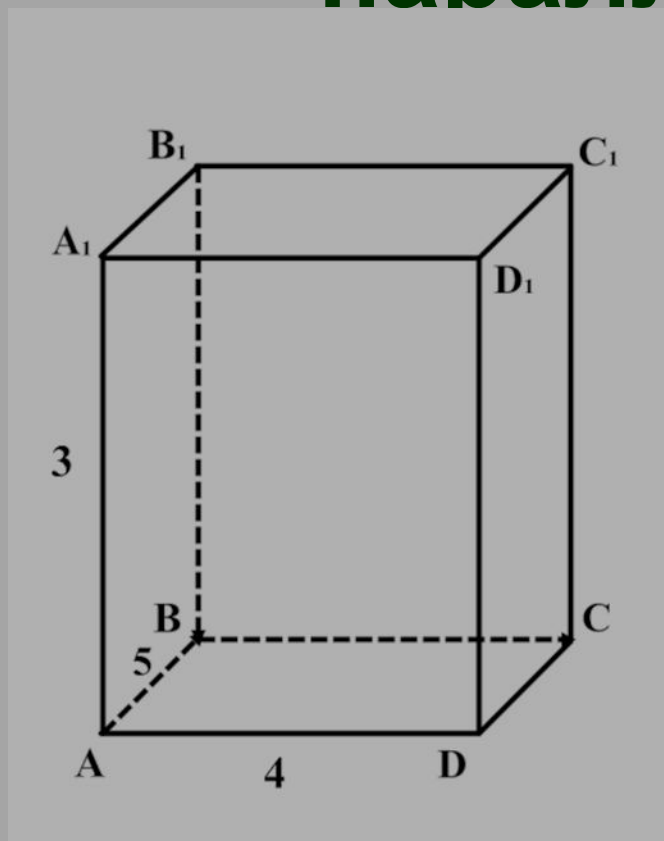
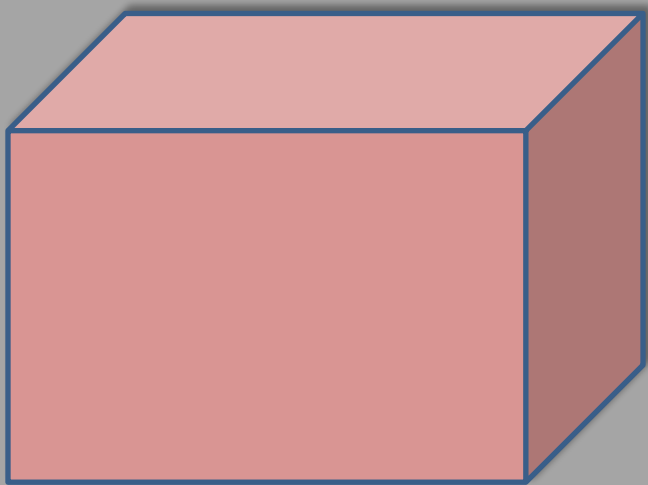


