

Тема: **Многогранники.  
Тела вращения.**



**ЦЕЛИ: Повторить изученное, узнать новое,  
подготовиться к экзамену**

# МНОГОГРАННИКИ

**ПРИЗМА**- многогранник, который состоит из двух равных  $n$  - угольников, лежащих в параллельных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и  $n$  параллелограммов.

Применение формы призмы в дизайне MP3

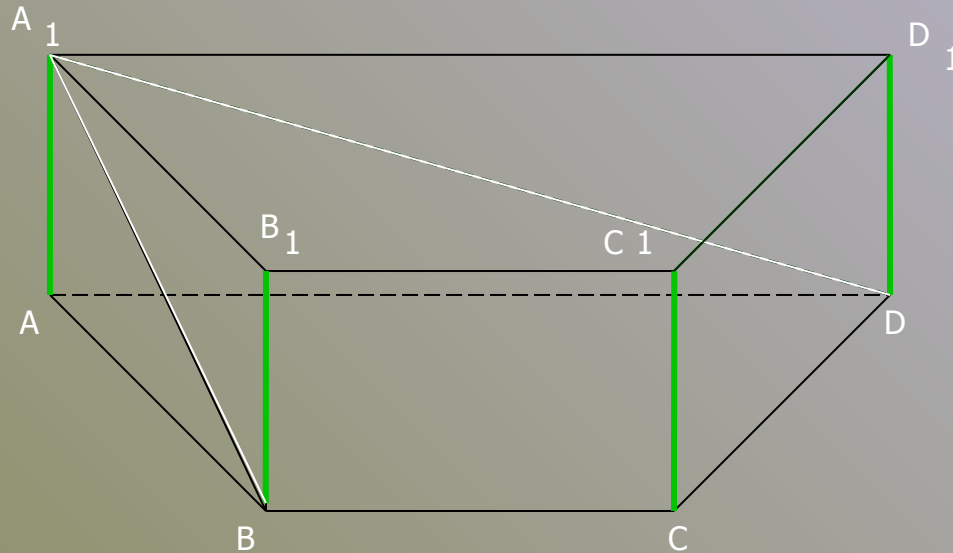


Треугольная призма



Четырёхугольная призма

Призма называется **прямой**, если её боковые рёбра перпендикулярны основанию.



$ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  - основания призмы

$AA_1; BB_1; CC_1; DD_1$  - боковые рёбра.

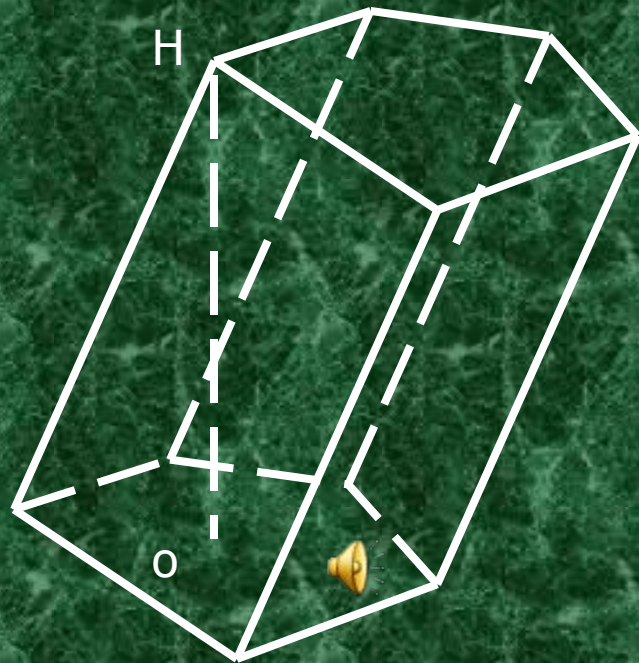
$A_1D$  - диагональ призмы

$A_1B$  - диагональ боковой грани

$H = AA_1 = BB_1 = \dots$  высота прямой призмы равна боковому ребру

$AA_1 \perp (ABCD); BB_1 \perp (ABCD) \dots$

$AA_1B_1B; BB_1C_1C; CC_1D_1D; DD_1A_1A$  - боковые грани (прямоугольники).

