

Синус, косинус и тангенс угла



Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$



Теперь решите следующий пример:

Пусть в прямоугольном треугольнике ABC

$$AB = 6,$$

$$BC = 3,$$

$$\text{угол } A = 30^{\circ}$$

Выясним чему равен синус угла A и косинус угла B.



Вариант 1 находит значение синуса угла A, вариант 2 находит косинус угла B.

Тест

1. Синус угла А равен:

а) $\frac{4}{5}$, б) $\frac{3}{5}$, в) $\frac{4}{3}$

2. Тангенс угла А равен:

а) $\frac{4}{3}$, б) $\frac{3}{5}$, в) $\frac{3}{4}$

3. Косинус 60° равен:

а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\frac{1}{2}$, в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Если $\sin A = \frac{5}{9}$, то $\cos A$ равен:

а) $\frac{9}{5}$, б) $\frac{56}{81}$, в) $\frac{2\sqrt{14}}{9}$

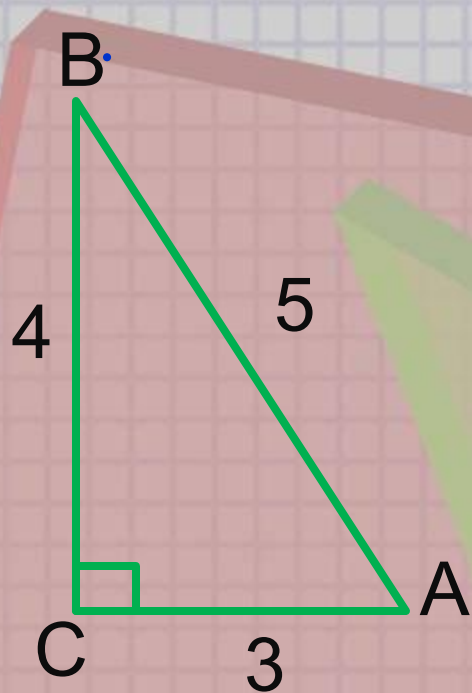
5. Если $\cos A = \frac{1}{3}$, то $\sin A$ равен:

а) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, б) 8, в) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

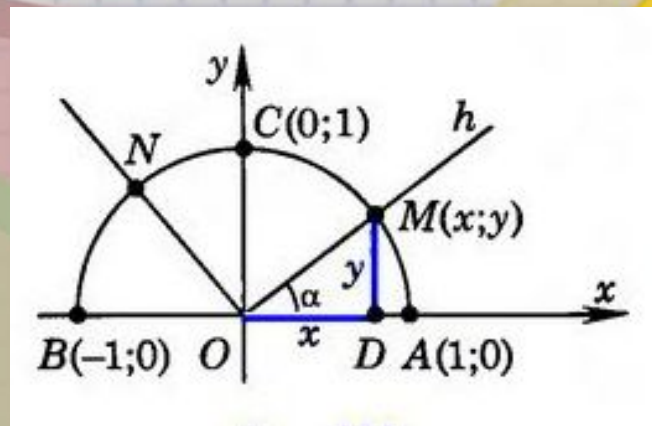
6. Упростите выражение:

$\sin 30^{\circ} \cdot \cos 45^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 60^{\circ}$.

а) $\frac{\sqrt{6}}{4}$, б) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$, в) $\frac{\sqrt{2}}{4}$



Полукружность называется единичной, если ее центр находится в начале координат, а радиус равен 1.



Запишите:

Если угол α острый, то из прямоугольного треугольника

$$\text{DOM имеем, } \sin \alpha = \frac{MD}{OM}, \text{ а } \cos \alpha = \frac{OD}{OM}.$$

Но $OM = 1$, $MD = y$, $OD = x$, поэтому $\sin \alpha = y$, $\cos \alpha = x$.
(1)

$$\text{Т.к } \operatorname{tg} = \frac{y}{x}, \text{ то } \operatorname{tg} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Т.к. $0 \leq y \leq 1$,
- $-1 \leq x \leq 1$, то для
любого α из
промежутка
 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$
 $0 \leq \sin \alpha \leq 1$,
- $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.

$$\begin{aligned} \sin 0^\circ &= 0, \sin 90^\circ = 1, \\ \sin 180^\circ &= 0, \\ \cos 0^\circ &= 1, \cos 90^\circ = 0, \\ \cos 180^\circ &= -1 \end{aligned}$$

