

Тақырыбы:

*Геометриялық  
есептер - 2010*

**Стереометрия**

**1.25.** Конустың көлемі  $375\text{см}^3$  .Конустың биіктігі 5 см. Конустың төбесінен 2 см қашықтықтан өтетін және де оның табанына параллель жазықтық қияды. Пайда болған қиық конустың көлемін табыңыз.

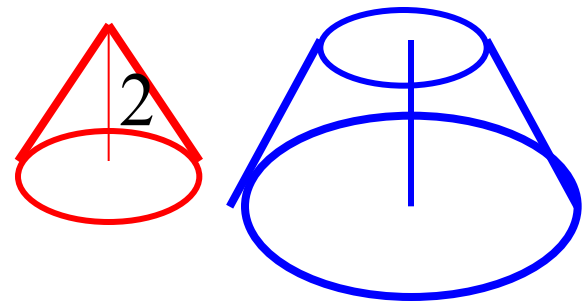
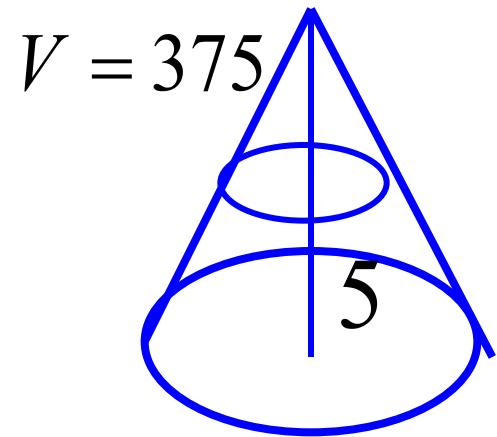
$$V_{\text{қ.к}} = V - V_1$$

$$\frac{2}{5} = k$$

$$\frac{V_1}{V} = k^3 \Rightarrow V_1 = 375 \cdot \frac{8}{125} = 24$$

$$V_1 = 24$$

$$V_{\text{қ.к}} = 375 - 24 = 351$$

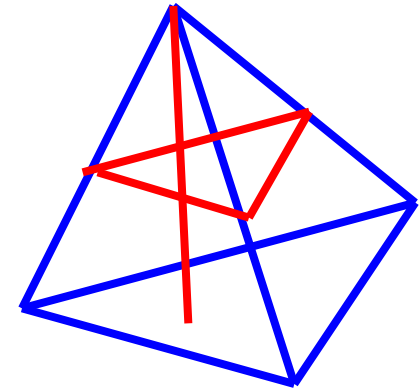


**2.24.** Пирамиданың табанына параллель жазықтық қимасы биіктігін 1:1 қатынасындай етіп бөледі. Қима ауданы  $2\text{ м}^2$  болса, табан ауданы неге тең?

$$\frac{h}{H} = k = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_k}{S_{\text{таб}}} = k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$S_{\text{таб}} = S_k \cdot 4 = 8$$

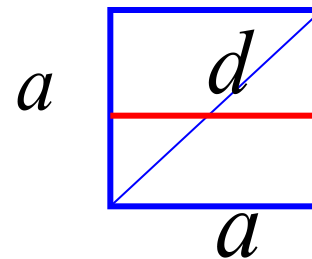
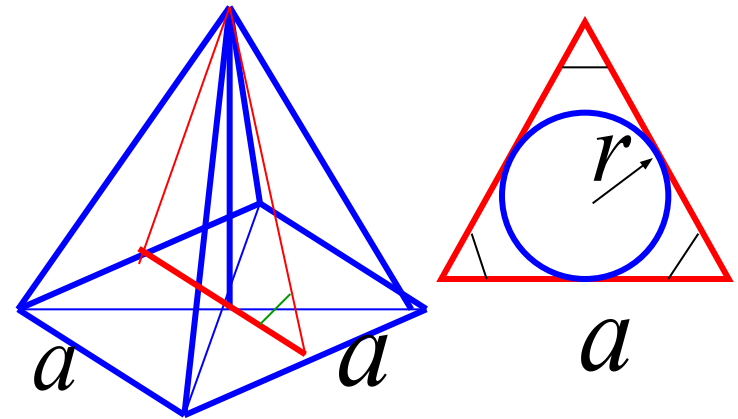


**2.25.** Дұрыс төртбұрышты пирамиданың табанының диагоналі  $4\sqrt{6}$ , бүйір жақтары табан жазықтығымен  $60^\circ$  бұрыш жасайды. Пирамидаға іштей сызылған сфераның бетінің ауданын табыңыз.

$$S_{сф} = 4\pi r^2 \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$a = \frac{d\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{3} \Rightarrow r = 2$$

$$S_{сф} = 16\pi$$



**3.25.** Конустың биіктігі  $3\sqrt{3}$ , табанының радиусы 5. Төбесі арқылы өтіп, биіктігімен  $30^\circ$  жасайтын қиманың ауданын табыңыз.

