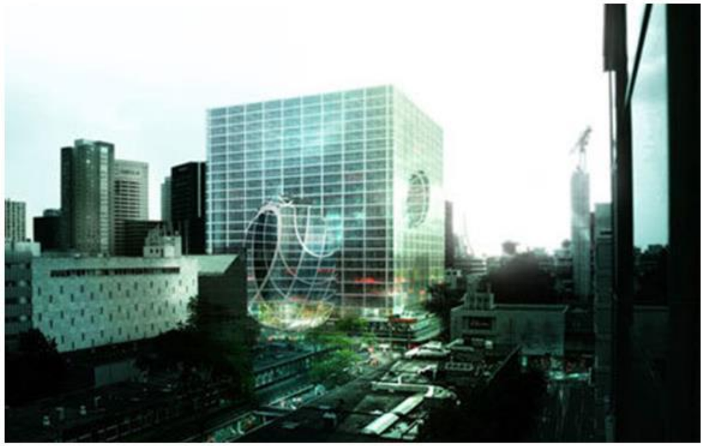
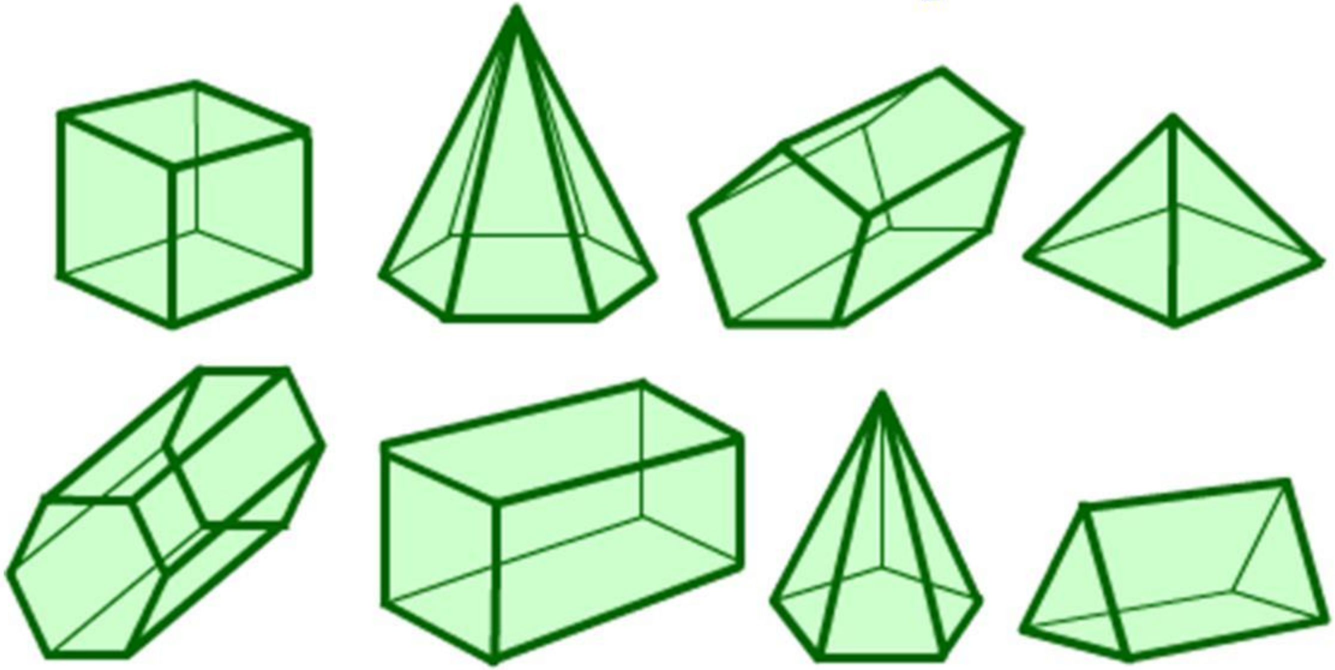
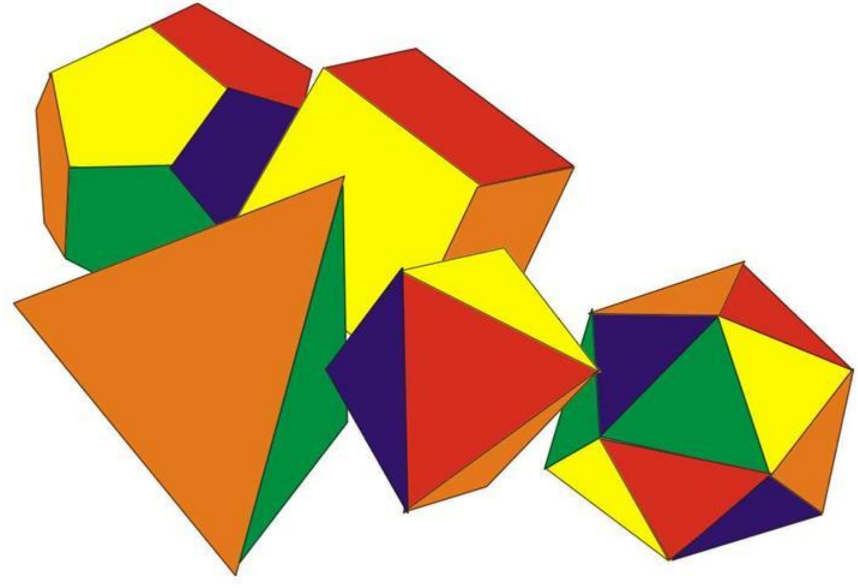
,

М,   Н Н И Й

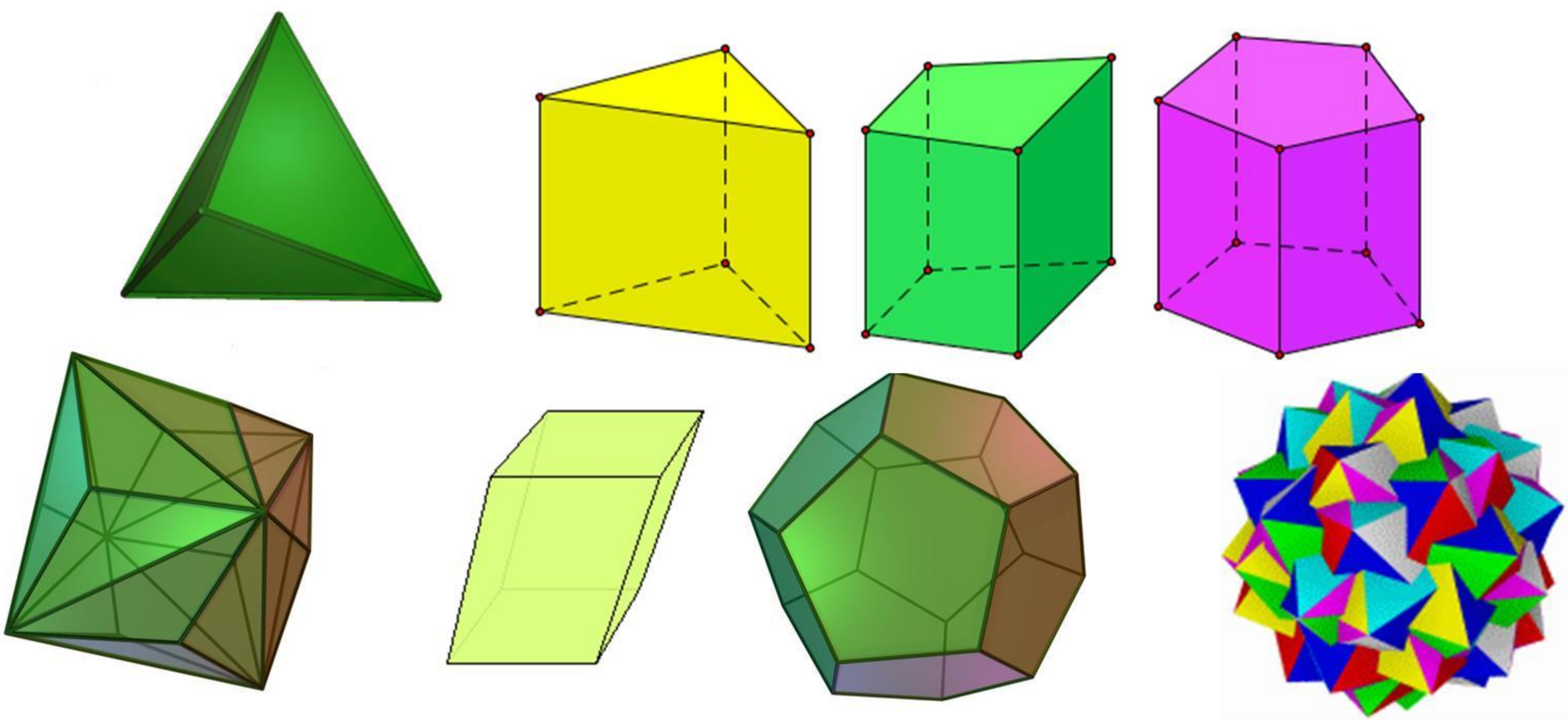


Многогранники



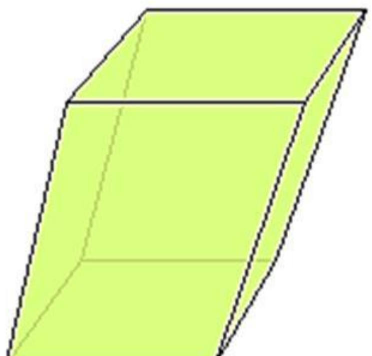


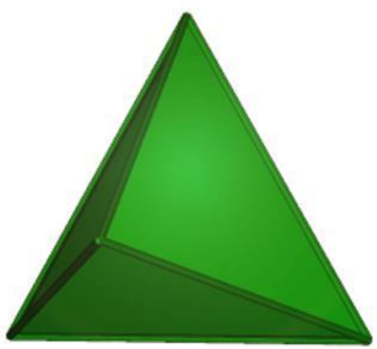
Многогранником называется тело, **поверхность** которого состоит **из конечного числа многоугольников**.

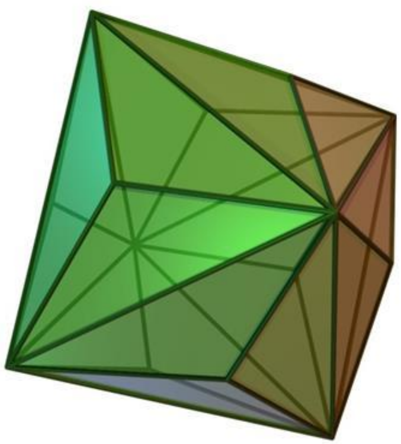


Поверхность любого многогранника состоит из многоугольников.

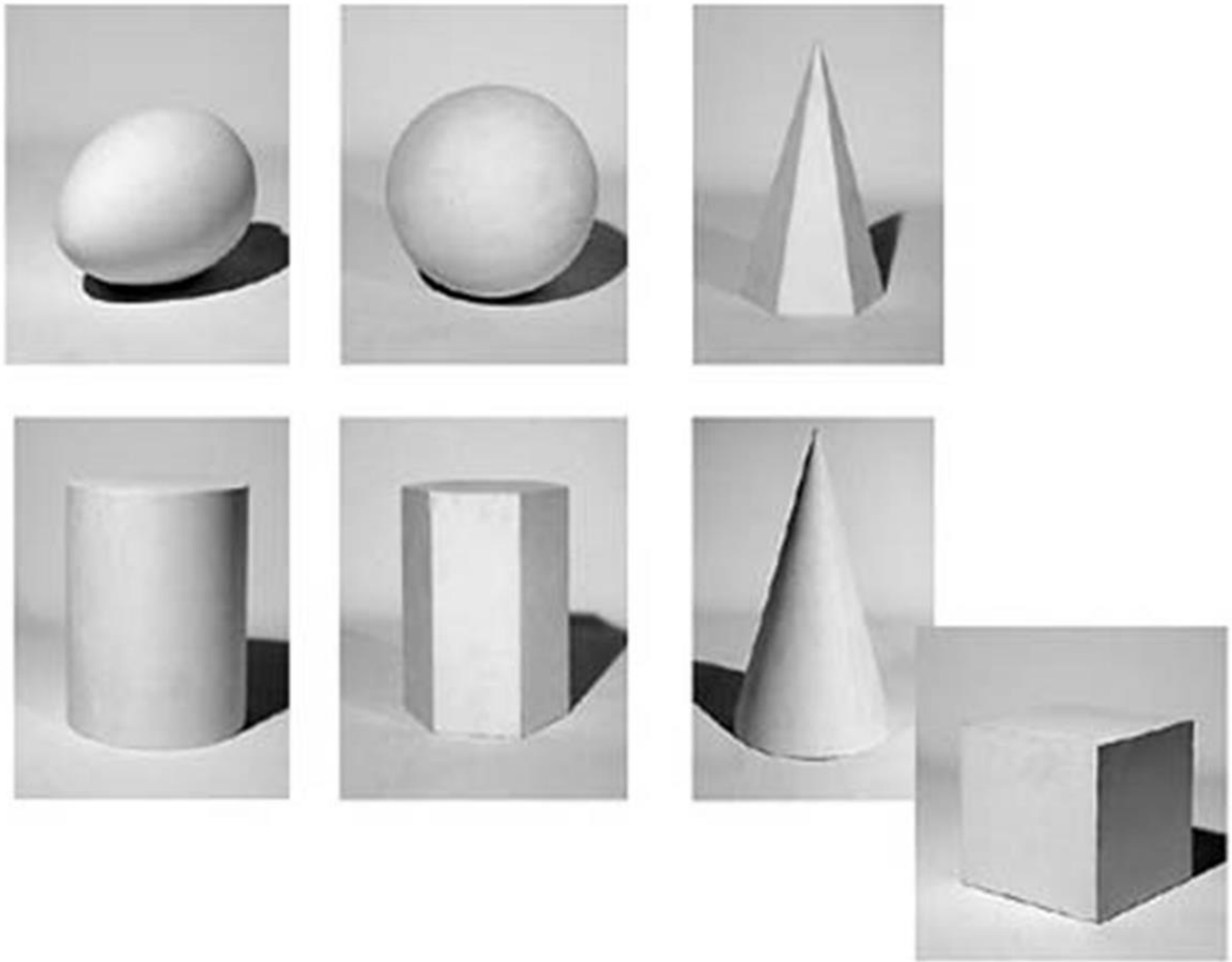
Каждый из многоугольников называют **гранью многогранника**,
вершины этих **многоугольников –** **вершинами многогранника**,
а **стороны –** **ребрами**.