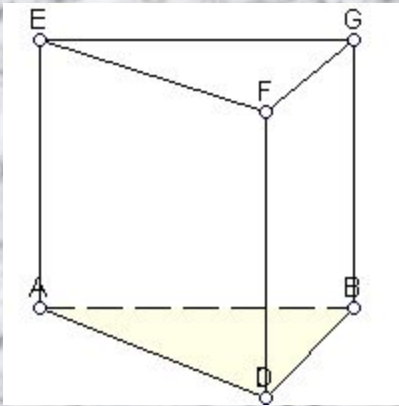


## Наклонная призма

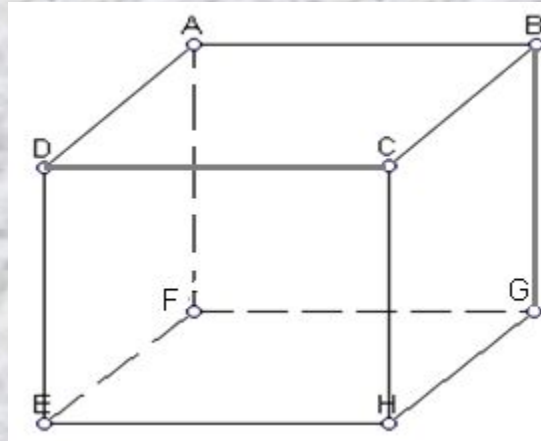
Призма, у которой боковые рёбра не перпендикулярны плоскостям основания

НО - высота призмы

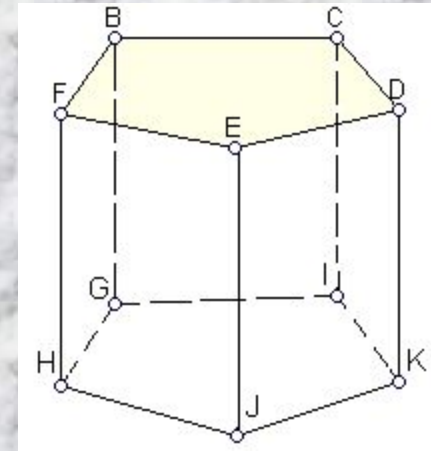
# Виды призм



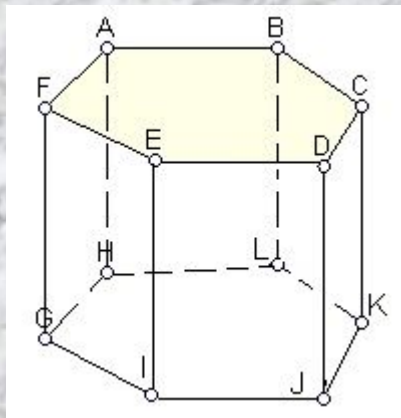
**Треугольная  
призма ABDEGF**



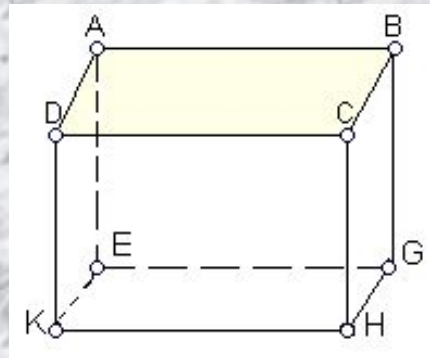
**Четырёхугольная  
призма ABCDEFGH**



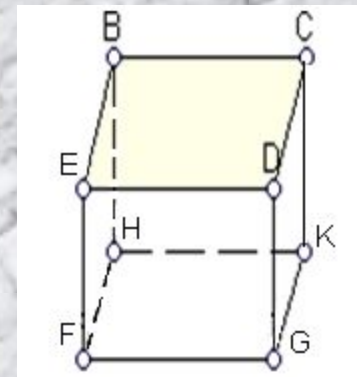
**Пятиугольная призма  
BCDEFHGIKJ**



**Шестиугольная  
призма ABCDEFGIJKLN**



**Параллелепипед –  
призма, в основании  
которой лежит  
параллелограмм**



**Кубом называется  
прямоугольный  
параллелепипед, у  
которого все рёбра  
равны.**

Прямоугольный параллелепипед – прямой параллелепипед, основанием которого является прямоугольник.