$$S_k = \frac{1}{2} AB \cdot PC$$

$$PC = \frac{PO}{\cos 30^\circ}$$

$$AB = 2AC$$

$$AC = \sqrt{AO^2 - OC^2}$$

$$OC = PC \cdot \sin 30^\circ$$

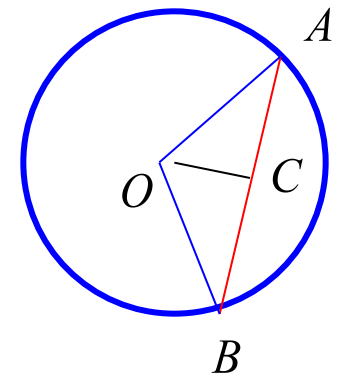
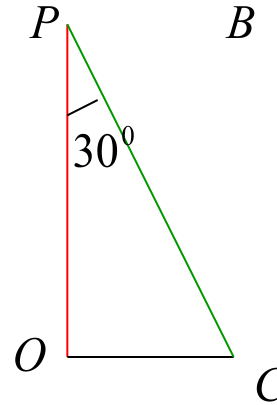
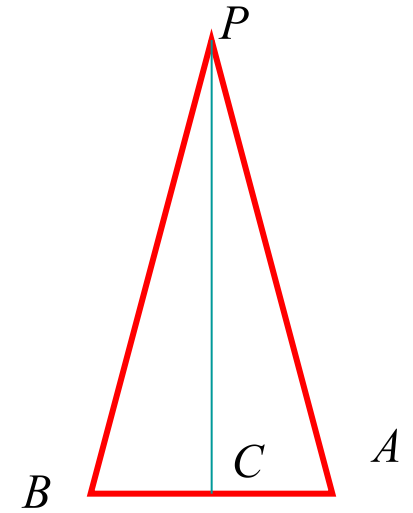
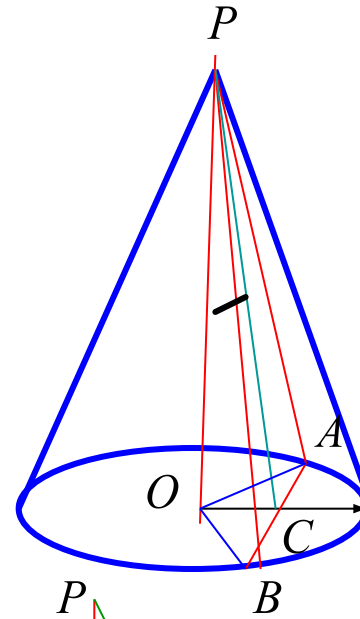
$$PC = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6$$

$$OC = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$AC = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$AB = 8$$

$$S_k = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$$



**9.25.** Шар секторының табанындағы шеңбердің радиусы  $\sqrt{5}$  см-ге, ал шардың радиусы 3 см-ге тең. Шар секторының көлемін табыңыз.

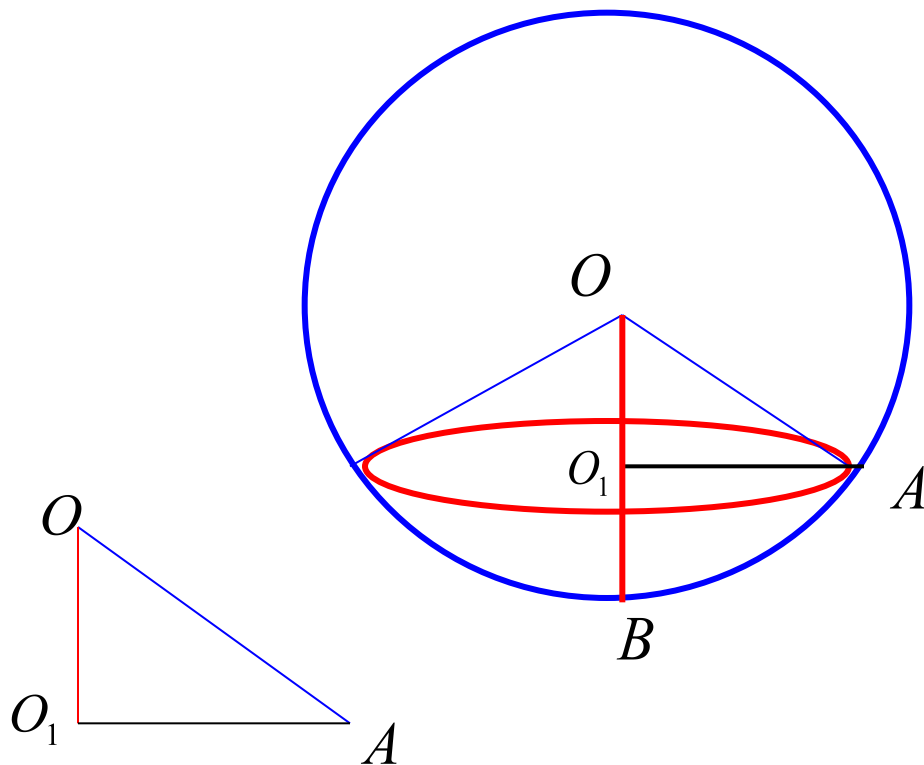
$$V_{\text{сек}} = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

