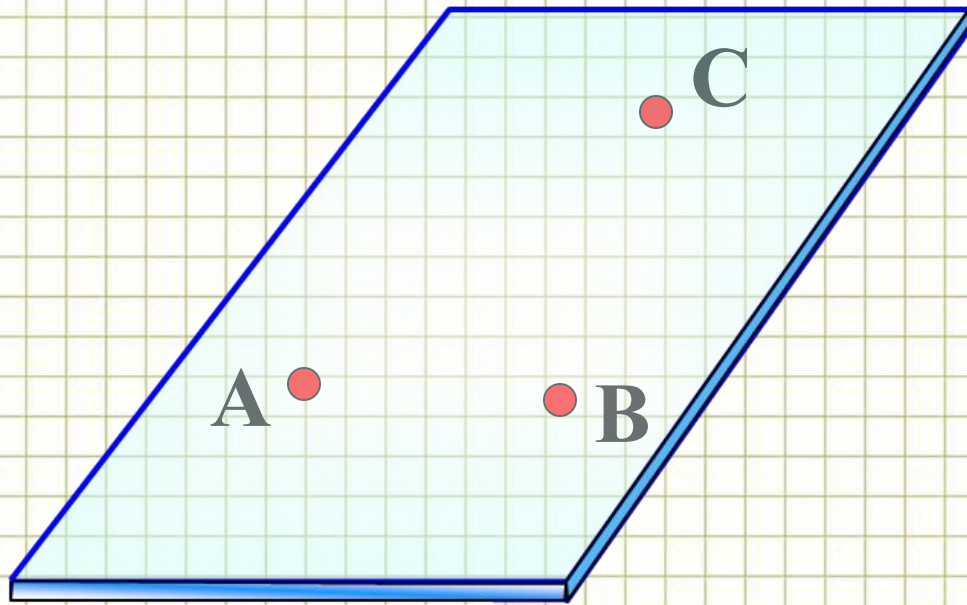
Изучая свойства геометрических фигур – воображаемых объектов, мы получаем представление о геометрических свойствах реальных предметов (их форме, взаимном расположении и т. д.) и можем использовать эти свойства в практической деятельности. В этом состоит прикладное значение геометрии.

Геометрия, в частности стереометрия, широко используется в строительном деле, архитектуре, машиностроении, геодезии, во многих других областях науки и техники.

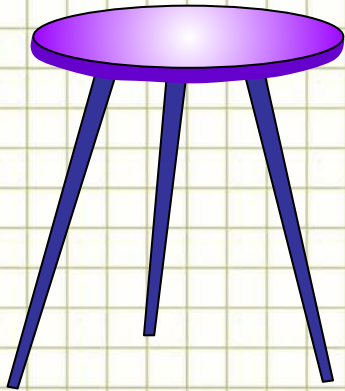


Основные свойства точек, прямых и плоскостей выражены в аксиомах. Существует множество аксиом стереометрии, в учебнике вам представлены три:

A_1 . Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



Самый простой пример к аксиоме A_1 из повседневной жизни:

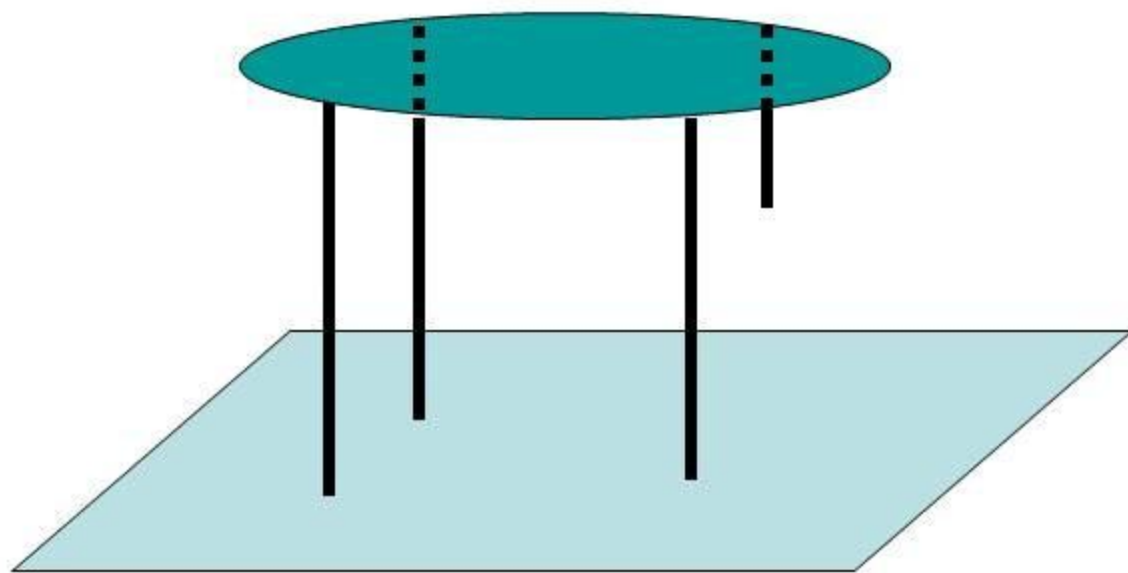


Табурет с тремя ножками всегда идеально встанет на пол и не будет качаться. У табурета с четырьмя ножками бывают проблемы с устойчивостью, если ножки стула не одинаковые по длине.

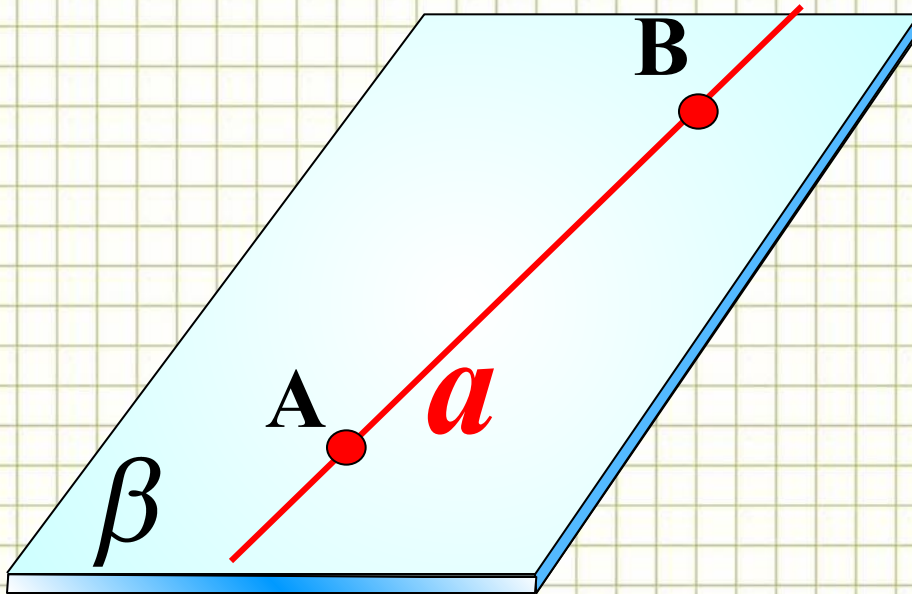
Табурет качается, т. е. опирается на три ножки, а четвертая ножка (четвертая «точка») не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.



Если ножки стола не одинаковы по длине, то стол стоит на трех ножках, т.е. опирается на три «точки», а конец четвертой ножки (четвертая точка) не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.



