



Урок-конференция  
на тему:

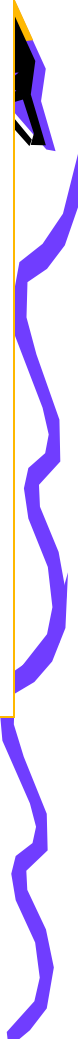
## «Теорема Пифагора»

*Пребудет вечной истина, как скоро  
Ее познает слабый человек!  
И ныне теорема Пифагора  
Верна, как и в его далекий век.*

«Пифагор» значит “убеждающий речью”.

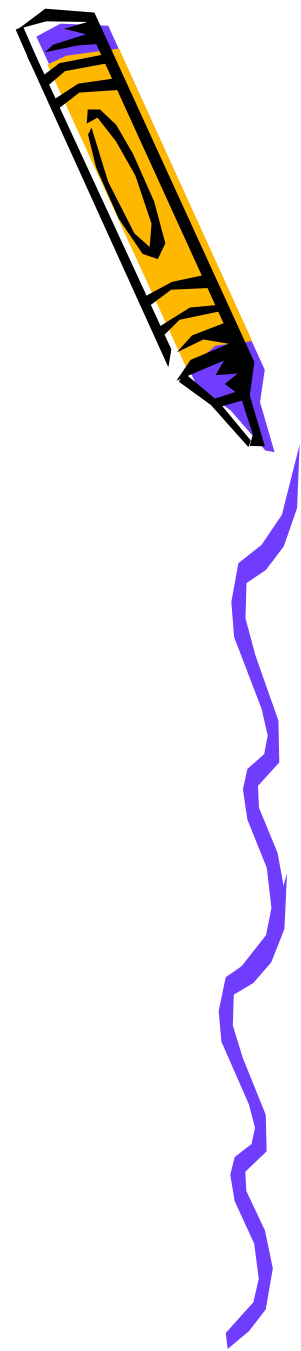


Выполнила учитель математики Севостьянова Т. В.  
МБОУ СОШ №72 имени Ю. В. Лукьянчикова город Воронеж



## **Цели урока.**

- Воспитание устойчивого интереса к изучению предмета геометрии, понимания роли геометрии в решении практических задач, возникающих в окружающем нас мире.
- Воспитание у учащихся общеучебных умений и навыков: работы с дополнительной литературой по математике; поиска, выбора и анализа нужной информации по заданной теме и составления исчерпывающего сообщения в краткой форме; оформления наглядности и защиты своего выступления.
- Расширение познания учащихся о жизни великого математика Пифагора, о знаменитой теореме Пифагора и её различных способах доказательства.
- Рассмотрение решения разных практических задач на применение теоремы Пифагора.

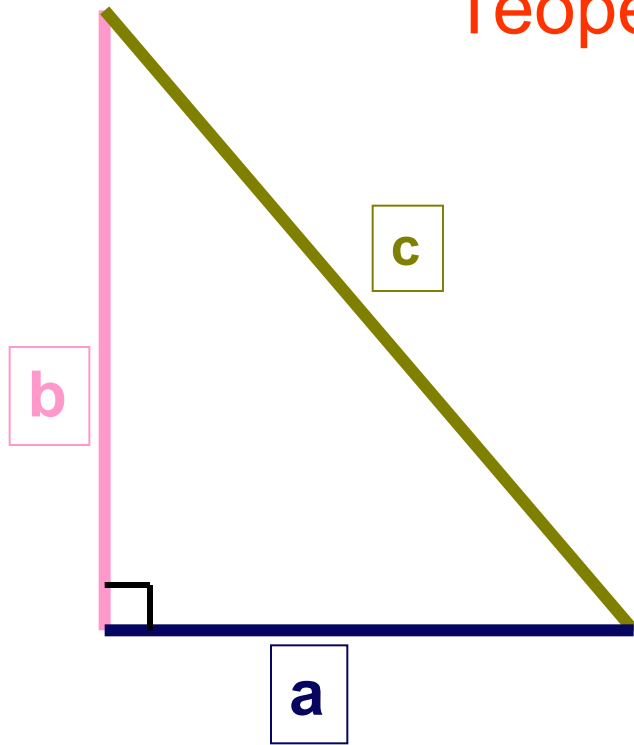


# Содержание

- Биография Пифагора
- Легенды о Пифагоре
- ↳ Формулировка теоремы
- ↳ Доказательства теоремы
- ↳ Значение теоремы Пифагора
  - Применение теоремы Пифагора
  - Вопросы гостям



# Теорема Пифагора в стихах



Если дан нам треугольник  
И притом с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдём:  
Катеты в квадрат возводим,  
Сумму степеней находим  
И таким простым путём  
К результату мы придём.

$$c^2 = a^2 + b^2$$





## Биография Пифагора

Пифагор Самосский (ок. 580 - ок. 500 до н. э.) древнегреческий математик и философ-идеалист. Родился на острове Самос. Получил хорошее образование. По преданию Пифагор, чтобы ознакомиться с мудростью восточных ученых, выехал в Египет и как будто прожил там 22 года. Хорошо овладев всеми науками египтян, в том числе и математикой, он переехал в Вавилон, где прожил 12 лет и ознакомился с научными знаниями вавилонских жрецов. Предания приписывают Пифагору посещение и Индии. Это очень вероятно, так как Иония и Индия тогда имели торговые связи. Возвратившись на родину (ок. 530 г. до н. э.), Пифагор попытался организовать свою философскую школу. Однако по неизвестным причинам он вскоре оставляет Самос и селится в Кротоне (греческая колония на севере Италии). Здесь Пифагору удалось организовать свою школу, которая действовала почти тридцать лет. Школа Пифагора, или, как ее еще называют, пифагорейский союз, была одновременно и философской школой, и политической партией, и религиозным братством.