(2)

Т.к. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, то при
 $\alpha = 90^\circ$ тангенс α не
определён.
 $\operatorname{tg} 0^\circ = 0, \operatorname{tg} 180^\circ = 0$

Тригонометрическая таблица значений синуса, косинуса и тангенса.



| градусы | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° | 150° | 180° | 270° | 360° |
|---------|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------|------------------|---------------|
| радианы | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
| Sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 |
| Cos x | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1 | 0 | 1 |
| tg x | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | - | $-\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 | - | 0 |

Основное тригонометрическое тождество

Для любого угла α из промежутка $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ верно



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ - основное тригонометрическое тождество.



Знаки синуса:

т.к. $\sin \alpha = \frac{y}{R}$,

I, II ч - $\sin \alpha > 0$, III
IV ч - $\sin \alpha < 0$

Знаки косинуса:

Так как $\cos \alpha = \frac{x}{R}$,

I, IV ч - $\cos \alpha > 0$,
II, III ч - $\cos \alpha < 0$

Знаки тангенса:

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$,

I, III ч - $\operatorname{tg} \alpha > 0$,
II, IV ч - $\operatorname{tg} \alpha < 0$

Знаки тригонометрических функций синус, косинус, тангенс и котангенс по четвертям в тригонометрическом круге.

| Функция / четверть | I | II | III | IV |
|----------------------------|---|----|-----|----|
| $\sin \alpha$ | + | + | - | - |
| $\cos \alpha$ | + | - | - | + |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | + | - | + | - |

Кроме основного тригонометрического тождества справедливы также следующие тождества, которые являются формулами приведения.



Формулы приведения.

$$\sin (90^{\circ} - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha \quad (5) \quad \text{при } 0^{\circ} \leq \alpha \leq 90$$

$$\sin (180^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (180^{\circ} - \alpha) = -\cos \alpha \quad (6) \quad \text{при } 0^{\circ} \leq \alpha \leq 180 .$$

Формулы для вычисления координат точки.

$\sin \alpha = y, \cos \alpha = \frac{x}{r}$ \longrightarrow
 $M(\cos \alpha; \sin \alpha), OM (\cos \alpha; \sin \alpha), OA (x; y).$

По лемме о коллинеарных векторах

\longrightarrow \longrightarrow

$OA = OA \cdot OM$, поэтому

$x = OA \cdot \cos \alpha,$

$y = OA \cdot \sin \alpha. (7)$

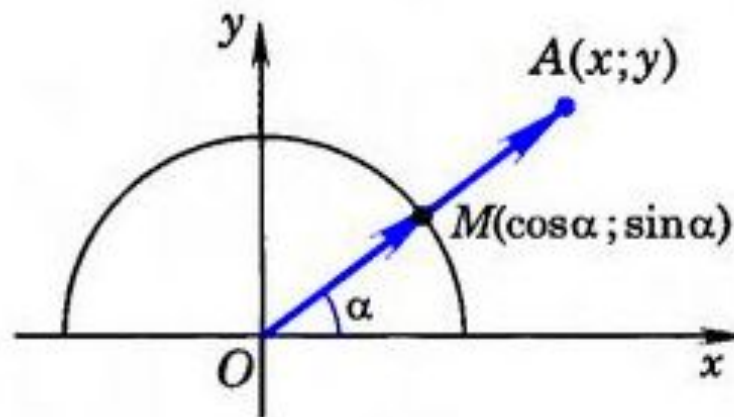


Рис. 291

Подведение итогов урока

-Что называется синусом угла?

* синус острого угла α равен ординате y точки.

-Что называется косинусом угла?

* косинус острого угла α равен абсциссе x точки.

-Что такое тангенс угла?

* тангенс - это отношение синуса угла α к косинусу угла α , отношение ординаты точки к абсциссе.

-Какое основное тригонометрическое тождество вы знаете?

