

УПРАЖНЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ НА ГОТОВЫХ ЧЕРТЕЖАХ

IX КЛАСС



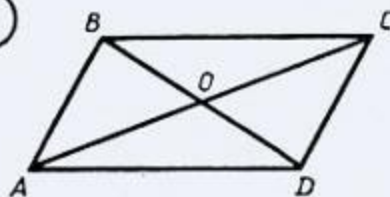
Содержание

1. Векторы на плоскости
2. Решение треугольников
3. Площадь треугольника
4. Площадь четырехугольника
5. Правильные многоугольники
6. Прямая, отрезок, полупрямая
7. Углы
8. Равенство треугольников
9. Параллелограмм
10. Вписанные и описанные окружности
11. Векторы

ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ

Равные векторы

1



$ABCD$ – параллелограмм
Укажите равные векторы

2

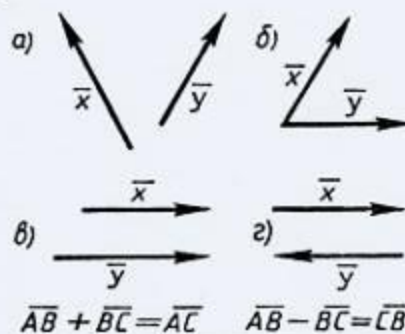
Дано: точки $A(-5, 2)$ и $B(2, 6)$.

- Найдите координаты векторов \vec{AB} и \vec{BA} .
- Найдите $|\vec{AB}|$.
- Отложите вектор, равный \vec{AB} : а) от точки $C(-2, 7)$, б) от точки $O(0, 0)$

Сложение векторов

Найдите $\vec{x} + \vec{y}$ и $\vec{x} - \vec{y}$.

3



4

Дано:

- $\vec{x}(-1, 4)$, $\vec{y}(5, -7)$;
- $\vec{x}(0, 4)$, $\vec{y}(5, -5)$;
- $\vec{x}(4, 0)$, $\vec{y}(0, 7)$.

Отложите данные и полученные векторы от начала координат

Умножение вектора на число

5



Дано: векторы \vec{a} и \vec{b} .

Постройте: $2\vec{a}$, $-3\vec{b}$, $-\frac{1}{2}\vec{b}$.

$\frac{1}{2}\vec{a}$, $\frac{2}{3}\vec{b}$, $2\vec{a} - 3\vec{b}$, $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

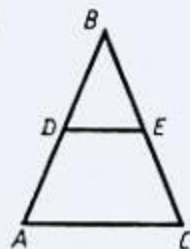
6

Дано: векторы $\vec{a}(-2, 5)$ и $\vec{b}(1, -4)$.

Найдите: $|2\vec{a} - 3\vec{b}|$, $|3\vec{a} + \vec{b}|$, $|5\vec{b} - \vec{a}|$

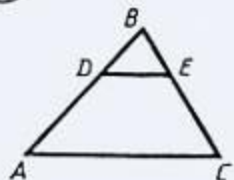
ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ

1



Дано: DE — средняя линия.
Докажите: а) $DE \parallel AC$,
б) $DE = \frac{1}{2} AC$

2



Дано: $BD = \frac{1}{3} AB$, $BE = \frac{1}{3} BC$
Докажите: $DE \parallel AC$,
 $DE = \frac{1}{3} AC$

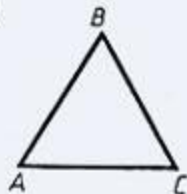
3

а) Докажите, что векторы $\vec{a}(2, 4)$ и $\vec{b}(-1, -2)$ коллинеарны.
б) Найдите m , если известно, что $\vec{a}(2, 5)$ и $\vec{b}(m, 9)$ коллинеарны. Запишите соотношение между \vec{a} и \vec{b} в виде $\vec{a} = \lambda \vec{b}$.
в) Даны точки $A(-2, 2)$, $B(5, 6)$, $C(10, 5)$, $D(3, 1)$.

Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм

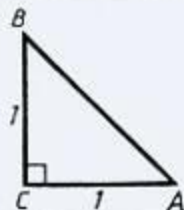
Скалярное произведение векторов

4



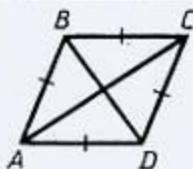
Дано: $AB = BC = AC = 2$.
Найдите:
а) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$,
б) $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$

5



Найдите:
а) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$,
б) $\vec{AB} \cdot \vec{CA}$,
в) $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$

7



Докажите, что $AC \perp BD$

6

а) Найдите угол между $\vec{a}(1, 3)$ и $\vec{b}(-1, 5)$.
б) Даны точки $A(2, 2)$, $B(4, 6)$, $C(0, 8)$, $D(-2, 4)$.
Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.
в) Даны точки $A(-2, 2)$, $B(-8, -1)$, $C(-8, -5)$.

