

Департамент образования  
города Москвы  
Северо-Западное окружное  
управление образования



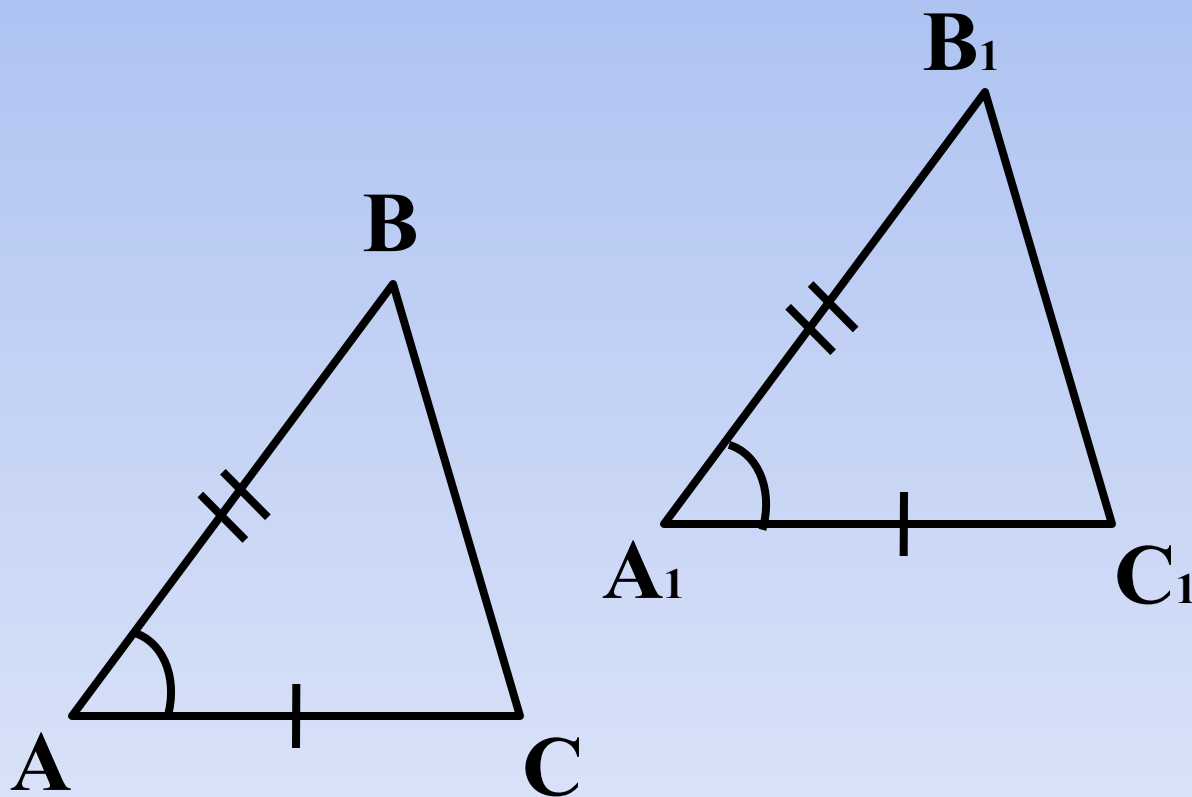
Презентация по геометрии на тему :  
«Признаки равенства треугольников»  
ГБОУ школы №1056  
Романенко Елены Алексеевны