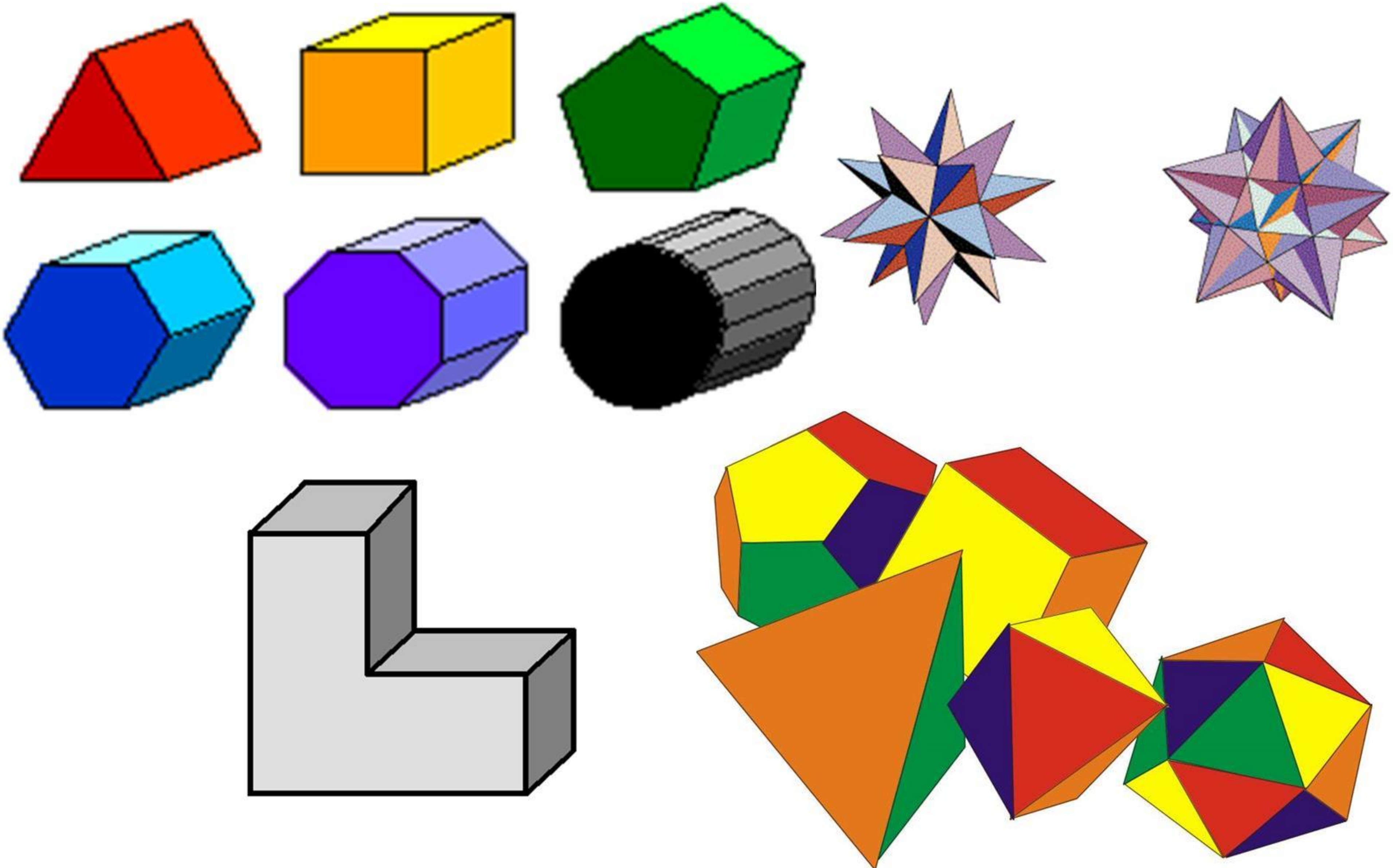




Укажите геометрические тела, являющиеся **многогранниками**

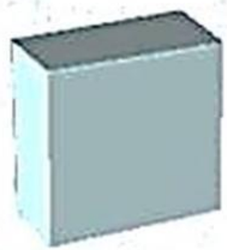


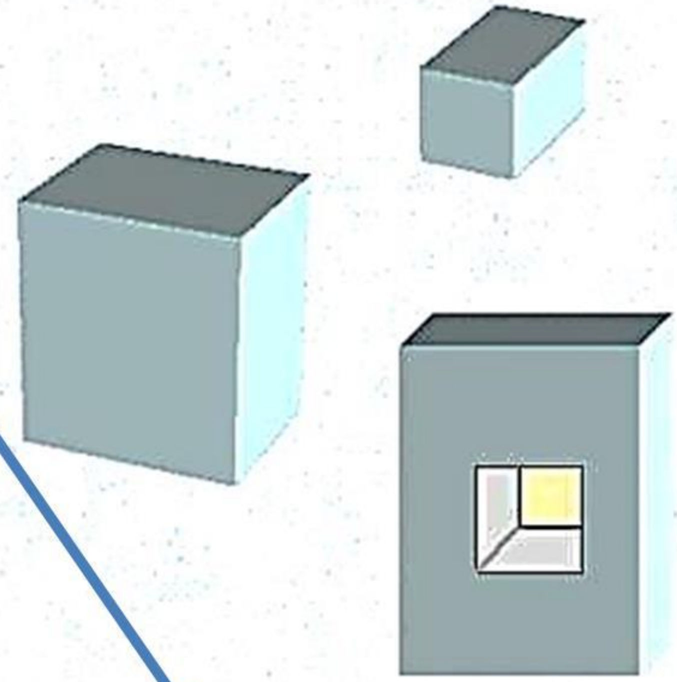
Виды многогранников



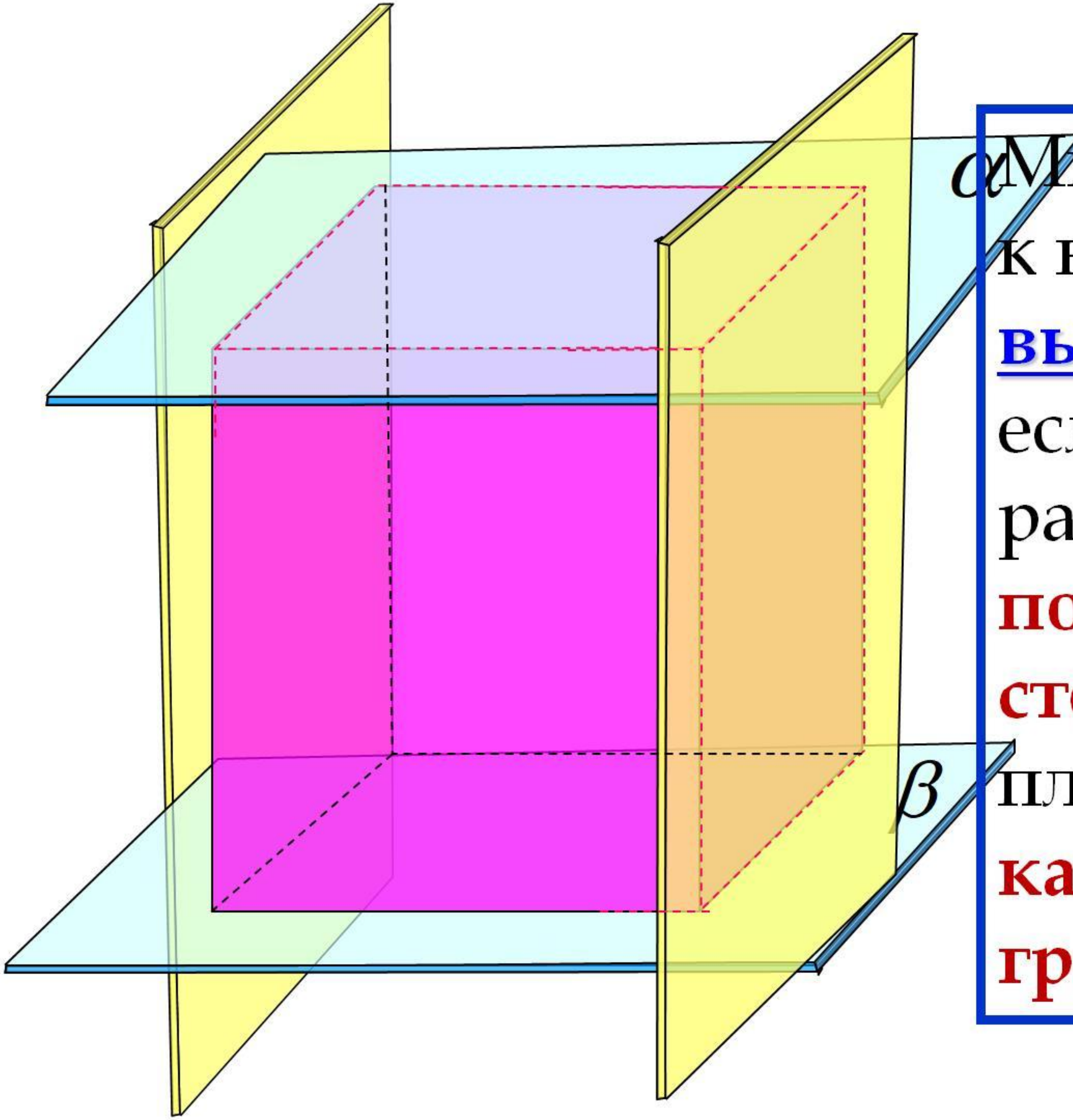
Многогранник

Выпуклый многогранник.



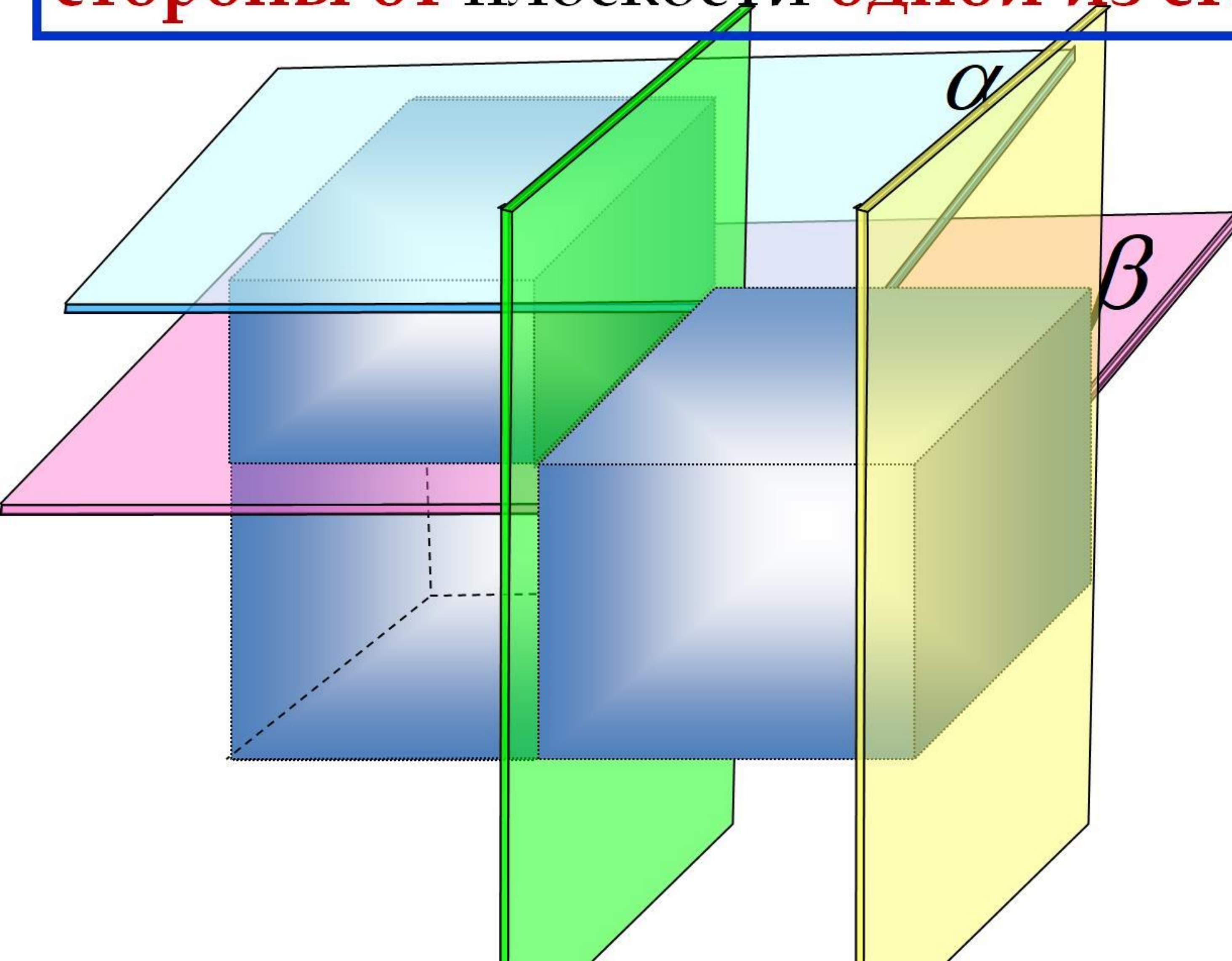


Невыпуклый многогранник.