Найдите косинусы углов $\triangle ABC$

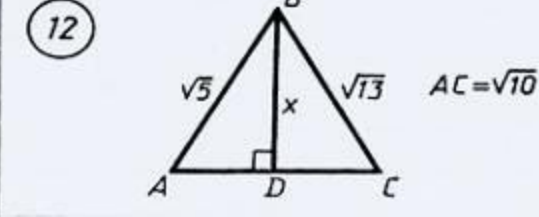
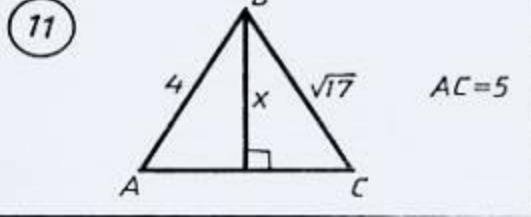
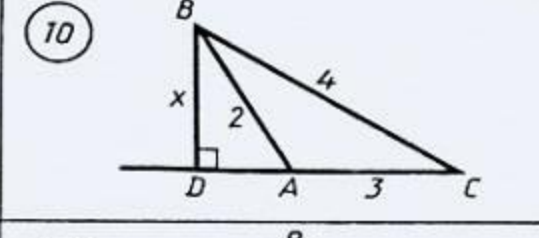
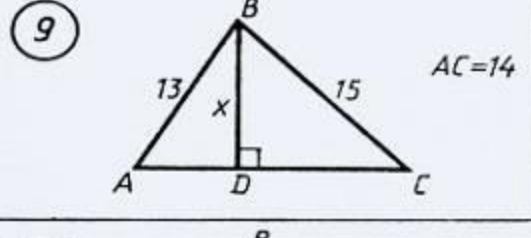
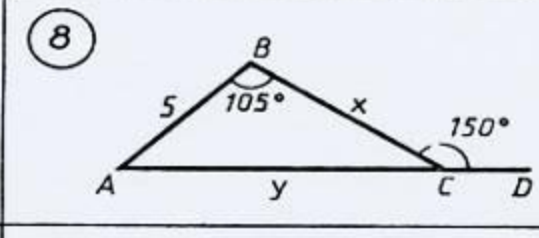
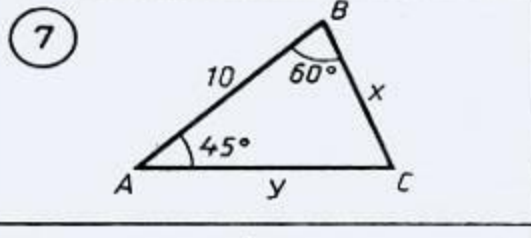
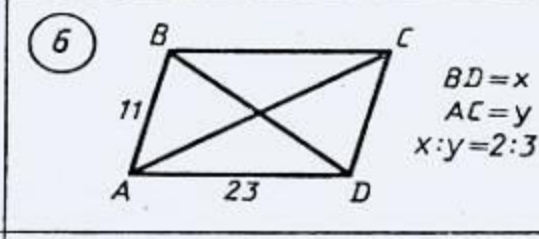
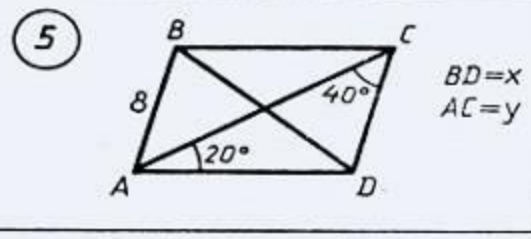
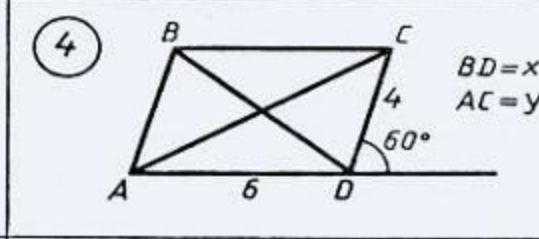
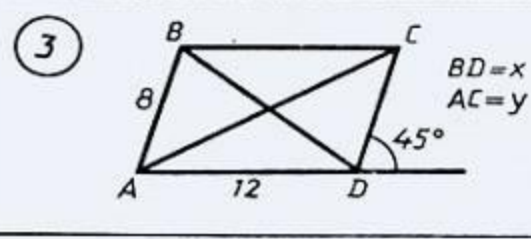
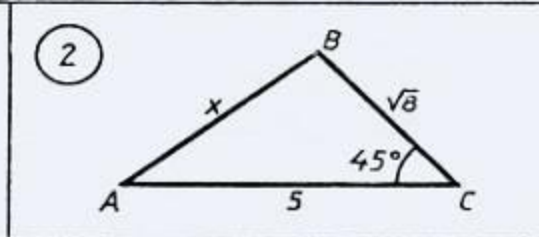
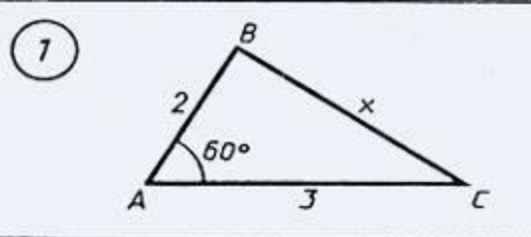
8

Даны точки $A(-3, 4)$, $B(0, 8)$, $C(5, 8)$, $D(2, 4)$.
Докажите, что $ABCD$ — ромб