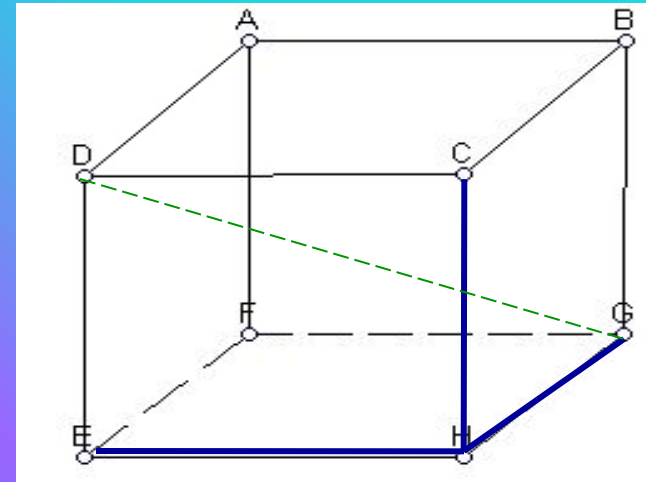
Измерения прямоугольного параллелепипеда - это длины трёх рёбер, выходящих из одной вершины.

$$HG = a$$

$$HE = b$$

$$HC = c$$

$DG = d$  – диагональ параллелепипеда



В прямоугольном параллелепипеде квадрат диагонали равен сумме квадратов трёх его измерений:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

## Площади поверхности и объёмы призм

	<b>Наклонная призма</b>	<b>Прямая призма</b>
<b>Боковая поверхность</b>	<b><math>S_{\text{бок}} = P_{\text{пер}} \cdot L</math></b> P <sub>пер</sub> - периметр перпендикулярного сечения, L- длина бокового ребра	<b><math>S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H</math></b> P <sub>осн</sub> - периметр основания, H - высота
<b>Полная поверхность</b>	<b><math>S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}</math></b>	<b><math>S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}</math></b>
<b>Объём</b>	<b><math>V = S_{\text{пер}} \cdot L = S_{\text{осн}} \cdot H</math></b> S <sub>пер</sub> - площадь перпендикулярного сечения, L- боковое ребро.	<b><math>V = S_{\text{осн}} \cdot H</math></b> S <sub>осн</sub> - площадь основания призмы, H - высота.



# Пирамида

Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского  $n$ -угольника (основания), точки, не лежащей в плоскости основания (вершины) и  $n$  треугольников (одна из сторон каждого треугольника является стороной многоугольника, а две другие соединяют её концы с вершиной).

Пирамиды в окружающем мире:

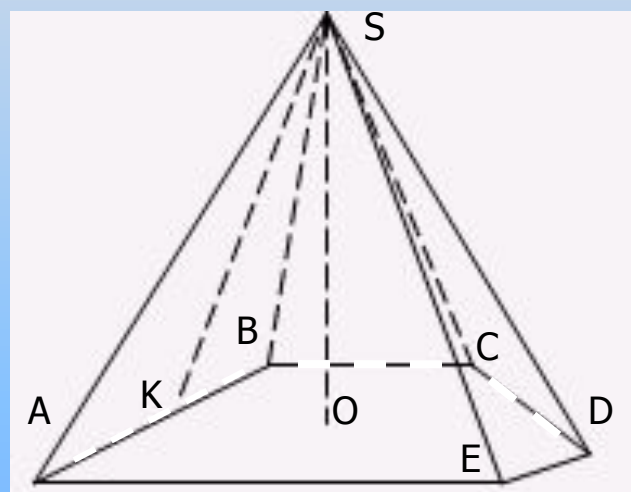


Пирамиды Майя



Египетские пирамиды





## SABCDE-пирамида

ABCDE – основание пирамиды,  
S- вершина пирамиды.

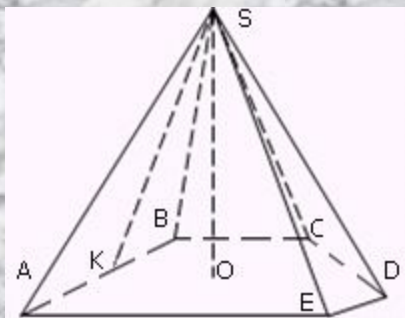
**SO** – высота пирамиды,  
**SO**  $\perp$  (ABC)