# Открытый урок по геометрии на тему: «Прямоугольный параллелепипед»



Подготовила и провела:  
учитель математики  
Пучкина Галина Петровна

# Прямоугольный параллелепипед



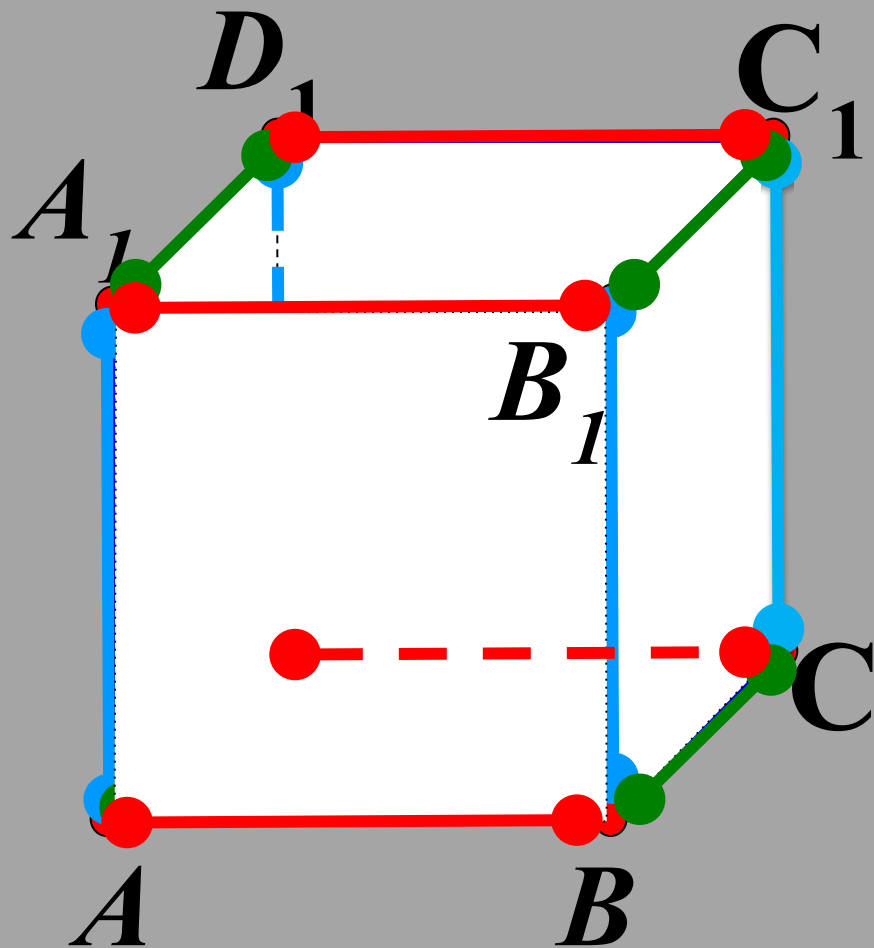
Каждая грань - **прямоуголь  
ник**

Всего у параллелепипеда **6**  
граней

Противоположные грани у прямоугольного  
параллелепипеда ... **равны**

Вершины - точки

Грани - прямоугольники



Ребра - отрезки

$V=abc$  Объем прямоугольного параллелепипеда

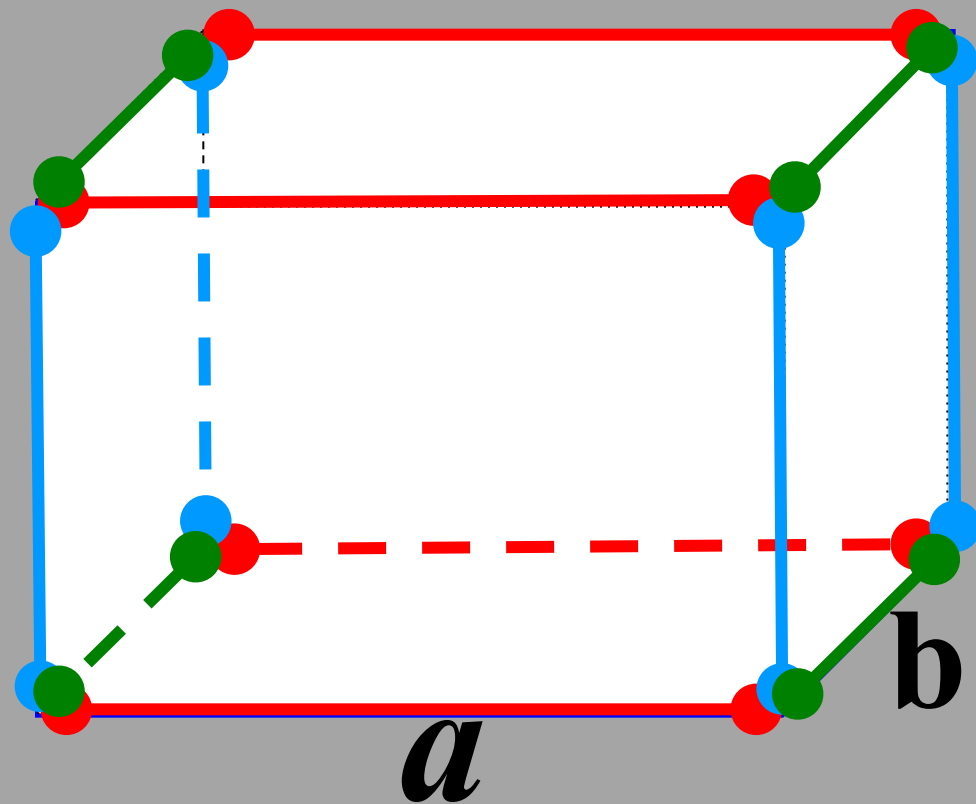
$S=2ab+2ac+2bc$  Площадь поверхности

$S=2(a+b+c)$

Длина ребер

$L=4a+4b+4c$

$L=4(a+b+c)$



Объем куба

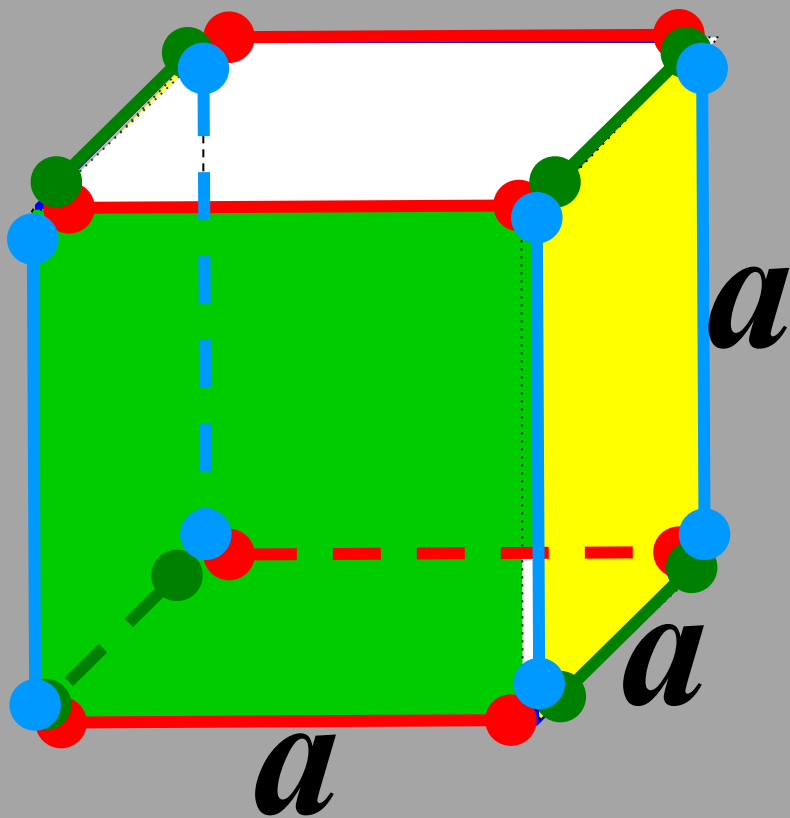
$$V=a^3$$

Объем **куба**

$$S=6a^2$$

Площадь  
поверхности **куба**

$$L=12a$$
 Длина ребер **куба**



# Площадь прямоугольника = длина × ширина

10  
CM

$$10 \times 15 = 150 \text{ см}^2$$

15  
CM

120 мм

$$12 \times 15 = 180 \text{ см}^2$$

150 мм

20  
CM

$$150 \times 20 = 3000 \text{ см}^2$$

15 дм

20 мм

$$30 \times 2 = 60 \text{ см}^2$$

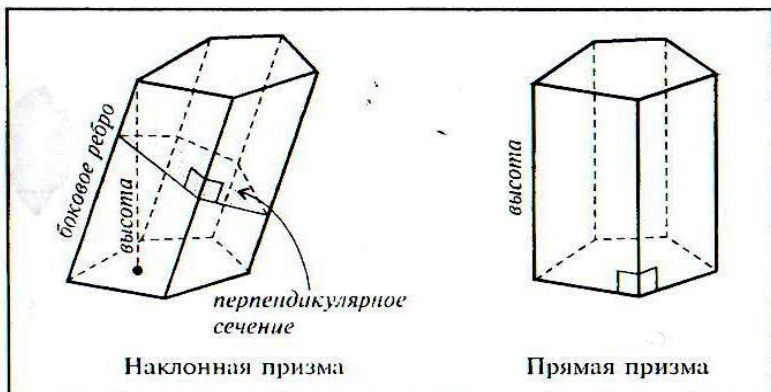
30  
CM

# Прямоугольный параллелепипед

## ПРИЗМА

Так называется многогранник, две грани которого (основания) — равные  $n$ -угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные  $n$  граней (боковые грани) — параллелограммы.

Призма называется правильной, если она прямая и ее основания — правильные многоугольники.

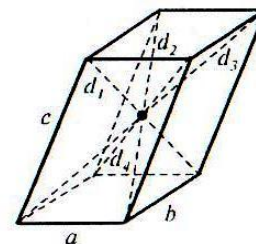


### ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ПРИЗМЫ

	Наклонная призма	Прямая призма