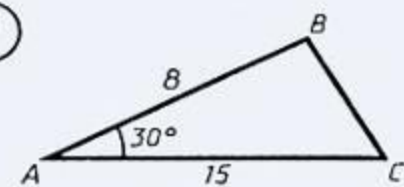
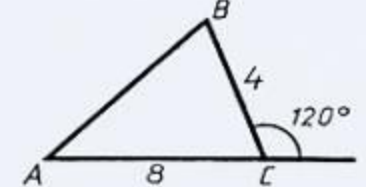
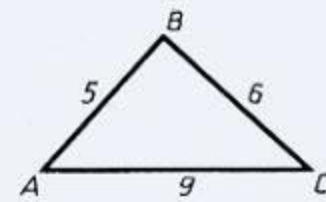
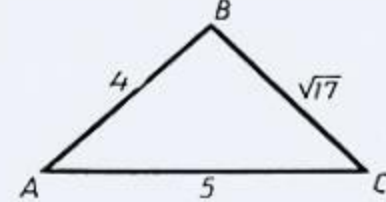
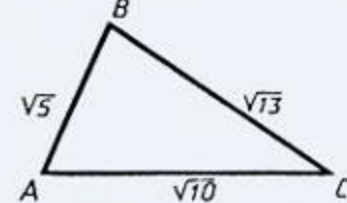
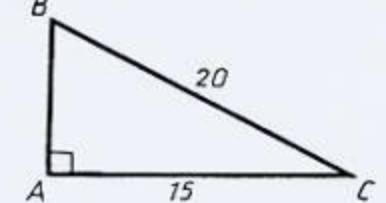
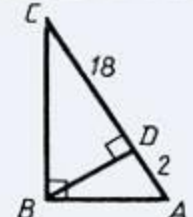
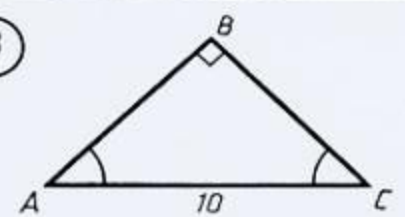
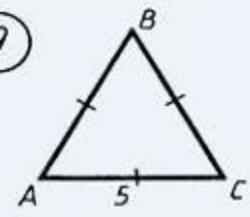
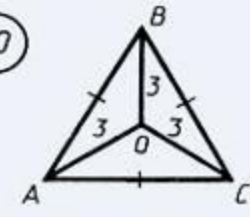
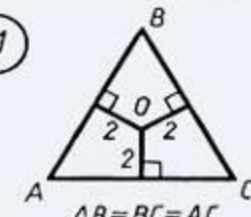
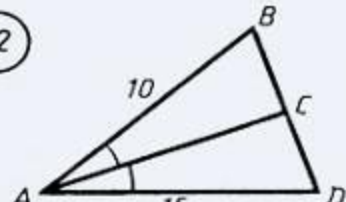
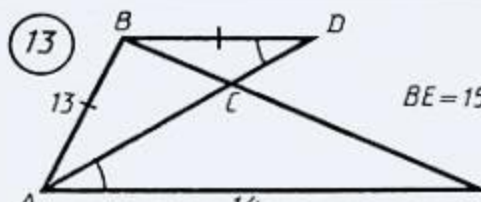
РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм. Найдите значения x и y .



ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вычислите площадь
треугольника ABC .

| | | |
|--|---|---|
| <p>1</p>  | <p>2</p>  | |
| <p>3</p>  | <p>4</p>  | |
| <p>5</p>  | <p>6</p>  | |
| <p>7</p>  | <p>8</p>  | |
| <p>9</p>  | <p>10</p>  | <p>11</p>  <p>$AB=BC=AC$</p> |
| <p>12</p>  <p>$BD=20$</p> | <p>13</p>  <p>$BE=15$</p> | |

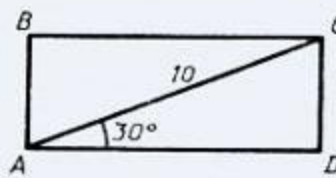


ПЛОЩАДЬ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

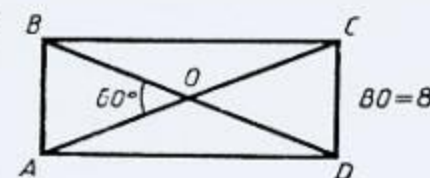
Найдите площадь $ABCD$.