**SK** - высота боковой грани,  
**SK**  $\perp$  AB

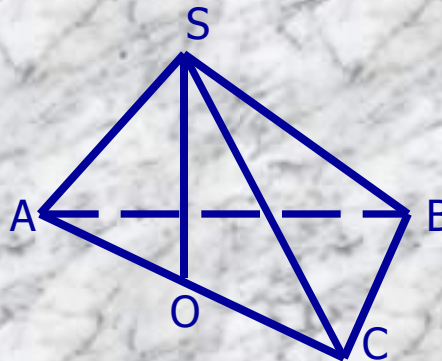


пирамиды

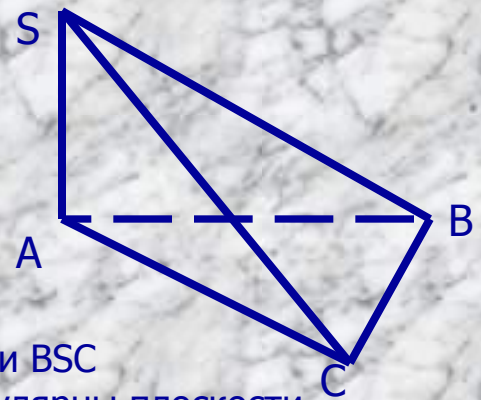
<p>1 Высота пирамиды:</p>	<p>Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.</p>
<p>2 Боковые грани:</p>	<p><math>\Delta ASB, \Delta SBC, \Delta SDC, \Delta SDE, \Delta SAE.</math></p>
<p>3 Боковые рёбра:</p>	<p><math>SA, SB, SC, SD, SE.</math></p>
<p>4 Боковая поверхность пирамиды равна сумме площадей боковых граней пирамиды.</p>	<p><math>S_{бок} = S_{SAB} + S_{SBC} + S_{SCD} + S_{SDE} + S_{SEA}</math></p>
<p>5 Полная поверхность пирамиды равна сумме боковой поверхности пирамиды и площади её основания.</p>	<p><math>S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}</math></p>
<p>6 Объём пирамиды равен произведению одной третьей площади основания пирамиды на её высоту.</p>	<p><math>V = \frac{1}{3} S_{осн} * H</math></p>



Грань ASC перпендикулярна плоскости основания, SO- высота пирамиды и высота боковой грани ASC.



Грани ASC и BSC перпендикулярны плоскости основания. AS-их общее боковое ребро. AS-высота пирамиды и боковых граней ASC и ASB

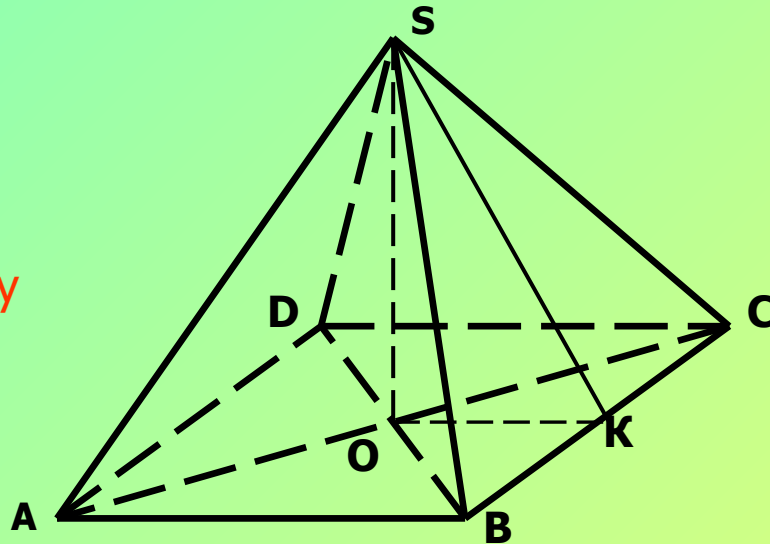


# Правильная пирамида

Пирамида называется правильной, если её основание является правильным  $n$ -угольником, а основание высоты пирамиды совпадает с центром этого  $n$ -угольника.

**Осью правильной пирамиды** называется прямая, содержащая высоту пирамиды.

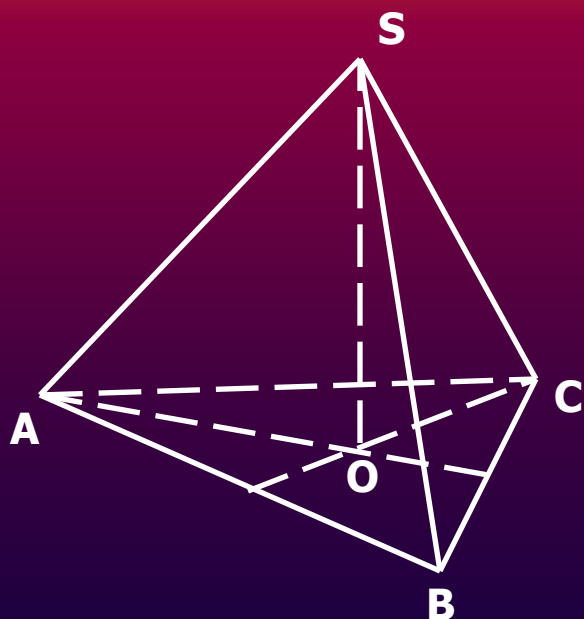
**Апофемой правильной пирамиды** называется высота боковой грани.



отрезок  $SO$  - высота,  
прямая  $SO$  - ось,  
 $SK$  – апофема.