# Первый признак равенства треугольников.

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Дано:**

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$\angle A = \angle A_1$

$AC = A_1C_1$

**Доказать:**

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

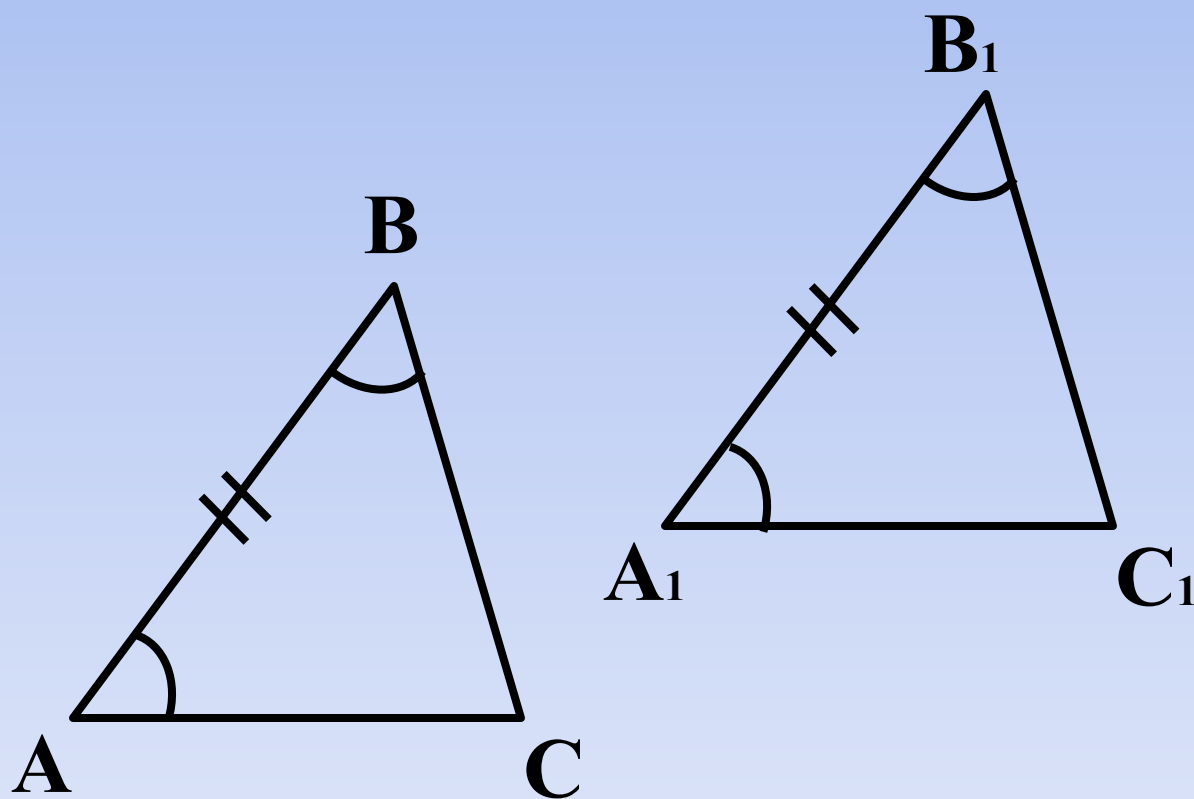
# Доказательство:

- 1) Т.к.  $\angle A = \angle A_1$ , то  $\triangle ABC$  можно наложить на  $\triangle A_1B_1C_1$  так, что вершина  $A$  совпадет с вершиной  $A_1$ , а сторона  $A_1C_1$  совпадет с лучом  $AC$ , сторона  $A_1B_1$  с лучом  $AB$ .
- 2) Т.к.  $AB = A_1B_1$ , то вершина  $B_1$  совпадет с вершиной  $B$ . Т.к.  $AC = A_1C_1$ , то вершина  $C_1$  совпадет с вершиной  $C$ . Следовательно, совместятся стороны  $BC$  и  $B_1C_1$ .
- 3)  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$  полностью совместились, а значит они равны.

Ч.Т.Д.

Второй признак равенства  
треугольников.

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Дано:**

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$\angle A = \angle A_1$

$\angle B = \angle B_1$

**Доказать:**

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

## Доказательство:

1) Наложим  $\triangle ABC$  на  $\triangle A_1B_1C_1$  так, чтобы вершина  $A$  совпала с вершиной  $A_1$ , сторона  $AB$  со стороной  $A_1B_1$ , а вершины  $C$  и  $C_1$  оказались по одну сторону от прямой  $A_1B_1$

3) Т.к.  $\angle A = \angle A_1$  и  $\angle B = \angle B_1$ , то сторона  $AC$  наложится на луч  $A_1C_1$ , а сторона  $BC$  на луч  $B_1C_1$ , а значит  $C$  – общая точка сторон  $AC$  и  $BC$  окажется лежащей на лучах  $A_1C_1$  и  $B_1C_1$ .

Следовательно, точка  $C$  совместится с общей точкой этих лучей – вершиной  $C_1$ ;

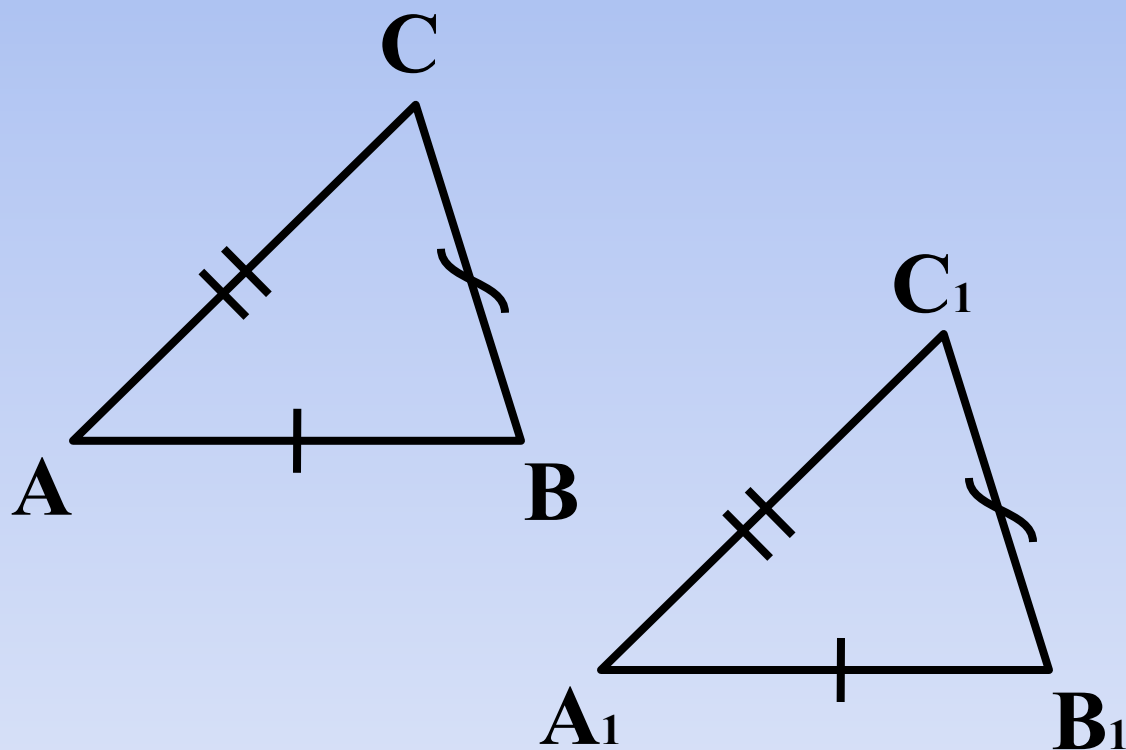
4) Т.к.  $C$  совпала с  $C_1$ , то  $AC$  совпала с  $A_1C_1$ ,  $BC$  совпала с  $B_1C_1$ , а значит  $\triangle ABC$  полностью наложился на  $\triangle A_1B_1C_1$ , поэтому они равны.