$ABCD$ — прямоугольник

1

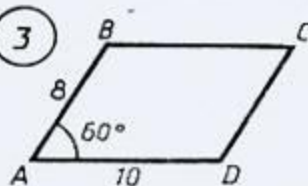


2

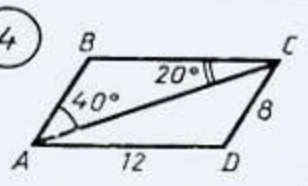


$ABCD$ — параллелограмм

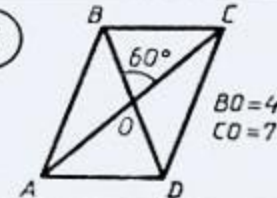
3



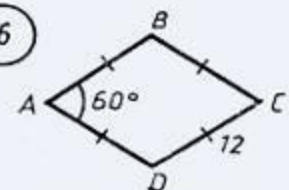
4



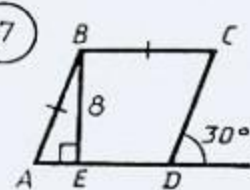
5



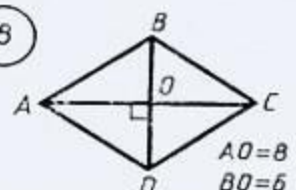
6



7

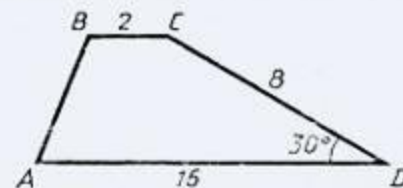


8

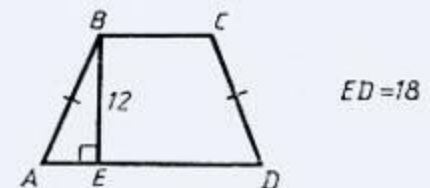


$ABCD$ — трапеция

9

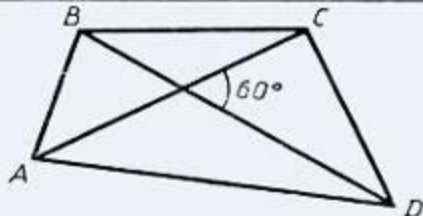


10



$ABCD$ — произвольный четырехугольник

11



$BD = 18$
 $AC = 12$



ПРАВЕЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Обозначения: a - сторона многоугольника, $R(r)$ – радиус описанной (вписанной) окружности, S – площадь многоугольника.

На рисунках 1 найдите R, r, S .

На рисунках 2 и 3 - a и S .

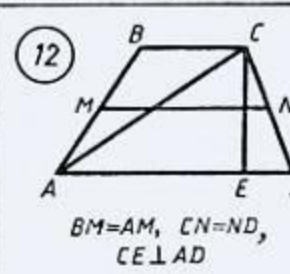
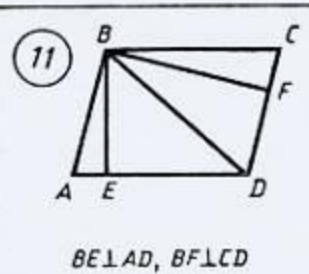
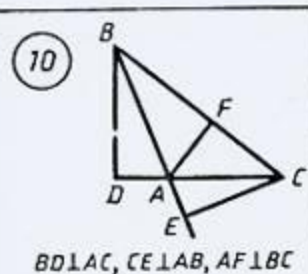
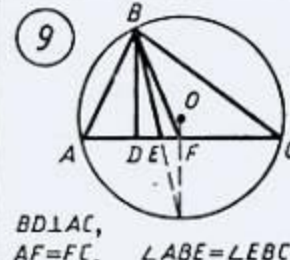
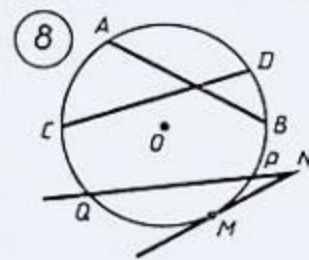
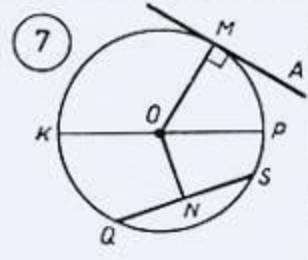
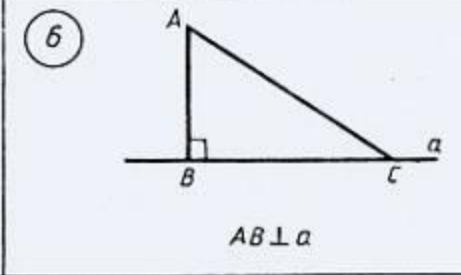
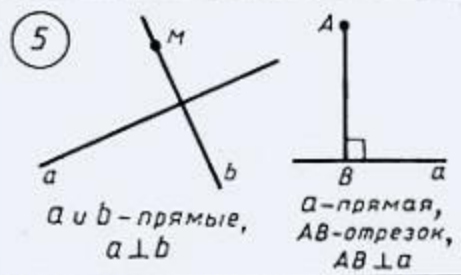
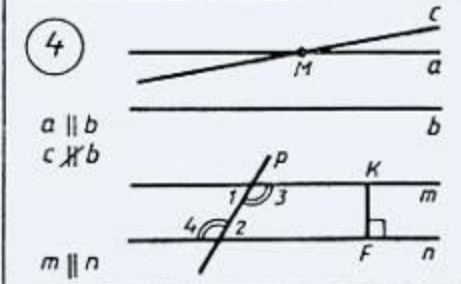
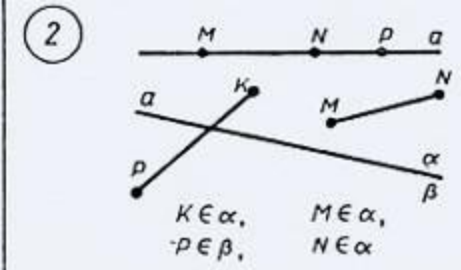
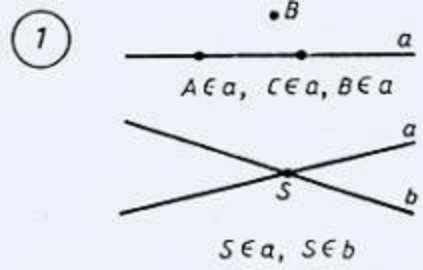
На рисунках 4 найдите r/R .

