Урок-конференция
на тему:

«Теорема Пифагора»

Пребудет вечной истина, как скоро
Ее познает слабый человек!
И ныне терема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.

«**Пифагор**» значит “**убеждающий речью**”.

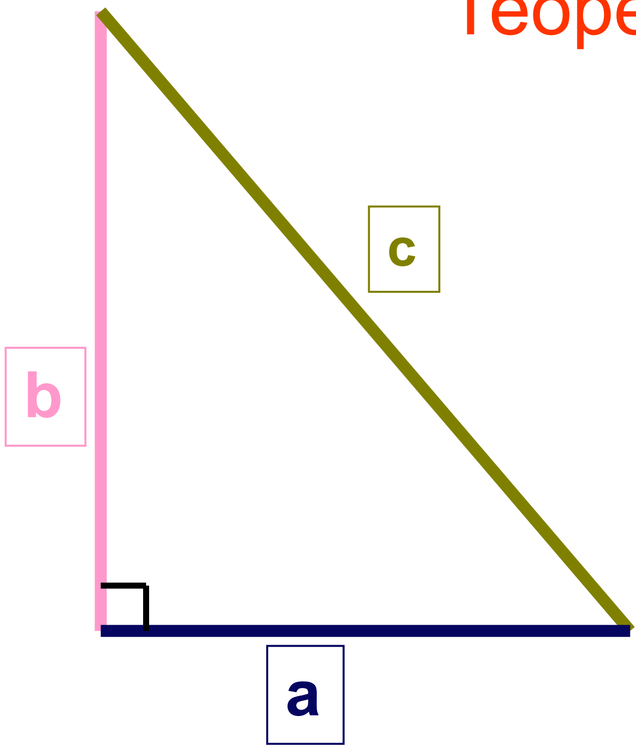
Выполнила учитель математики Севостьянова Т. В.
МБОУ СОШ№72 имени Ю. В. Лукьянчикова город Воронеж

Цели урока.

- Воспитание устойчивого интереса к изучению предмета геометрии, понимания роли геометрии в решении практических задач, возникающих в окружающем нас мире.
- Воспитание у учащихся общеучебных умений и навыков: работы с дополнительной литературой по математике; поиска, выбора и анализа нужной информации по заданной теме и составления исчерпывающего сообщения в краткой форме; оформления наглядности и защиты своего выступления.
- Расширение познания учащихся о жизни великого математика Пифагора, о знаменитой теореме Пифагора и её различных способах доказательства.
- Рассмотрение решения разных практических задач на применение теоремы Пифагора.

Содержание

Теорема Пифагора в стихах



Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим
И таким простым путём
К результату мы придём.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

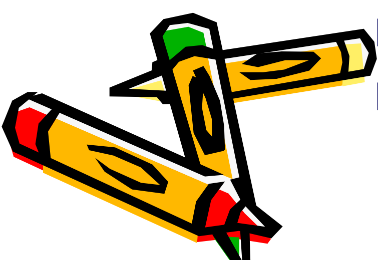
Биография Пифагора

Пифагор Самосский (ок. 580 - ок. 500 до н. э.) древнегреческий математик и философ-идеалист. Родился на острове Самос. Получил хорошее образование. По преданию Пифагор, чтобы ознакомиться с мудростью восточных ученых, выехал в Египет и как будто прожил там 22 года. Хорошо овладев всеми науками египтян, в том числе и математикой, он переехал в Вавилон, где прожил 12 лет и ознакомился с научными знаниями вавилонских жрецов. Предания приписывают Пифагору посещение и Индии. Это очень вероятно, так как Иония и Индия тогда имели торговые связи. Возвратившись на родину (ок. 530 г. до н. э.), Пифагор попытался организовать свою философскую школу. Однако по неизвестным причинам он вскоре оставляет Самос и селится в Кротоне (греческая колония на севере Италии). Здесь Пифагору удалось организовать свою школу, которая действовала почти тридцать лет. Школа Пифагора, или, как ее еще называют, пифагорейский союз, была одновременно и философской школой, и политической партией, и религиозным братством.

Около сорока лет учёный посвятил созданной им школе и, по одной из версий, в возрасте восьмидесяти лет Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания.