$$h = O_1B = OB - OO_1$$

$$OO_1 = \sqrt{OA^2 - O_1A^2} = 2$$

$$h = 1$$

$$V = 6\pi$$



**11.25.** Дұрыс төртбұрышты призманың табанының диагоналі  $4\sqrt{2}$  см , ал бүйір жағының диагоналі 5 см. Осы призмаға іштей сызылған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

$$S_{6.6} = 2\pi r h$$

$$r = \frac{a}{2}$$

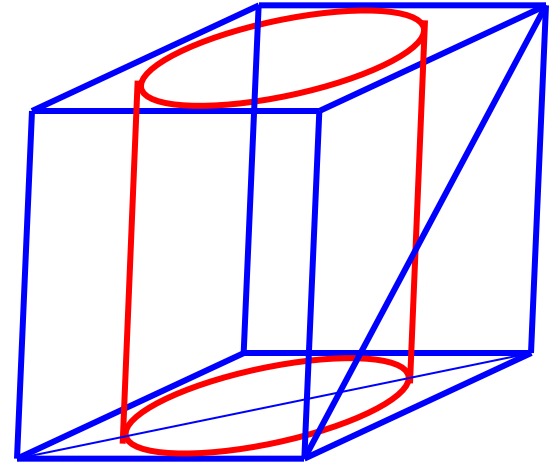
$$a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

$$h = \sqrt{d_{\text{б.б.}}^2 - a^2}$$

$$a = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$$

$$h = \sqrt{25 - 16} = 3$$

$$S_{6.6} = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi$$



**5.25.** Радиусы  $R$ , биіктігі  $H$ -қа тең цилиндрге табаны цилиндр табандарының біріне іштей сызылған, ал төбесі оның келесі табанына тиісті болатын дұрыс төртбұрышты пирамида іштей сызылған. Пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

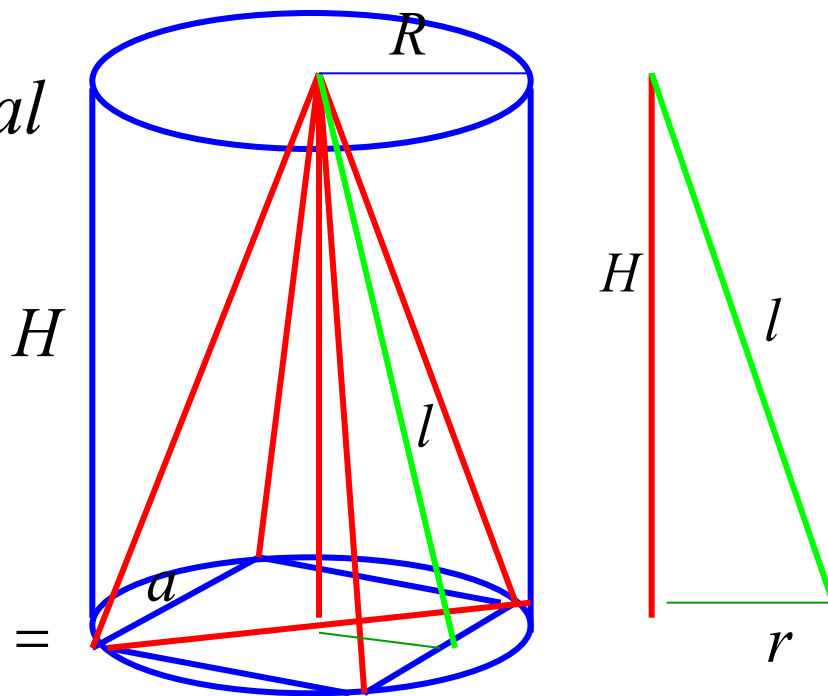
$$S_{m.\bar{b}} = S_{ma\bar{b}} + S_{\bar{b}.\bar{b}} = a^2 + 2al$$

$$a = R\sqrt{2}$$

$$l = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{H^2 + \frac{R^2}{2}}$$