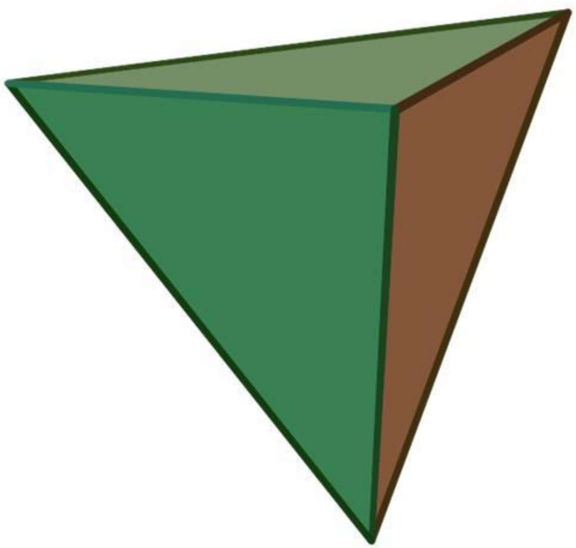
Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен **по одну сторону от** плоскости **каждой** его **грани**.

Невыпуклый многогранник – многогранник, расположенный **по разные стороны от** плоскости **одной из его граней**.

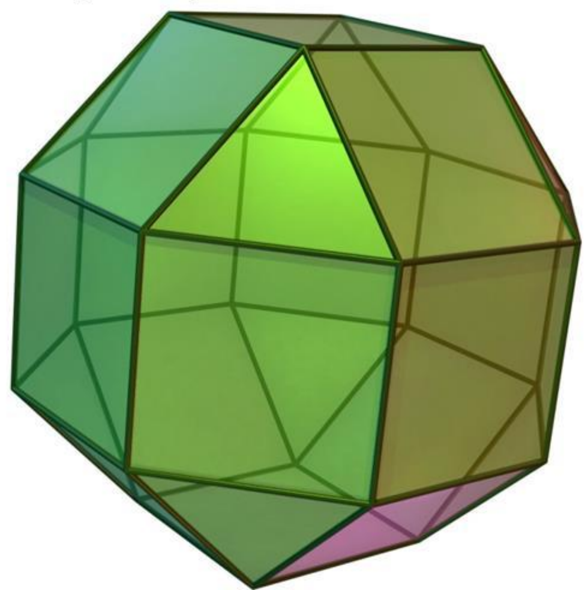


многогранники

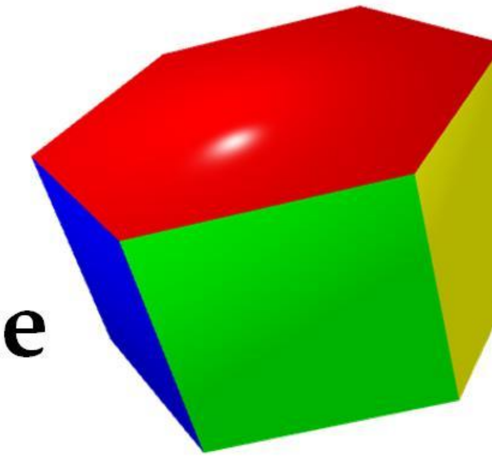
правильные

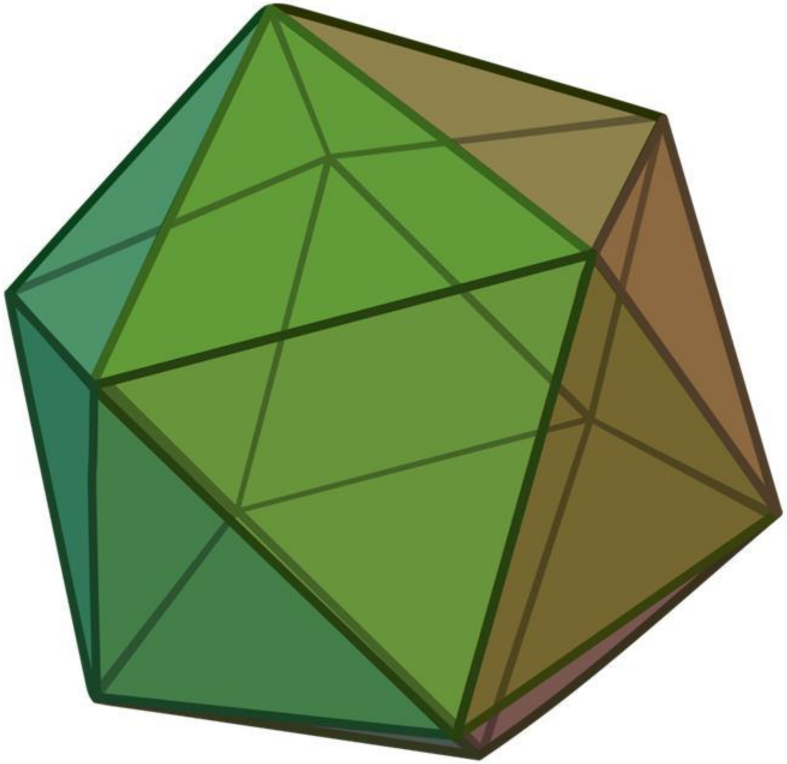


полуправильные



неправильные





Правильным называется многогранник, у которого **все грани** являются **правильными многоугольниками**, и **все** многогранные **углы** при вершинах **равны**.

Пример правильного многогранника (икосаэдр), его гранями являются *правильные* (равносторонние) *треугольники*.

Немного истории

Все типы правильных многогранников были известны **в Древней Греции** – именно им посвящена завершающая, XIII книга **«Начал» Евклида.**

Многогранники

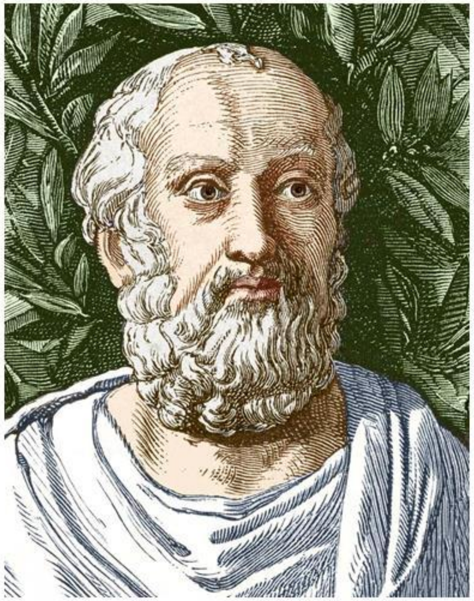
выпуклые

невыпуклые

Тела Платона

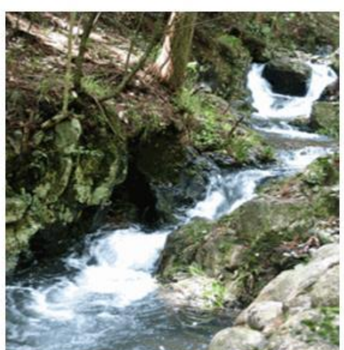
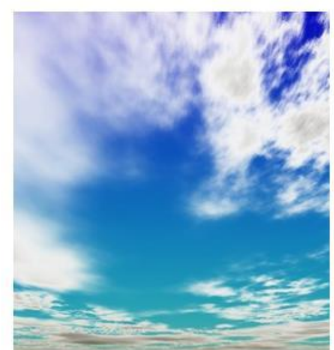
Тела Архимеда

Тела Кеплера-Пуассона



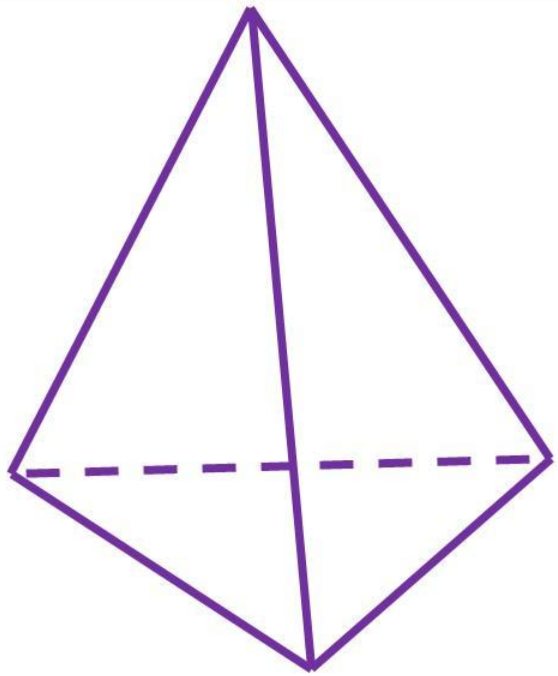
Правильные многогранники *называют также* ***«Платоновыми телами»*** **-** *они занимали видное место* ***в идеалистической картине*** *мира древнегреческого философа* ***Платона****.*

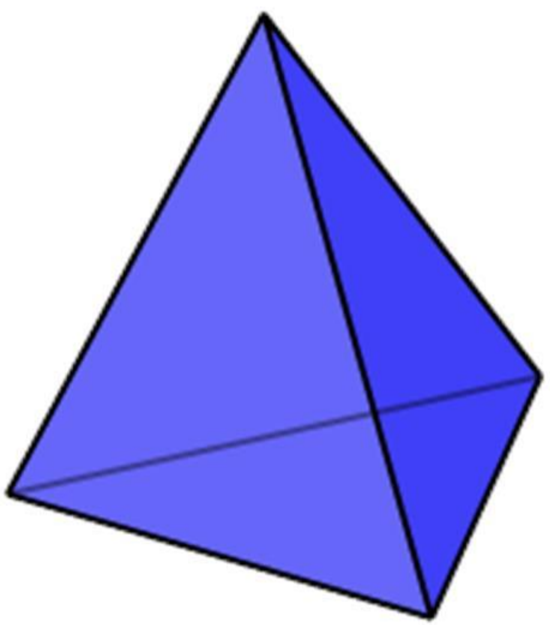
Платоновы тела

тетраэдр	икосаэдр	куб	октаэдр	додекаэдр
огонь	вода	земля	воздух	«всё сущее»
				

Тетраэдр

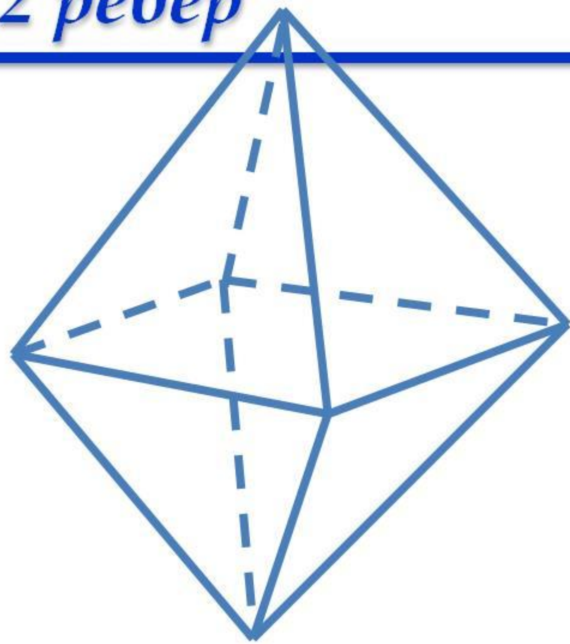
Правильный многогранник, у которого **грани правильные треугольники** и **в каждой вершине** сходится **по три ребра и по три грани.** ***У тетраэдра: 4 грани, четыре вершины и 6 ребер.***