После его смерти ученики окружили имя своего учителя множеством легенд

Легенда о том, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву быка или, как рассказывают другие, сто быков, послужила поводом для юмора в рассказах писателей и в стихах поэтов. Так, например, немецкий писатель-романист А. Шамиссо, который в начале XIX в. участвовал в кругосветном путешествии на русском корабле "Рюрик", написал следующие стихи:



О теореме Пифагора

Пребудет вечной истина, как скоро
Ее познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.
Обильно было жертвоприношенье
Богам от Пифагора. Сто быков
Он отдал на закланье и сожженье
За света луч, пришедший с облаков.
Поэтому всегда с тех самых пор,
Чуть истина рождается на свет,
Быки ревут, ее почуя, вслед.
Они не в силах свету помешать.
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать
От страха, что вселил в них Пифагор.

Формулировка теоремы

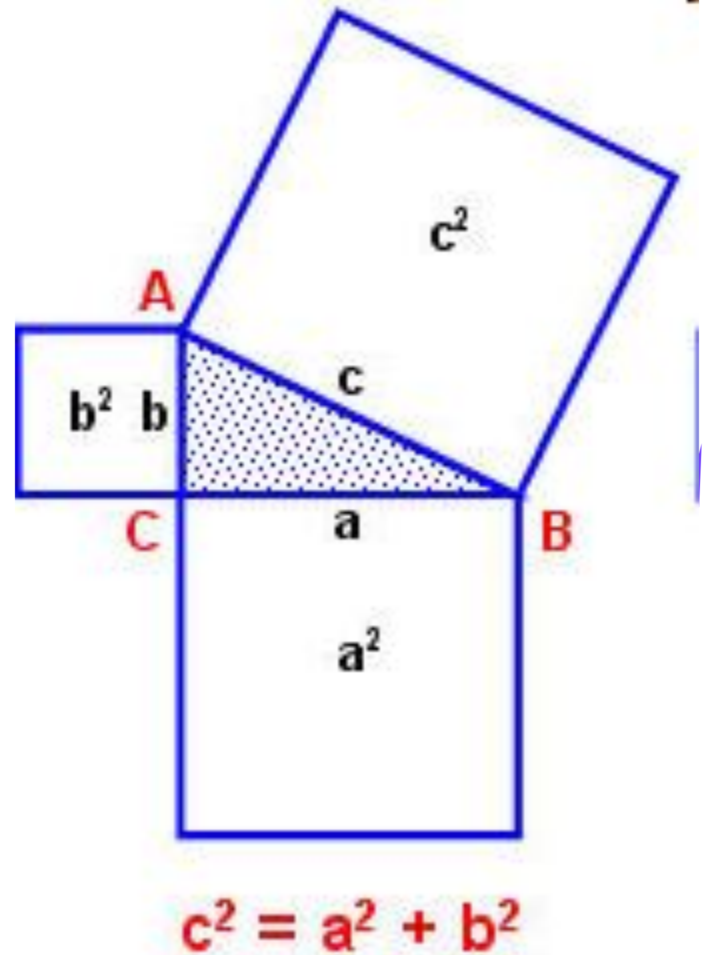
Во времена Пифагора теорема звучала так:

- « Доказать, что квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах»

или

- « Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».

Во времена Пифагора теорема звучала по-другому: "Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах". Действительно, c^2 – площадь квадрата, построенного на гипотенузе, a^2 и b^2 – площади квадратов, построенных на катетах.



Современная формулировка

« В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».