*Около сорока лет учёный посвятил созданной им школе и, по одной из версий, в возрасте восьмидесяти лет Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания.*

*После его смерти ученики окружили имя своего учителя множеством легенд*

**Легенда о том, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву быка или, как рассказывают другие, сто быков, послужила поводом для юмора в рассказах писателей и в стихах поэтов. Так, например, немецкий писатель-романист А. Шамиссо, который в начале XIX в. участвовал в кругосветном путешествии на русском корабле "Рюрик", написал следующие стихи:**





## О теореме Пифагора

*Пребудет вечной истина, как скоро  
Ее познает слабый человек!  
И ныне теорема Пифагора  
Верна, как и в его далекий век.  
Обильно было жертвоприношенье  
Богам от Пифагора. Сто быков  
Он отдал на закланье и сожженье  
За света луч, пришедший с облаков.  
Поэтому всегда с тех самых пор,  
Чуть истина рождается на свет,  
Быки ревут, ее почуя, вслед.  
Они не в силах свету помешать.  
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать  
От страха, что вселил в них Пифагор.*



# Формулировка теоремы

Во времена Пифагора теорема звучала так:

« Доказать, что квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах»

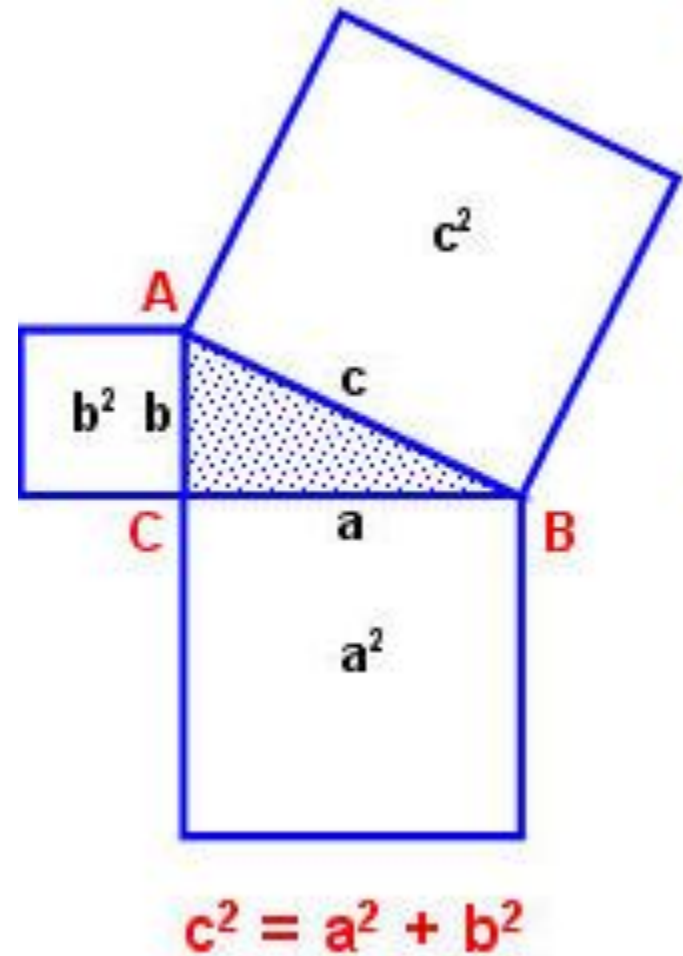
или

« Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».



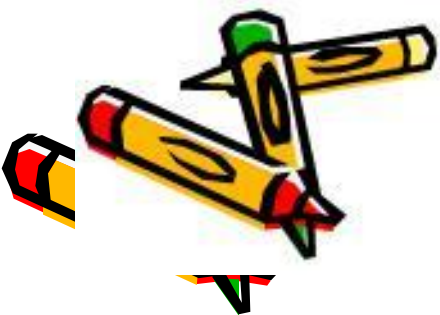


Во времена Пифагора теорема  
звучала по-другому: "Площадь  
квадрата, построенного на  
гипотенузе прямоугольного  
треугольника, равна сумме  
площадей квадратов,  
построенных на его катетах".  
Действительно,  $c^2$  – площадь  
квадрата, построенного на  
гипотенузе,  $a^2$  и  $b^2$  – площади  
квадратов, построенных на  
катетах.