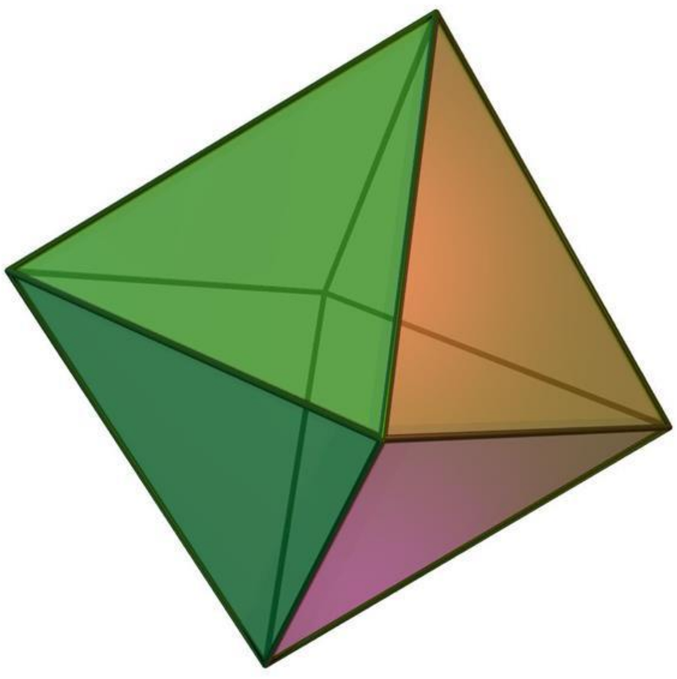




Октаэдр

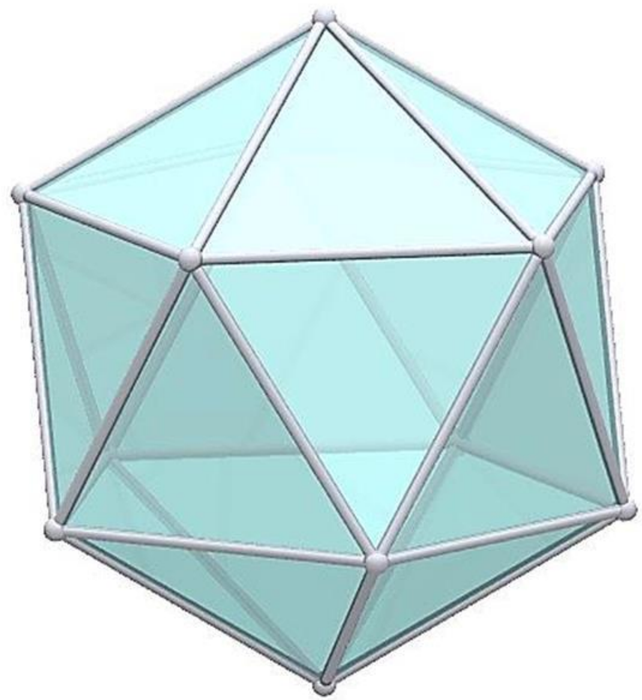
Правильный многогранник, у которого грани- **правильные треугольники** и **в каждой** вершине сходится **по четыре ребра и по четыре грани.** ***У октаэдра: 8 граней, 6 вершин и 12 ребер***





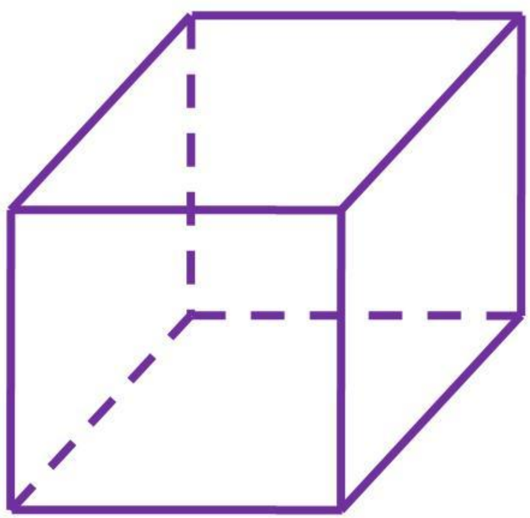
Икосаэдр

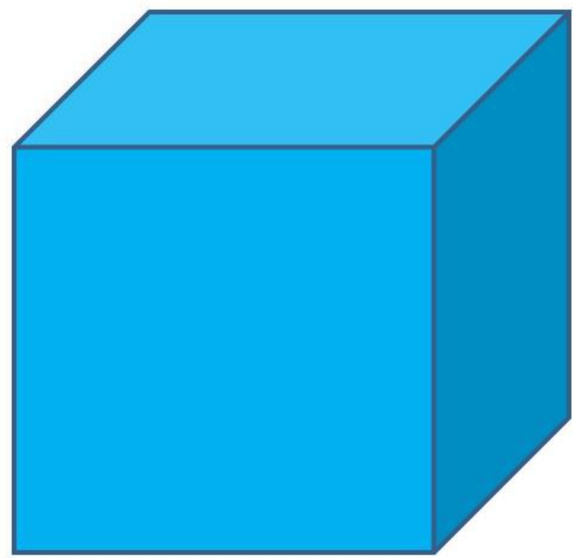
Правильный многогранник, у которого **грани правильные треугольники**. *У икосаэдра: 20 граней, 12 вершин и 30 ребер.*



Куб

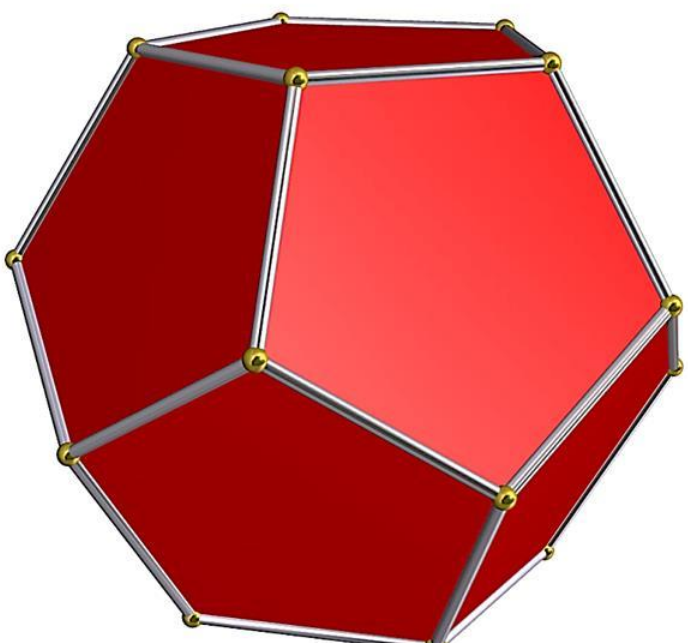
Правильный многогранник, у которого **грани – квадраты** и **в каждой вершине** сходится **по три ребра и три грани**. ***У него: 6 граней, 8 вершин и 12 ребер.***

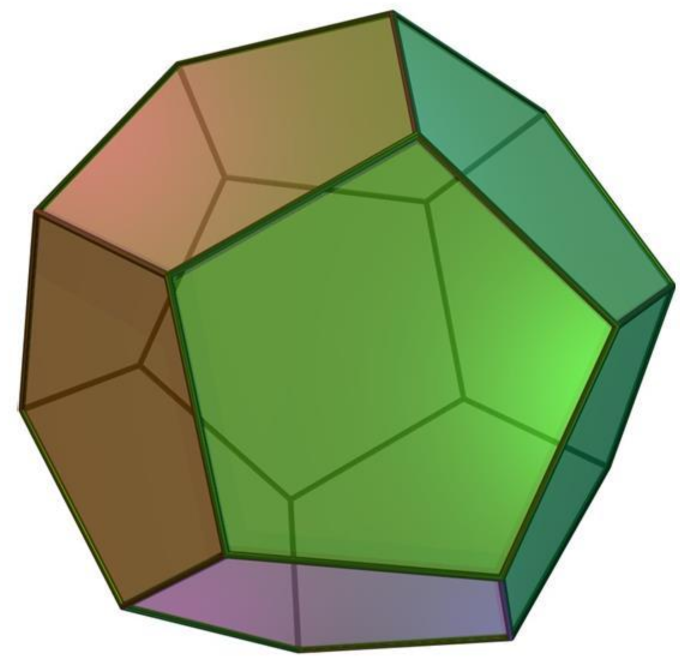




Додекаэдр

Правильный многогранник, у которого **грани правильные пятиугольники** и **в каждой вершине** сходится **по три ребра и три грани**. ***У додекаэдра:12 граней, 20 вершин и 30 ребер.***



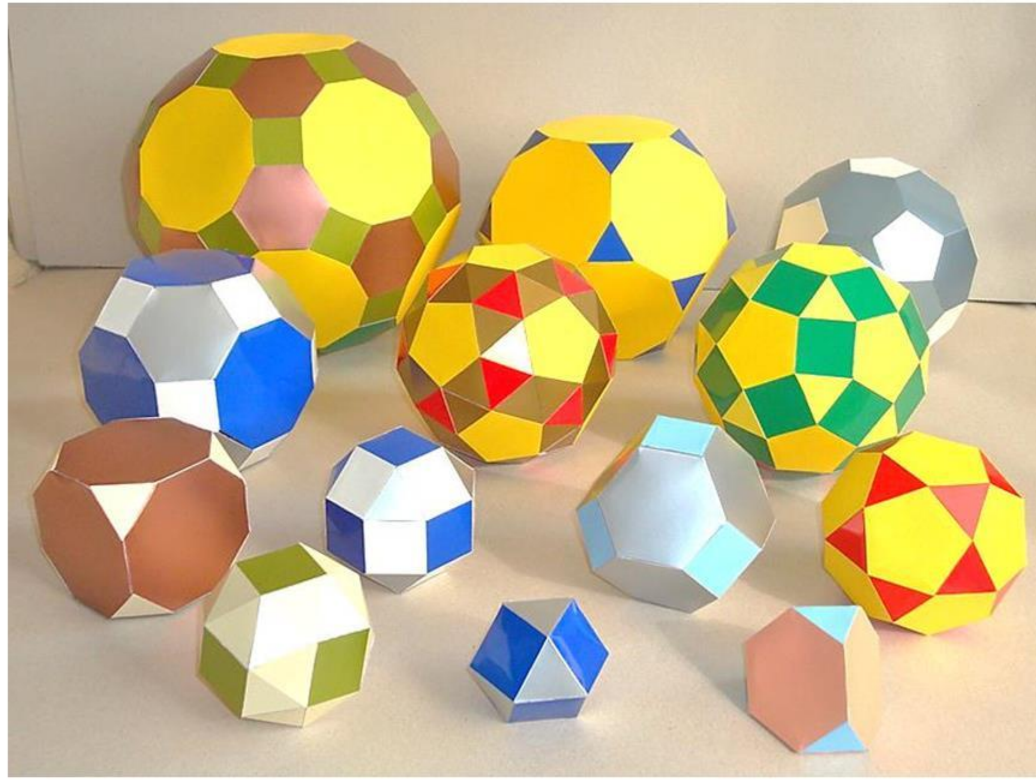


Вывод:

Существует **лишь пять выпуклых правильных многогранников** - **тетраэдр**, **октаэдр** и **икосаэдр** с треугольными гранями, **куб (гексаэдр)** с квадратными гранями и **додекаэдр** с пятиугольными гранями.

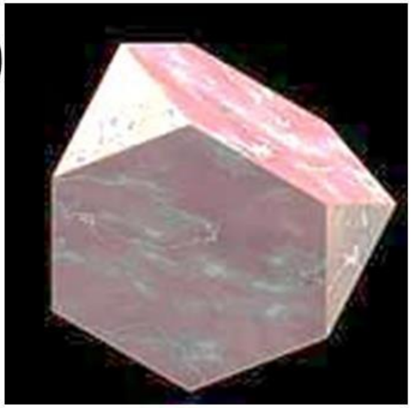
Названия пришли из Древней Греции, и в них указывается число граней («эдра» - грань)

- **«тетра» - 4**
- **«гекса» - 6**
- **«окта» - 8**
- **«икоса» - 20**
- **«додека» - 12**

Существует семейство тел, родственных Платоновым - это **полуправильные выпуклые многогранники**, *или* **Архимедовы тела.** *У них все многогранные углы равны, все грани - правильные многоугольники, но нескольких различных типов.*

Усеченные Архимедовы тела

(а) 

(а) усеченный тетраэдр,

 (б)

(б) усеченный куб,

(в) 

(в) усеченный октаэдр,

 (г)

(г) усеченный додекаэдр,

(д) 