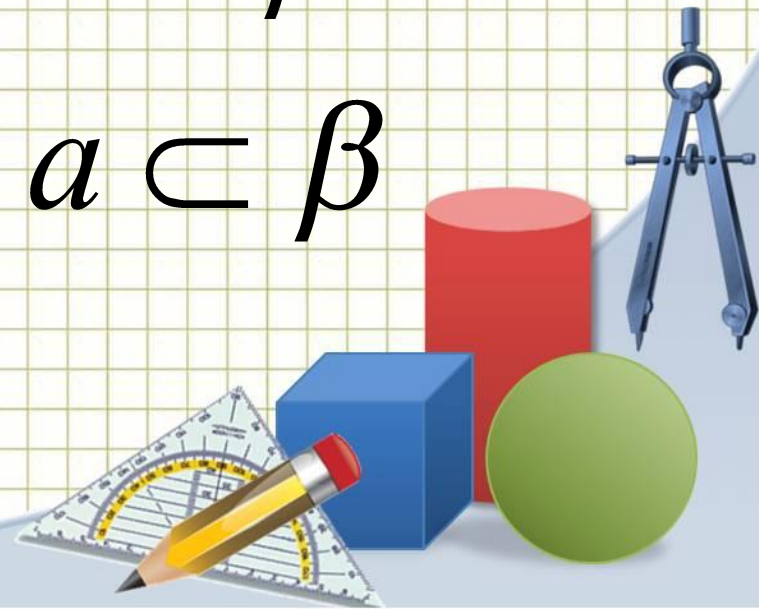
A_2 . Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



$$A \in \beta$$

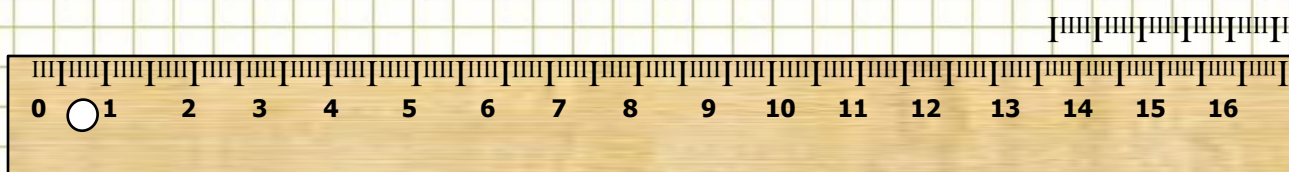
$$B \in \beta$$

$$a \subset \beta$$

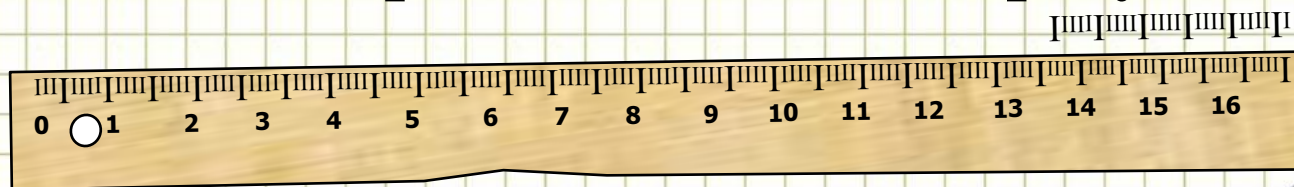


Свойство, выраженное в аксиоме A_2 , используется для проверки «ровности» чертежной линейки.

Линейку прикладывают краем к плоской поверхности стола. Если край линейки ровный, то он всеми своими точками прилегает к поверхности стола.

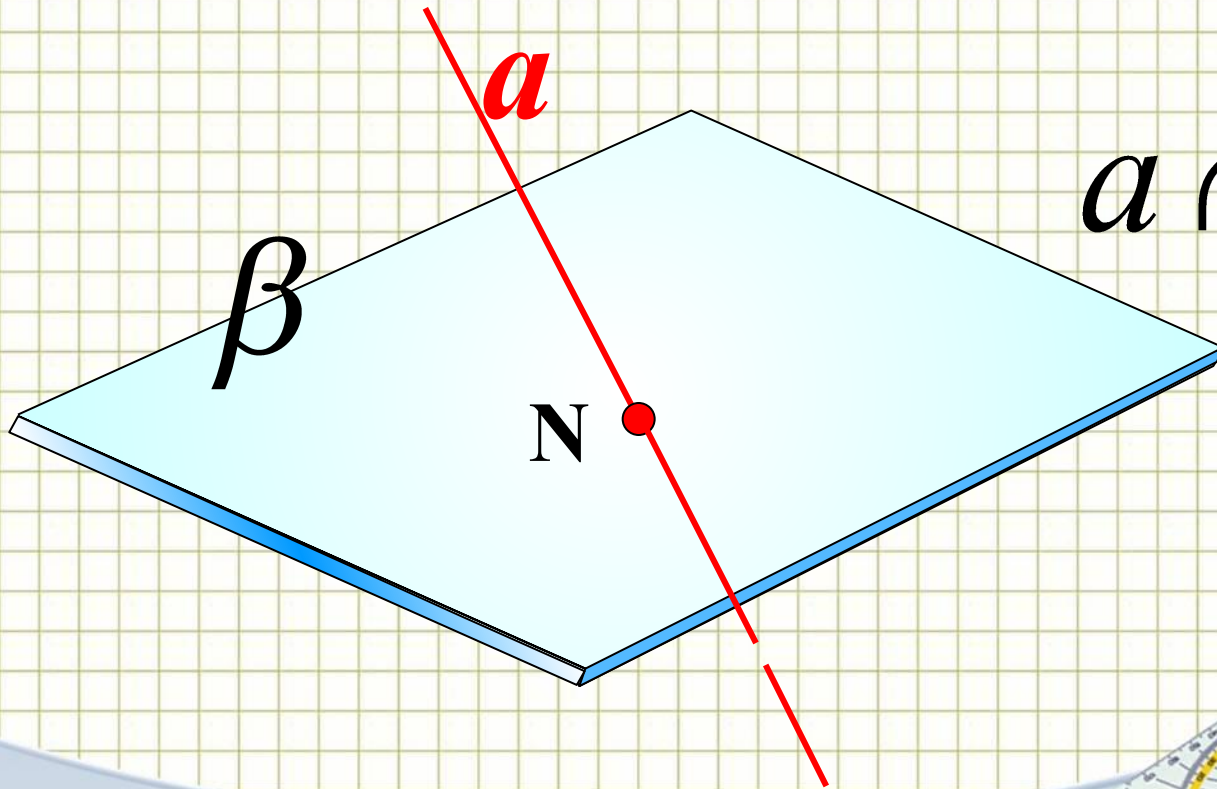


Если край неровный, то в каких-то местах между ним и поверхностью стола образуется просвет.

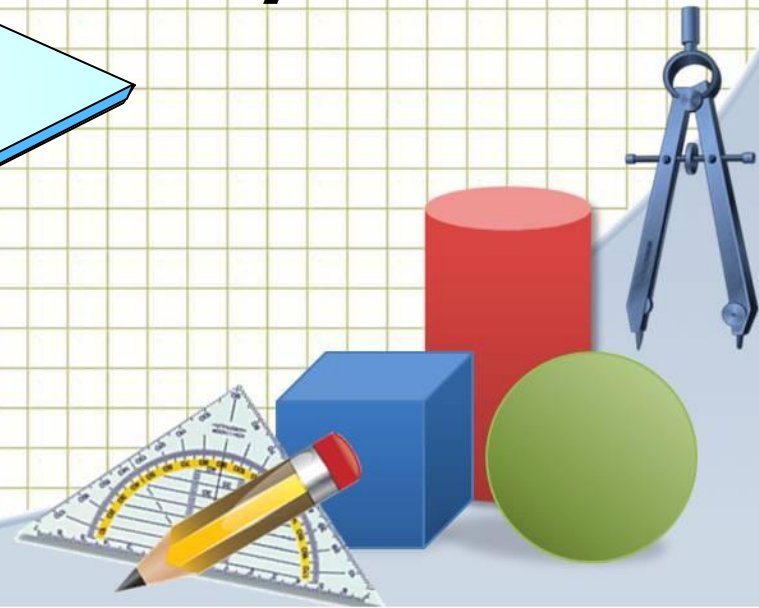


Следствия из аксиомы A_2 :

1. Если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки.
2. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