# Некоторые виды правильных пирамид

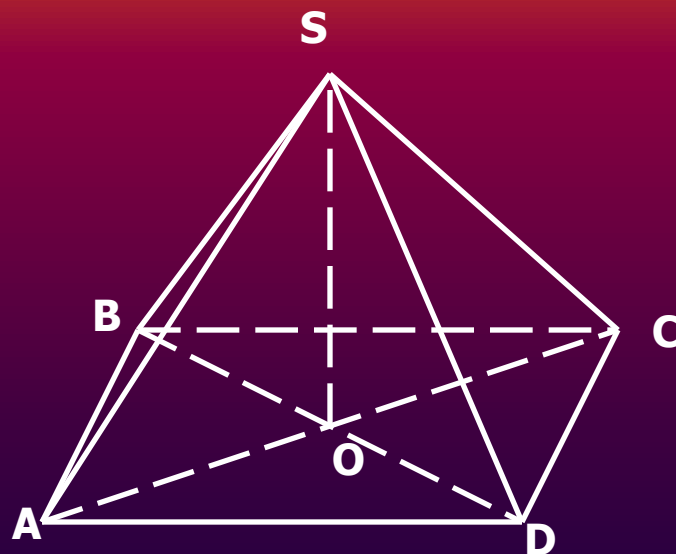
## Треугольная



$\triangle ABC$  - правильный;

O – точка пересечения медиан (высот и биссектрис), центр описанной и вписанной окружностей.

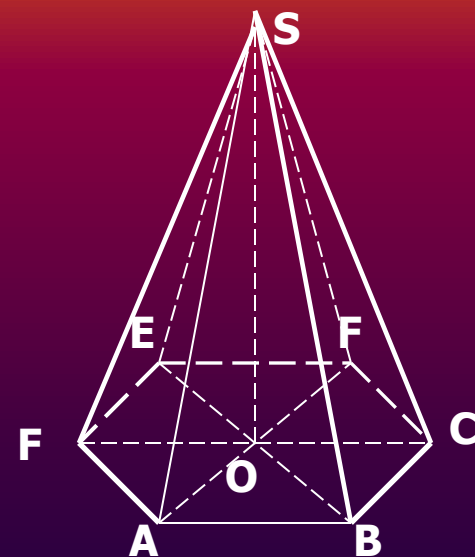
## Четырёхугольная



ABCD – квадрат;

O – точка пересечения диагоналей, центр описанной и вписанной окружностей.

## Шестиугольная



ABCDEF - правильный шестиугольник;

O - точка пересечения диагоналей AD, BE и FC (центр описанной и вписанной окружностей).

# Тела вращения

конус



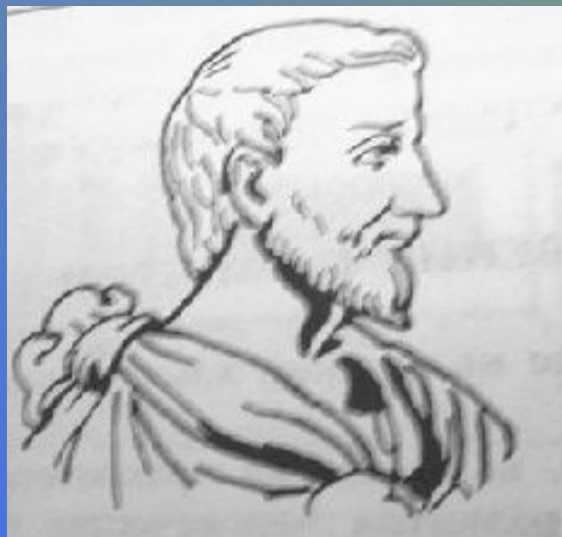
шар



цилиндр



Именно ему мы обязаны умению  
вычислять объемы ШАРА, КОНУСА, ЦИЛИНДРА .



Архимед

# ЦИЛИНДР

Использование формы цилиндра в дизайне головного убора



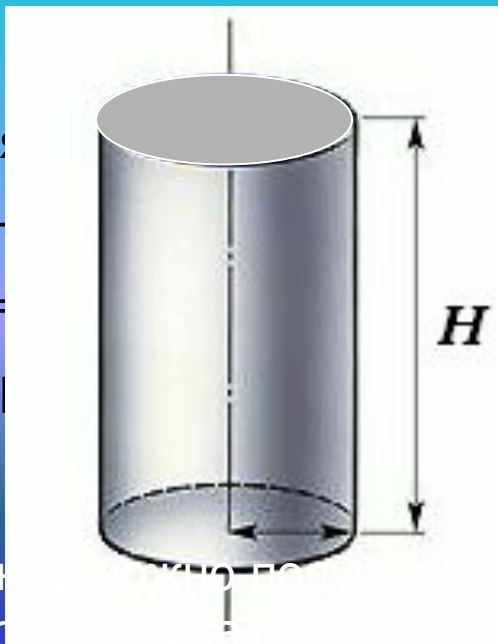
Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещающихся параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.