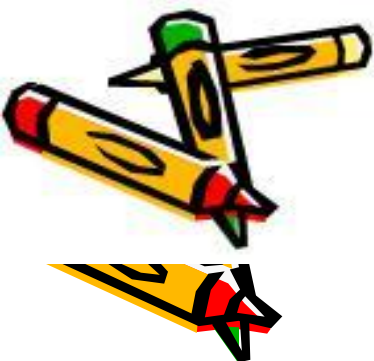
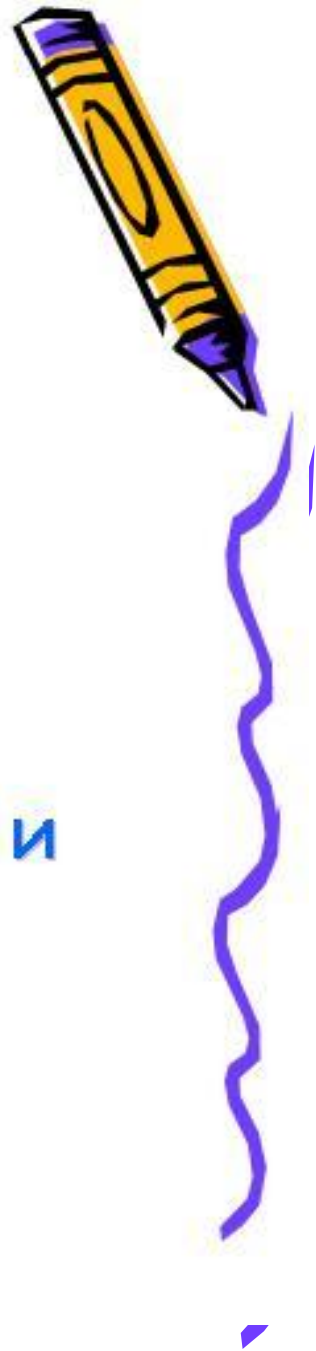
# Современная формулировка

« В прямоугольном треугольнике  
квадрат гипотенузы равен  
сумме квадратов катетов».



# Доказательства теоремы

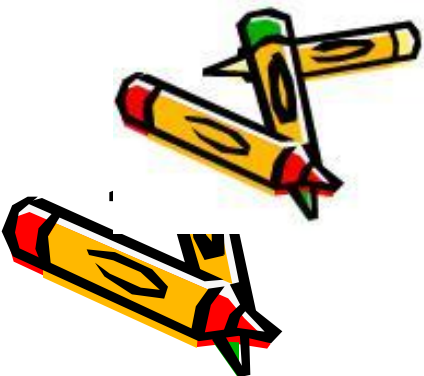
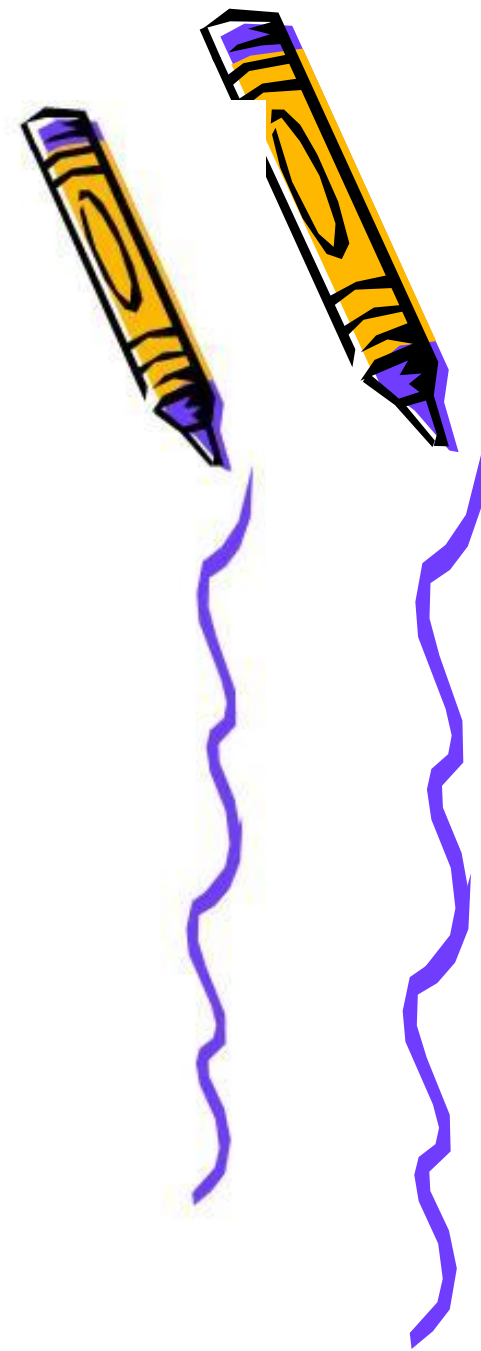
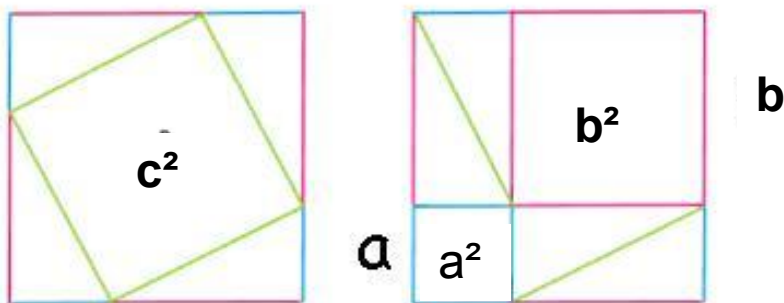
Существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.).