$$S_{m.\bar{b}} = 2R^2 + 2R\sqrt{2} \cdot \sqrt{H^2 + \frac{R^2}{2}} =$$

$$2R\left(R + \sqrt{2H^2 + R^2}\right)$$





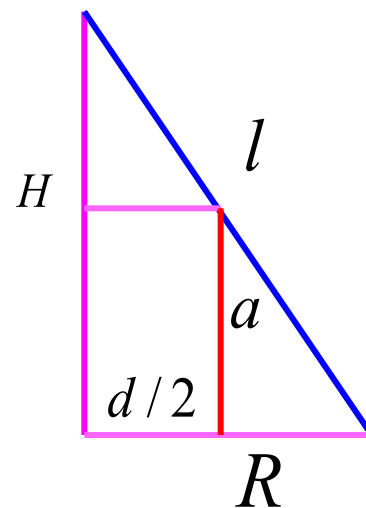
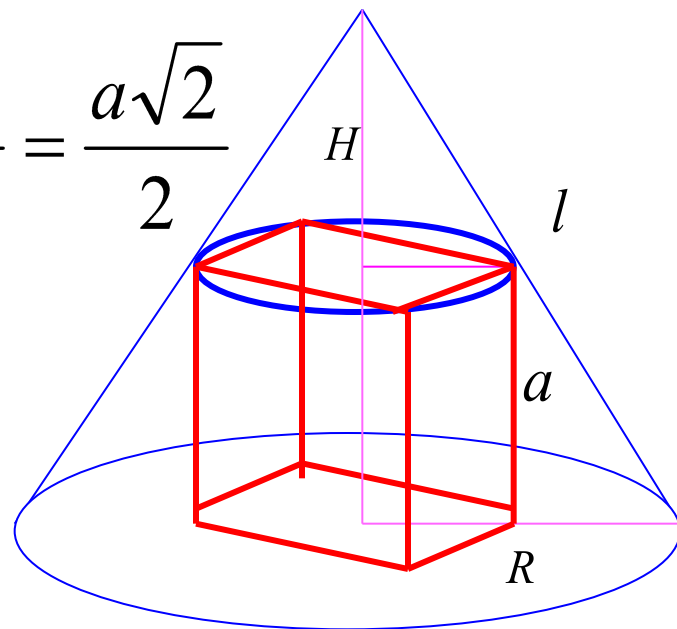
**12.25.** Жасаушысы  $L$ -ге, ал табанының радиусы  $R$ -ге тең конус берілген. Бір жағы конус табанында, ал қарсы жатқан жағының төбелері оның бүйір бетінде жататын конусқа іштей сызылған кубтың қырын табыңыз.

$$H = \sqrt{L^2 - R^2} \quad \frac{H}{R} = \frac{a}{R - \frac{d}{2}} \quad \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{H}{R} = \frac{a}{R - \frac{a\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow$$

$$a = \frac{2HR}{2R + H\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}R\sqrt{L^2 - R^2}}{\sqrt{2}\left(R\sqrt{2} + \sqrt{L^2 - R^2}\right)}$$

$$a = \frac{R\sqrt{L^2 - R^2}}{\left(R\sqrt{2} + \sqrt{L^2 - R^2}\right)}$$



**13.25.** Үшбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігі мен бүйір жағының арасындағы бұрыш  $30^\circ$ -қа тең. Пирамидаға іштей сызылған шардың радиусы 1 см-ге тең болса, табан қабырғасының ұзындығын табыңыз.