Основания

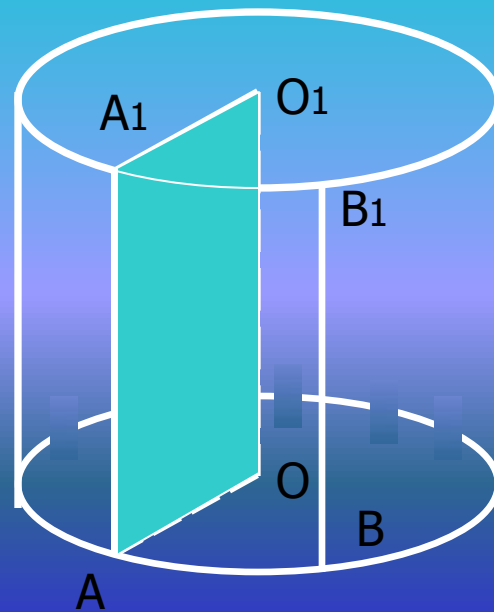
$AA_1, BB_1$  –

$AA_1 = BB_1 =$

$OA = R$  –



Цилиндр можно получить при вращении прямого угла вокруг одной из сторон.

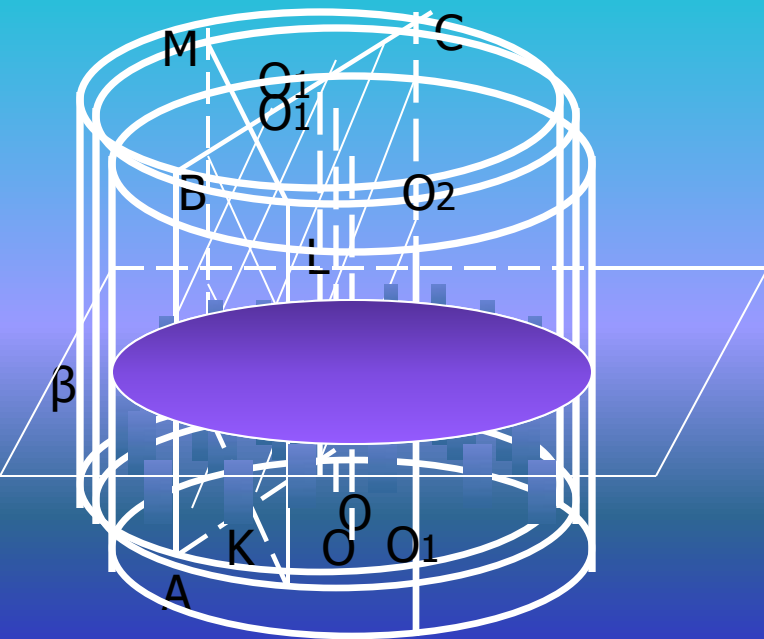


$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

$$S_{\text{полн}} = 2\pi RH + 2\pi R^2$$

$$V = \pi R^2 H$$

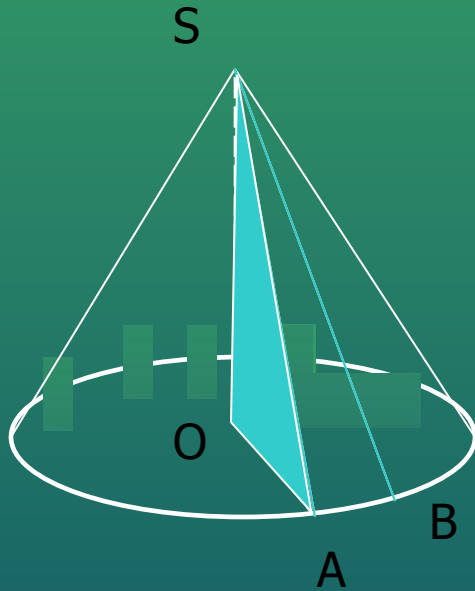
# Виды сечений цилиндра



Осевое сечение  
 Сечение плоскостью,  
 параллельной оси  
 основания.  
 $AD$  — диаметр,  
 $AB$  — высота.  
 $MNKI$  — прямоугольник.  
 Сечение = круг,  
 $KN$  — хорда,  $MN = H$   
 равен оснований.