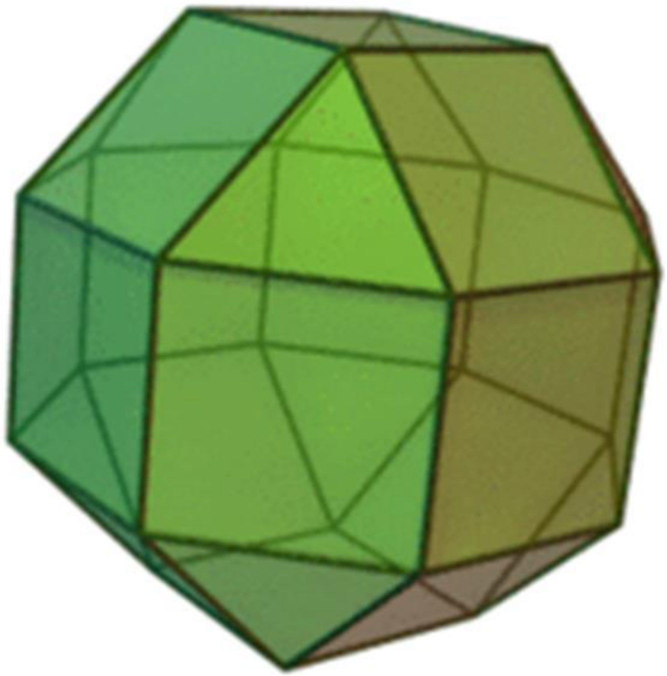
(д) усеченный икосаэдр

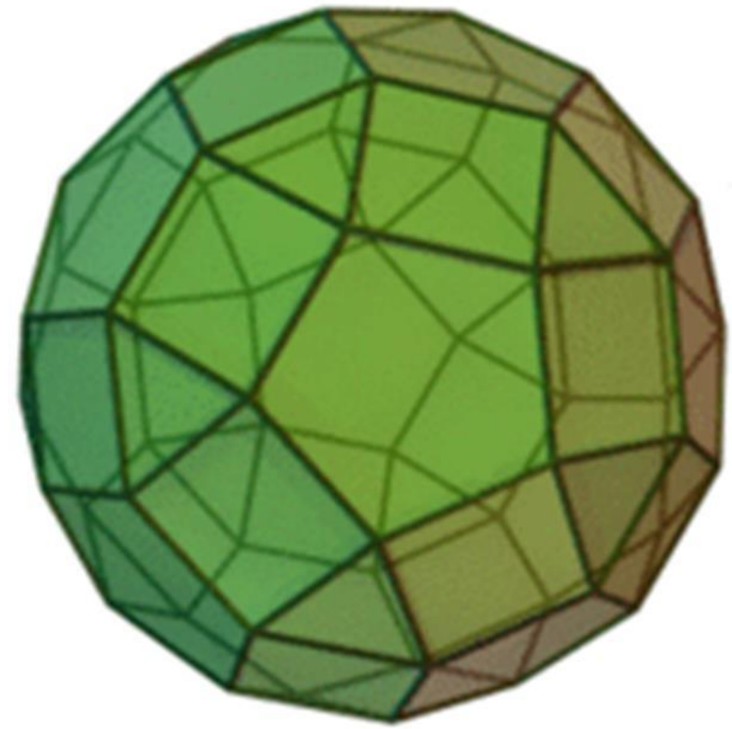
Другая группа **Архимедовых тел** - **квазиправильные многогранники**.

Частица «квази» подчеркивает, что **грани** этих многогранников - правильные **многоугольники всего двух типов**, причем ***каждая грань одного типа окружена многоугольниками другого типа***. Эти два тела носят название

ромбокубооктаэдр и ***икосододекаэдр***

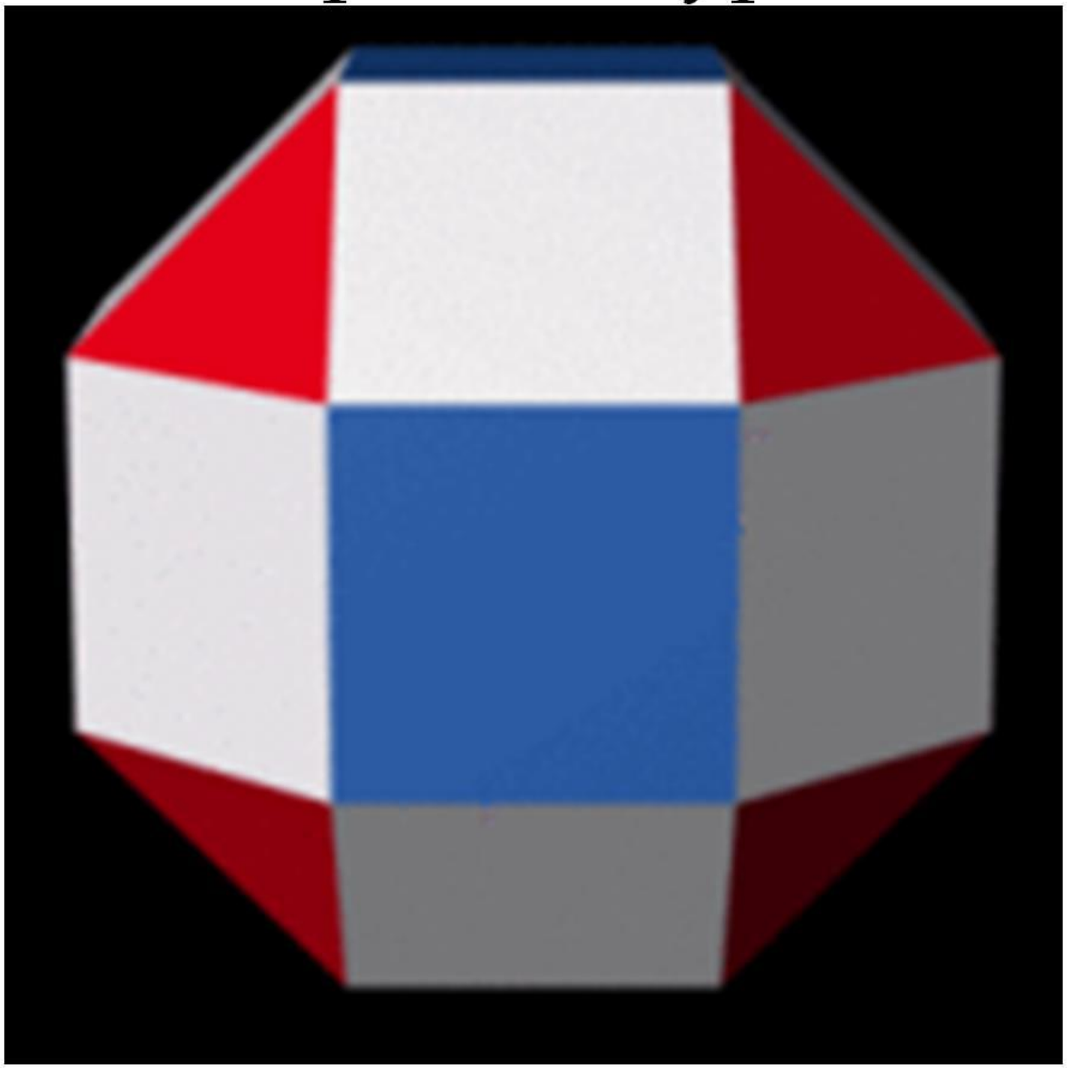
Два последующих *Архимедовых тела* называются ***ромбокубооктаэдром*** и ***ромбоикосододекаэдром***





Наконец, существуют две так называемые
«курносые» модификации –
одна для куба (***курносый куб***),
другая – для додекаэдра (***курносый додекаэдр***)

Преобразование ромбокубооктаэдра в «левый» и «правый» курносые кубы.



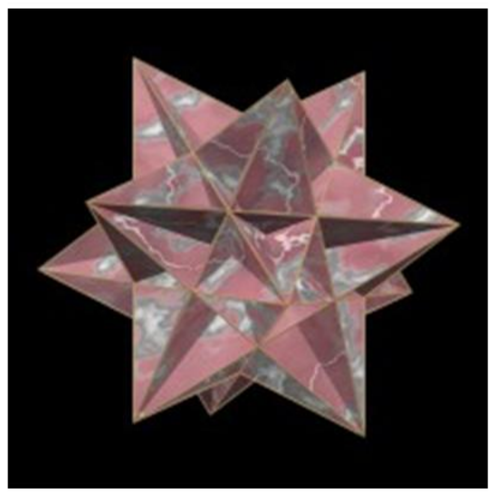
Тела Кеплера - Пуассона

Аналоги платоновых тел.

Это невыпуклые однородные многогранники, все **грани** которых - **одинаковые правильные многоугольники**, и все многогранные **углы** которых **равны**. **Грани** при этом могут быть как **выпуклыми**, так и **невыпуклыми**.

Малый звездчатый додекаэдр

Большой звездчатый додекаэдр

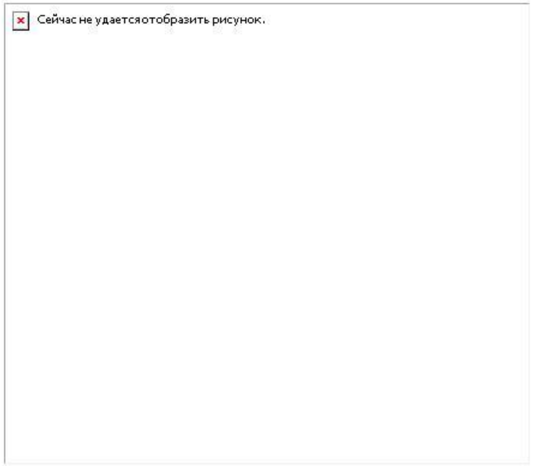


Большой икосаэдр

Многогранники в природе

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.