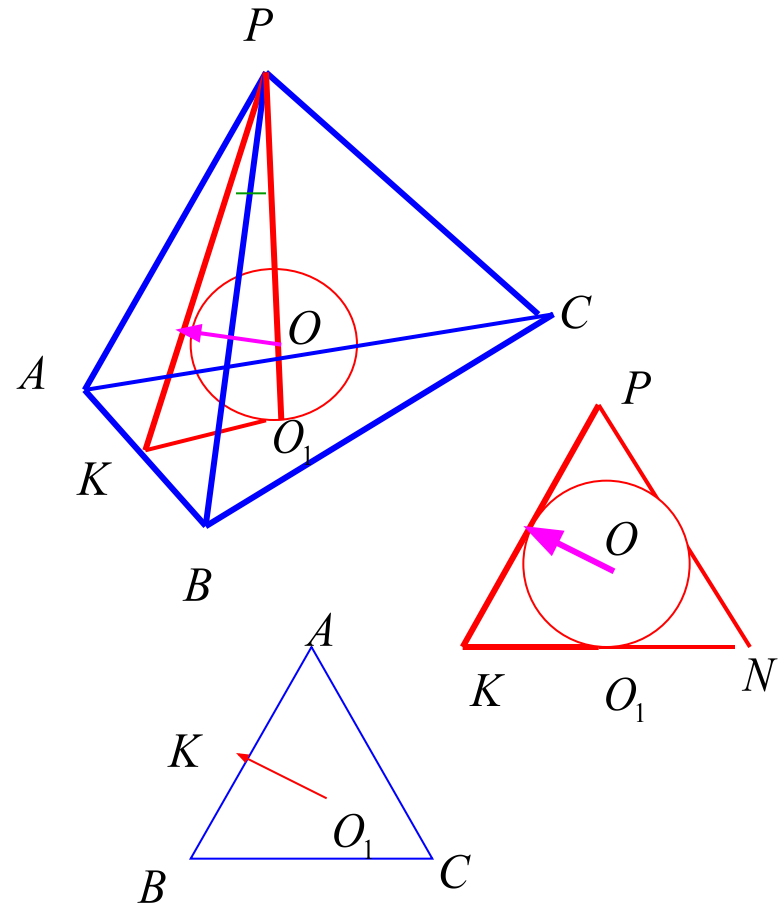
$$AB = 2KO_1\sqrt{3}$$

$$KO_1 = KN/2$$

$$KN = r2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$KO_1 = \sqrt{3}$$

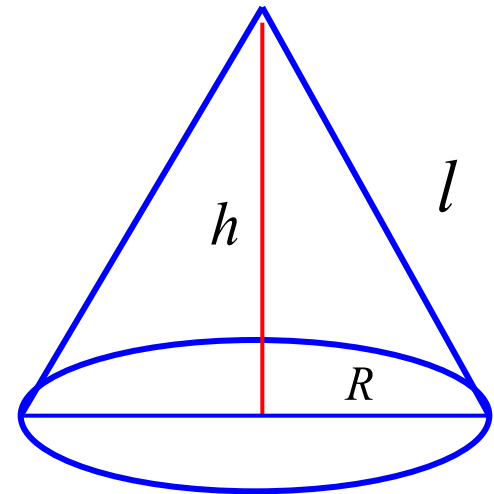
$$AB = 6$$



**14.25.** Конустың осьтік қимасының ауданы 12, жасаушысы 5 болса, конустың көлемінің бүйір бетінің ауданына қатынасын табыңыз.

$$\frac{V}{S_{б.б}} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2 h}{\pi R l} = \frac{Rh}{3l}$$

$$\frac{Rh}{3l} = \frac{S_k}{3l} = \frac{12}{15} = 0.8$$



**15.24.** Дұрыс төртбұрышты пирамиданың диагональдық қимасы табанымен тең шамалы. Пирамиданың табанының ауданын табыңыз, егер оның бүйір қыры 5-ке тең болса.

$$\frac{1}{2} AC \cdot PO = a^2$$

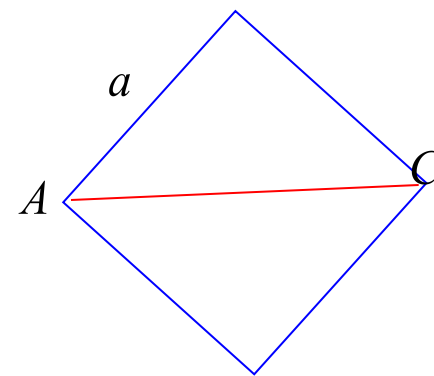
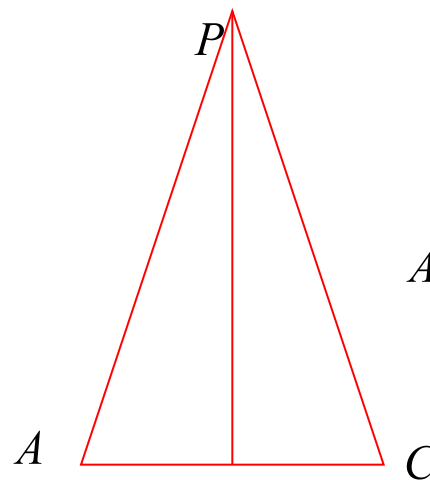
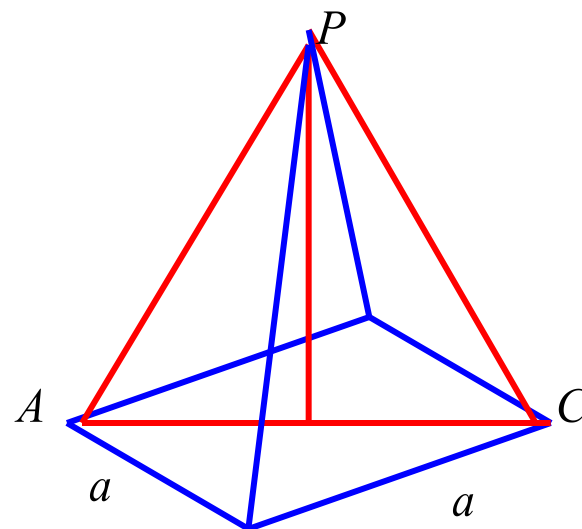
$$AC = a\sqrt{2}$$

$$PO = \sqrt{AP^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \frac{a^2}{2}}$$

$$\frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{50 - a^2}{2}} = a^2$$

$$\sqrt{50 - a^2} = 2a$$

$$a^2 = 10$$



**15.25.** Сфера центрінің бір жағында орналасқан, сфераны қиятын параллель жазықтықтардың қималарының ұзындығы  $10\pi$  және  $24\pi$ . Жазықтықтар арасы 7 см болса, сфераның бетінің ауданын табыңыз.