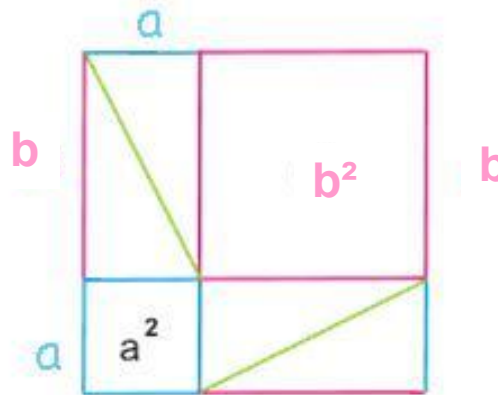
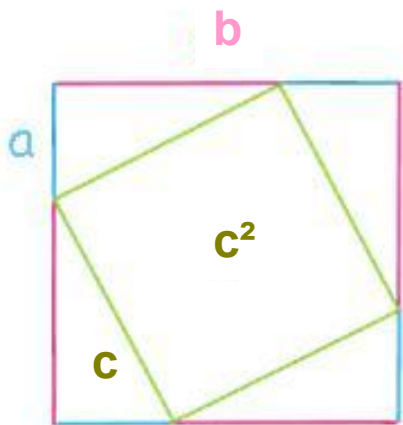


# I. Самое простое доказательство

Среди пифагорейцев был распространён способ доказательства теоремы “без слов”.

Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке. Сторона квадрата равна  $a + b$





В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной  $c$  и четыре прямоугольных треугольника с катетами  $a$  и  $b$

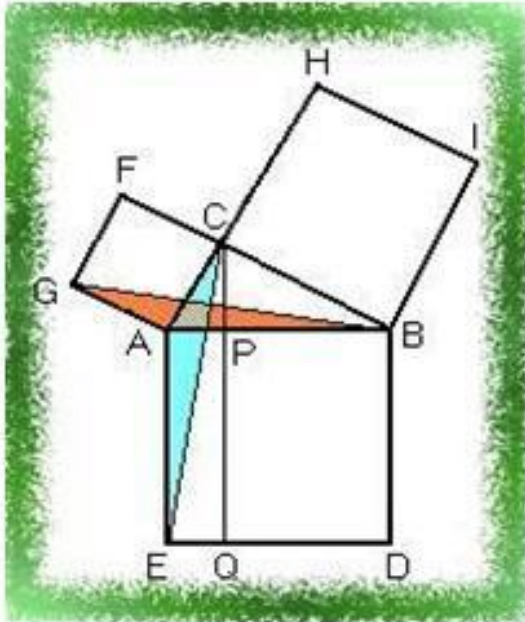
В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами  $a$  и  $b$  и четыре прямоугольных треугольника с катетами  $a$  и  $b$

Таким образом, получаем, что площадь квадрата со стороной  $c$  равна сумме площадей квадратов со сторонами  $a$  и  $b$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



# II. Доказательство Евклида



Дано:  
*ABC*-прямоугольный  
треугольник

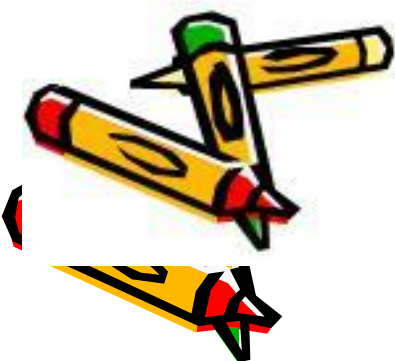
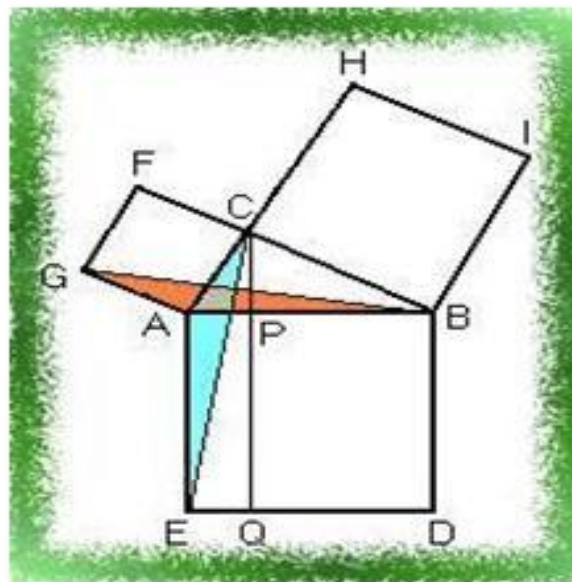
Доказать:

$$S_{ABDE} = S_{ACFG} + S_{BCHI}$$



## Доказательство:

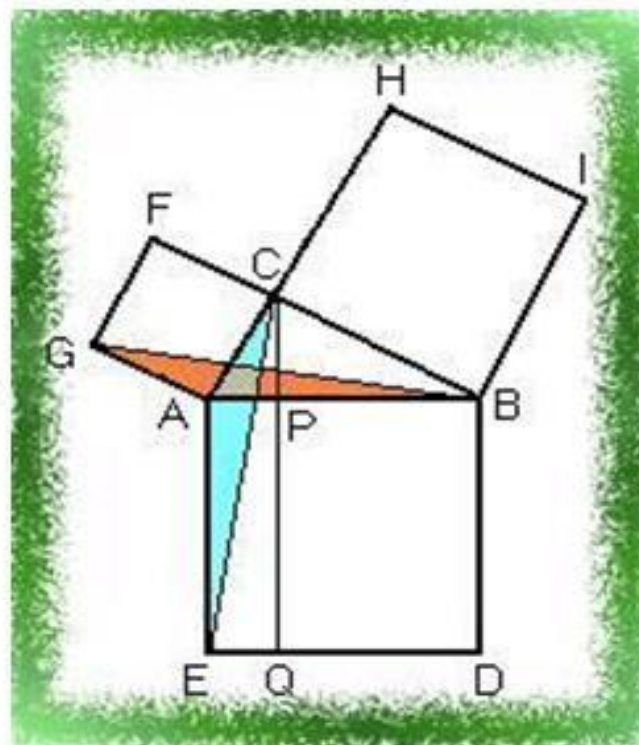
Пусть  $ABDE$  — квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника  $ABC$ , а  $ACFG$  и  $BCHI$  — квадраты, построенные на его катетах. Опустим из вершины  $C$  прямого угла перпендикуляр  $CP$  на гипотенузу и продолжим его до пересечения со стороной  $DE$  квадрата  $ABDE$  в точке  $Q$ , соединим точки  $C$  и  $E$ ,  $B$  и  $G$ .



Очевидно, что углы  $\angle CAE = \angle GAB (= A + 90^\circ)$ ; отсюда следует, что треугольники  $\triangle ACE$  и  $\triangle AGB$  (закрашенные на рисунке) равны между собой (по двум сторонам и углу, заключённому между ними). Сравним далее треугольник  $\triangle ACE$  и прямоугольник  $PQEA$ ; они имеют общее основание  $AE$  и высоту  $AP$ , опущенную на это основание, следовательно

$$S_{PQEA} = 2S_{ACE}$$

Точно так же квадрат  $FCAG$  и треугольник  $\triangle BGA$  имеют общее основание  $GA$  и высоту  $AC$ ; значит,

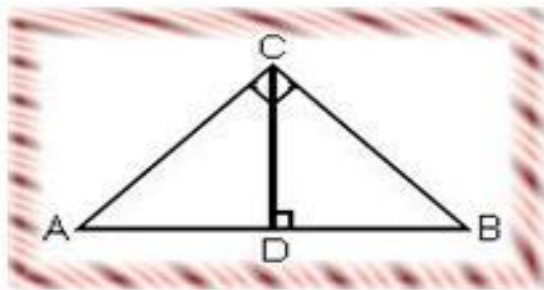
$$S_{FCAG} = 2S_{GAB}$$


Отсюда и из равенства треугольников  $\triangle ACE$  и  $\triangle BGA$  вытекает равновеликость прямоугольника  $QPBD$  и квадрата  $FCGA$ ; аналогично доказывается и равновеликость прямоугольника  $QPAE$  и квадрата  $CHIB$ . А отсюда, следует, что квадрат  $ABDE$  равновелик сумме квадратов  $ACFG$  и  $CHIB$ , т.е. теорема Пифагора.





# III. Алгебраическое доказательство



**Дано:**  $ABC$ -прямоугольный  
треугольник

**Доказать:**  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

**Доказательство:**

1) Проведем высоту  $CD$  из вершины прямого угла  $C$ .

2) По определению косинуса угла  
 $\cos A = AD/AC = AC/AB$ , отсюда следует  
 $AB \cdot AD = AC^2$ .

3) Аналогично  $\cos B = BD/BC = BC/AB$ , значит  
 $AB \cdot BD = BC^2$ .

4) Сложив полученные равенства почленно,  
получим:

$$AC^2 + BC^2 = AB \cdot (AD + DB)$$

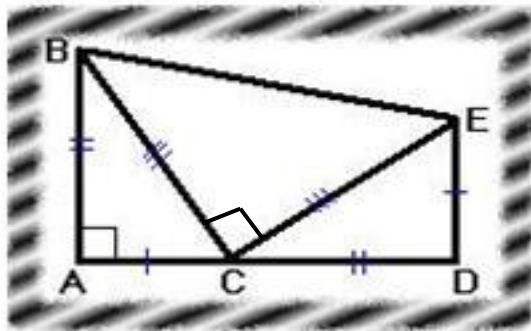
$$AB^2 = AC^2 + BC^2.$$

*Что и требовалось доказать.*



# IV. Геометрическое

## доказательство



Дано:  $ABC$ -прямоугольный треугольник

Доказать:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Доказательство:

1) Построим отрезок  $CD$  равный отрезку  $AB$  на продолжении катета  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Затем опустим перпендикуляр  $ED$  к отрезку  $AD$ , равный отрезку  $AC$ , соединим точки  $B$  и  $E$ .

2) Площадь фигуры  $ABED$  можно найти, если рассматривать её как сумму площадей трёх треугольников:

$$S_{ABED} = 2 \cdot AB \cdot AC / 2 + BC^2 / 2$$

3) Фигура  $ABED$  является трапецией, значит, её площадь равна:

$$S_{ABED} = (DE + AB) \cdot AD / 2.$$

4) Если приравнять левые части найденных выражений, то получим:

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (DE + AB)(CD + AC) / 2$$

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (AC + AB)^2 / 2$$

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = AC^2 / 2 + AB^2 / 2 + AB \cdot AC$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Это доказательство было опубликовано в 1882 году Гэрфилдом.