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$ , где $P_{\text{сеч}}$ — периметр перпендикулярного сечения, $l$ — длина бокового ребра	$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$ , где $P_{\text{осн}}$ — периметр основания, $H$ — высота
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$
Объем	$V = S_{\text{сеч}} \cdot l$ , где $S_{\text{сеч}}$ — площадь перпендикулярного сечения, $l$ — боковое ребро	$V = S_{\text{осн}} \cdot H$ , где $S_{\text{осн}}$ — площадь основания призмы, $H$ — высота.

## ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Так называется призма, основания которой — параллелограммы.



Все грани параллелепипеда — параллелограммы.

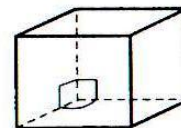
Противоположные грани параллельны и равны.

Все четыре диагонали пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Точка пересечения диагоналей — центр симметрии.

Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех ребер:

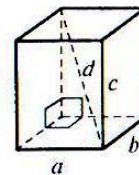
$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$



### Прямой параллелепипед:

боковые ребра перпендикулярны основаниям.

Боковые грани — прямоугольники, а основания — параллелограммы.



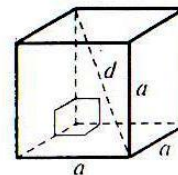
### Прямоугольный параллелепипед:

прямой параллелепипед, основания которого — прямоугольники.

Все диагонали равны.

Квадрат диагонали равен сумме квадратов ребер, исходящих из одной вершины:  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ .

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac); V = abc.$$



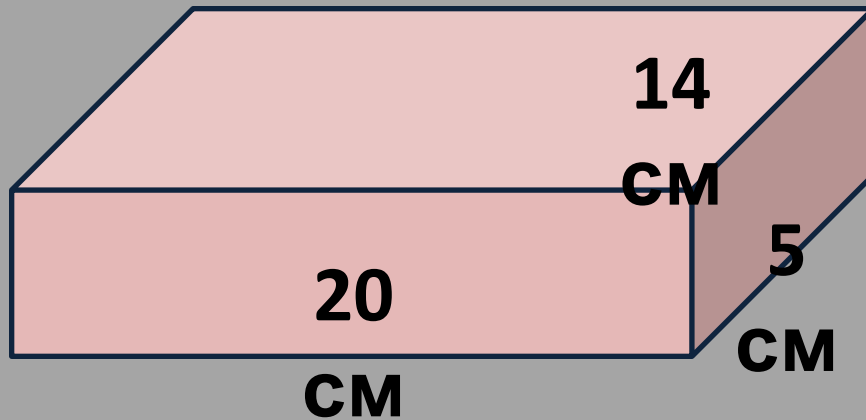
### Куб:

все грани — квадраты.

Все ребра равны.

$$d = \sqrt{3}a, S_{\text{полн}} = 6a^2, V = a^3.$$

**ЗАДАЧА 1. Сколько бумаги нужно для оклейки коробочки?**



$$S_1 = 14 \times 5 = 70 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_2 = 14 \times 20 = 280 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_3 = 20 \times 5 = 100 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{III}} = 2 \times 70 + 2 \times 280 + 2 \times 100 =$$

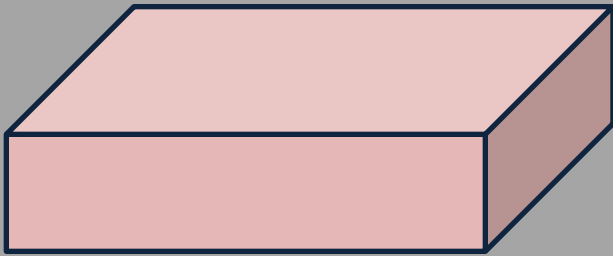
$$2 \times (70 + 280 + 100) = 2 \times 450 = 900 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ: 900 см<sup>2</sup> бумаги.**



**ЗАДАЧА 2.** Сколько баночек краски, в каждую из которых помещается 25 грамм, потребуется для покраски 10 коробочек, если расход составляет 2 грамма на каждый квадратный дециметр?

Площадь поверхности в других единицах измерения



$$900 \text{ см}^2 = 9 \text{ дм}^2$$

Площадь поверхности 10 коробочек

$$9 * 10 = 90 \text{ (дм}^2\text{)}$$

Количество краски, необходимое для покраски всех коробочек

$$90 \times 2 = 180 \text{ (г)}$$

Количество баночек с краской

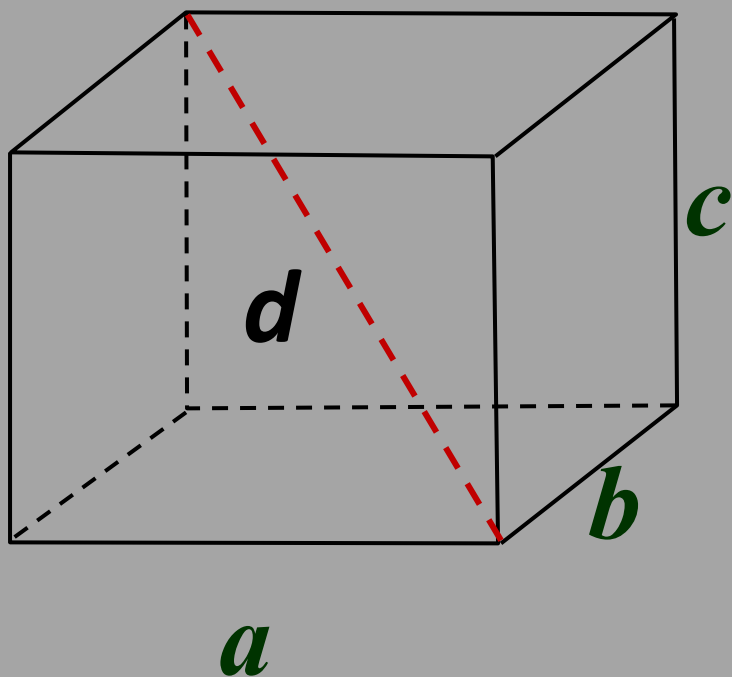
$$180 : 25 = 7 \text{ (ост. 5)}$$

**Ответ:** 8 баночек краски.

# Формулы полной поверхности и объёма прямоугольного параллелепипеда

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$S_{\text{пов.}} = 2(ab + bc + ac)$$