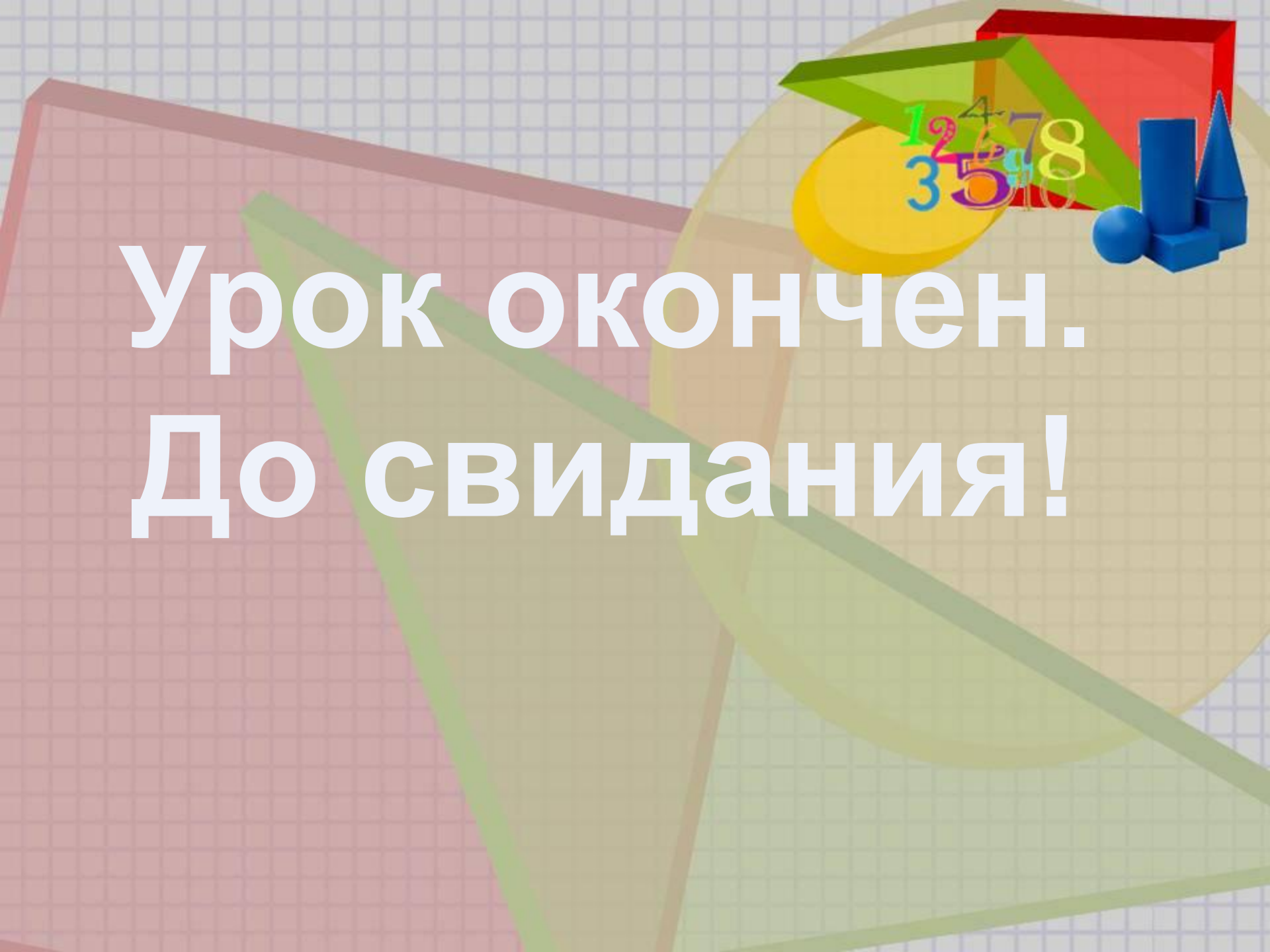
* $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ является основным тригонометрическим тождеством.

-Какие есть формулы для вычисления координат точки?

* $x = OA \cdot \cos \alpha$, $y = OA \cdot \sin \alpha$.

-А как определить знаки синуса или косинуса?

* нужно определить, в какой четверти лежит точка с заданными координатами, или данный угол α .

The background features a light blue grid. In the upper right, there are several 3D objects: a red rectangular prism, a green rectangular prism, a yellow sphere, and a cluster of blue geometric shapes including a cylinder, a cone, and a sphere. In the center, the numbers 1 through 8 are arranged in a circular pattern, each in a different color (1: green, 2: pink, 3: blue, 4: purple, 5: orange, 6: yellow, 7: light blue, 8: light green).

**Урок окончен.
До свидания!**