Кристалл сульфата меди II



Кристалл алюмокалиевых квасцов

Кристалл сульфата никеля II

Кристаллы в форме октаэдра

Квасцы

Шпинель

Флюорит

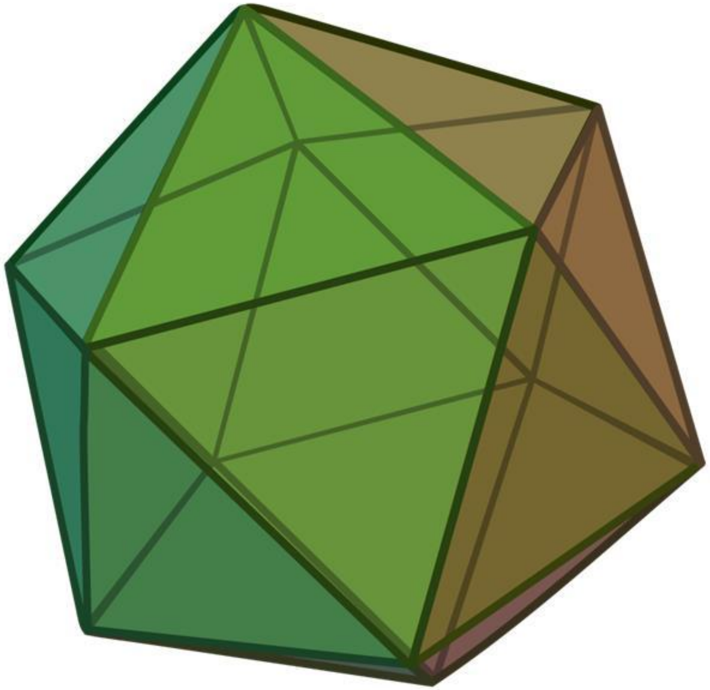
Алмаз

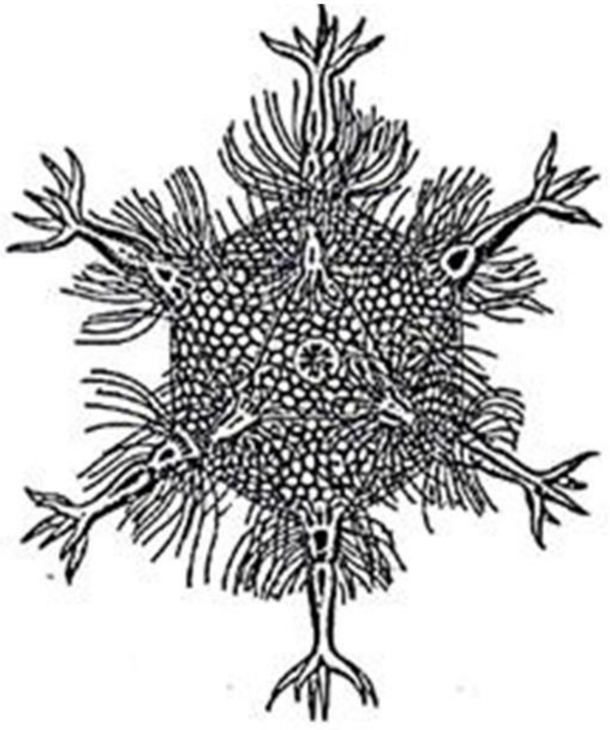
Кристаллы в форме призм

Рубин

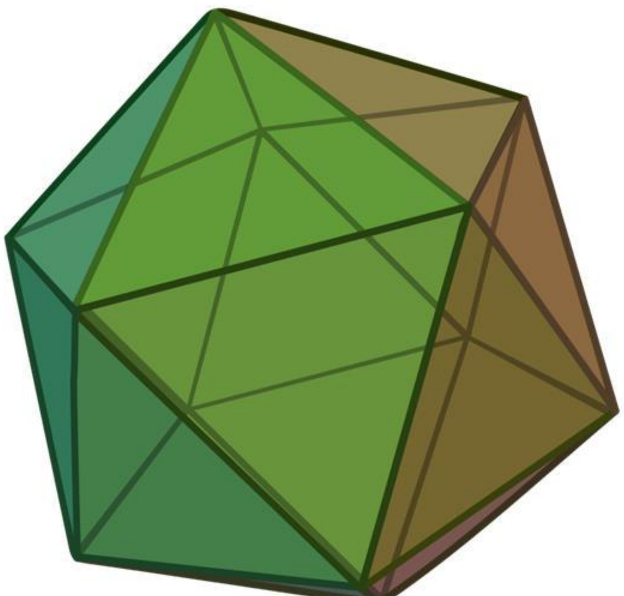
Горный хрусталь

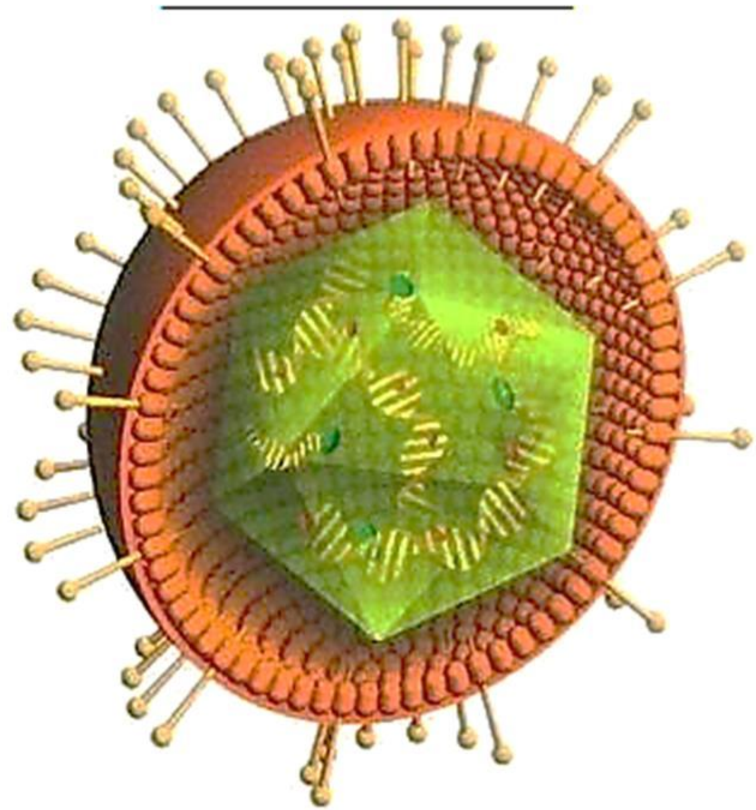
Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, **скелет** одноклеточного организма **феодарии** по форме напоминает ***икосаэдр***.





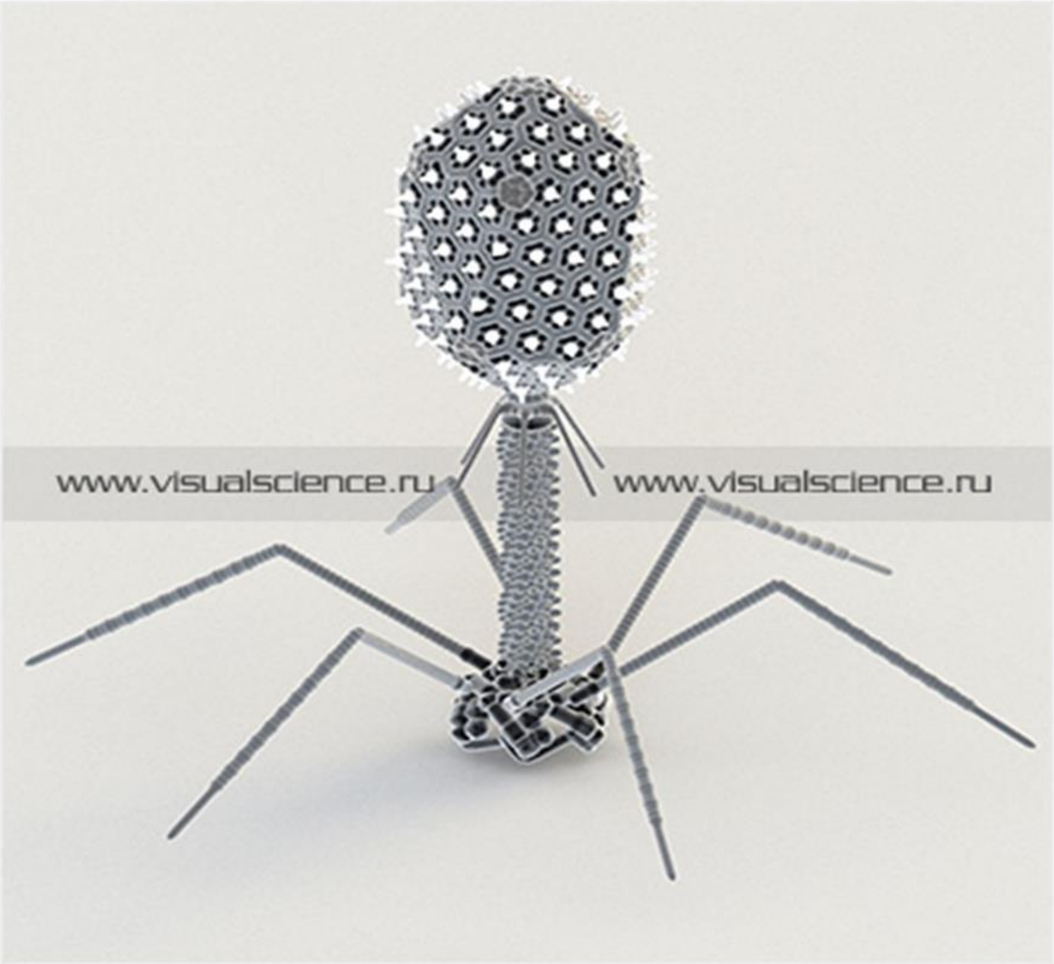
Икосаэдр оказался в центре внимания биологов в их мнениях относительно ***формы вирусов***.





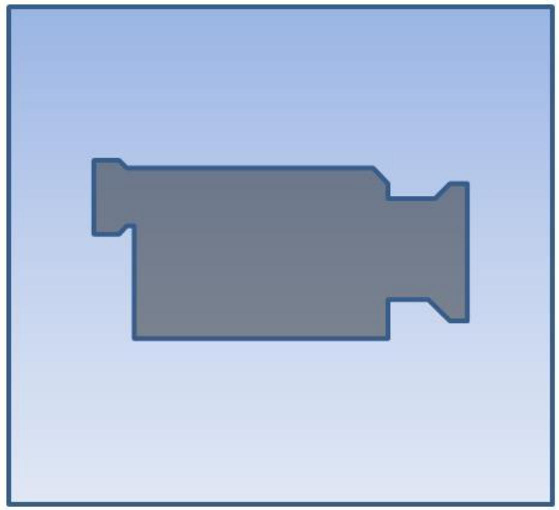
Строение вируса возбудителя краснухи

Вирусы-бактериофаги



Головка вируса-бактериофага также имеет форму икосаэдра

Обобщим знания
о правильных многогранниках

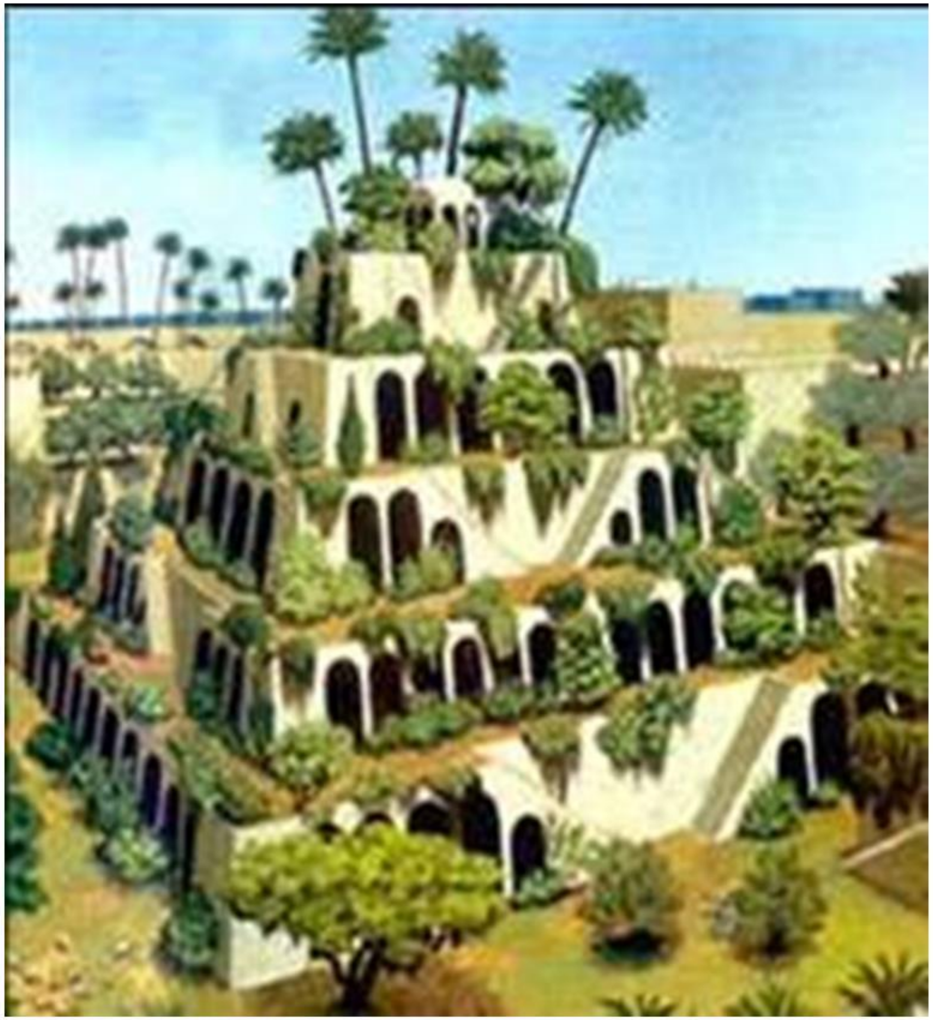


Многогранники в архитектуре

Александрийский маяк

В 285 году до н.э.на острове Фарос был построен маяк. Он строился пять лет и получился в виде трехэтажной башни высотой 120 метров. В основании он был квадратом со стороной тридцать метров, первый 60-метровый этаж башни был сложен из каменных плит и поддерживал 40-метровую восьмигранную башню, облицованную белым мрамором. На третьем этаже, в круглой, обнесенной колоннами башне, вечно горел громадный костер, отражавшийся сложной системой зеркал.

Висячие сады Семирамиды



Дворец Навуходоносора был построен для его жены Семирамиды Пять дворов следовали один за другим с востока на запад.

Висячие сады украшали северо-западную часть дворца. На арках из кирпича были расположены террасы, напоминающие уступы гор, на которых были посажены деревья, кусты и цветы. Издали казалось, что эти сады как бы висят в воздухе.

Галикарнасский мавзолей

Лучшие архитекторы того времени построили мавзолей в виде почти квадратного здания, первый этаж которого был собственно усыпальницей. Во втором этаже, окруженном колоннадой, хранились жертвоприношения, крышей же мавзолея служила пирамида.

Египетские пирамиды

Башня Сююмбике

Башня Сююмбике находится в Казани и состоит из семи ярусов, нижние ярусы представляют из себя параллелепипеды а верхние - многогранники.

Мечеть Кул-Шариф

Одна из главных мусульманских мечетей республики Татарстан и Казани. Расположена на территории Казанского кремля. Архитектура этой мечети представляет собой сочетание различных многогранников.

Башни Азриэли

Комплекс из трёх небоскрёбов и большого торгового центра (160 магазинов) у их основания в центре Тель-Авива.

В свое время уроженец Израиля Давид Азриэли, живущий в Канаде и сделавший там огромное состояние, задумал построить комплекс из трех башен – квадратной, круглой и треугольной.