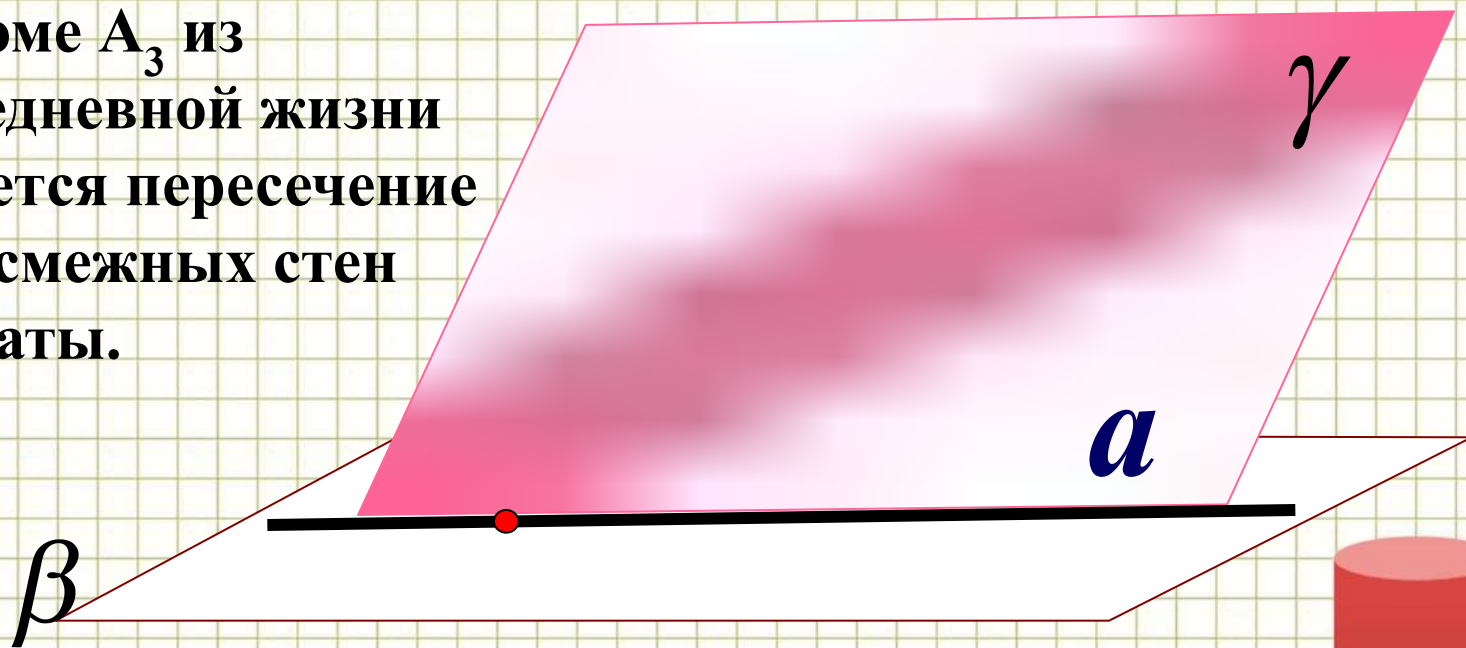
$$a \cap \beta = N$$



A_3 . Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Самый простой пример к аксиоме A_3 из повседневной жизни является пересечение двух смежных стен комнаты.

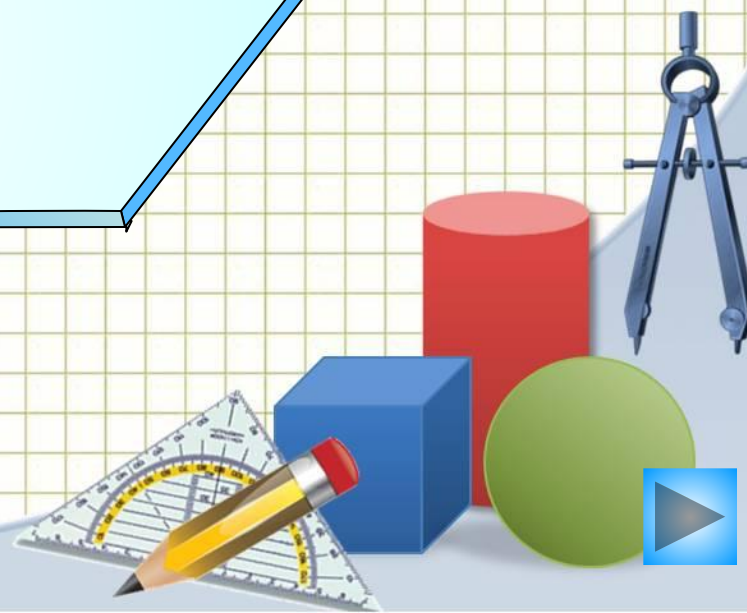
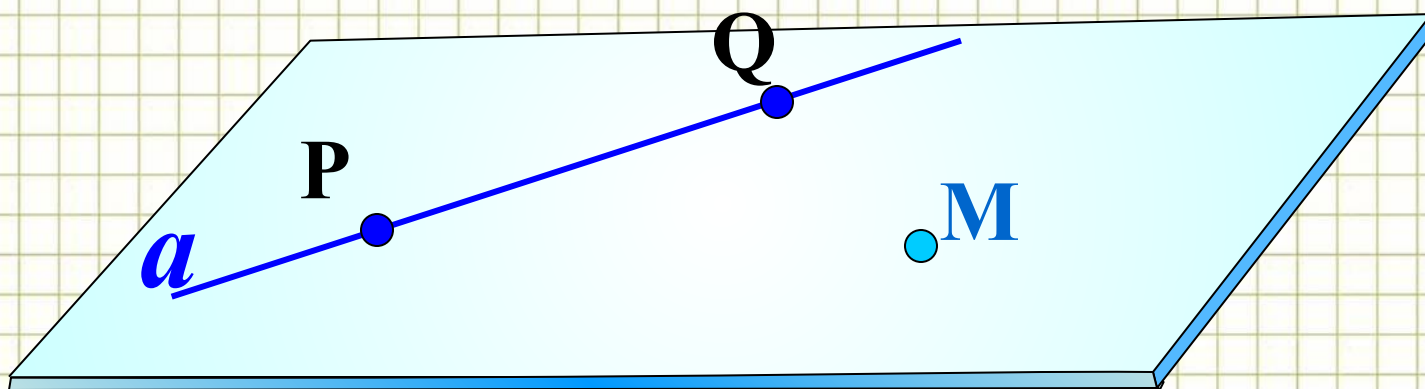
$$\beta \cap \gamma = a$$



Следствия из аксиом

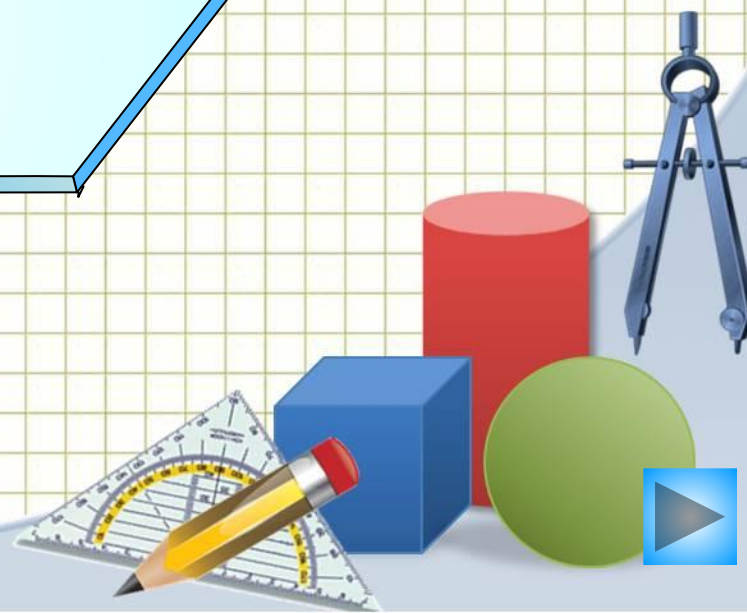
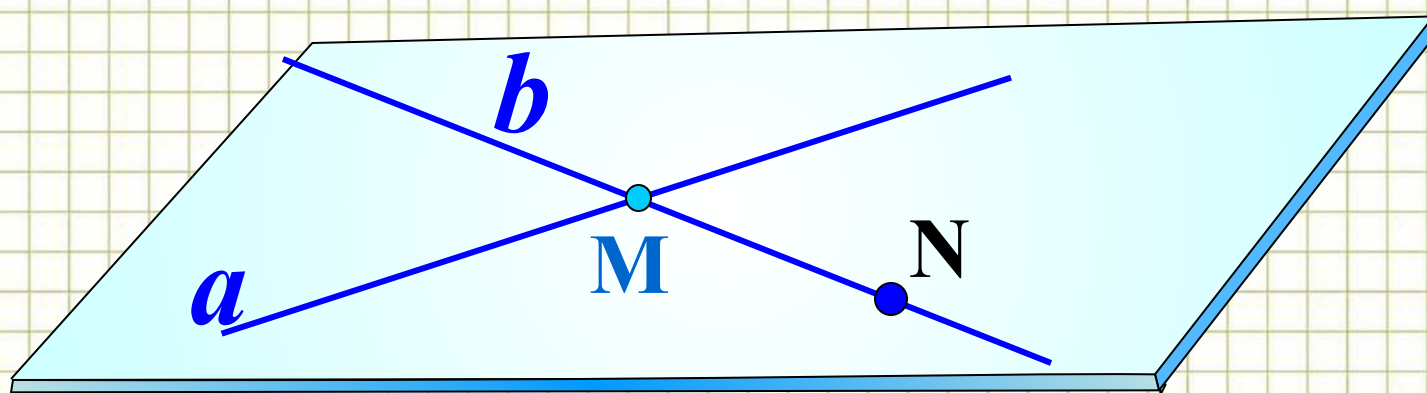
Теорема

