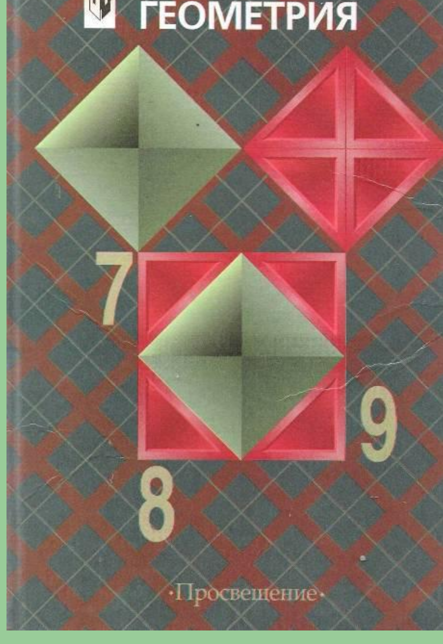
Решение треугольников



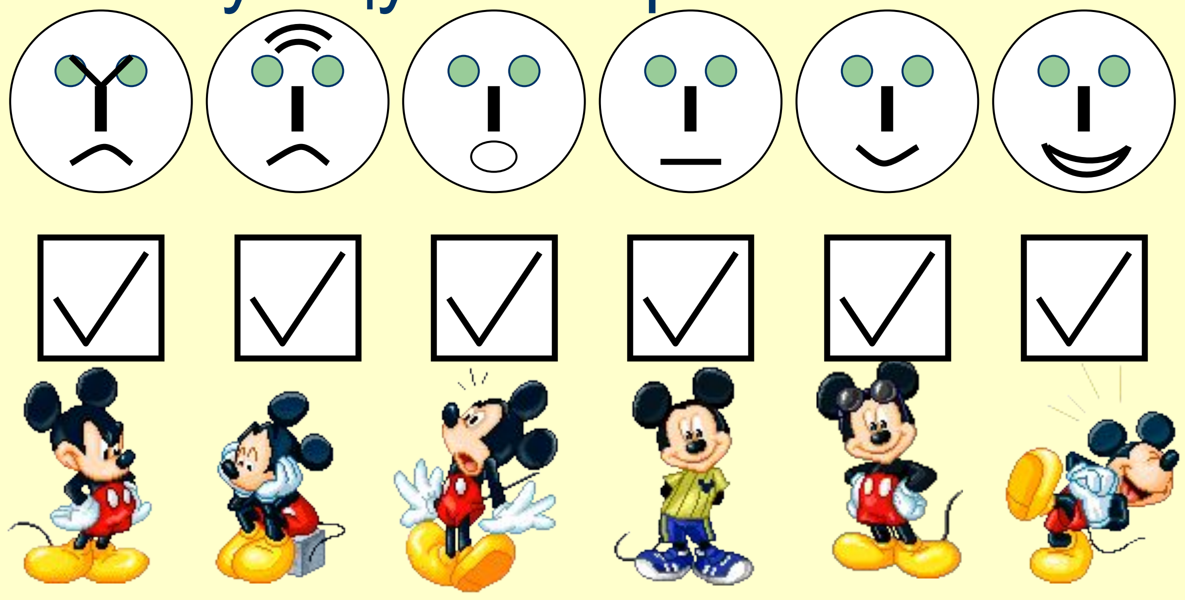
Геометрия 9 класс

Организационный момент

Часто знает и дошкольник,
Что такое треугольник,
А уж вам-то, как не знать…
Но совсем другое дело –
Очень быстро и умело
Треугольники считать!