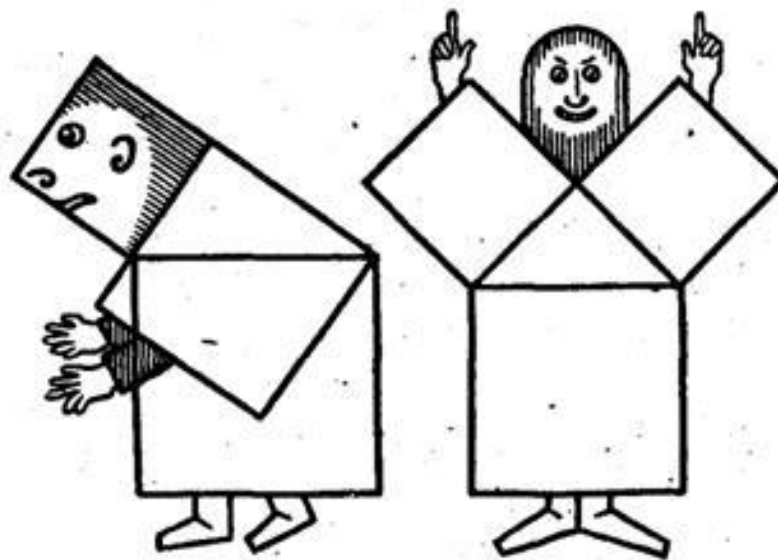


# Значение теоремы Пифагора

Теорема Пифагора- это одна из самых важных теорем геометрии. Значение её состоит в том, что из неё или с её помощью можно вывести большинство теорем геометрии.

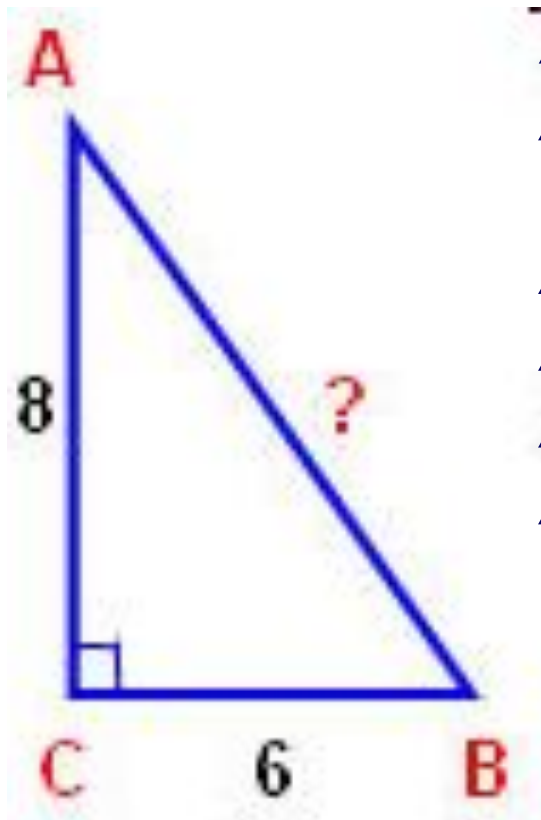


Доказательство теоремы Пифагора учащиеся средних веков считали очень трудным и называли его **Dons asinorum** - ослиный мост, или **elefuga** - бегство «убогих», так как некоторые «убогие» ученики, не имевшие серьезной математической подготовки, бежали от геометрии. Слабые ученики, заучившие теоремы наизусть, без понимания, и прозванные поэтому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста. Из-за чертежей, сопровождающих теорему Пифагора, учащиеся называли ее также «ветряной мельницей», составляли стихи, вроде «Пифагоровы штаны на все стороны равны», рисовали карикатуры.



Решим несколько задач по готовым чертежам.

Задача №1



*Решение*

$\Delta ABC$  – прямоугольный с гипотенузой  $AB$ ,

по теореме Пифагора:  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ,

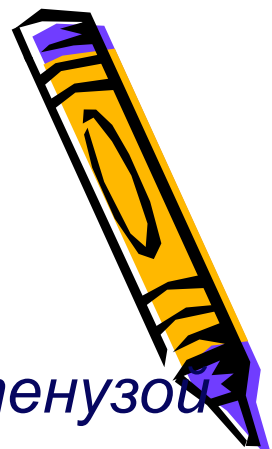
$$AB^2 = 8^2 + 6^2,$$

$$AB^2 = 64 + 36,$$

$$AB^2 = 100,$$

$$AB = 10.$$

*Ответ:  $AB = 10$*



## Задача №2

### Решение

Δ DCE – прямоугольный с гипотенузой DE  
по теореме Пифагора:  $DE^2 = DC^2 + CE^2$ ,