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

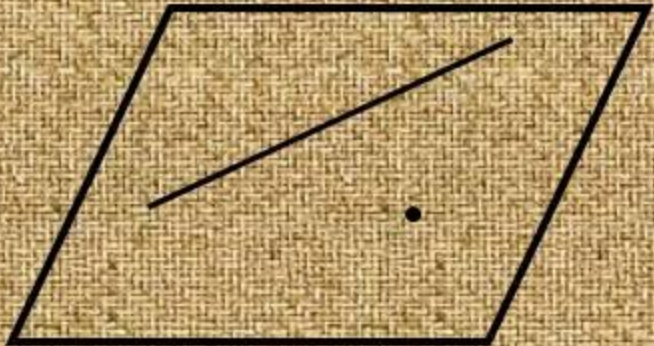
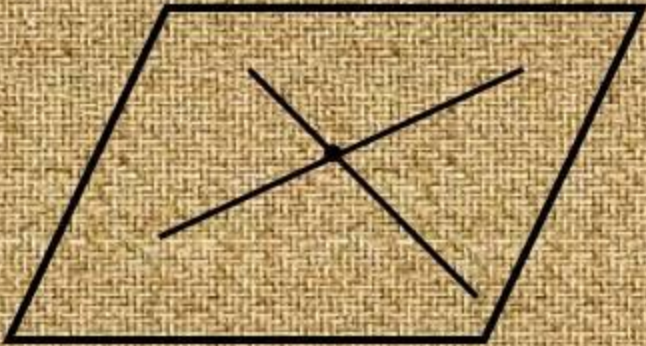


Теорема

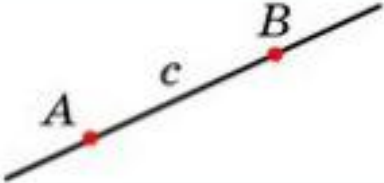
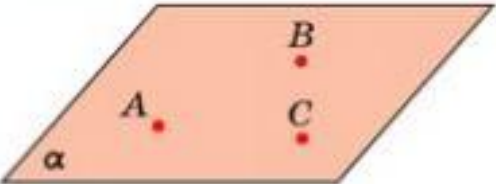
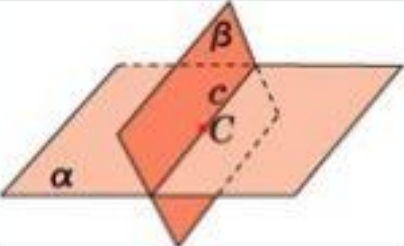
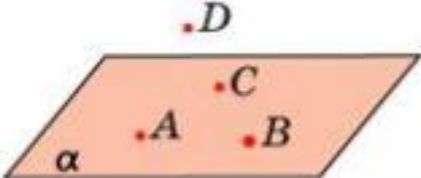

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна



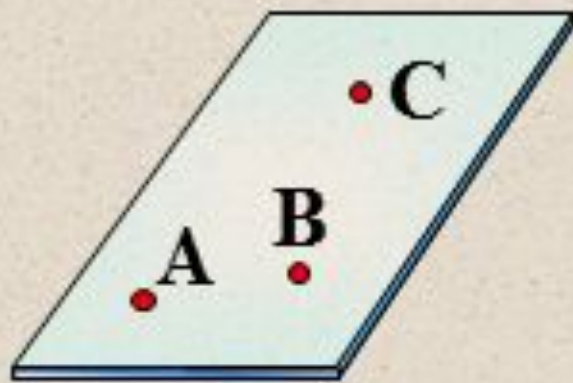
Следствия из аксиом стереометрии

	Чертеж	формулировка
Следствие 1		Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.
Следствие 2		Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

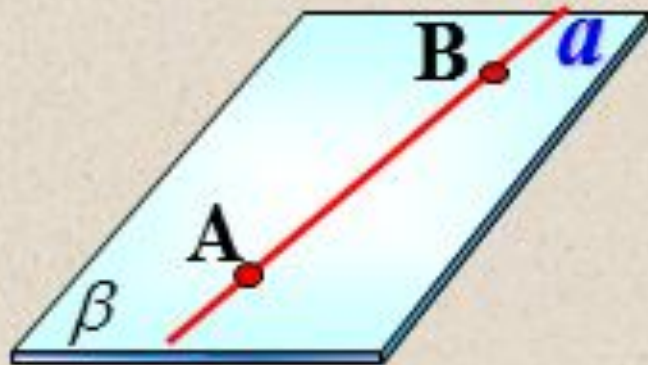
	<p>Через любые две точки пространства проходит единственная прямая</p>
	<p>Через любые три точки пространства, <u>не принадлежащие одной прямой</u>, проходит единственная плоскость</p>
	<p>Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой</p>
	<p>Существуют по крайней мере четыре точки, не принадлежащие одной плоскости</p>
	<p>На любой плоскости выполняются все аксиомы планиметрии</p>

Вспомним!



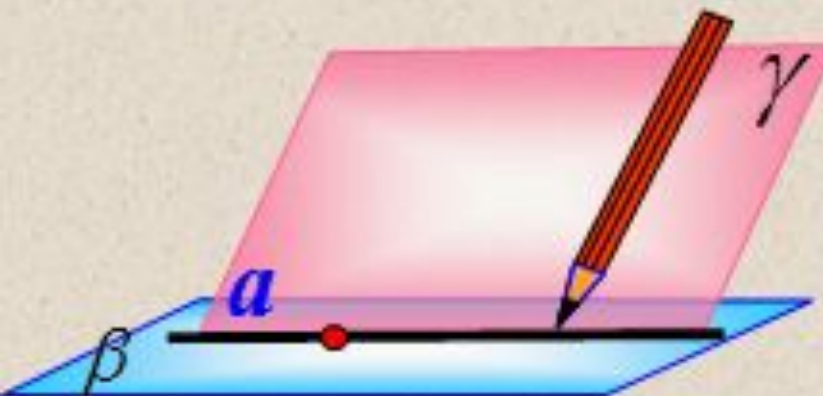
A_1 .

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



A_2 .