Психологическая разминка

Определите своё эмоциональное состояние в начале. Поставьте галочку в клетку, соответствующую настроению

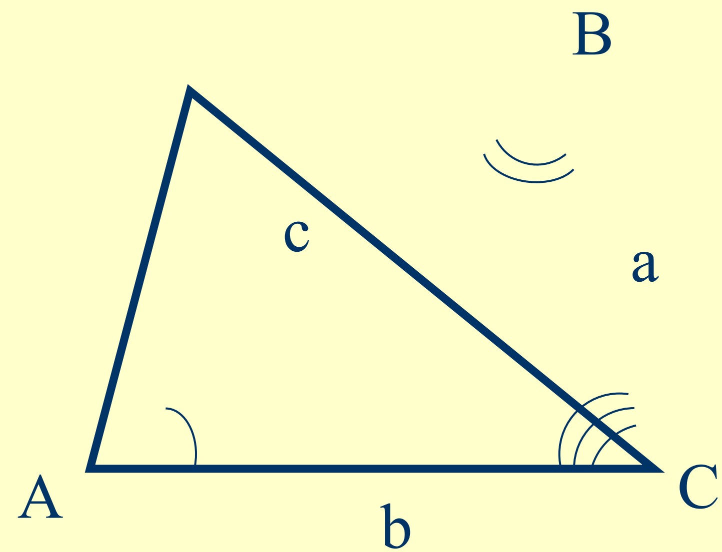


Тест на определение истинности (ложности) утверждения

1. И В треугольнике против угла в 150º лежит большая сторона.
2. И В равностороннем треугольнике внутренние углы равны между собой и каждый равен 60º.
3. Л Существует треугольник со сторонами 2 см, 7 см, 3 см.
4. И Прямоугольный равнобедренный треугольник имеет равные катеты.
5. Л Сумма длин двух других сторон любого треугольника меньше третьей стороны.
6. И Если острый угол прямоугольного треугольника равен 60º, то прилежащий к нему катет равен половине гипотенузы.
7. Л Существует треугольник с двумя тупыми углами.
8. И В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90º.

Определение

Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (то есть трёх сторон и трёх углов) по каким-нибудь трём данным элементам.



Для этого вспомним

Решение данных задач основано на использовании теорем синуса и косинуса, теоремы о сумме углов треугольника и следствии из теоремы синусов: в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.

Причем, при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов.

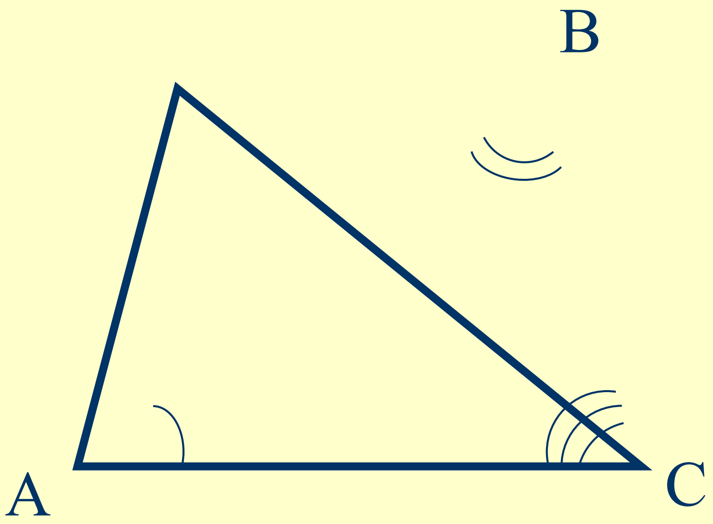
Соотношения между сторонами и углами в треугольнике

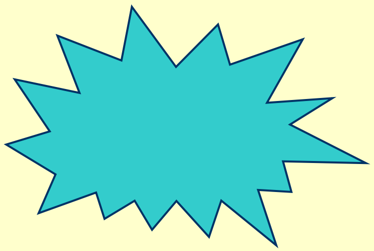
1. Сумма углов треугольника.
2. Теорема синусов.
3. Теорема косинусов.