$$V = a \cdot b \cdot c$$

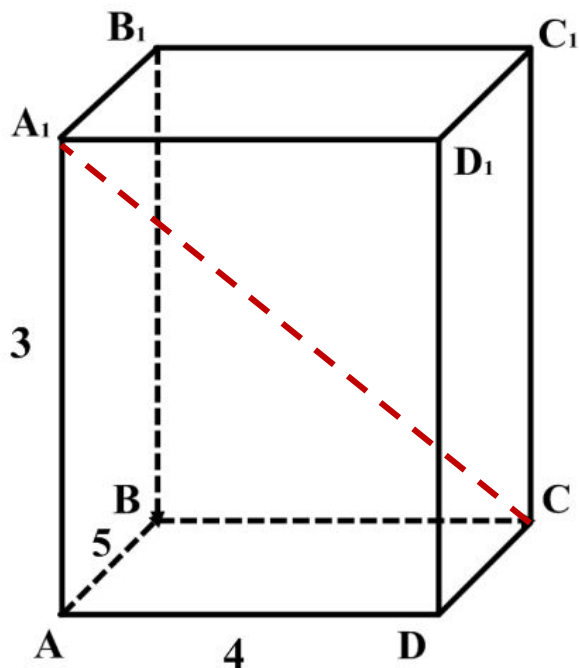
$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$

№1

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $A_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .

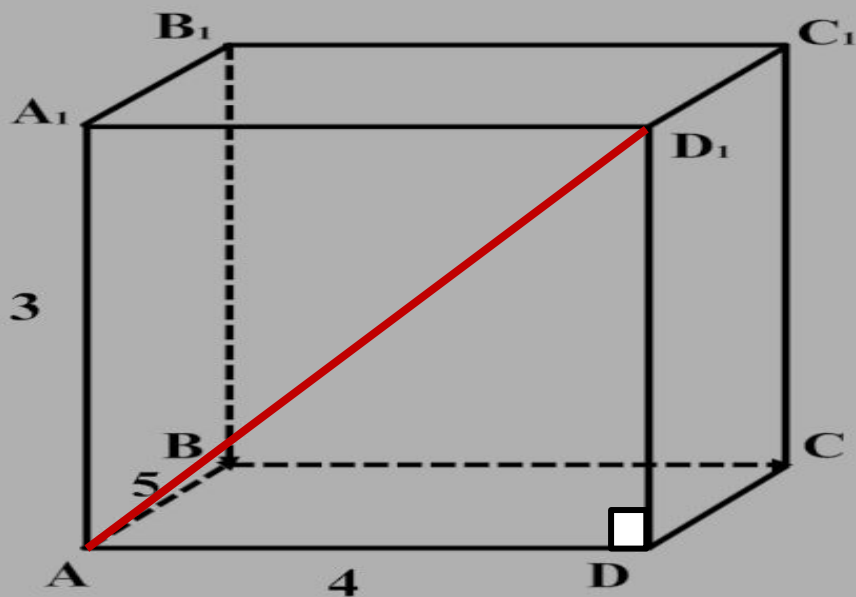


$$CA_1^2 = ?$$

$$CA_1^2 = 4^2 + 5^2 + 3^2 = 16 + 25 + 9 = 50.$$

№2.

Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .



$$AD_1 = ?$$

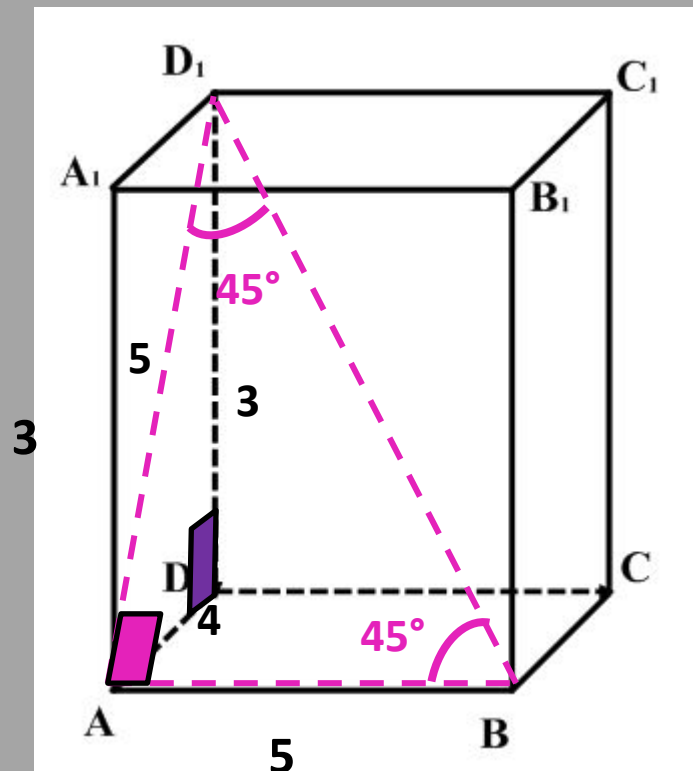
$$\text{В } \triangle AD_1D$$

$$\angle D = 90^\circ$$

$$AD_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

№3.