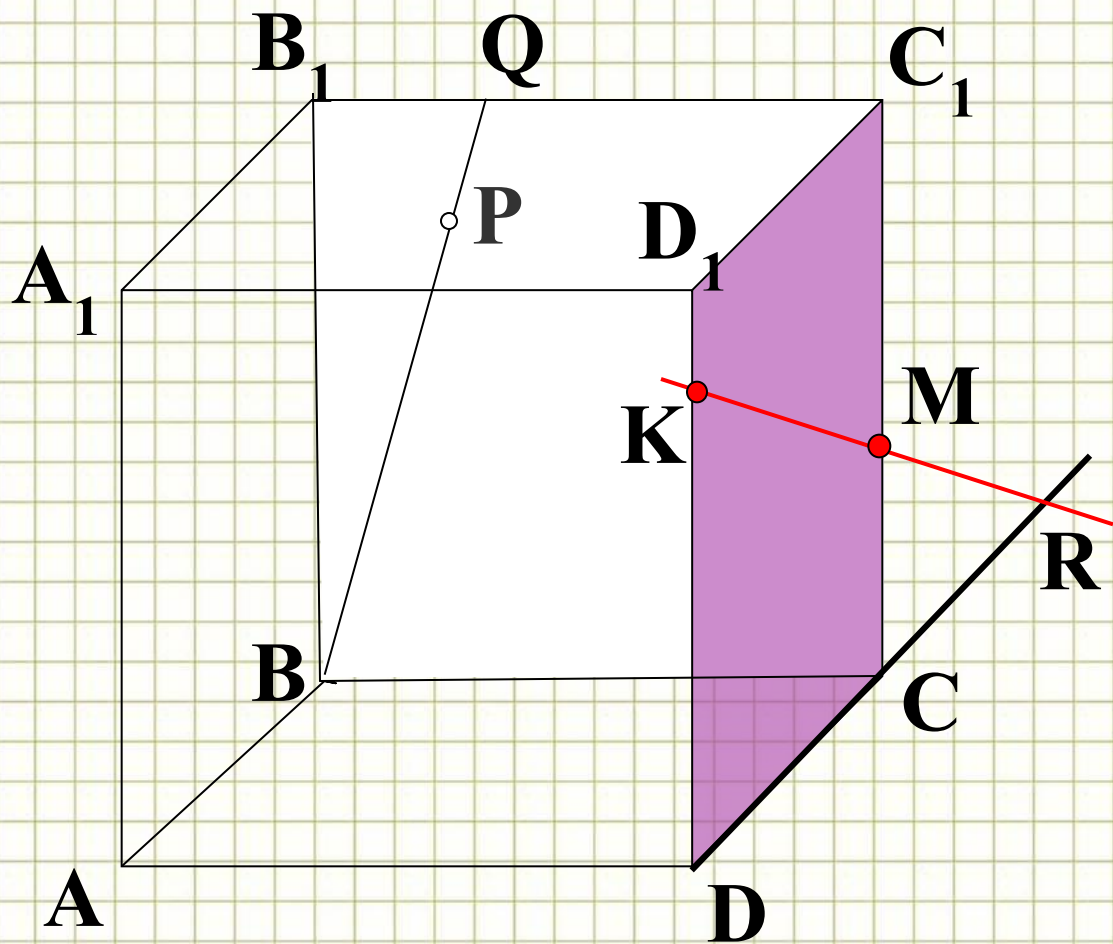
Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



A_3 .

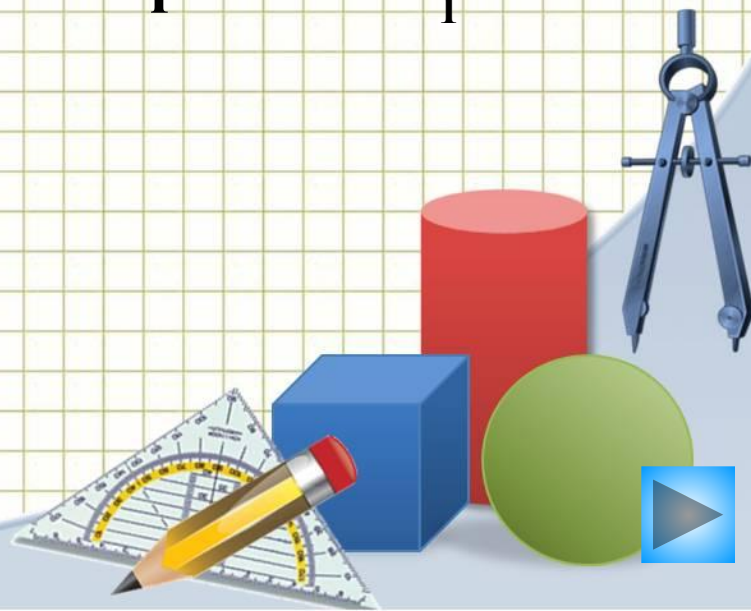
Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Задача 2



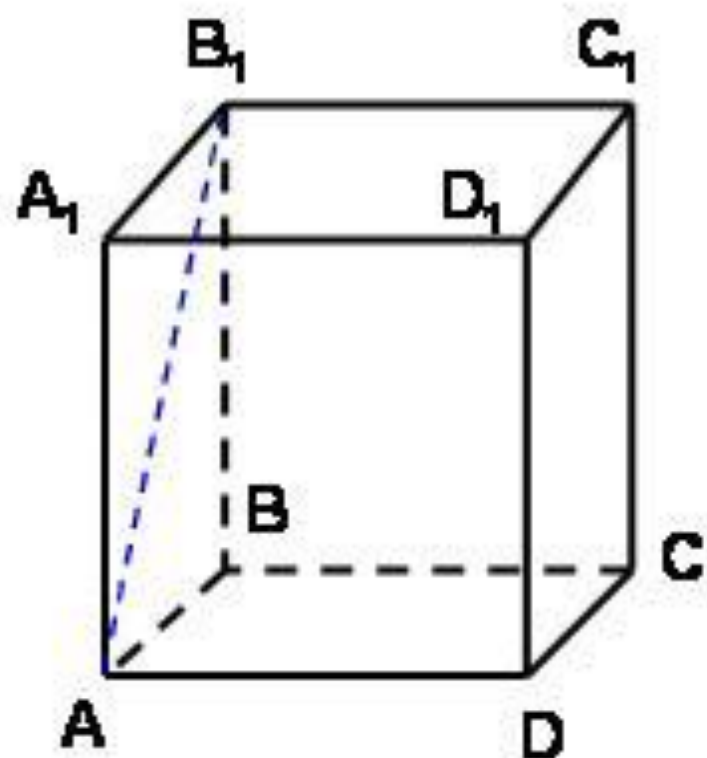
Назовите точки,
лежащие в
плоскостях DCC_1 и
 BQC

Назовите плоскости,
в которых лежит
прямая AA_1



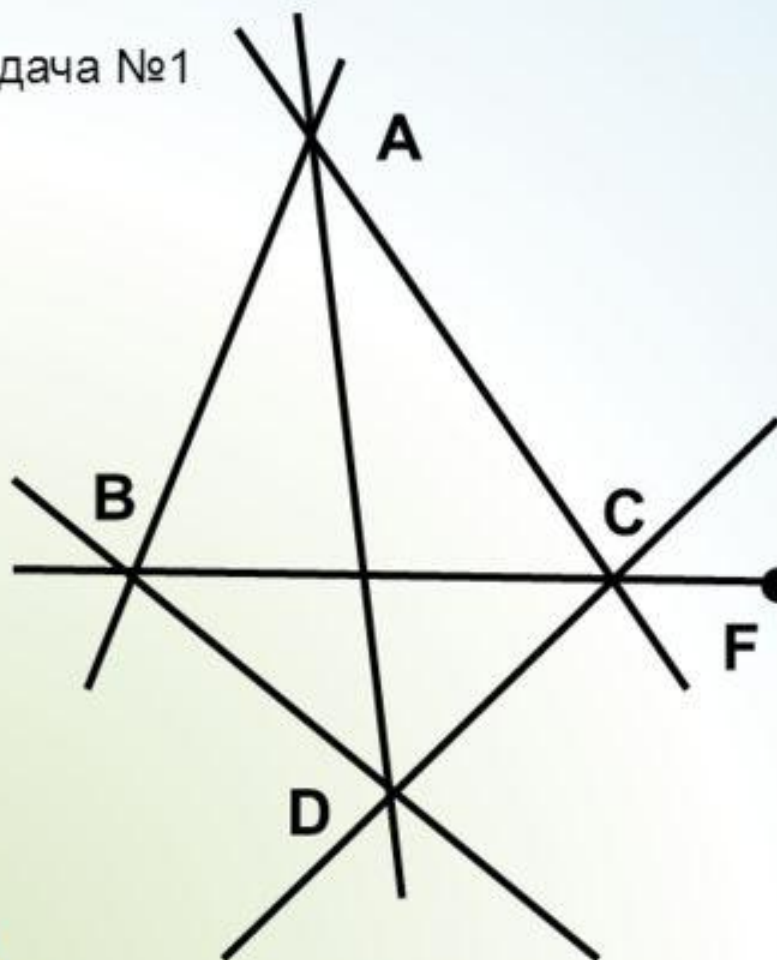
• Пользуясь данным рисунком, назовите:

- а) три плоскости, содержащие прямую B_1C ; прямую AB_1 ;
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости B_1CD и AA_1D_1 ; плоскости ADC_1 и A_1B_1B ;



Аксиомы стереометрии

Задача №1



Дано: точки F , B , C и D
не лежат в одной
плоскости

Указать:

1. Плоскости, которым
принадлежит:

Прямая AB ; точка F ;