На рисунках 5 найдите R/r .

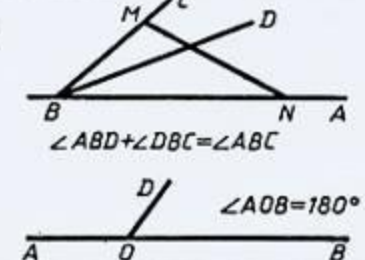
| n -угольник | Треугольник | Четырехугольник | Шестиугольник |
|---------------|-------------|-----------------|---------------|
| <p>1</p> | | | |
| <p>2</p> | | | |
| <p>3</p> | | | |
| <p>4</p> | | | |
| <p>5</p> | | | |



ПРЯМАЯ, ОТРЕЗОК, ПОЛУПРЯМАЯ

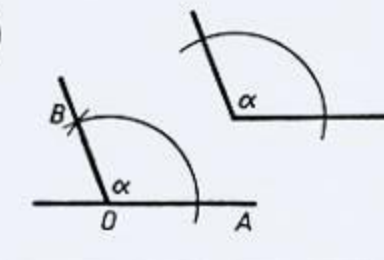


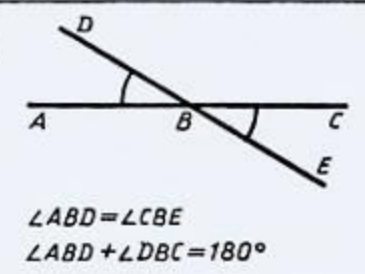
УГЛЫ

1 

$$\angle ABD + \angle DBC = \angle ABC$$

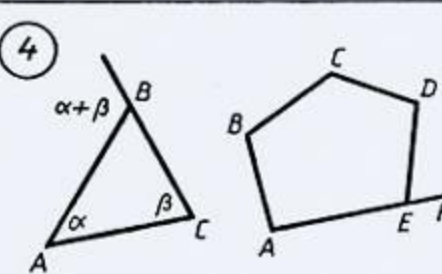
$$\angle AOB = 180^\circ$$

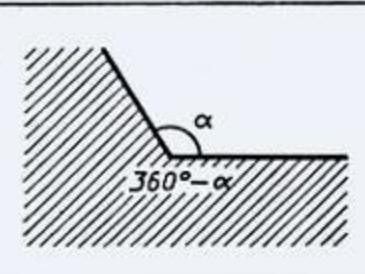
2 

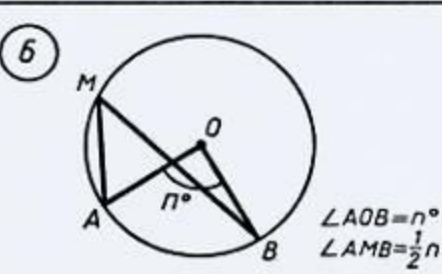
3 

$$\angle ABD = \angle CBE$$

$$\angle ABD + \angle DBC = 180^\circ$$

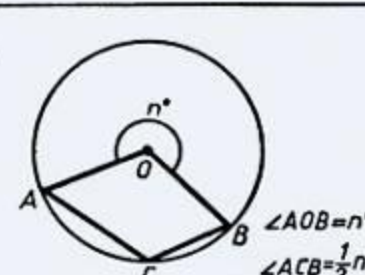
4 

5 

6 

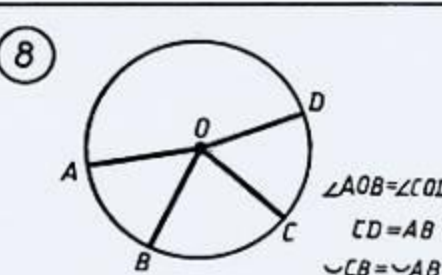
$$\angle AOB = n^\circ$$

$$\angle AMB = \frac{1}{2}n^\circ$$

7 

$$\angle AOB = n^\circ$$

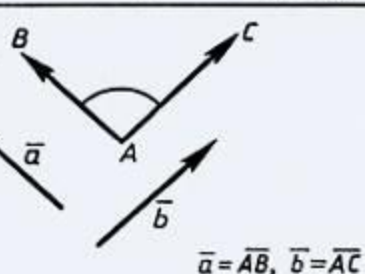
$$\angle ACB = \frac{1}{2}n^\circ$$

8 

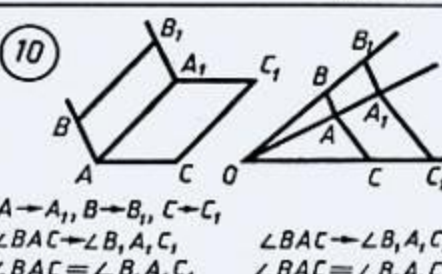
$$\angle AOB = \angle COD$$

$$CD = AB$$

$$\sphericalangle CB = \sphericalangle AB$$

9 

$$\vec{a} = \vec{AB}, \vec{b} = \vec{AC}$$

10 

$$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, C \rightarrow C_1$$

$$\angle BAC \rightarrow \angle B_1A_1C_1$$

$$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$$

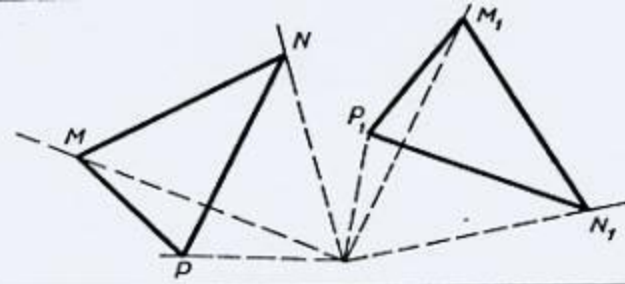
$$\angle BAC \rightarrow \angle B_1A_1C_1$$

$$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$$

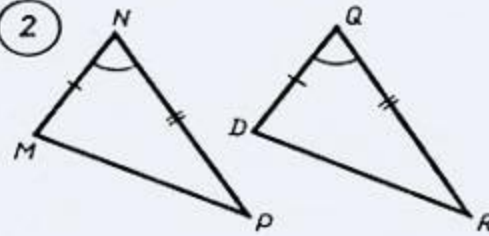


РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

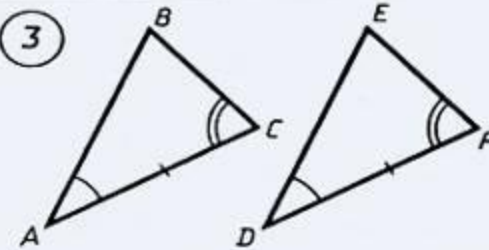
1



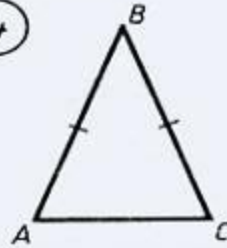
2



3



4



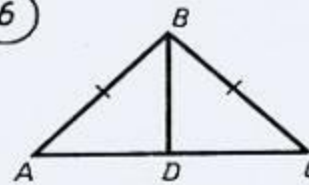
Если $AB=BC$,
то $\angle A = \angle C$

5

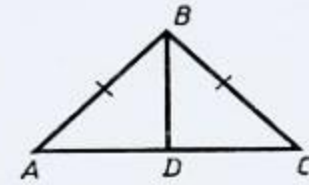


Если $\angle A = \angle C$,
то $AB=BC$

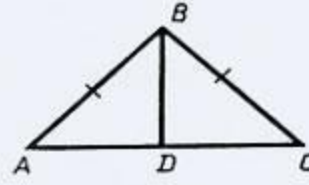
6



$AD=DC$

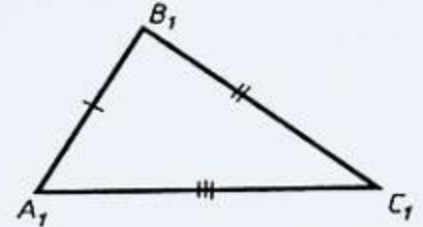
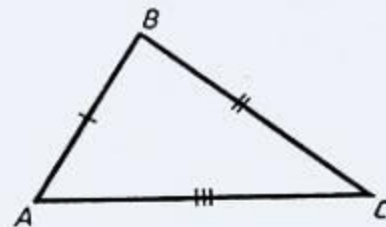