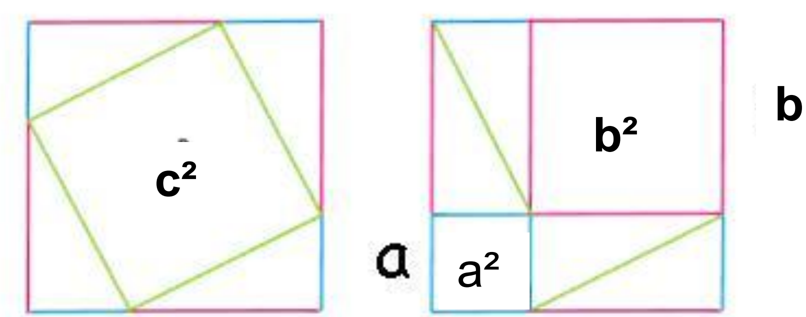
Доказательства теоремы

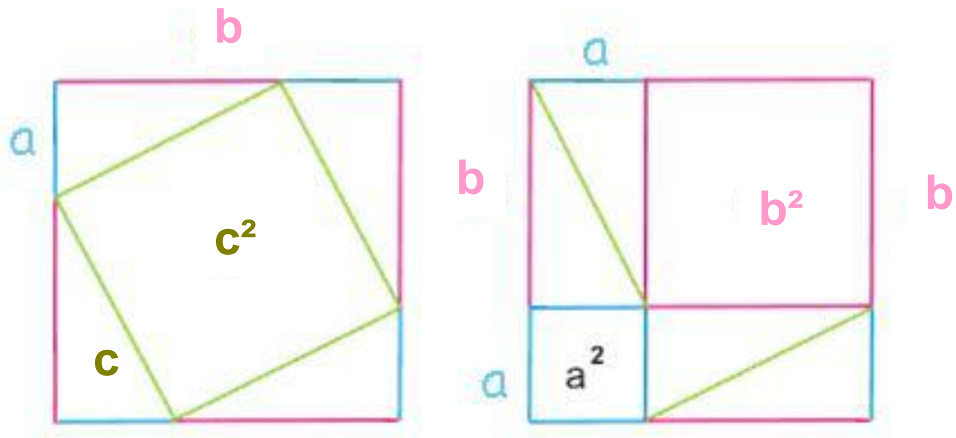
Существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.).

I. Самое простое доказательство

Среди пифагорейцев был распространён способ доказательства теоремы “без слов”.

Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке.
Сторона квадрата равна $a + b$





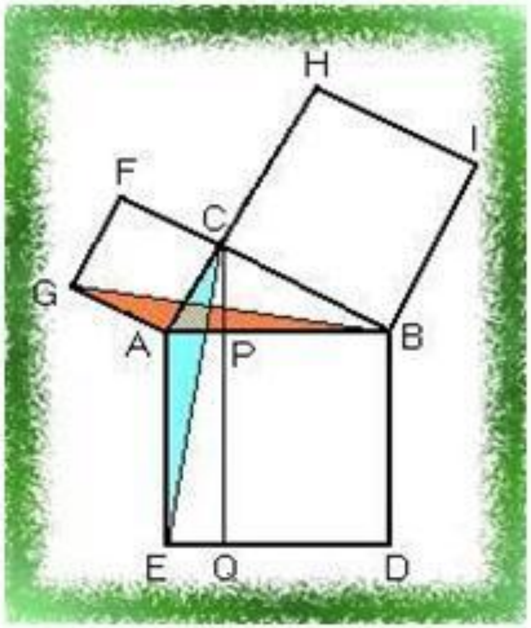
В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной c и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b

В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами a и b и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b

Таким образом, получаем, что площадь квадрата со стороной c равна сумме площадей квадратов со сторонами a и b

$$c^2 = a^2 + b^2$$

II. Доказательство Евклида



Дано:

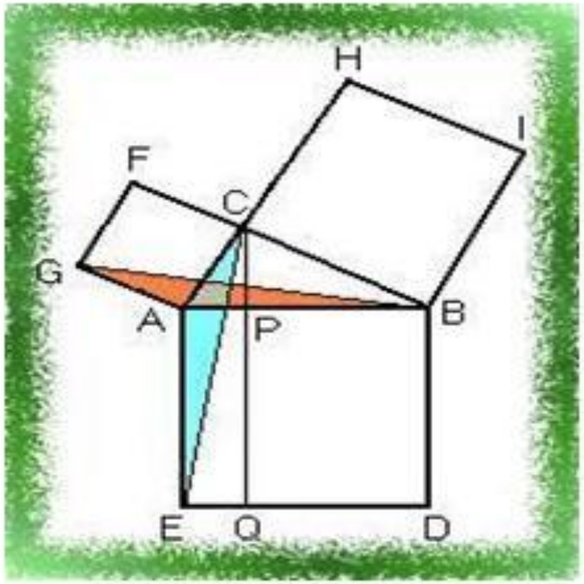
ABC-прямоугольный треугольник

Доказать:

$S_{ABDE}=S_{ACFG}+S_{BCHI}$

Доказательство:

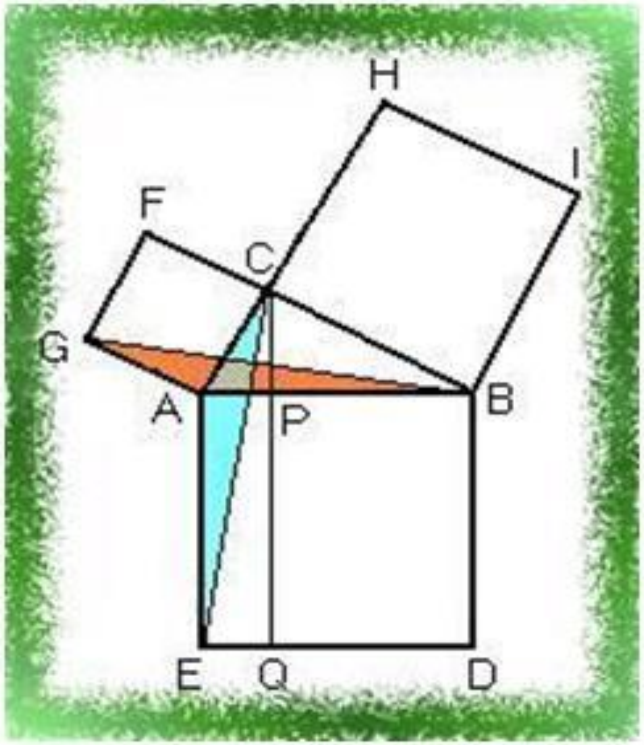
Пусть *ABDE*-квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника *ABC*, а *ACFG* и *BCHI*-квадраты, построенные на его катетах. Опустим из вершины *C* прямого угла перпендикуляр *CP* на гипотенузу и продолжим его до пересечения со стороной *DE* квадрата *ABDE* в точке *Q*; соединим точки *C* и *E*, *B* и *G*.



Очевидно, что углы ***CAE=GAB(=A+90°)***; отсюда следует, что треугольники ***ACE*** и ***AGB***(закрашенные на рисунке) равны между собой (по двум сторонам и углу, заключённому между ними). Сравним далее треугольник ***ACE*** и прямоугольник ***PQEA***; они имеют общее основание ***AE*** и высоту ***AP***, опущенную на это основание, следовательно

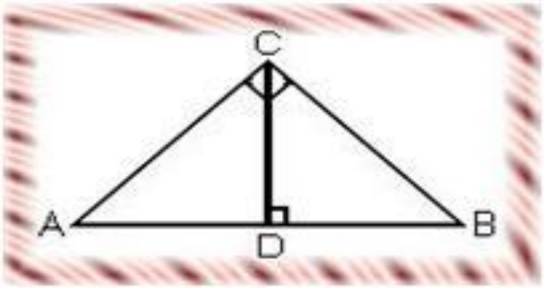
$S_{PQEA}=2S_{ACE}$

Точно так же квадрат FCAG и треугольник BAG имеют общее основание GA и высоту AC; значит, $S_{FCAG}=2S_{GAB}$



Отсюда и из равенства треугольников ACE и GBA вытекает равновеликость прямоугольника QPBD и квадрата CFGA; аналогично доказывается и равновеликость прямоугольника QPAE и квадрата CHIB. А отсюда, следует, что квадрат ABDE равновелик сумме квадратов ACFG и BCHI, т.е. теорема Пифагора.