Сумма углов треугольника

Сумма углов треугольника равна 180º

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

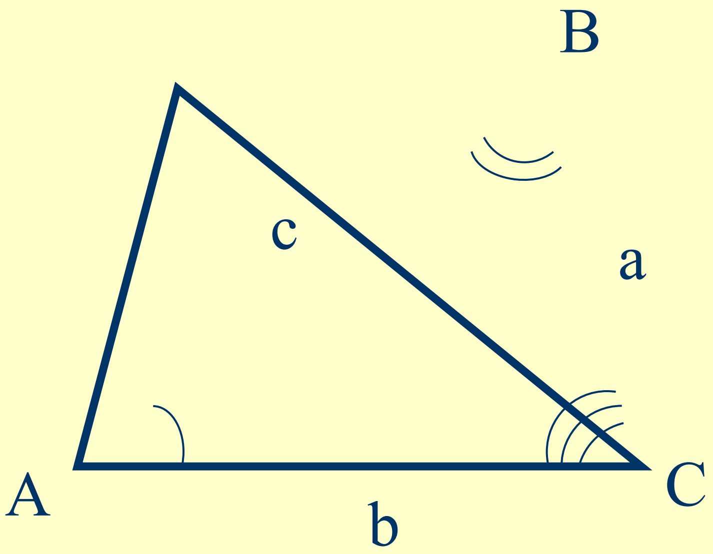




Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

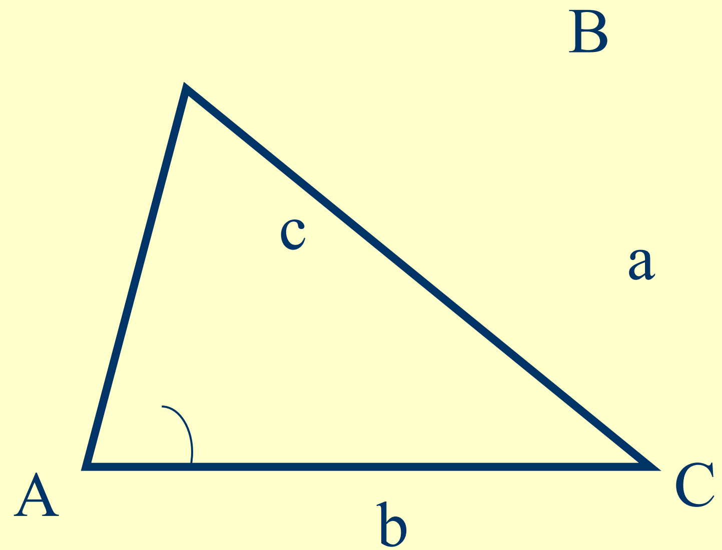
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$



Три задачи на решение треугольника

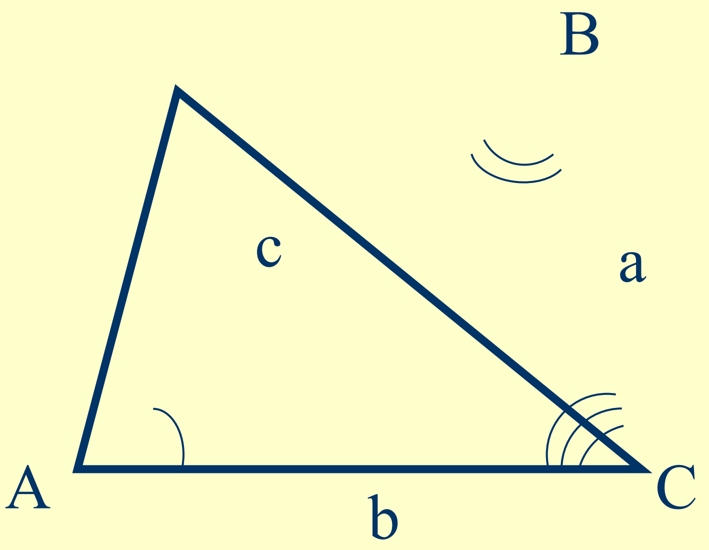
Рассмотрим 3 задачи на решение треугольника:

- решение треугольника по двум сторонам и углу между ними;
- решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам;
- решение треугольника по трем сторонам.