$\angle ABD = \angle CBD$

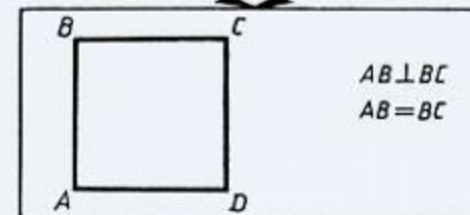
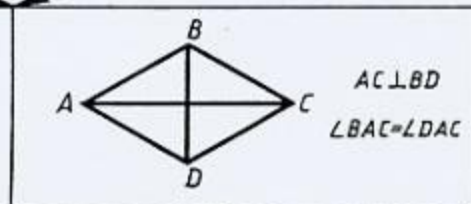
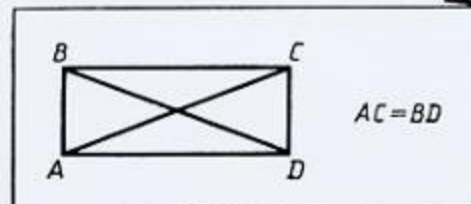
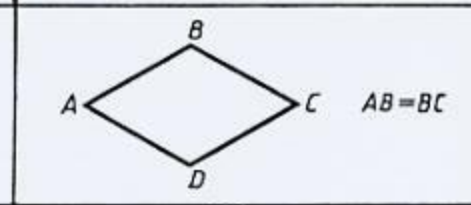
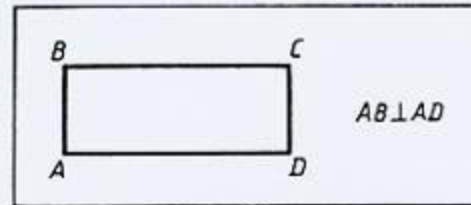
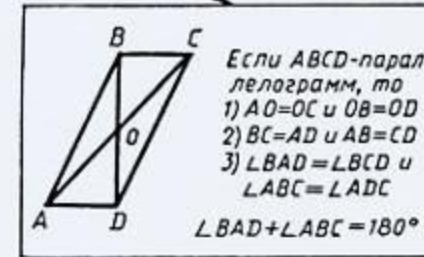
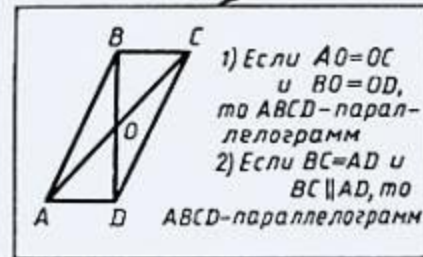
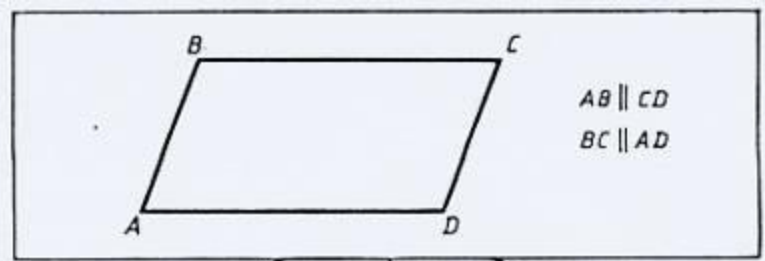