III. Алгебраическое доказательство



Дано: *ABC*-прямоугольный треугольник

Доказать: $AB^2=AC^2+BC^2$

Доказательство:

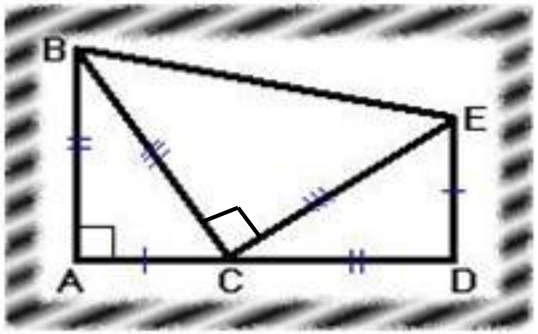
1) Проведем высоту **CD** из вершины прямого угла **C**.
2) По определению косинуса угла **cosA=AD/AC=AC/AB**, отсюда следует **$AB*AD=AC^2$.**
3) Аналогично **cosB=BD/BC=BC/AB**, значит **$AB*BD=BC^2$.**
4) Сложив полученные равенства почленно, получим:

$$AC^2+BC^2=AB*(AD+DB)$$

$$AB^2=AC^2+BC^2.$$

Что и требовалось доказать.

IV. Геометрическое доказательство



Дано: ABC-прямоугольный треугольник
Доказать: $BC^2=AB^2+AC^2$

Доказательство:

1) Построим отрезок CD равный отрезку AB на продолжении катета AC прямоугольного треугольника ABC. Затем опустим перпендикуляр ED к отрезку AD, равный отрезку AC, соединим точки B и E.
2) Площадь фигуры $ABED$ можно найти, если рассматривать её как сумму площадей трёх треугольников:

$$S_{ABED}=2*AB*AC/2+BC^2/2$$

3) Фигура $ABED$ является трапецией, значит, её площадь равна:

$$S_{ABED}= (DE+AB)*AD/2.$$

4) Если приравнять левые части найденных выражений, то получим:

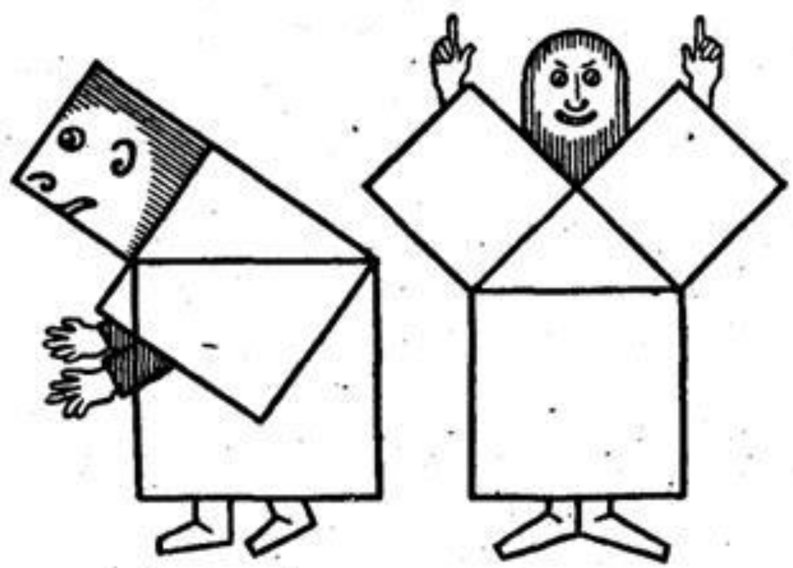
$AB*AC+BC^2/2=(DE+AB)(CD+AC)/2$
$AB*AC+BC^2/2= (AC+AB)^2/2$
$AB*AC+BC^2/2= AC^2/2+AB^2/2+AB*AC$
$BC^2=AB^2+AC^2$.

Это доказательство было опубликовано в 1882 году Гэрфилдом.

Значение теоремы Пифагора

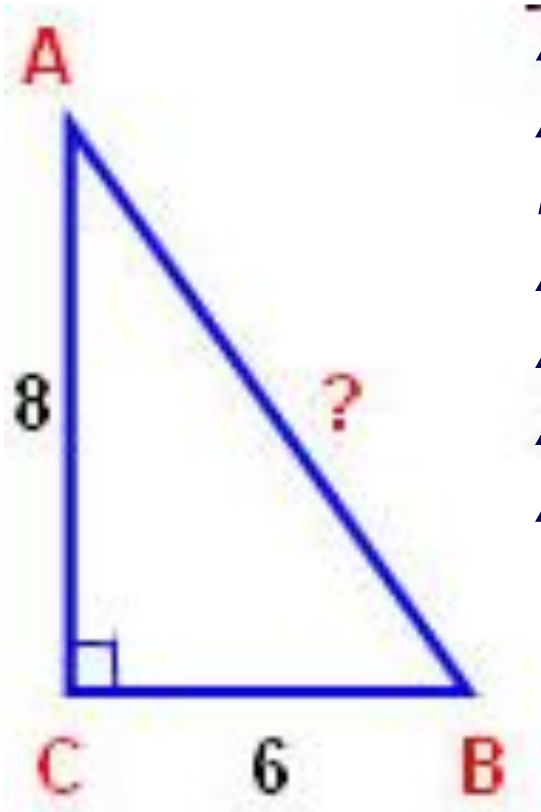
Теорема Пифагора- это одна из самых важных теорем геометрии. Значение её состоит в том, что из неё или с её помощью можно вывести большинство теорем геометрии.