$$S = 4\pi R^2$$

$$C_1 = 2\pi O_1K = 10\pi \Rightarrow O_1K = 5$$

$$C_2 = 2\pi O_2N = 24\pi \Rightarrow O_2N = 12$$

$$R^2 = 144 + x^2$$

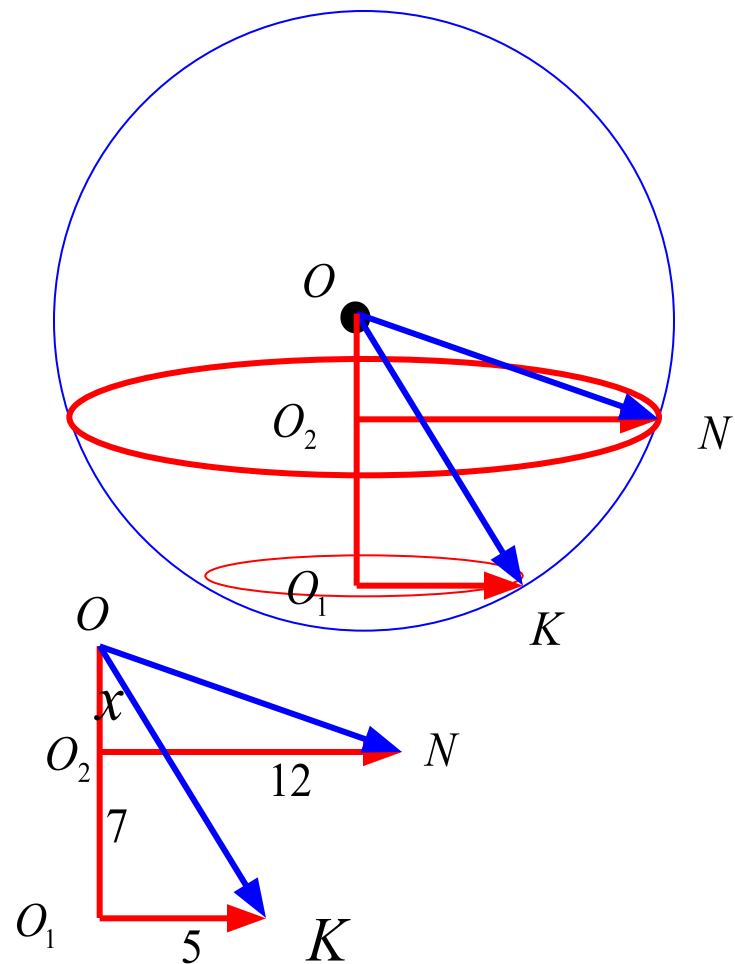
$$R^2 = 25 + (7 + x)^2$$

$$x = 5$$

$$R^2 = 144 + 25$$

$$R = 13$$

$$S = 4\pi \cdot 169 = 676\pi$$



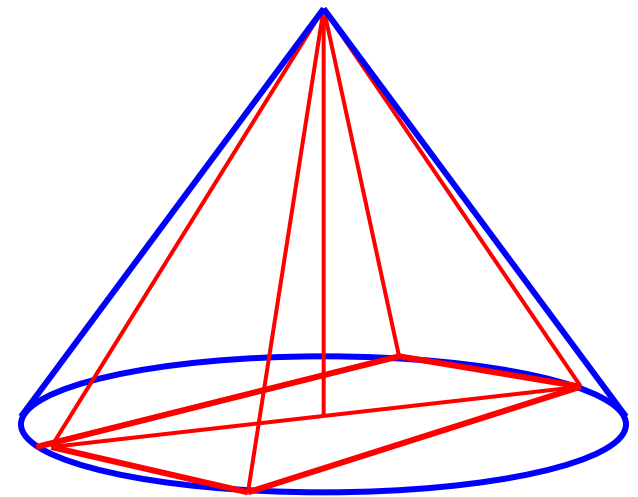
**16.25.** Конустың көлемі  $V$ -ға тең. Конусқа іштей сызылған төртбұрышты дұрыс пирамиданың көлемін табыңыз.

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{маб}} \cdot h$$

$$S_{\text{маб}} = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} \cdot 4R^2 = 2R^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h \Rightarrow R^2 = \frac{3V}{h\pi}$$

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{3V}{h\pi} \cdot h = \frac{2V}{\pi}$$



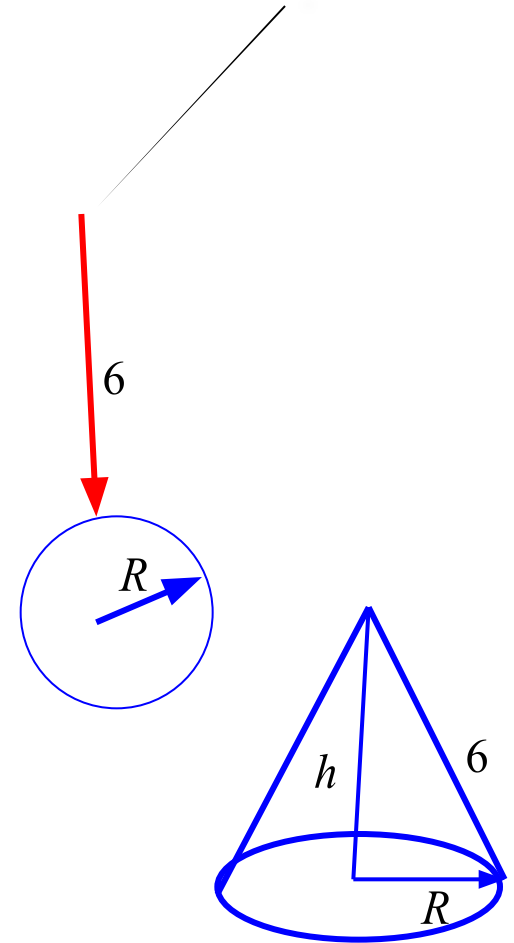
**17.25.** Радиусы 6 см-ге тең жарты дөңгелек конусқа айналдырылған. Конустың көлемін табаңыз.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{таб}} \cdot h$$