Найдите угол  $ABD_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ . Ответ дайте в градусах.



$$ABD_1 = ?$$

$$\text{В } \triangle ADD_1 \quad \angle D = 90^\circ ;$$

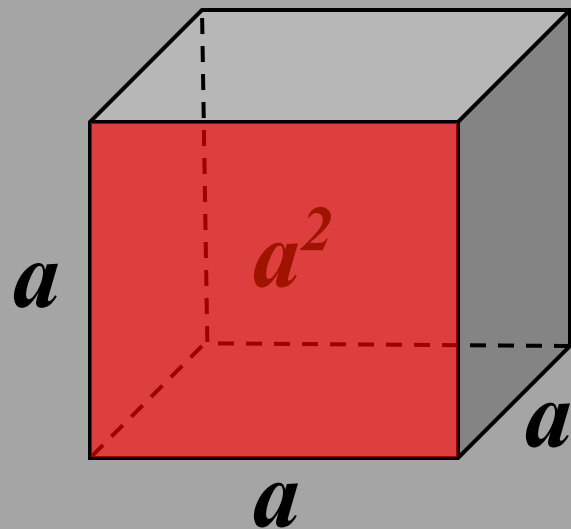
$$AD_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

$$AD_1 = AB = 5;$$

$\triangle ADD_1$  - равнобедренный треугольник,  $\angle A = 90^\circ$  ;

$$\angle D_1 = \angle B = 45^\circ ; \quad \angle ABD_1 = 45^\circ .$$

№ 4. Объем куба равен 64. Найдите площадь его поверхности.



$$V = a^3$$

$$V = 64$$

$$a = \sqrt[3]{64}$$

$$a = 4$$

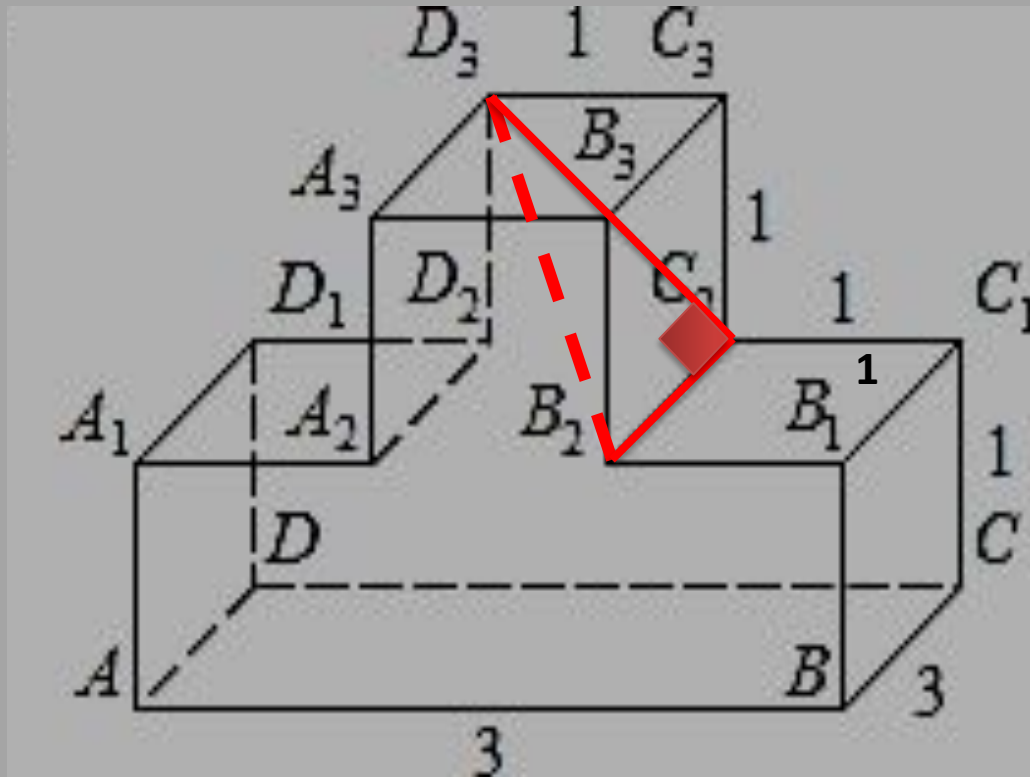
$$S = 6a^2$$

$$S = 6 \cdot 4^2$$

$$S = 96$$

Ответ: 96

№5. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B_2$  и  $D_3$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