Договоримся

При решении треугольников будем пользоваться следующими обозначениями для сторон треугольника *ABC*:

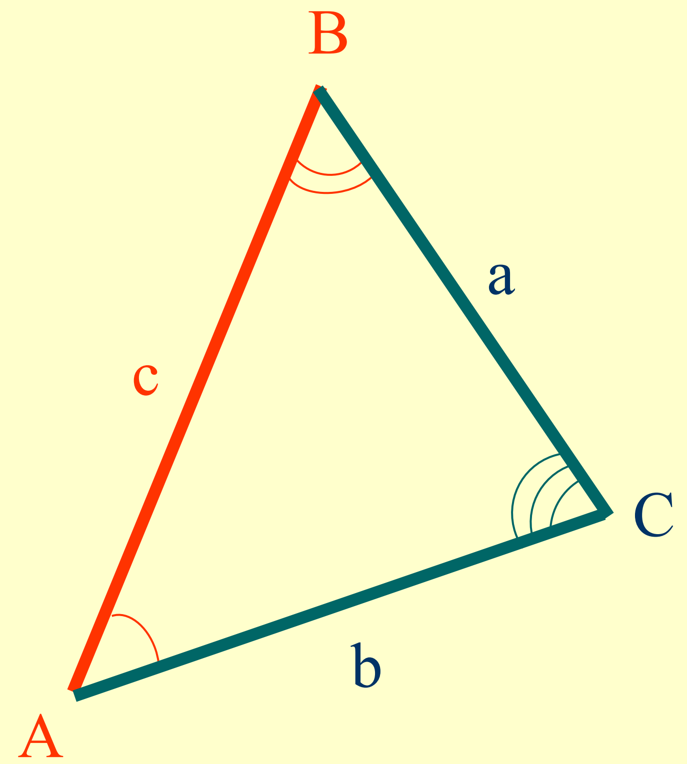
AB = c, BC = a, CA = b.



Задача 1. *Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними*

Дано: ΔABC, a, b, $\angle C$

Найти: c, $\angle A$, $\angle B$.