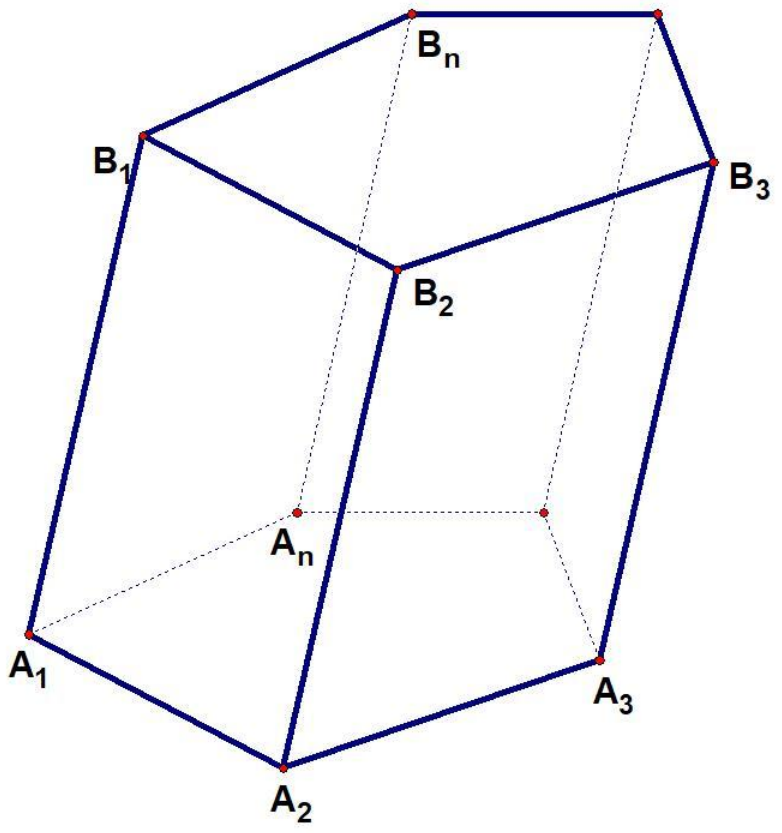
Спасская башня Кремля

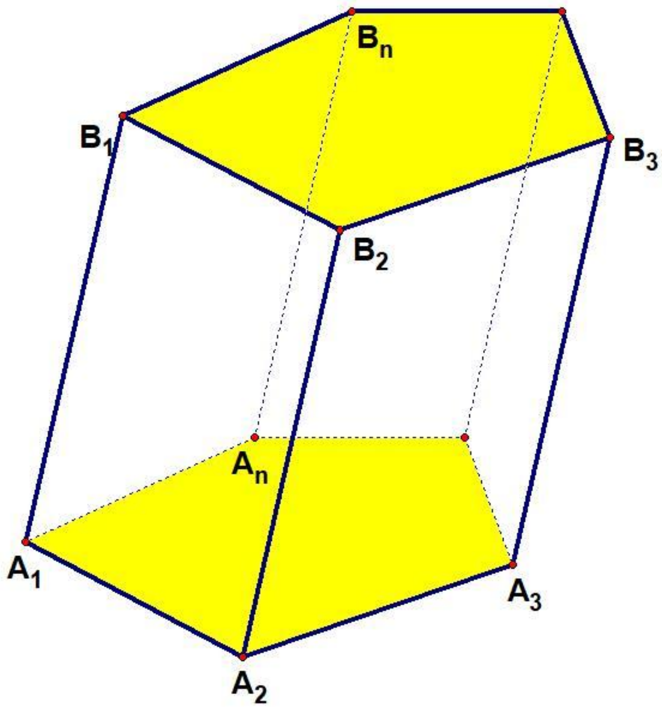
Возведена в XVI веке псковскими зодчими Иваном Ширяем и Постником Яковлевым. Башня неоднократно перестраивалась, во все века ей как главной кремлевской башне уделяли особое внимание.

Четыре яруса башни представляют из себя куб, многогранники и пирамиду.

призма

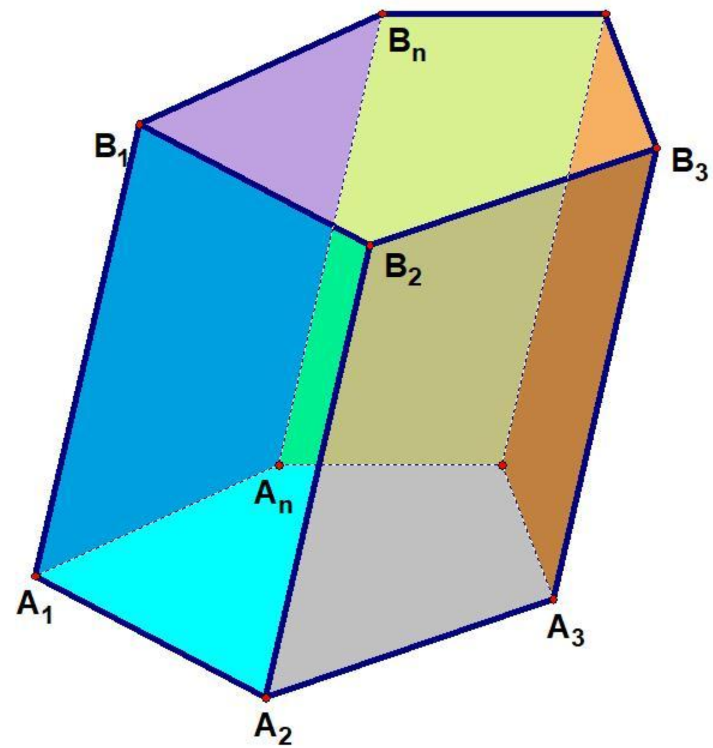
Многогранник, состоящий из **двух многоугольников**, лежащих в разных полуплоскостях и **совмещаемых параллельным переносом**, и **всех отрезков, соединяющих** соответствующие точки **этих многоугольников**





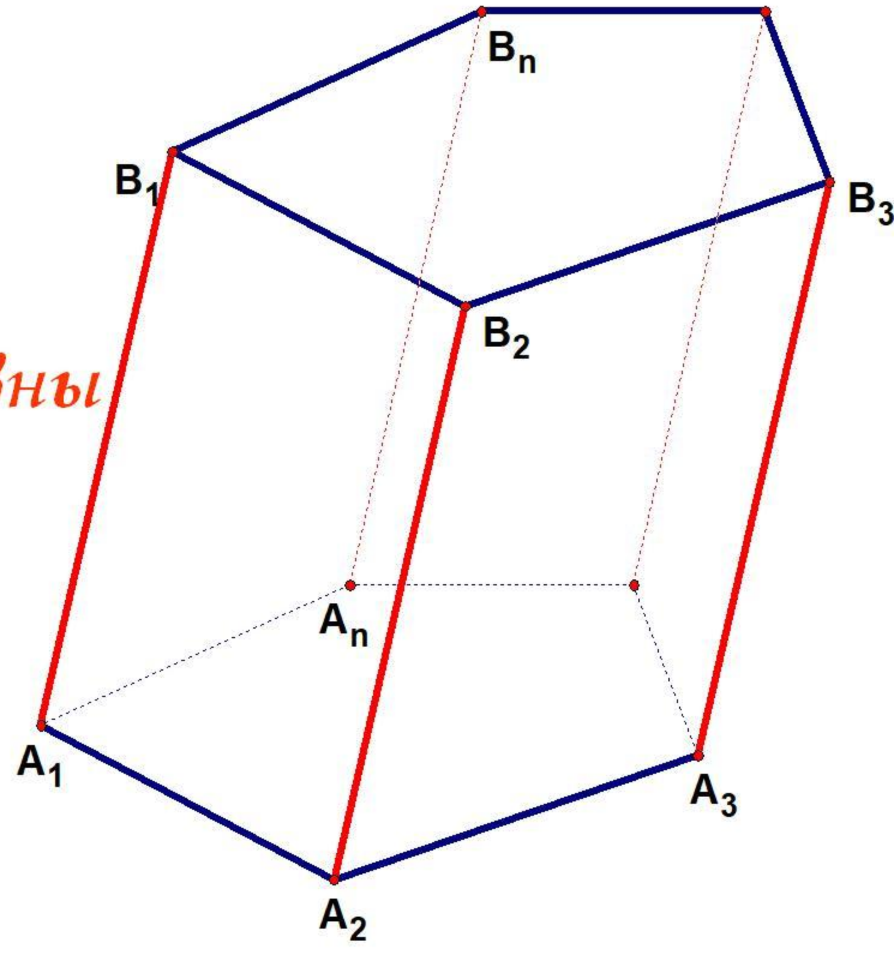
Многоугольники $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$ называются ***основаниями*** *призмы,*

а параллелограммы – ***боковыми гранями*** *призмы*



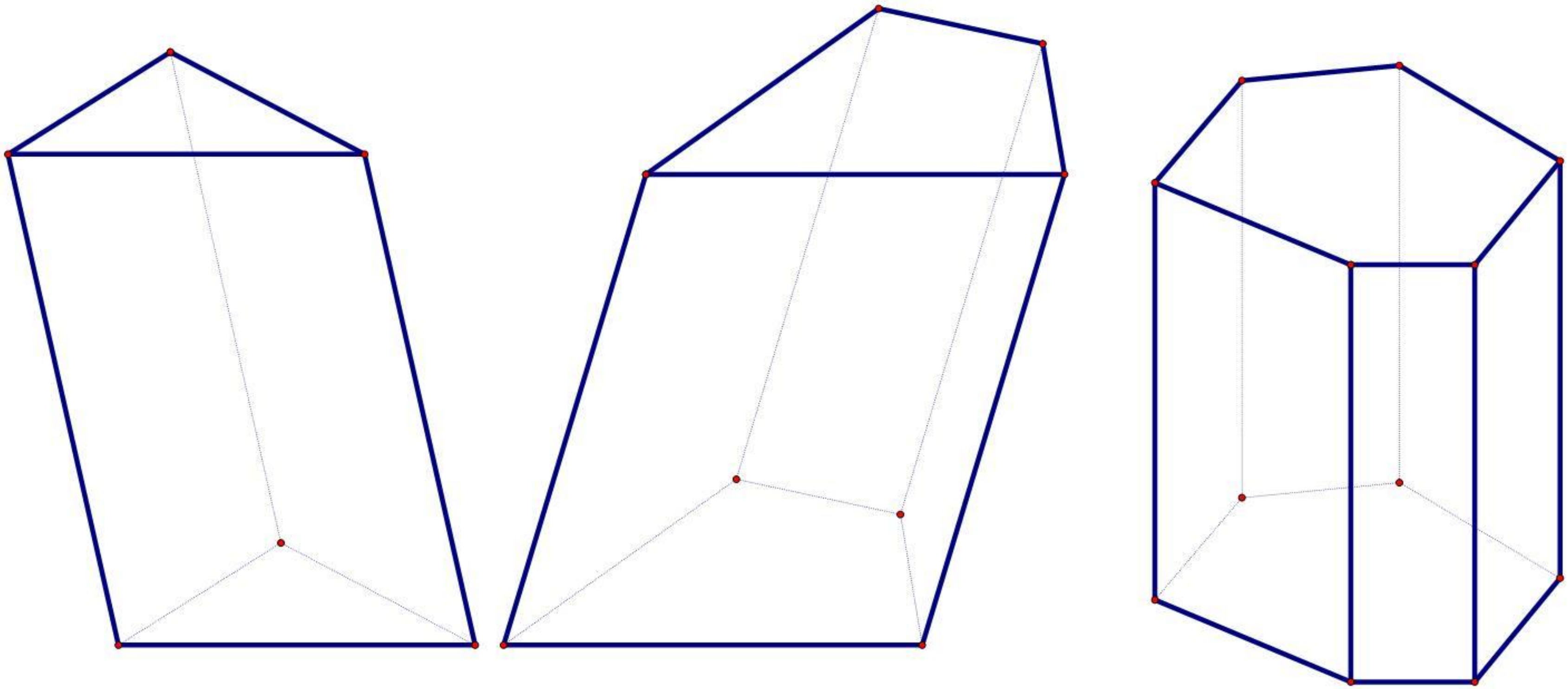
Боковые ребра призмы

Отрезки A_1B_1, A_2B_2, … , A_nB_n называются боковыми ребрами призмы

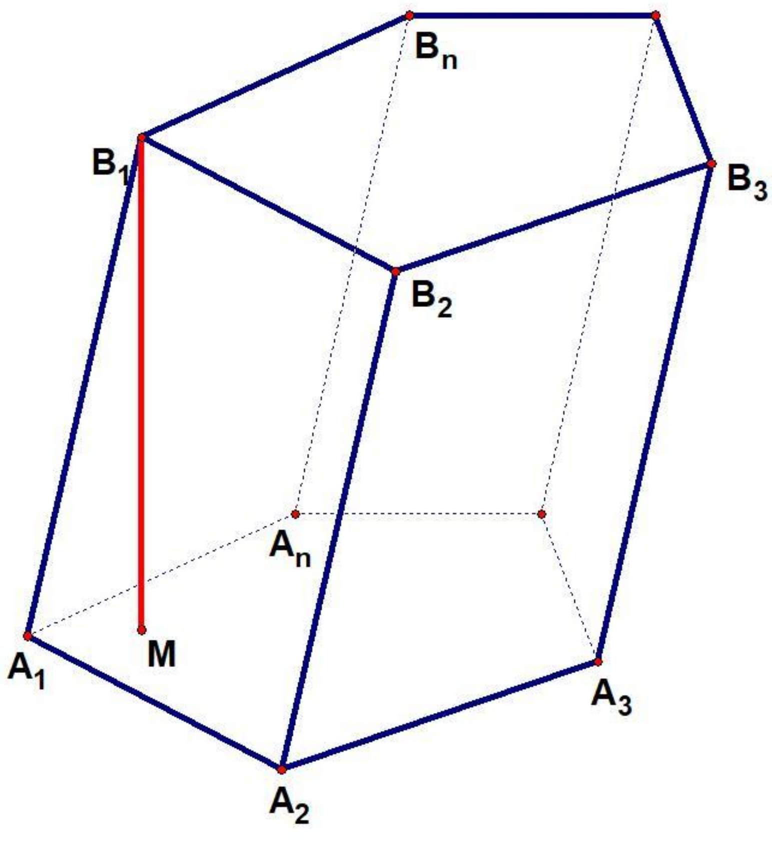


Боковые ребра призмы равны и параллельны

Призму с основаниями $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$ обозначают $A_1A_2\ldots A_nB_1B_2\ldots B_n$ и называют n-угольной призмой