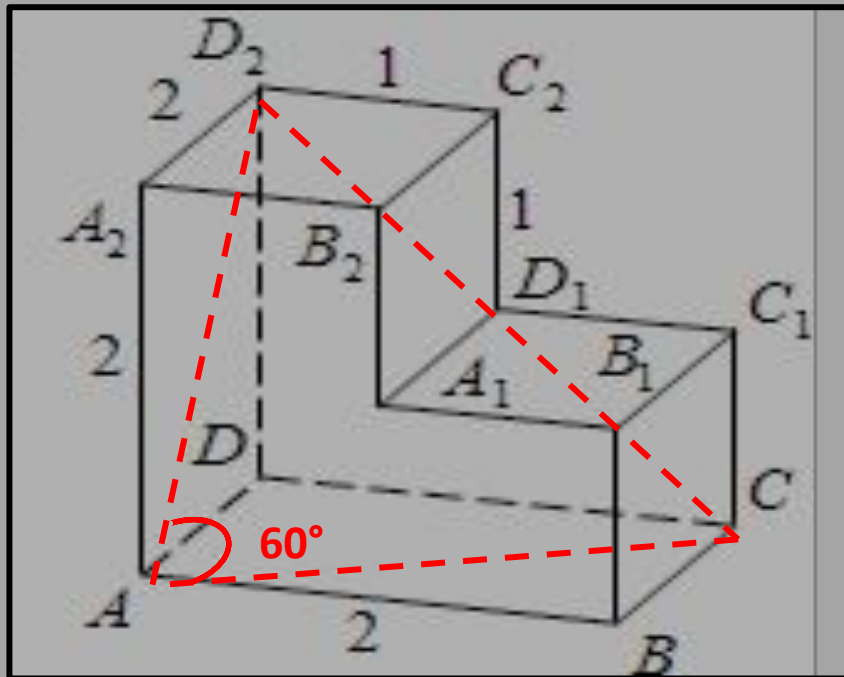


$\triangle C_2B_2D_3$ - прямоугольный треугольник.

$$B_2D_3^2 = (1^2 + 1^2) + 3^2 = 11.$$

Ответ: 11.

№ 6. Найдите угол  $\angle CAD_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



$AD_2 = CD_2 = CA$  - диагонали равных квадратов .

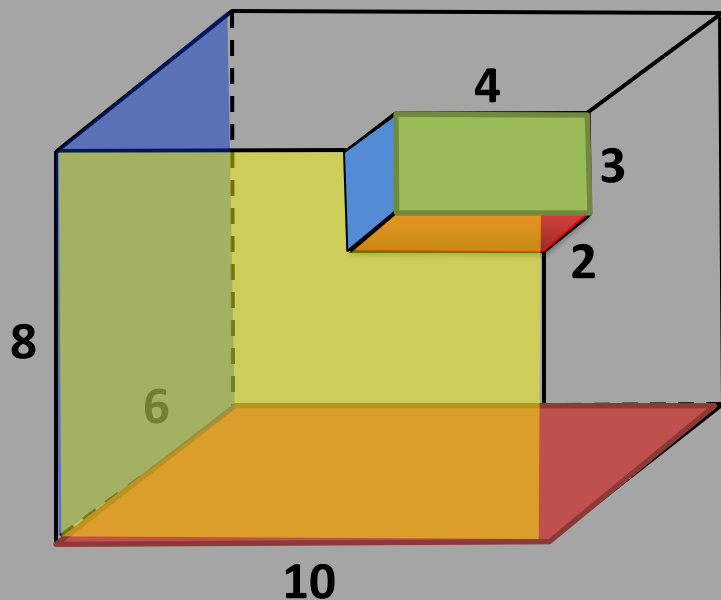
$\triangle CAD_2$  - равносторонний треугольник.

$$\angle CAD_2 = 60^\circ.$$

Ответ: 60



№ 7. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

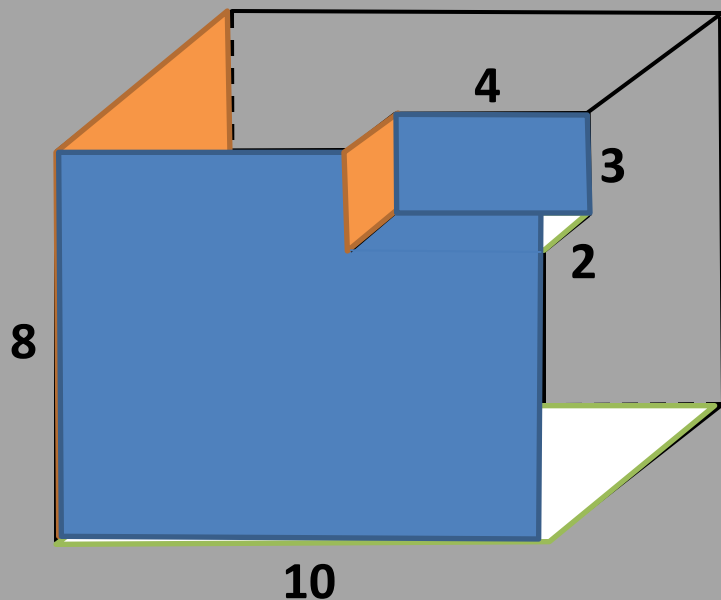


Площадь поверхности данной фигуры будет равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда.