$BD \perp AC$

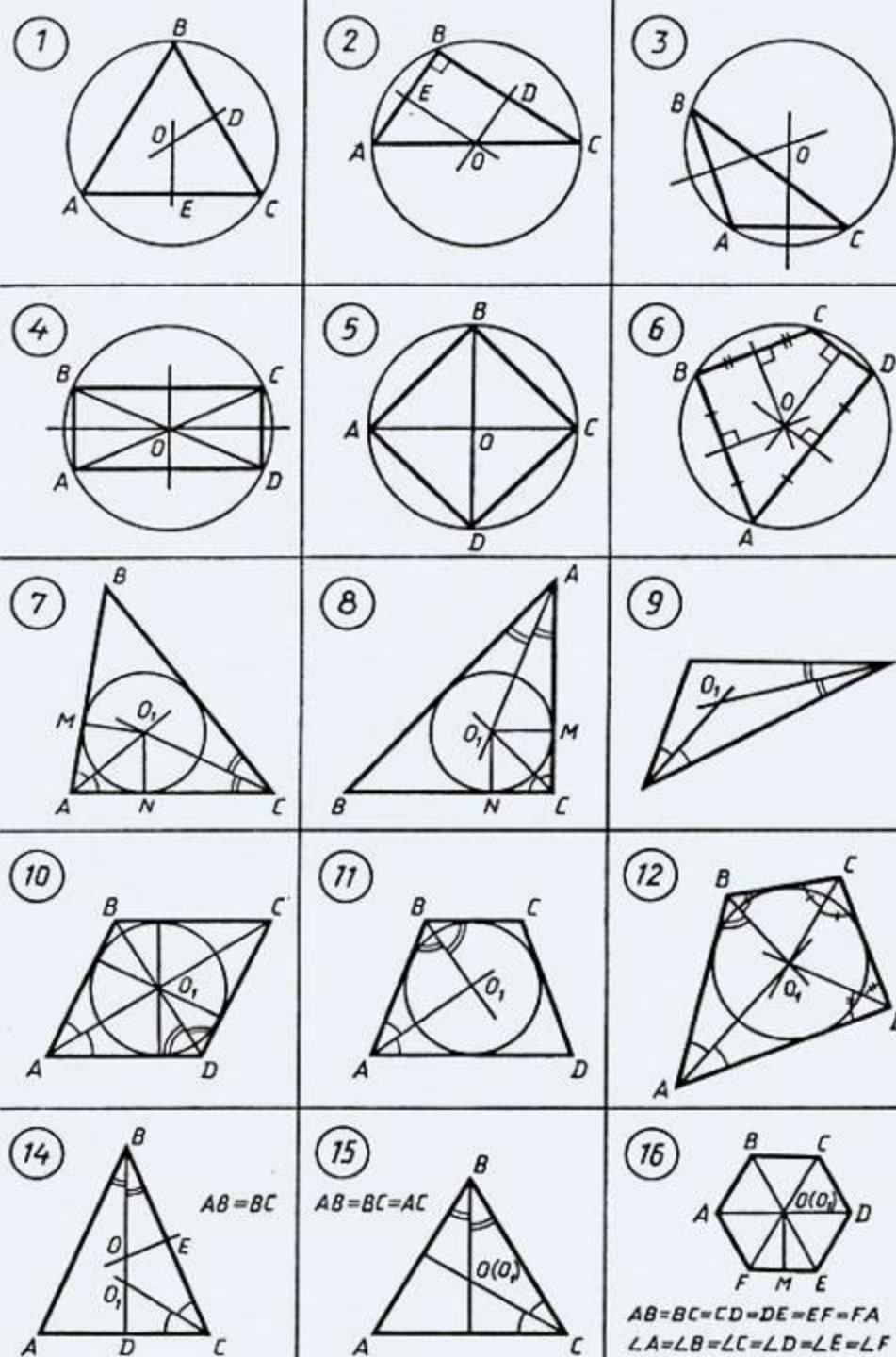
7



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

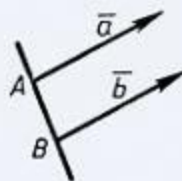


ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

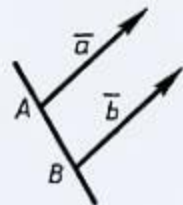


ВЕКТОРЫ

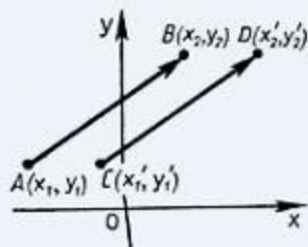
1 Если $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ и $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$, то $\vec{a} = \vec{b}$.



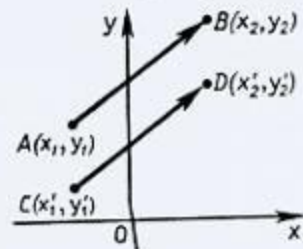
2 Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ и $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$.



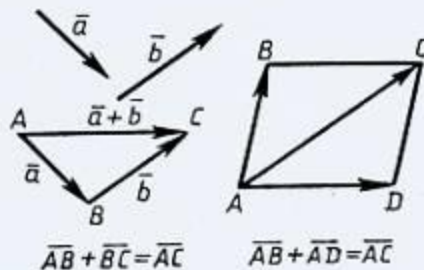
3 Если $x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1$ и $y_2 - y_1 = y'_2 - y'_1$, то $\vec{AB} = \vec{CD}$.



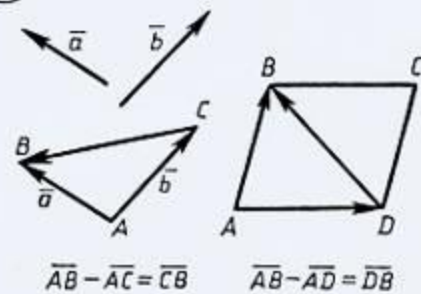
4 Если $\vec{AB} = \vec{CD}$, то $x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1$ и $y_2 - y_1 = y'_2 - y'_1$.



5



6



7 $\vec{a}(a_1, a_2) + \vec{b}(b_1, b_2) = \vec{c}(a_1 + b_1, a_2 + b_2)$