точка C

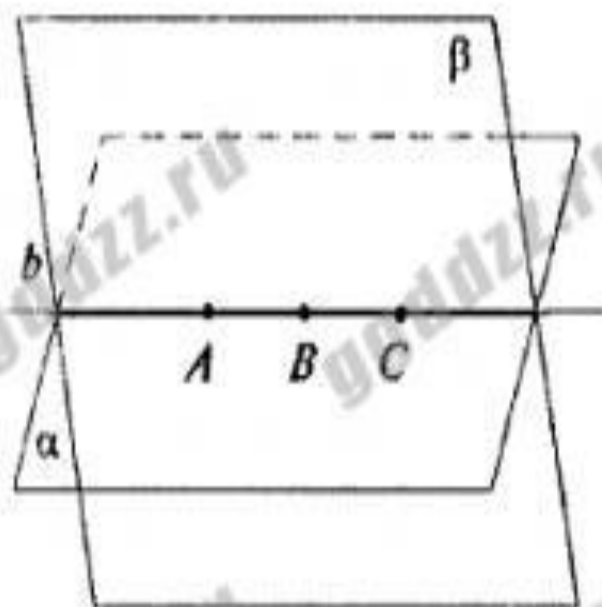
2. Прямую пересечения
плоскостей:

a) ABC и ACD

b) ABD и DCF

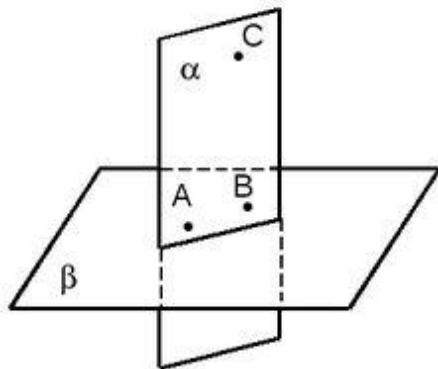


3. Точки A , B , C лежат в каждой из двух различных плоскостей. Докажите, что эти точки лежат на одной прямой.



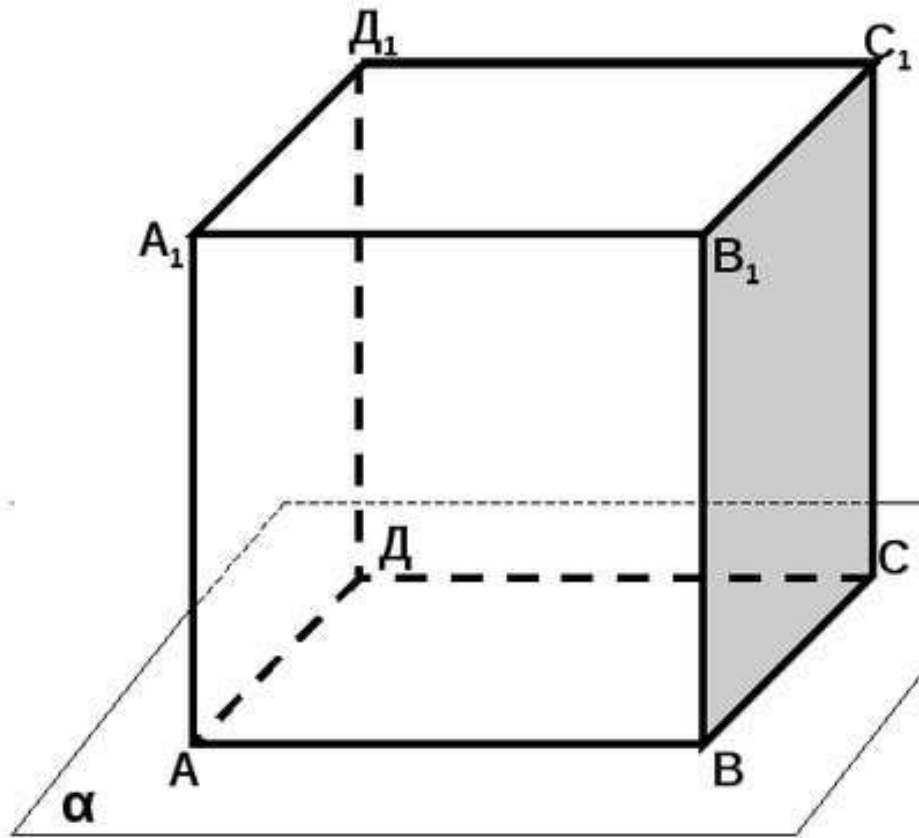
По аксиоме 2, так как α и β имеют общие точки A , B и C , то плоскости α и β пересекаются по прямой, которая содержит эти точки. Следовательно, A , B , C принадлежат одной прямой. Что и требовалось доказать.

Задача 2. Верно ли выполнено на рисунке следующее задание: «Изобразите плоскость α , проходящую через точку C , не принадлежащую плоскости β и пересекающую плоскость β в точках A и B , и линию пересечения этих плоскостей». При необходимости исправьте рисунок.



Устная работа.

Задача 1.



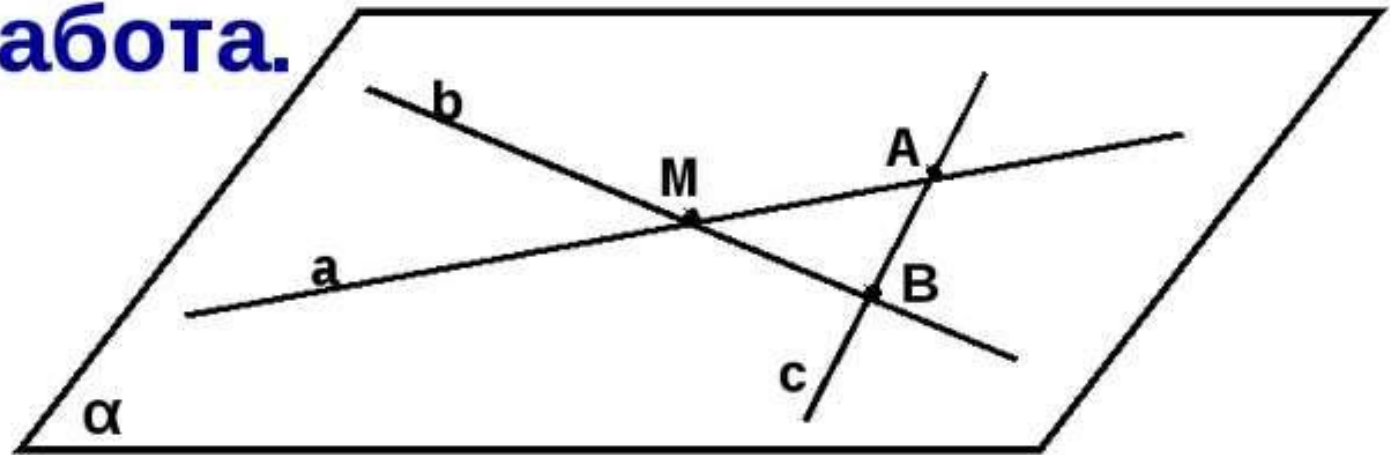
Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

Найдите:

- 1) Несколько точек, которые лежат в плоскости α ;
- 2) Несколько точек, которые не лежат в плоскости α ;
- 3) Несколько прямых, которые лежат в плоскости α ;
- 4) Несколько прямых, которые не лежат в плоскости α ;
- 5) Несколько прямых, которые пересекают прямую BC ;
- 6) Несколько прямых, которые не пересекают прямую BC .

Устная работа.

Задача 2.



Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

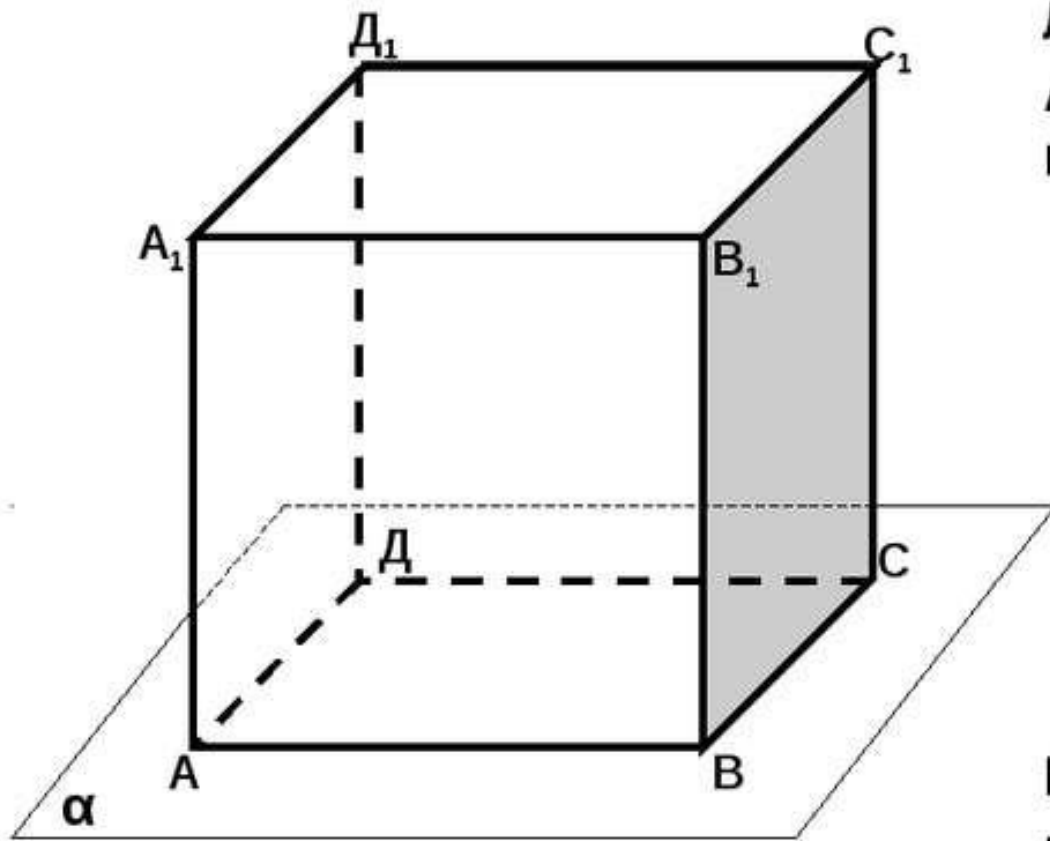
1) если $A \in a$, $a \in \alpha$, то $A \dots \alpha$

2) если $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, то $AB \dots \alpha$

3) если $A \in \alpha$; $B \in \alpha$; $C \in AB$, то $C \dots \alpha$

4) если $M \in \alpha$; $M \in \beta$, $\alpha \cap \beta = a$, то $M \dots a$

Устная работа.

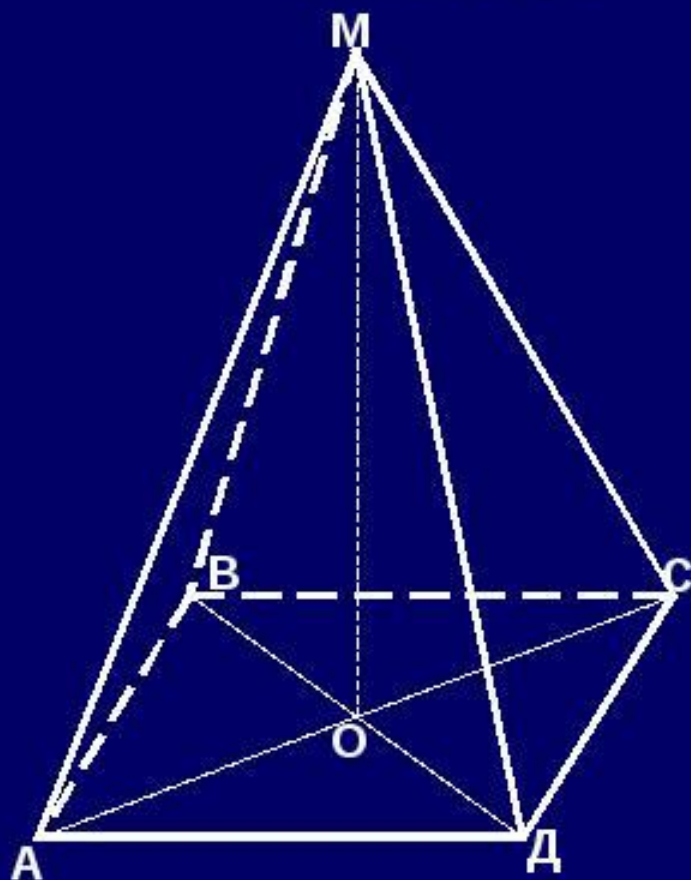


Лежат ли прямые AA_1 ,
 AB , AD в одной
плоскости?

Прямые AA_1 , AB , AD
проходят через точку A ,
но не лежат в одной
плоскости

**Задача
(устно)**

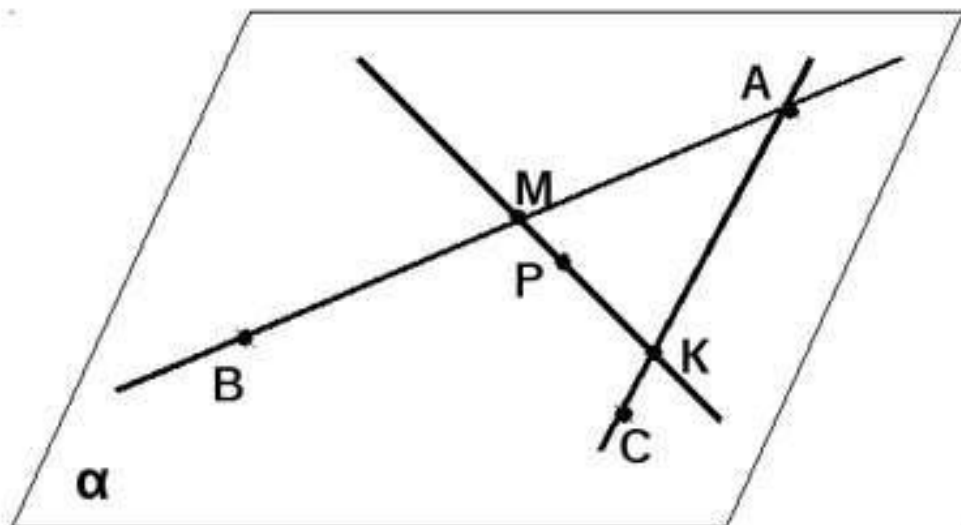
ABCD – ромб, O – точка пересечения его диагоналей, M – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки A, D, O лежат в плоскости α .



Определить и обосновать:

- 1. Какие еще точки лежат в плоскости α ?
- Лежат ли в плоскости α точки B и M?
- Лежит ли в плоскости MOD точка B?
- Назовите линию пересечения плоскостей МОС и АДО.
- Точка O – общая точка плоскостей MOB и МОС. Верно ли что эти плоскости пересекаются по прямой MO?
- Назовите три прямые, лежащие в одной плоскости; не лежащие в одной плоскости.

Задача №3

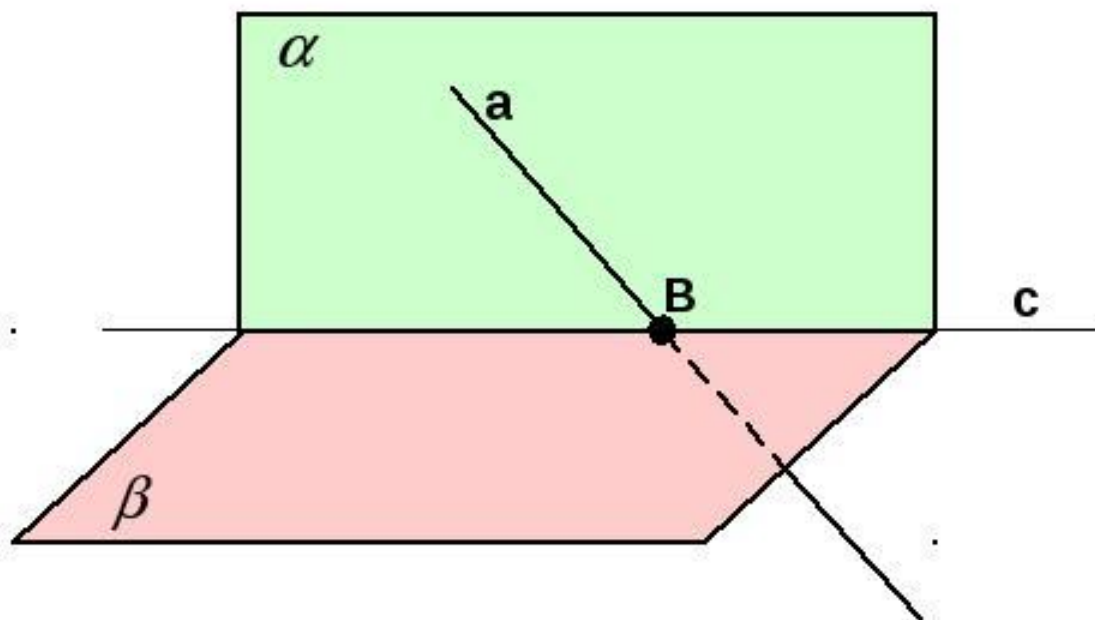


Дано: Точки A, B, C не лежат на одной прямой.

$$M \in AB, K \in AC, P \in MK$$

Докажите, что точка P лежит в плоскости ABC .