$$S_{mn} = 2(8 \cdot 10 + 8 \cdot 6 + 6 \cdot 10) = 188$$

**Ответ: 188**

№8. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$V_1 = 8 \cdot 10 \cdot 6 = 480$$

$$\{8;6;10\}$$

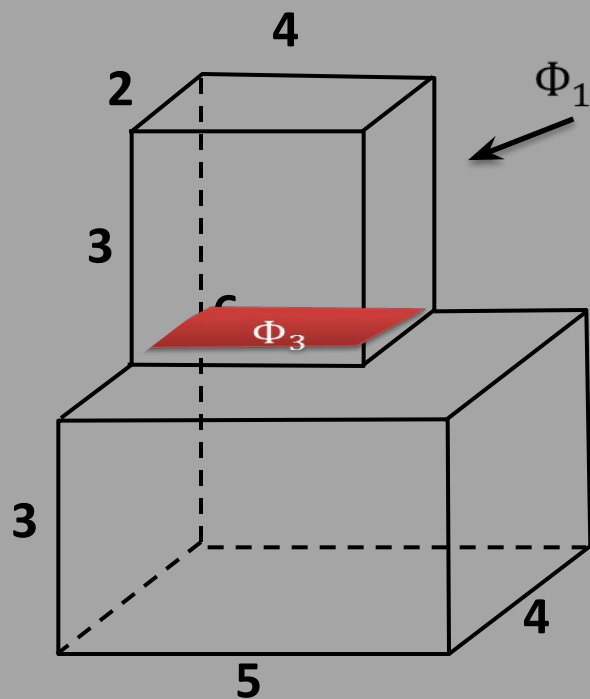
$$V_2 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\{2;3;4\}$$

$$V = V_1 - V_2 = 480 - 24 = 456$$

**Ответ: 456**

№9. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$\Phi_1\{3,2,4\}$

$$S_1 = 2 \cdot (3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 3) = 52$$

$\Phi_2\{3,5,4\}$

$$S_2 = 2 \cdot (3 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3) = 94$$

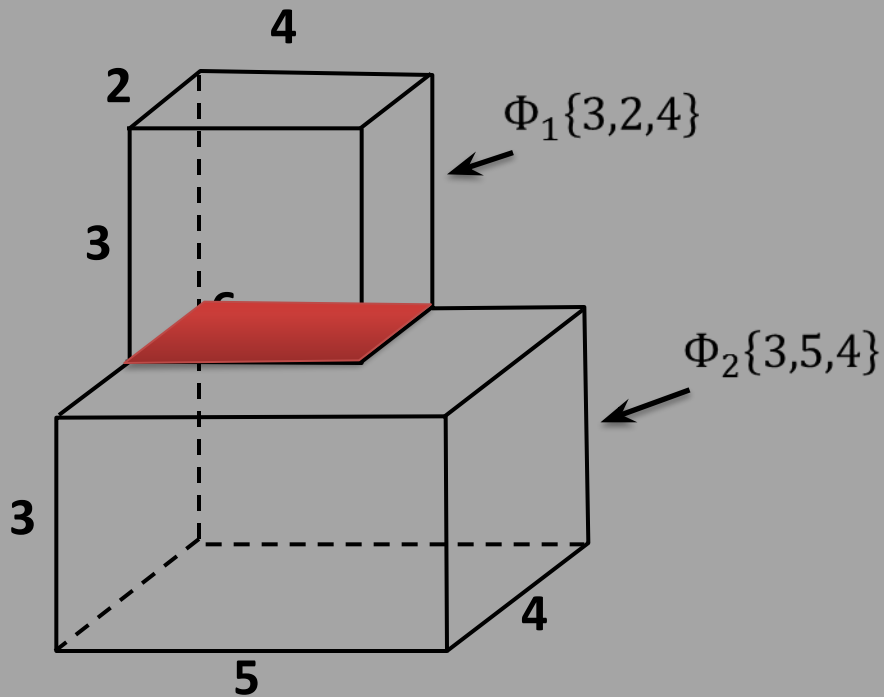
$\Phi_3\{2,4\}$

$$S_3 = 2 \cdot 4 = 8$$

$$S = S_1 + S_2 - 2 \cdot S_3 = 52 + 94 - 2 \cdot 8 = 130$$

**Ответ: 130**

№10. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$V_1 = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$$

$$V_2 = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

$$V = V_1 + V_2 = 24 + 60 = 84$$

**Ответ: 84**

## Домашняя работа

1. Диагональ грани куба равна 25. Найти объём куба.
2. Площадь сечения куба плоскостью, проходящей через диагонали верхнего и нижнего оснований, равна 68 .  
Найти длину ребра куба.
3. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 16 и образует с плоскостью основания угол  $45^{\circ}$ . Найти площадь поверхности параллелепипеда, если площадь его основания равна 12.
4. Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны 3 и 4, если она образует с плоскостью основания угол  $60^{\circ}$ .

**Спасибо за  
внимание**