<u>Задача 1</u>. *Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними*

1. Применим <u>теорему косинусов</u>

$$\tilde{n} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos C}$$

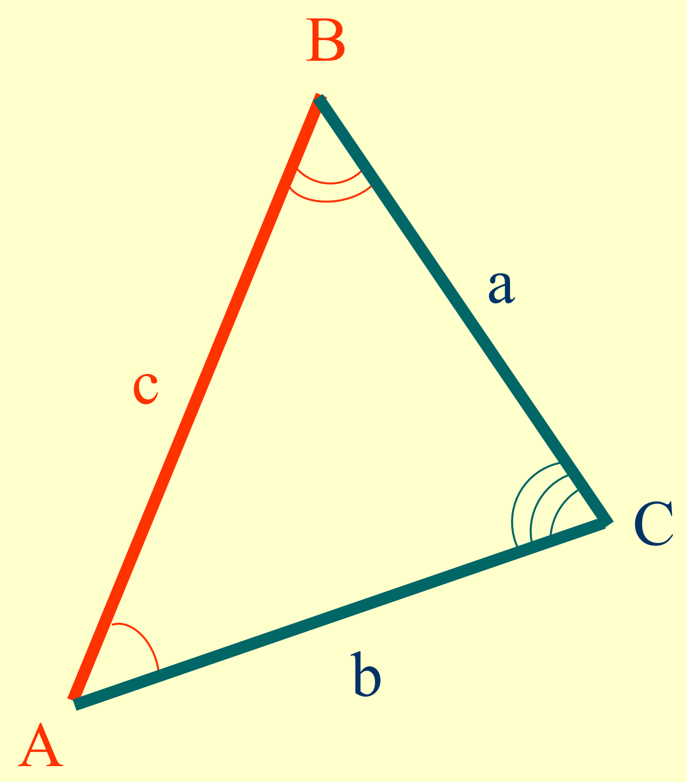
2. По <u>теореме косинусов</u> находим

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

3. Угол *A* находим с помощью таблицы Брадиса

$$\angle B = 180° - \left(\angle A + \angle C\right)$$

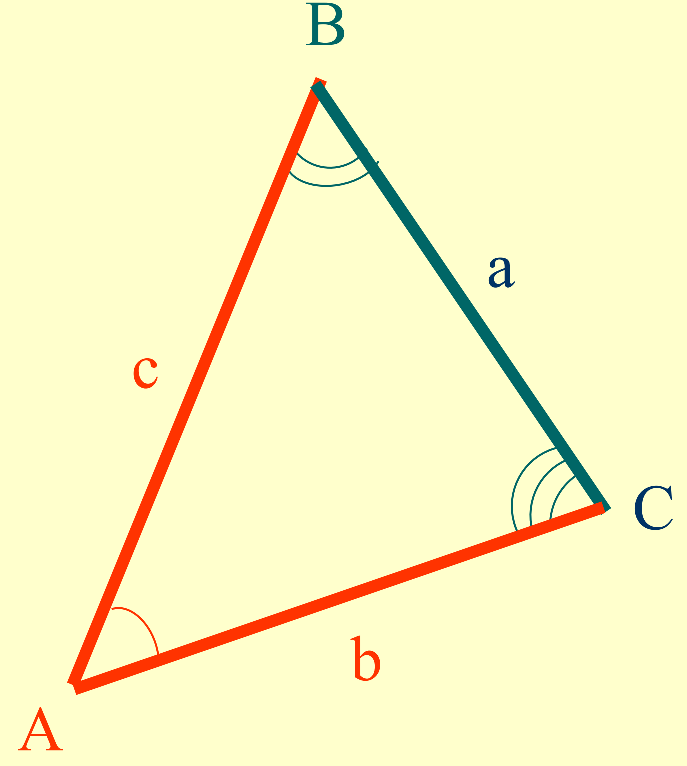
4. Запишем ответ



<u>Задача 2</u>. *Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам*

Дано: ΔABC, a, $\angle B$, $\angle C$

Найти: b, c, $\angle A$



Задача 2. *Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам*

1. Найдём неизвестный угол

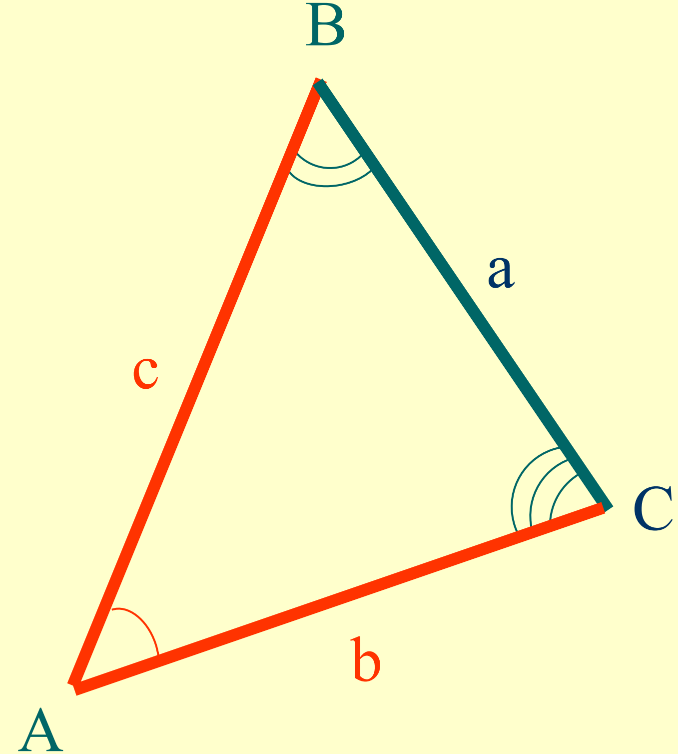
$$\angle A = 180^\circ - \left(\angle B + \angle C\right)$$

2. С помощью <u>теоремы синусов</u>:

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

$$\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$$

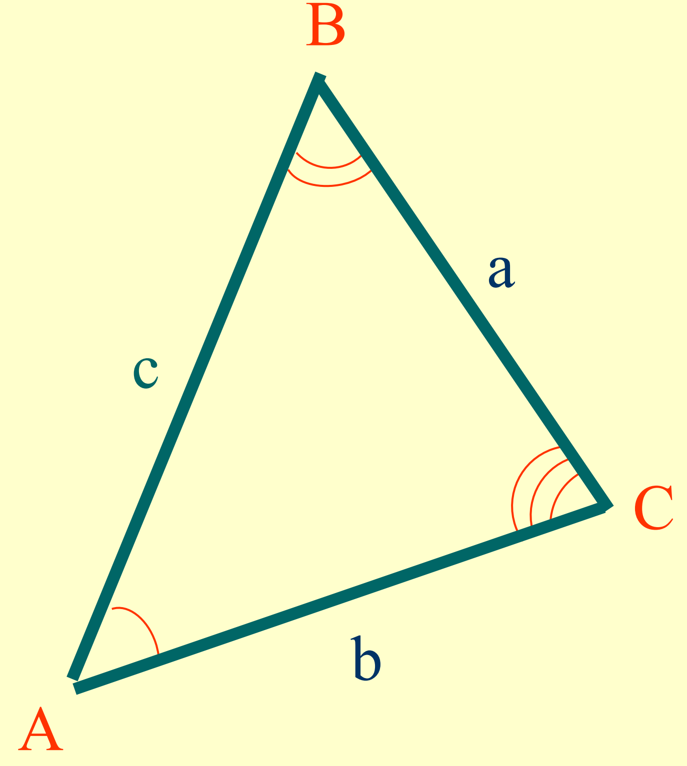
3. Запишем ответ



<u>Задача 3</u>. *Решение треугольника по трём сторонам*

Дано: ΔABC, a, b, c

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.



Задача 3. *Решение треугольника по трём сторонам*

1. По теореме косинусов найдём

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$$

2. Значения углов A и B находим с помощью таблицы Брадиса.
3. Находим оставшийся угол

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$$

4. Запишем ответ

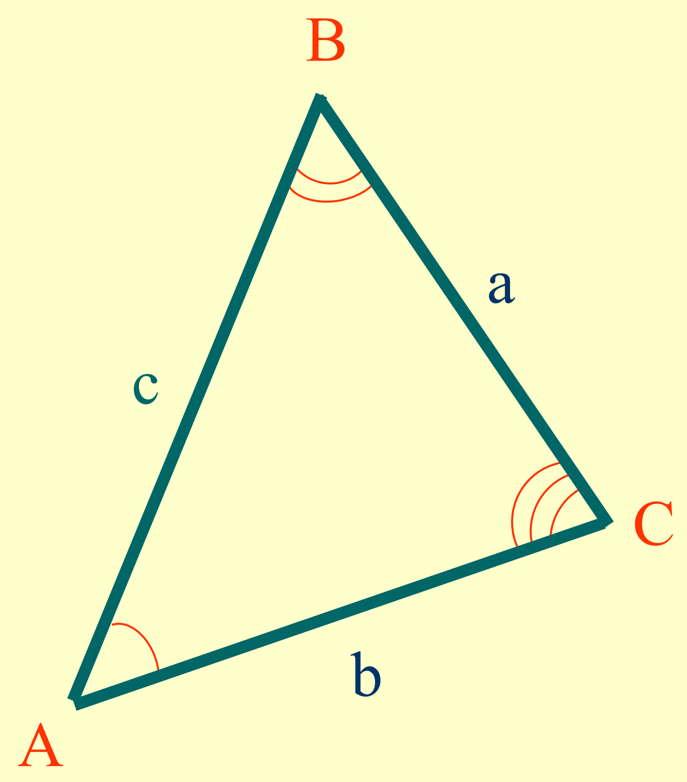
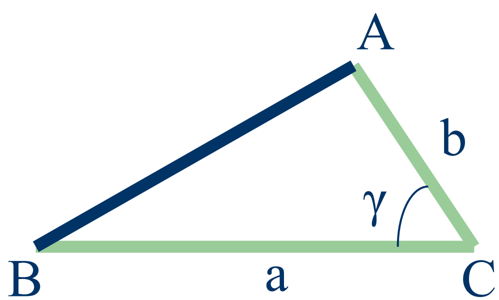
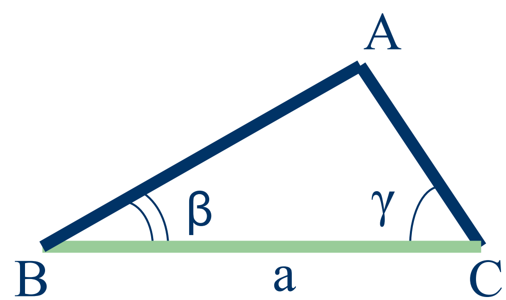
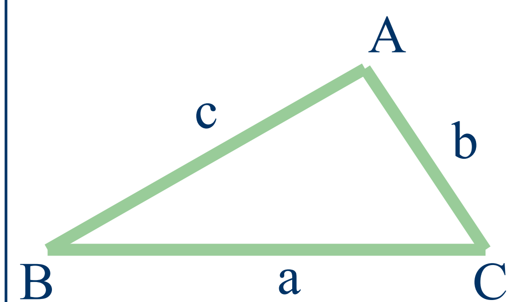
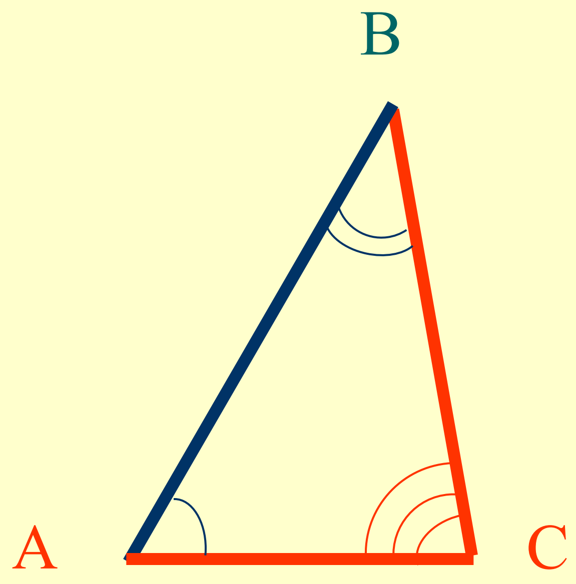