Доказательство теоремы Пифагора учащиеся средних веков считали очень трудным и называли его Dons asinorum - ослиный мост, или elefuga - бегство «убогих», так как некоторые «убогие» ученики, не имевшие серьезной математической подготовки, бежали от геометрии. Слабые ученики, заучившие теоремы наизусть, без понимания, и прозванные поэтому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста. Из-за чертежей, сопровождающих теорему Пифагора, учащиеся называли ее также «ветряной мельницей», составляли стихи, вроде «Пифагоровы штаны на все стороны равны», рисовали карикатуры.



Решим несколько задач по готовым чертежам.

З а д а ч а №1



Р е ш е н и е

Δ ABC – прямоугольный с гипотенузой AB,

по теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$AB^2 = 8^2 + 6^2$,

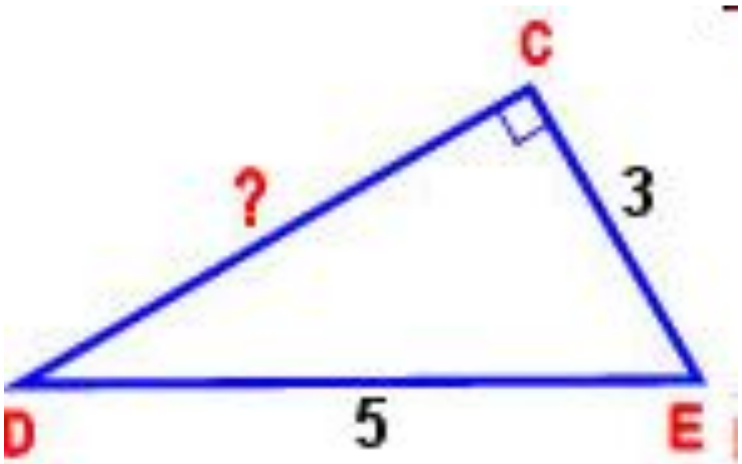
$AB^2 = 64 + 36$,

$AB^2 = 100$,

$AB = 10$.

О т в е т: $AB = 10$

З а д а ч а №2



Р е ш е н и е

Δ DCE – прямоугольный с гипотенузой DE
по теореме Пифагора: $DE^2 = DC^2 + CE^2$,
$DC^2 = DE^2 - CE^2$,
$DC^2 = 5^2 - 3^2$,
$DC^2 = 25 - 9$,
$DC^2 = 16$,
$DC = 4$.
О т в е т: $DC = 4$

Получили прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5 ед. Это единственный прямоугольный треугольник, стороны которого равны трём последовательным натуральным числам. Его часто называют египетским треугольником, так как он был известен ещё древним египтянам. Они использовали этот треугольник в "правиле верёвки" для построения прямых углов при закладке зданий, храмов, алтарей… Об этом вы прочитаете дома.