$$DC^2 = DE^2 - CE^2,$$

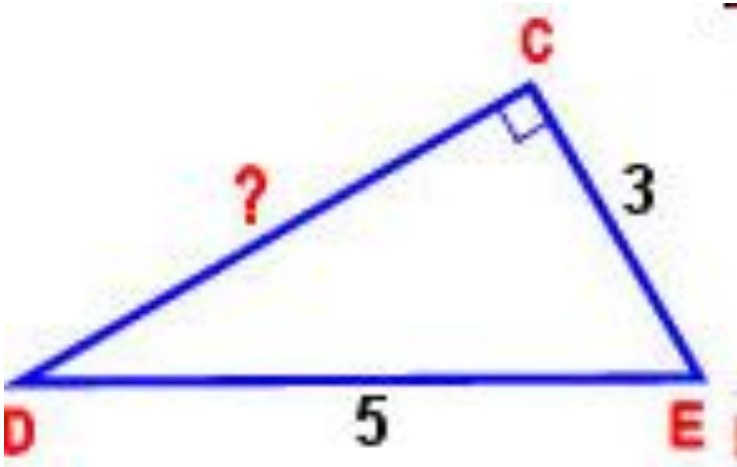
$$DC^2 = 5^2 - 3^2,$$

$$DC^2 = 25 - 9,$$

$$DC^2 = 16,$$

$$DC = 4.$$

О т в е т:  $DC = 4$



Получили прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5 ед. Это единственный прямоугольный треугольник, стороны которого равны трём последовательным натуральным числам. Его часто называют египетским треугольником, так как он был известен ещё древним египтянам. Они использовали этот треугольник в "правиле верёвки" для построения прямых углов при закладке зданий, храмов, алтарей... Об этом вы прочитаете дома.



### Задача №3

Высота, опущенная из вершины В  $\triangle ABC$ , делит сторону  $AC$  на отрезки, равные 16 см и 9 см.

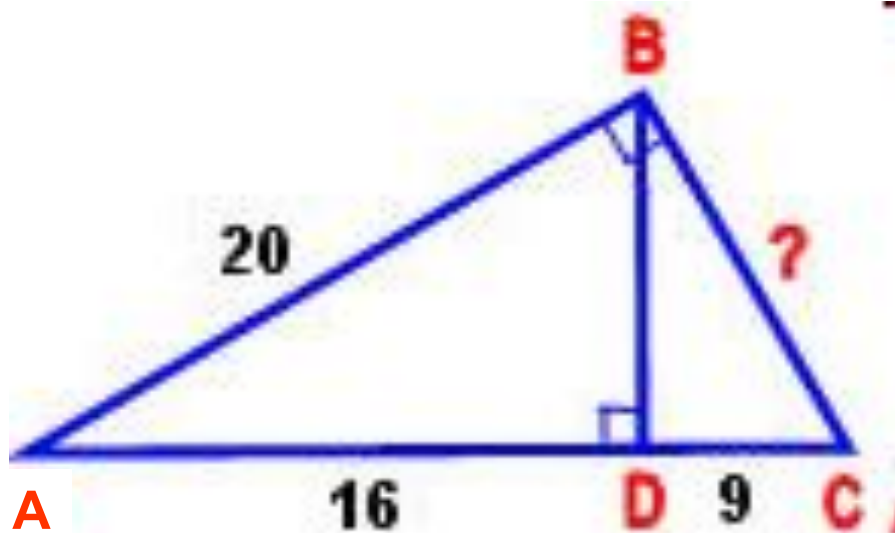
Найдите сторону  $BC$ , если сторона  $AB$  равна 20 см.

Дано:

$\triangle ABC$ ,  $BD$  – высота,

$AB = 20$  см,  $AD = 16$  см,  $DC = 9$  см.

Найти:  $BC$ .



## Решение

1) По условию задачи  $BD$  – высота, значит,  $\triangle ABD$  и  $\triangle CBD$  – прямоугольные.

2) По теореме Пифагора для  $\triangle ABD$ :  $AB^2 = AD^2 + BD^2$ , отсюда

$$BD^2 = AB^2 - AD^2,$$

$$BD^2 = 20^2 - 16^2,$$

$$BD^2 = 400 - 256,$$

$$BD^2 = 144,$$

$$BD = 12.$$

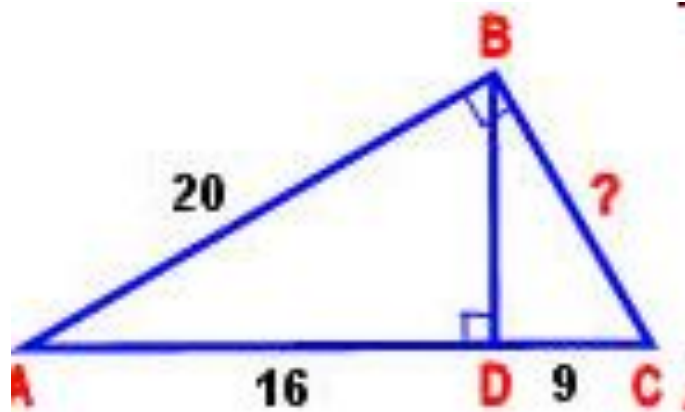
3) По теореме Пифагора для  $\triangle CBD$ :  $BC^2 = BD^2 + DC^2$ , отсюда

$$BC^2 = 12^2 + 9^2,$$

$$BC^2 = 144 + 81,$$

$$BC^2 = 225,$$

$$BC = 15.$$



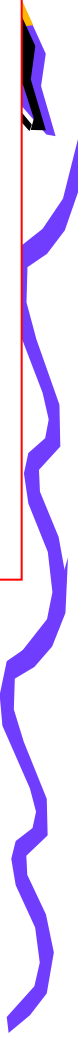
О т в е т: сторона BC равна 15 см.