# Конус



**Конусом** называется тело, состоящее из круга, точки, не лежащей в плоскости этого круга, и всех отрезков, соединяющих заданную точку с точками круга.

Круг- основание конуса.

Точка  $S$  - вершина конуса.

Конус называется прямым, если  $SO \perp (AOB)$  ( $O$  - центр круга).

Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, - образующие.

$SA$ ;  $SB$  - образующие конуса.

Образующие конуса равны.

$SO = H$  - высота конуса

$AO = R$  - радиус конуса

$SA = L$  - образующая

Конус образуется при вращении прямоугольного треугольника около его катета как оси.

$$S_{\text{бок}} = \pi R L$$

$$S_{\text{полн}} = \pi R(R+L)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

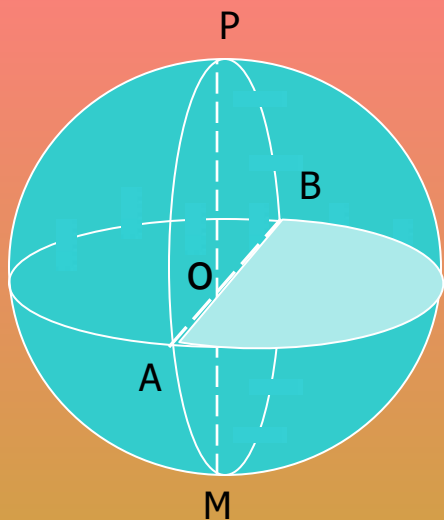
**Применение формы конуса в огранке драгоценных камней**



Что означает слово «конус» ?



# ШАР



**ШАРОМ** называется множество всех точек пространства, находящихся от заданной точки **O** на расстоянии, не большем данного расстояния **R**

При вращении полукруга около его диаметра получаем ШАР.

Сфера является **поверхностью шара**.

**O** - центр шара,  
**OA = R** - радиус шара,  
точки **P, M** - полюса шара,  
Прямая **PM** - ось шара.

$$S = 4 \pi R^2 \quad (\text{площадь сферы})$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (\text{Объём шара})$$

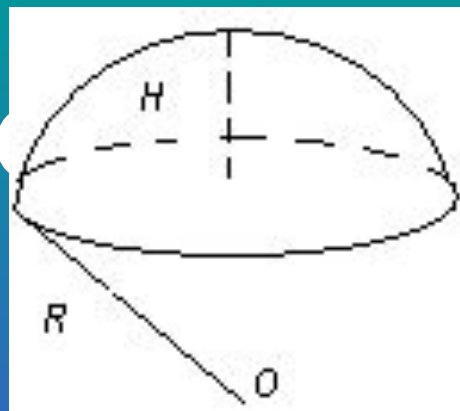


## Сегмент

$$\text{Объём: } V = \frac{1}{3} \pi H^2 (3R - H)$$

Площадь сегментной поверхности:

$$S_{\text{бок}} = 2 \pi R H$$

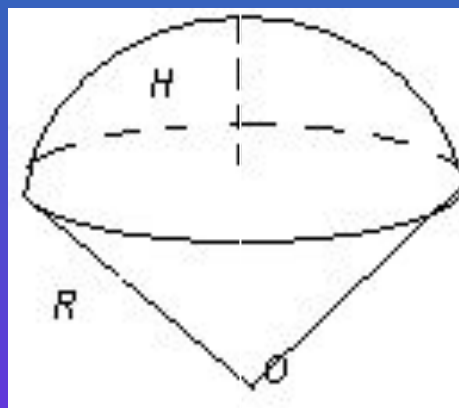


## Сектор

$$\text{Объём: } V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

Площадь полной поверхности:

$$S_{\text{полн.}} = \pi R (2H + \sqrt{2HR - H^2})$$

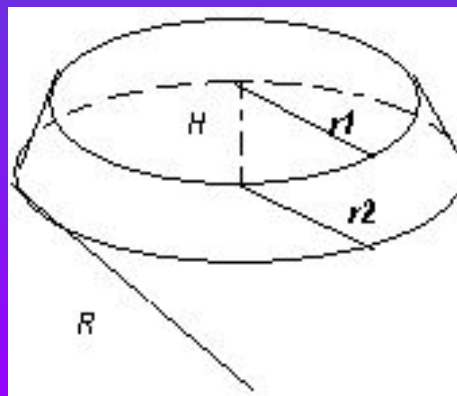


## Шаровой слой

$$\text{Объём: } V = \frac{1}{6} \pi H^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2) H$$