З а д а ч а №3

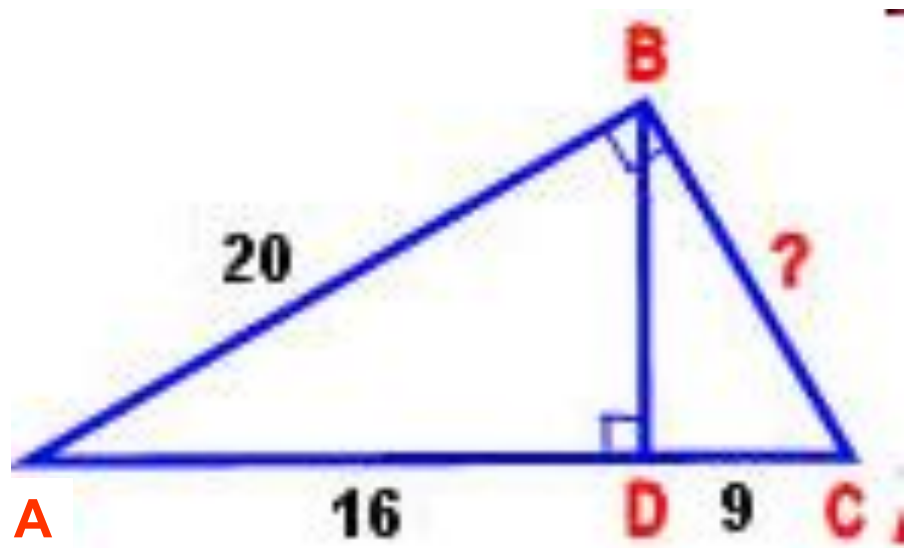
Высота, опущенная из вершины В Δ АВС, делит сторону АС на отрезки, равные 16 см и 9 см. Найдите сторону ВС, если сторона АВ равна 20 см.

Д а н о:

Δ АВС, BD – высота,

АВ = 20 см, AD = 16 см, DC = 9 см.

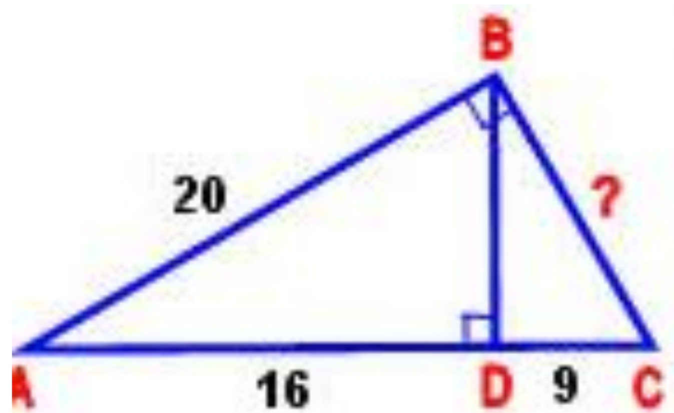
Н а й т и: ВС.



Р е ш е н и е

1) *По условию задачи BD – высота, значит, Δ ABD и Δ CBD – прямоугольные.*

2) *По теореме Пифагора для Δ ABD:* $AB^2 = AD^2 + BD^2$, *отсюда*



$BD^2 = AB^2 – AD^2$,

$BD^2 = 20^2 – 16^2$,

$BD^2 = 400 – 256$,

$BD^2 = 144$,

$BD = 12$.

3) *По теореме Пифагора для Δ CBD:* $BC^2 = BD^2 + DC^2$, *отсюда*

$BC^2 = 12^2 + 9^2$,

$BC^2 = 144 + 81$,

$BC^2 = 225$,

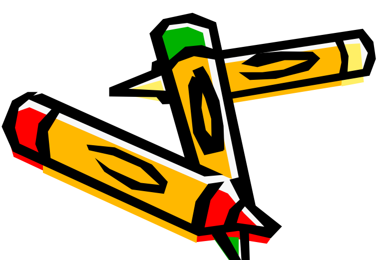
$BC = 15$.

О т в е т: сторона ВС равна 15 см.

О теореме Пифагора

Суть истины вся в том, что нам она – навечно,
Когда хоть раз в прозрении её увидим свет,
И теорема Пифагора через столько лет
Для нас. Как для него, бесспорна, безупречна …