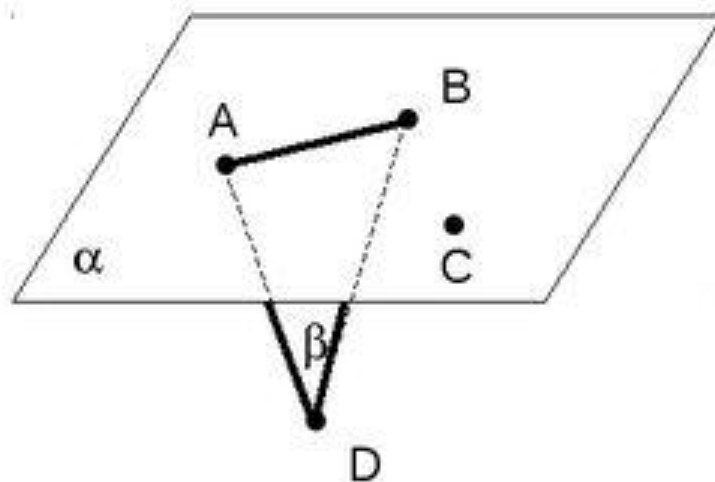
Задача №4



Плоскости α и β пересекаются по прямой c . Прямая a лежит в плоскости α и пересекает плоскость β . Пересекаются ли прямые a и c ? Почему?

Задача 4. Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Пересекаются ли плоскости, проходящие через точки A, B, C и A, B, D ?

Решение:



Аксиомы стереометрии

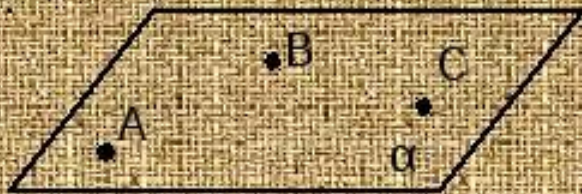
Сформулируйте содержание аксиом A_1, A_2, A_3, A_4

Прокомментируйте их с помощью приведенных ниже рисунков.

Чертеж

запись

формулировка



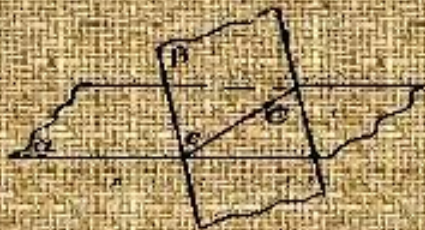
$A, B, C \in$ одной прямой
 $A, B, C \in \alpha$
 α - единственная
плоскость

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



$A, B \in \alpha, AB \in \alpha$

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



$C \in \alpha, \beta;$
 $\alpha \cap \beta = c;$
 $C \in c.$

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



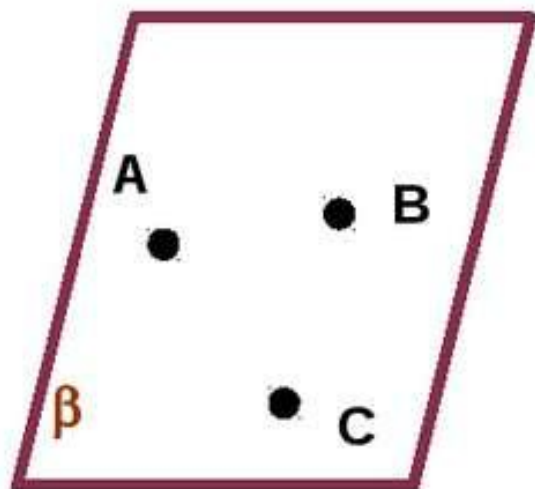
α - любая плоскость

В любой плоскости пространства справедливы все аксиомы и теоремы планиметрии.

Аксиомы стереометрии описывают:

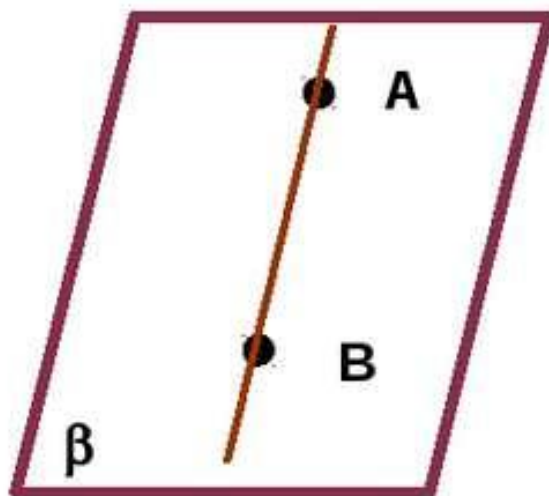
A1

Способ задания
плоскости



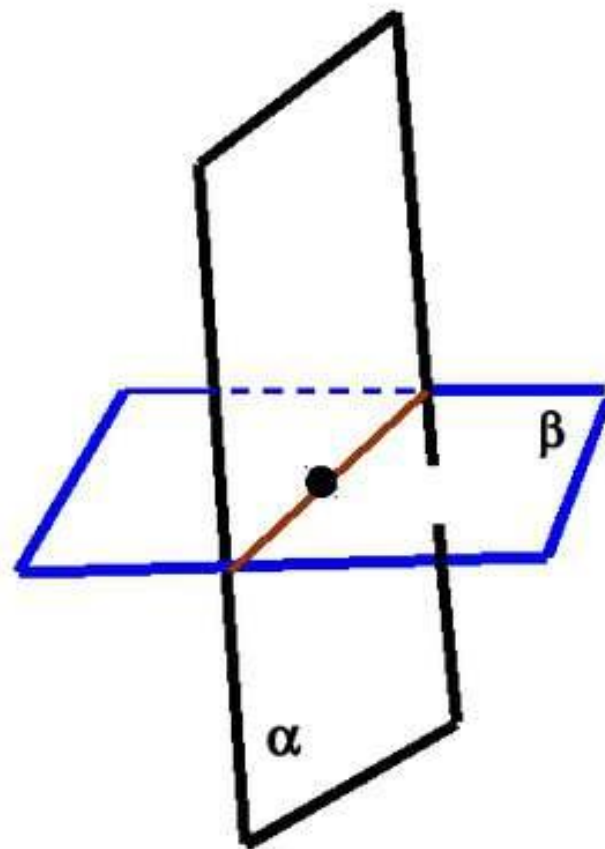
A2

Взаимное расположение
прямой и плоскости



A3

Взаимное
расположение
плоскостей



Стереометрия

- Что изучает стереометрия?
- Основные фигуры в пространстве?
- Плоскость на рисунке изображается в виде...?
- Приведите примеры моделей плоскостей, окружающих нас.

Математический диктант

1 вариант

1. Как называется раздел геометрии, изучающий фигуры в пространстве?
2. Назовите основные фигуры в пространстве.
3. Сформулируйте аксиому А2.
4. Сформулируйте аксиому А3.
5. Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
6. Сколько плоскостей можно провести через одну точку?

2 вариант

1. Как называется раздел геометрии, изучающий фигуры на плоскости?
2. Назовите основные фигуры на плоскости.
3. Сформулируйте аксиому А1.
4. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
5. Сколько может быть точек у прямой и плоскости?
6. Могут ли прямая и плоскость иметь одну общую точку?

Домашняя работа

Стереометрические тела

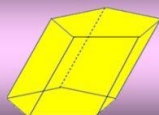
параллелепипед



конус



призма



цилиндр



MyShared



Спасибо за урок!!!