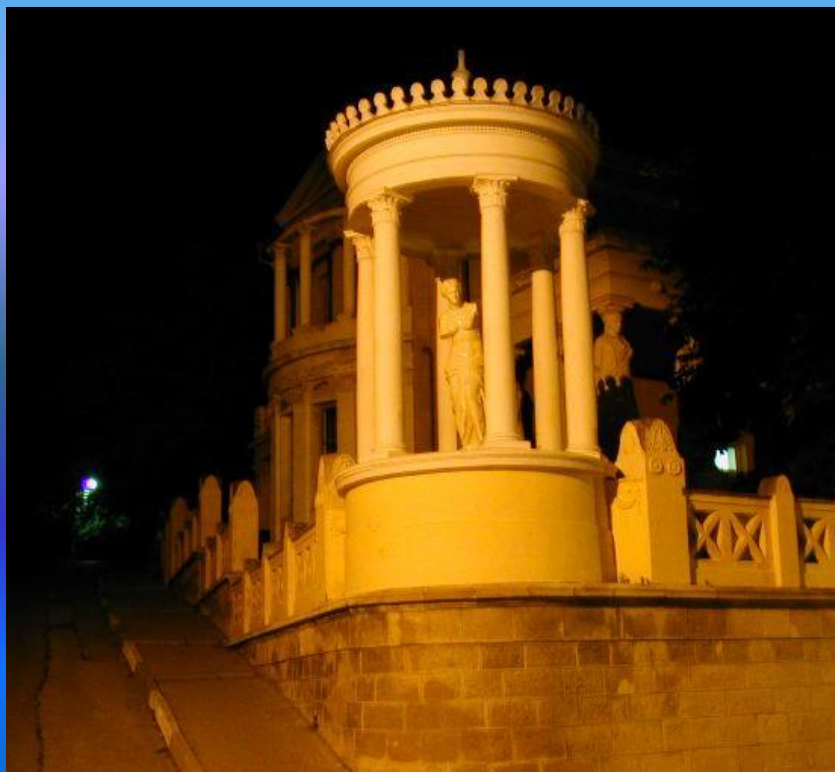
Площадь боковой поверхности:

$$S_{\text{бок.}} = 2 \pi R H$$



# Новый взгляд на «старые вещи»

Цилиндр



Призма



Шестиугольная  
призма

Полусфера



# КОНУС





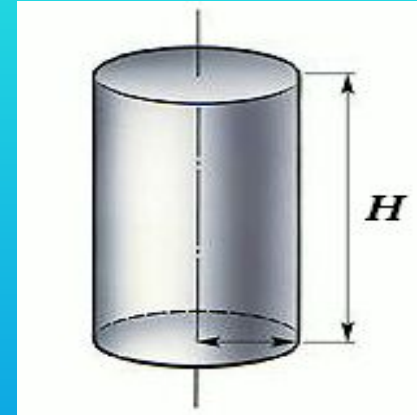
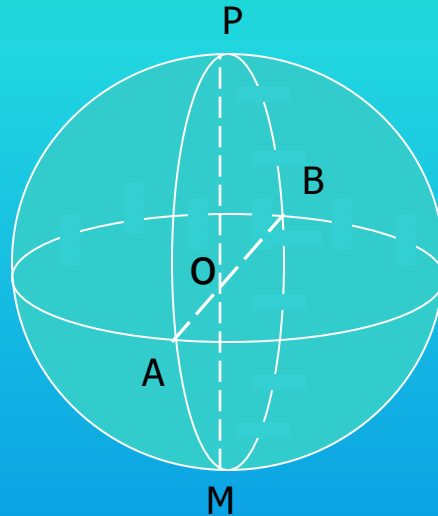
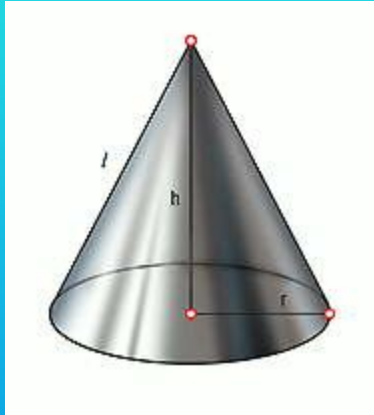
АЛЯСКА

Холодное  
Совершенство

ВОДО ПИТНО ГОРОВОНО



# Спасибо за внимание!



Презентацию подготовили  
учащиеся 11 класса  
Зиневич Сергей и  
Беккерман Юлия.  
учитель Серажим Неонилла Анатольевна