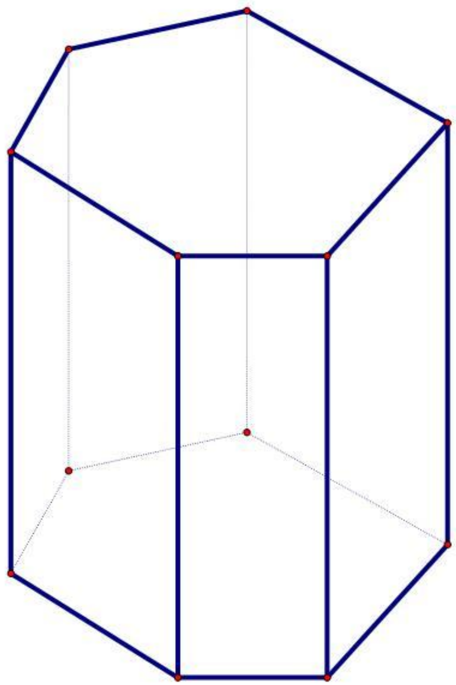
Высота призмы

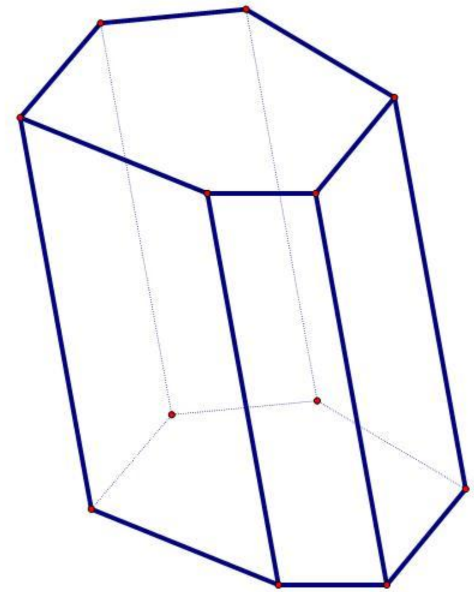


Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется высотой призмы

$$B_1M \perp (A_1A_2A_3)$$

Прямая и наклонная призмы

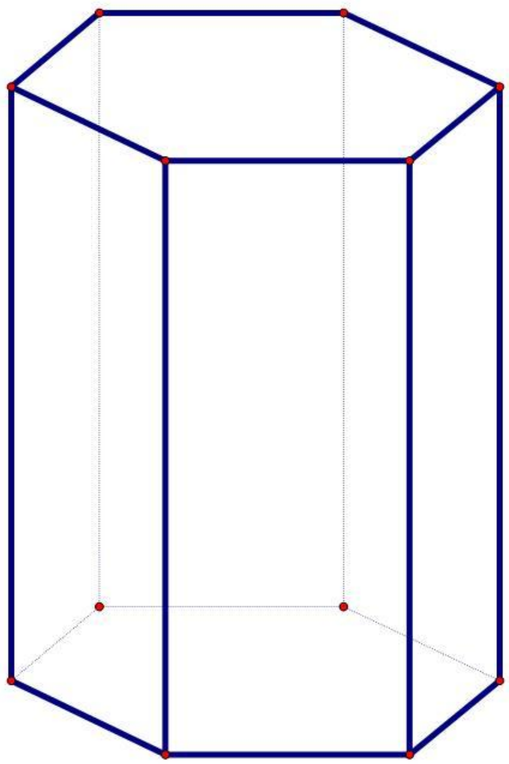




Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется прямой, в противном случае – наклонной.

Высота прямой призмы равна её боковому ребру.

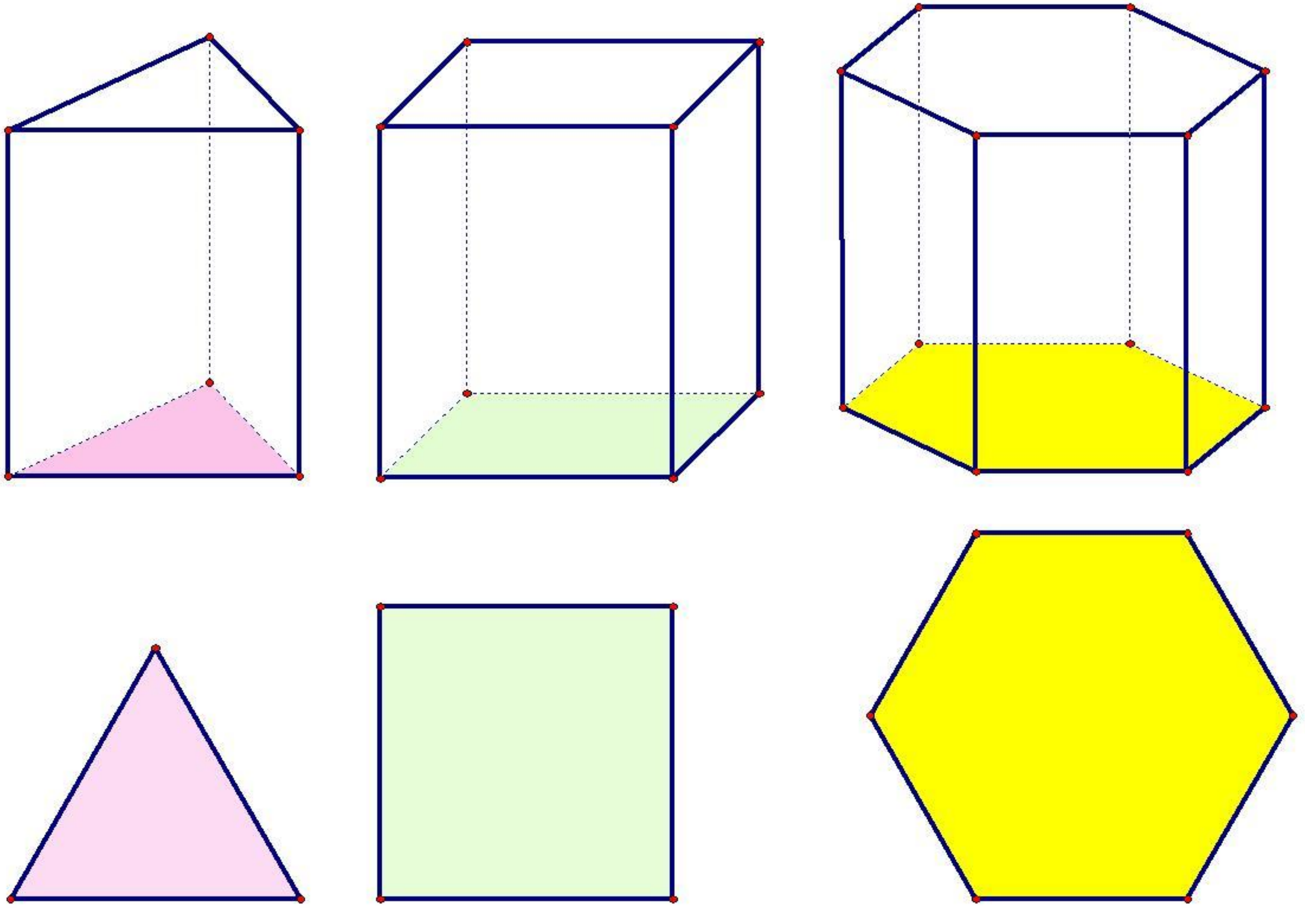
Правильная призма



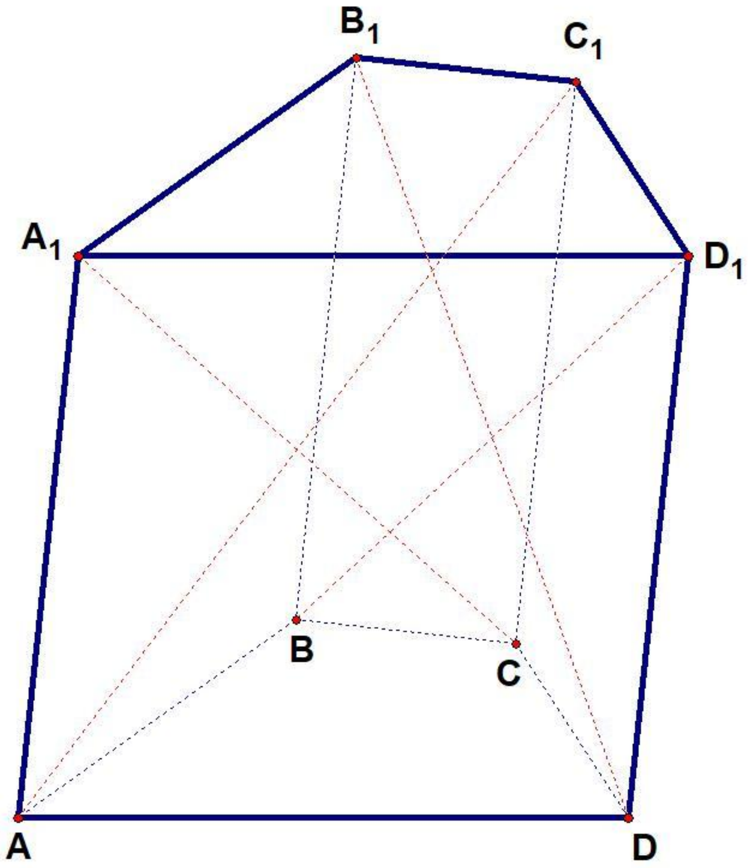
Прямая призма называется правильной, если её основания – правильные многоугольники.

У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

Правильные призмы



Диагонали призмы

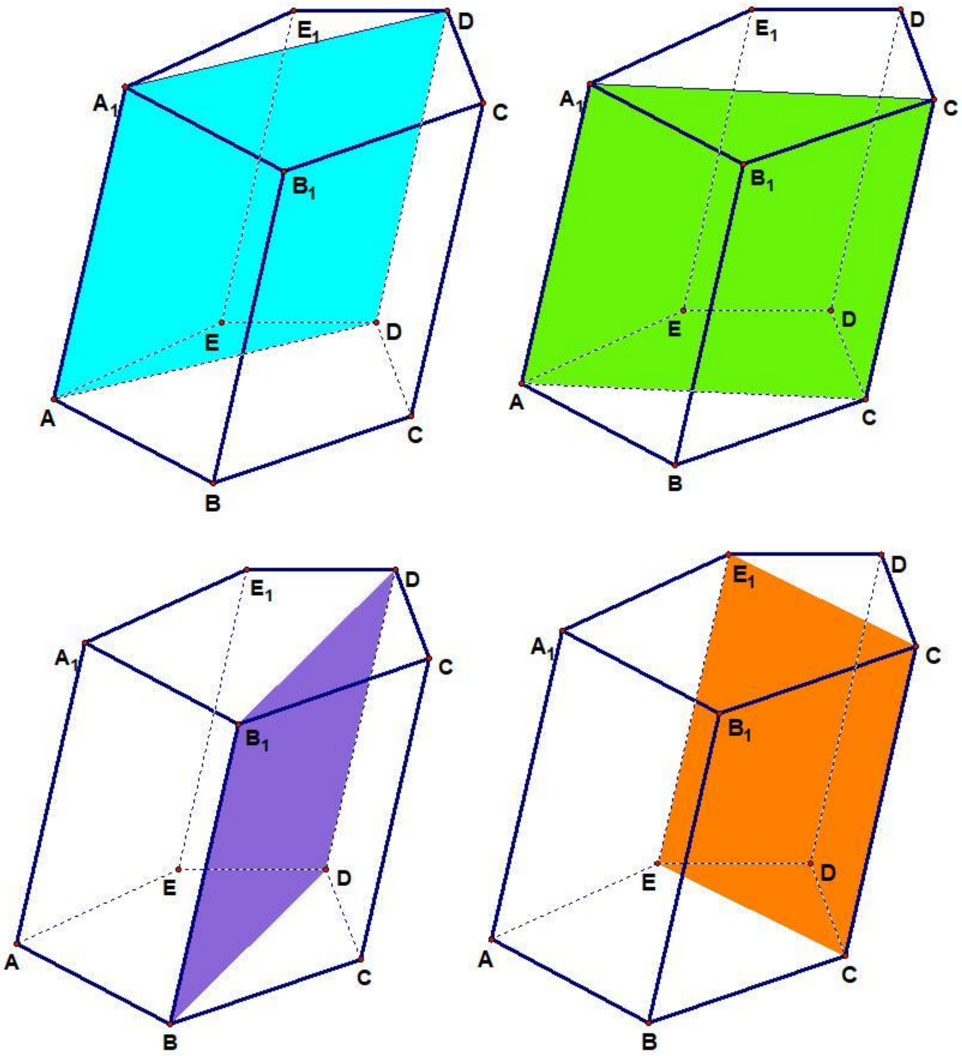


Диагональю призмы называется отрезок, соединяющий две вершины, **не принадлежащие одной** грани

Диагональные сечения призмы

Сечения призмы плоскостями, проходящими **через два боковых ребра, не принадлежащих одной** грани, называются **диагональными сечениями**

Диагональные сечения призмы являются **параллелограммами**



Площадь поверхности призмы

Площадью **полной поверхности** призмы называется сумма площадей всех её граней $\left(S_{полн}\right)$

Площадью **боковой поверхности** призмы называется сумма площадей её боковых граней $\left(S_{бок}\right)$

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$$