## О теореме Пифагора

*Суть истины вся в том, что нам она – навечно,  
Когда хоть раз в прозрении её увидим свет,  
И теорема Пифагора через столько лет  
Для нас. Как для него, бесспорна, безупречна ...*

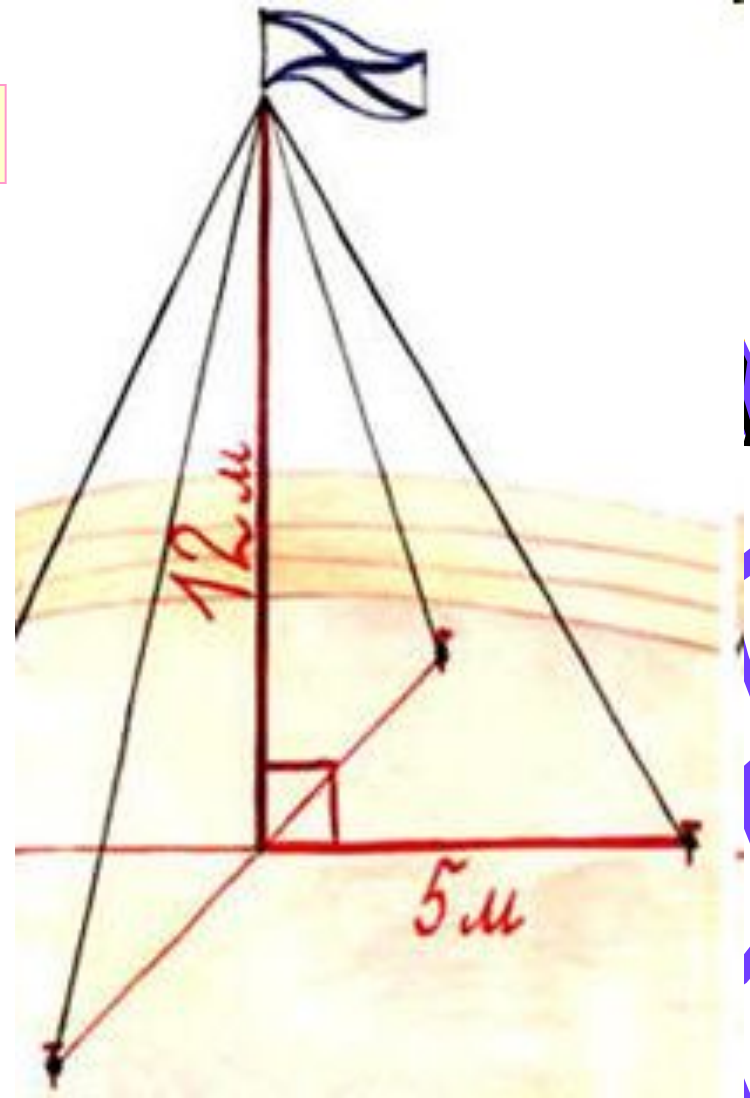
*(Отрывок из стихотворения А. Шамиссо)*



## Применение теоремы Пифагора

### Задача №4

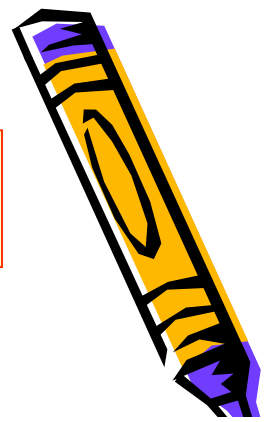
Для крепления мачты нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на земле на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 50 м троса для крепления мачты?



Ответ: 43,6 м

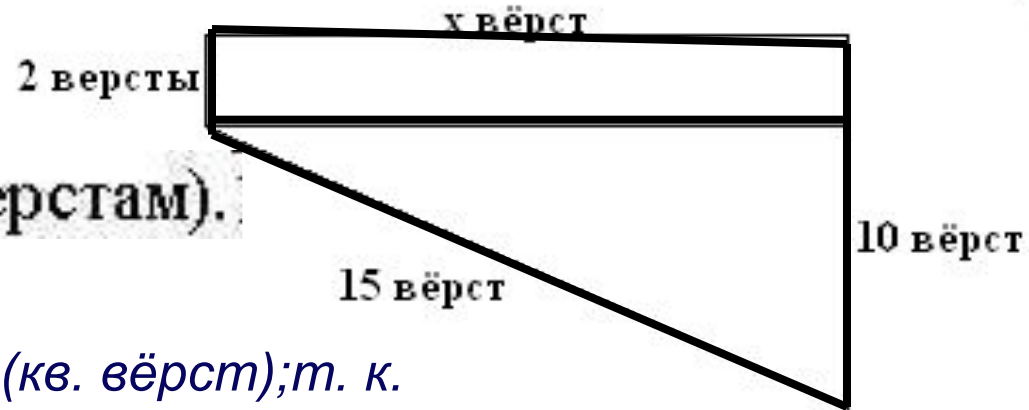


Решите задачу из рассказа Л.Толстого “Много ли человеку земли нужно” .



1. Неизвестный катет можно найти по теореме Пифагора:

$$X = \sqrt{15^2 - 8^2} = \sqrt{161} \approx 13 \text{ (верстам).}$$



2.  $S \text{ участка} = S (2 + 10) \times 13 = 78 \text{ (кв. вёрст)}$ ; т. к. получившейся четырёхугольник- трапеция

1 верста = (русская мера длины) = 1,0668 км,

78 кв. вёрст  $\approx$  78 кв. км  $\approx$  7800 га.



# Вопросы гостям



Спасибо за внимание  
До новых встреч