$$C = 6\pi = 2\pi R_{\text{кон}} \Rightarrow R_{\text{кон}} = 3$$

$$h = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 9 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$$

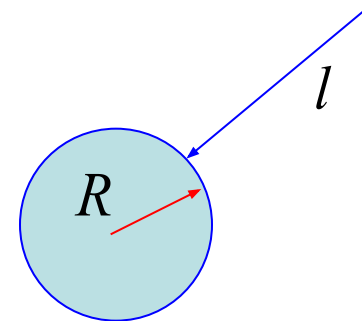
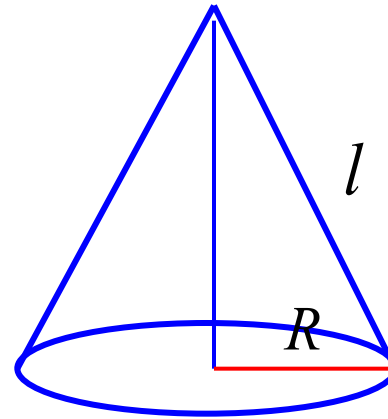


**18.25.** Конустың бүйір бетінің ауданы оның табанының ауданынан 2 есе артық. Конустың бүйір бетінің жазбасының бұрышын табыңыз.

$$S_{\text{б.б}} = 2S_{\text{таб}}$$

$$\pi Rl = 2\pi R^2 \Rightarrow l = 2R$$

$$S_{\text{б.б}} = \frac{\pi l^2 \alpha}{360} = \pi \frac{l}{2} \cdot l \Rightarrow \alpha = 180^\circ$$





**20.25.** Пирамиданың табаны – параллелограмм, оның қабырғалары 3 см және 7 см, ал диагональдарының бірі 6 см. Пирамиданың биіктігі диагональдарының қиылысу нүктесінен өтеді, ол 4 см-ге тең. Пирамиданың бүйір қырларын табыңыз.

$$AP = \sqrt{h^2 + AO^2}$$

$$BP = \sqrt{h^2 + BO^2}$$

$$AO = \frac{AC}{2}$$

$$BO = \frac{BD}{2} = 3$$

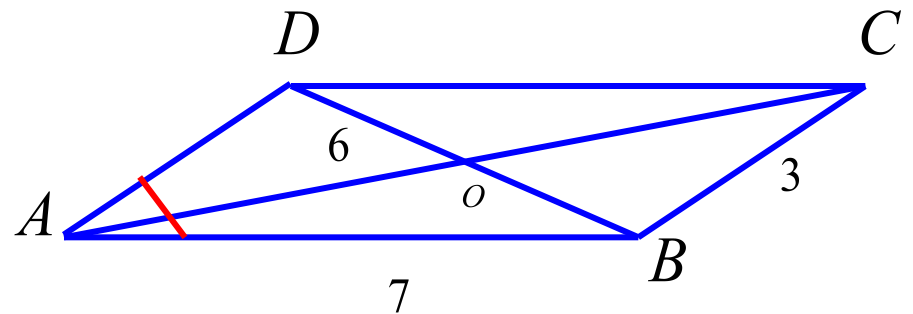
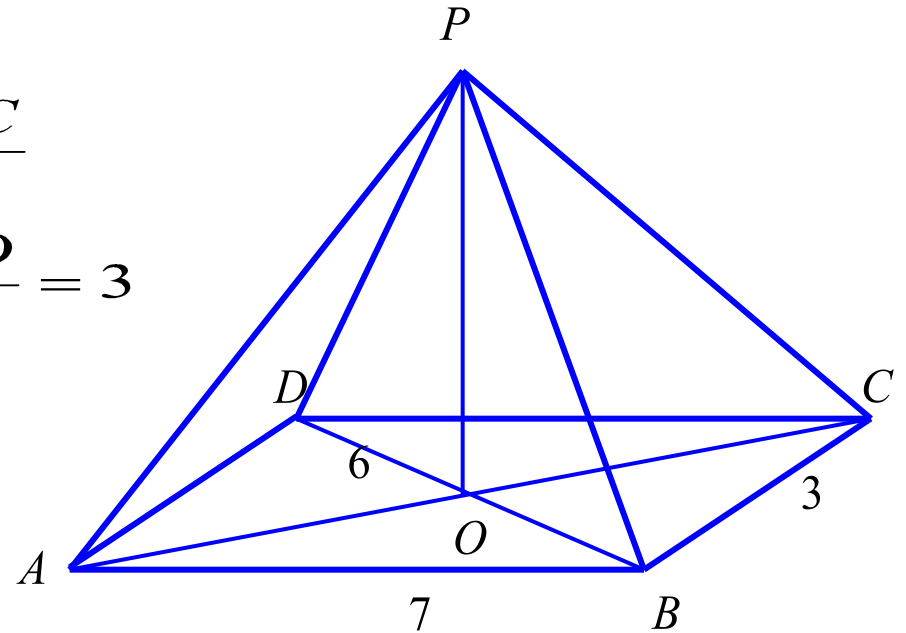
$$36 = 49 + 9 - 42 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{11}{21}$$