 $\vec{a}(a_1, a_2) - \vec{b}(b_1, b_2) = \vec{c}(a_1 - b_1, a_2 - b_2)$
 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
 $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

8

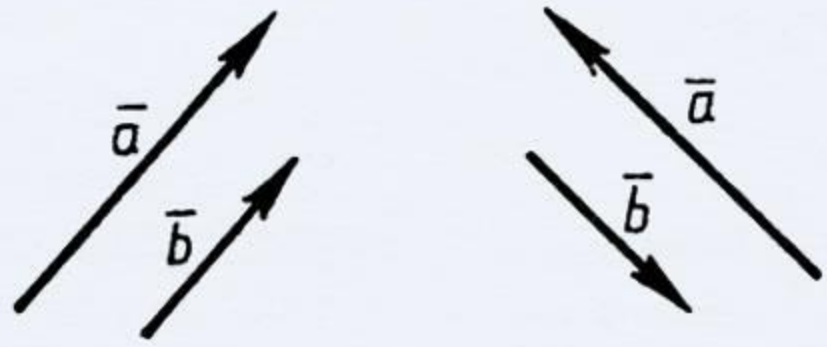
$\lambda \vec{a}(a_1, a_2) = \vec{c}(\lambda a_1, \lambda a_2)$
 $(\lambda + \mu) \vec{a} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{a}$
 $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \vec{a} + \lambda \vec{b}$



ВЕКТОРЫ (продолжение)

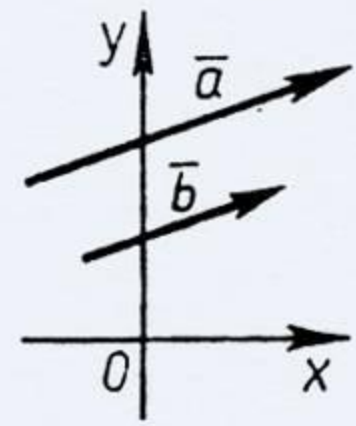
9

$$\vec{a} = \lambda \vec{b} \ (\lambda > 0) \quad \vec{a} = \lambda \vec{b} \ (\lambda < 0)$$
$$|\vec{a}| = \lambda |\vec{b}| \quad |\vec{a}| = -\lambda |\vec{b}|$$



10

$$\vec{a} (a_1, a_2), \vec{b} (b_1, b_2)$$
$$\vec{a} = \lambda \vec{b}$$
$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$



11

$$\vec{a} (a_1, a_2) \cdot \vec{b} (b_1, b_2) = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

12

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