ч.т.д.



# Третий признак равенства треугольников.

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Дано:**

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

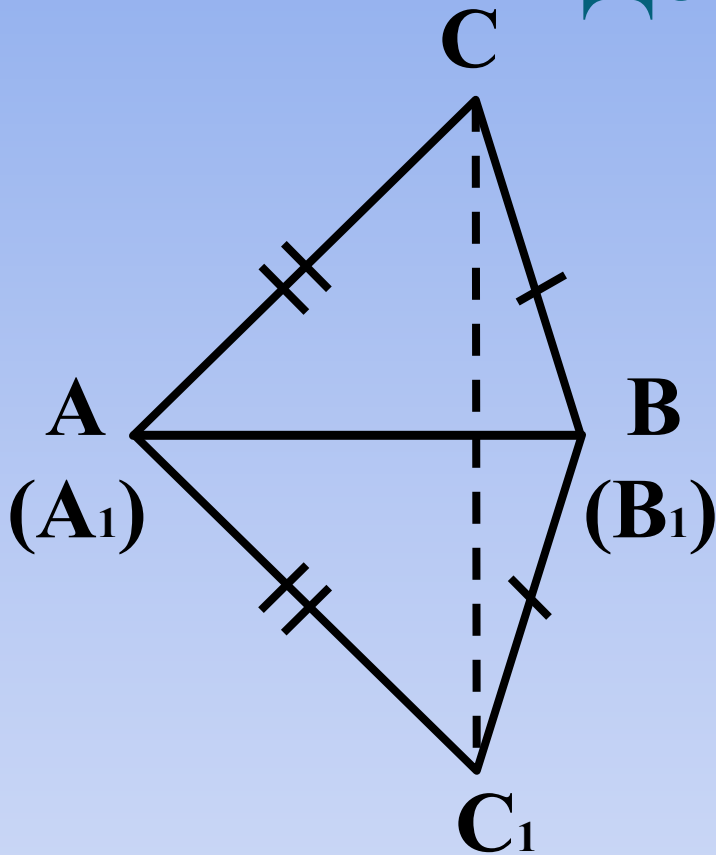
$BC = B_1C_1$

$AC = A_1C_1$

**Доказать:**

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

# Доказательство:



1) Наложим  $\triangle ABC$  на  $\triangle A_1B_1C_1$  так, чтобы вершина  $A$  совпала с вершиной  $A_1$ , вершина  $B$  с вершиной  $B_1$ , а  $C$  и  $C_1$  оказались по разные стороны от прямой  $A_1B_1$ .

2) Возможны 3 случая:

- a) Луч  $CC_1$  проходит внутри  $\angle A_1C_1B_1$
- b) Луч  $CC_1$  совпадает с одной из сторон  $\angle A_1C_1B_1$
- c) Луч  $CC_1$  проходит вне  $\angle A_1C_1B_1$

3) Рассмотрим случай a):  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1$ , а значит  $\triangle A_1CC_1$  и  $\triangle CC_1B_1$  – равнобедренные  $\Rightarrow \angle A_1CC_1 = \angle A_1C_1C$  и  $\angle B_1CC_1 = \angle B_1C_1C$ , а значит  $\angle A_1C_1B_1 = \angle A_1CB_1$

4)  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1$ ,  $\angle A_1C_1B_1 = \angle A_1CB_1 \Rightarrow \triangle A_1C_1B_1 = \triangle A_1CB_1$  (по I признаку)

5) Случаи b) и c) рассматриваются аналогично.

ч.т.д.

# Задачи для устного решения

Найдите пары равных  
треугольников и докажите их  
равенство.