$$AC^2 = 49 + 9 + 42 \cdot \frac{11}{21} = 80 \Rightarrow AC = 4\sqrt{5}$$

$$AO = 2\sqrt{5}$$

$$BP = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$AP = \sqrt{16 + 20} = 6$$



**23.24.** Конустың биіктігі 20-ға, табанының радиусы 25-ке тең. Конустың төбесі арқылы өтетін және конустың табанының центрінен қашықтығы 12-ге тең болатын қиманың ауданын табыңыз.

$$S_{\dot{k}} = \frac{1}{2} AB \cdot PK \quad \frac{16}{20} = \frac{12}{OK} \Rightarrow OK = 15$$

$$PK = PN + NK$$

$$PN = \sqrt{PO^2 - OK^2} = 16$$

$$\frac{16}{12} = \frac{12}{NK} \Rightarrow NK = 9$$

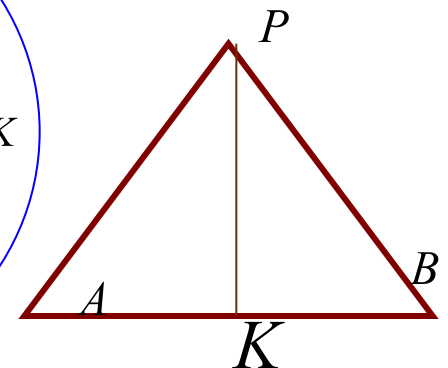
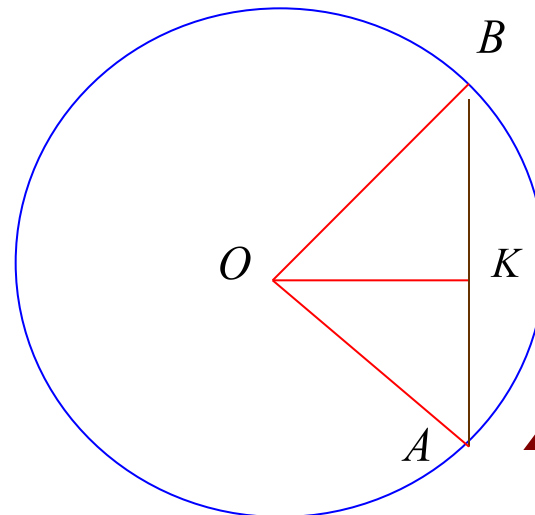
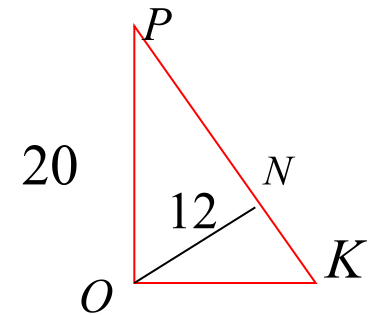
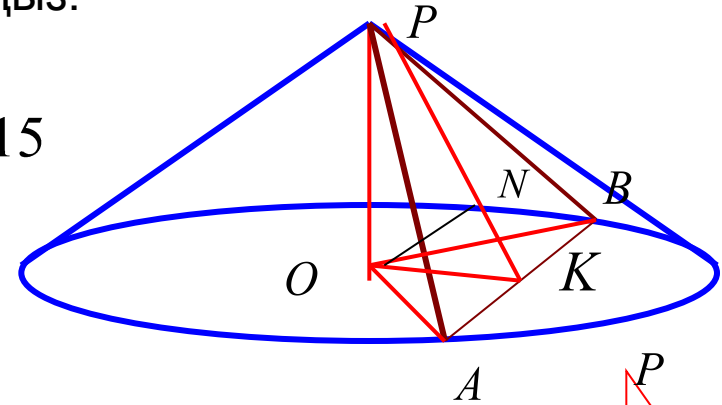
$$PK = 25$$

$$AB = 2AK$$

$$AK = \sqrt{OA^2 - OK^2} = 20$$

$$AB = 40$$

$$S_{\dot{k}} = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 25 = 500$$



Назар салып  
тыңдағандарыңызға  
рахмет!