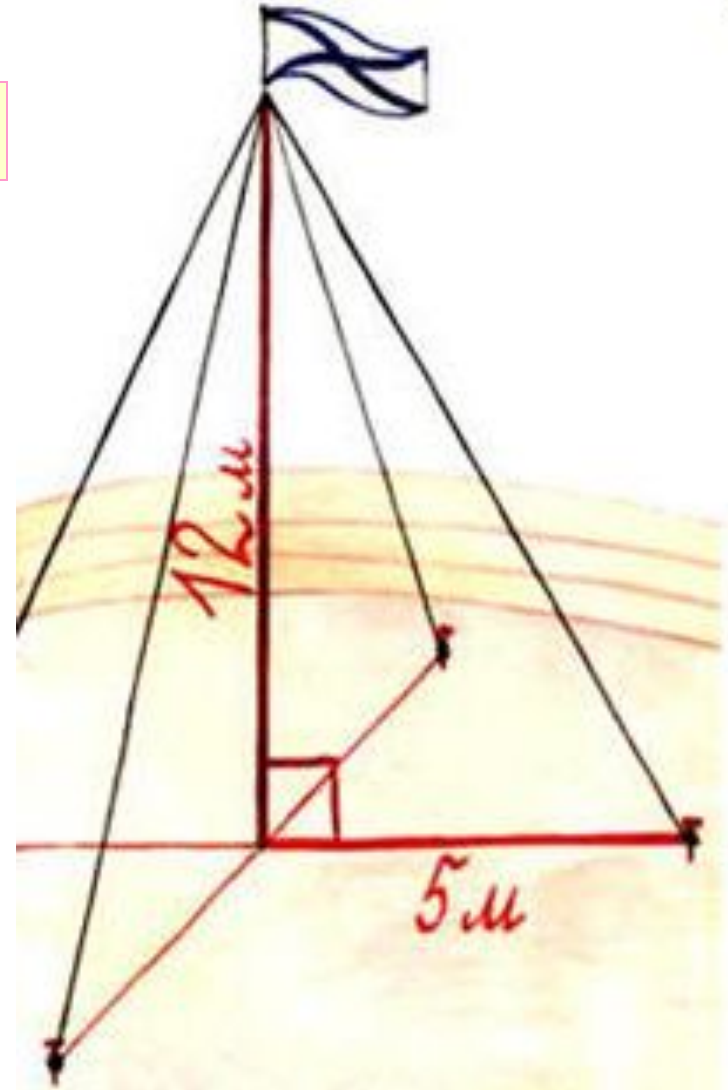
(Отрывок из стихотворения А. Шамиссо)



Применение теоремы Пифагора

З а д а ч а №4

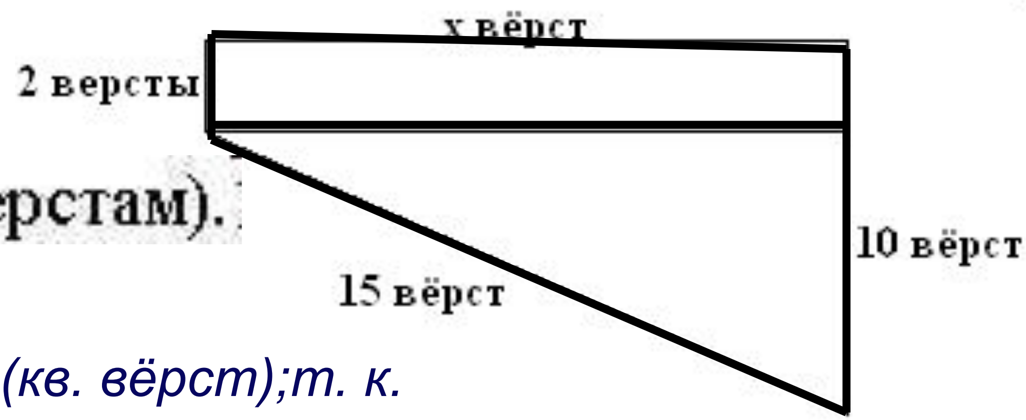
Для крепления мачты нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на земле на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 50 м троса для крепления мачты?



Ответ: 43,6 м

Решите задачу из рассказа Л.Толстого “Много ли человеку земли нужно” .

1. Неизвестный катет можно найти по теореме Пифагора:



$$X = \sqrt{15^2 - 8^2} = \sqrt{161} \approx 13 \text{ (верстам).}$$

2. *S участка = S (2 + 10) x 13 = 78 (кв. вёрст);т. к. получившейся четырёхугольник- трапеция*

1 верста = (русская мера длины) = 1,0668 км,

78 кв. вёрст ≈ 78 кв. км ≈ 7800 га.

Вопросы гостям

Спасибо за внимание

До новых встреч