Таблица – памятка

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
		
$\tilde{n}=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$ $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$	$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$ $b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}$ $\tilde{n}=\dfrac{a\sin \tilde{N}}{\sin A}$	$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\cos C=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$

Решаем задачу 1

Решить треугольник АВС, если
∠А=60º ∠В=40º, с=14см.



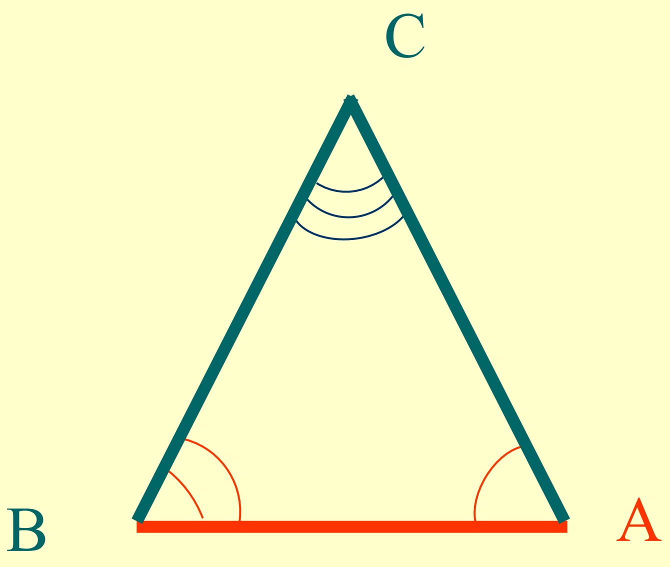
Дано: ΔАВС, ∠А=60º,
∠В=40º, с=14см.
Найти: а, b, ∠С.

Ответ

<u>Решаем задачу 2</u>

Решить треугольник ABC, если
a=6,3 см, b=6,3 см, ∠C=54º.

Дано: ΔABC, a=6,3 см,
b=6,3 см, ∠C=54º.
Найти: ∠A, ∠B, c.



<u>Ответ</u>

Ответ к примеру 1

$\angle C=80^{\circ}$

$a\approx 12,3$ см

$b\approx 9,1$ см

Ответ к примеру 2

$\angle A = 63^\circ$

$\angle B = 63^\circ$

$c \approx 5{,}7$ см

Найди ошибку

$$\grave{a}^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos\alpha$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

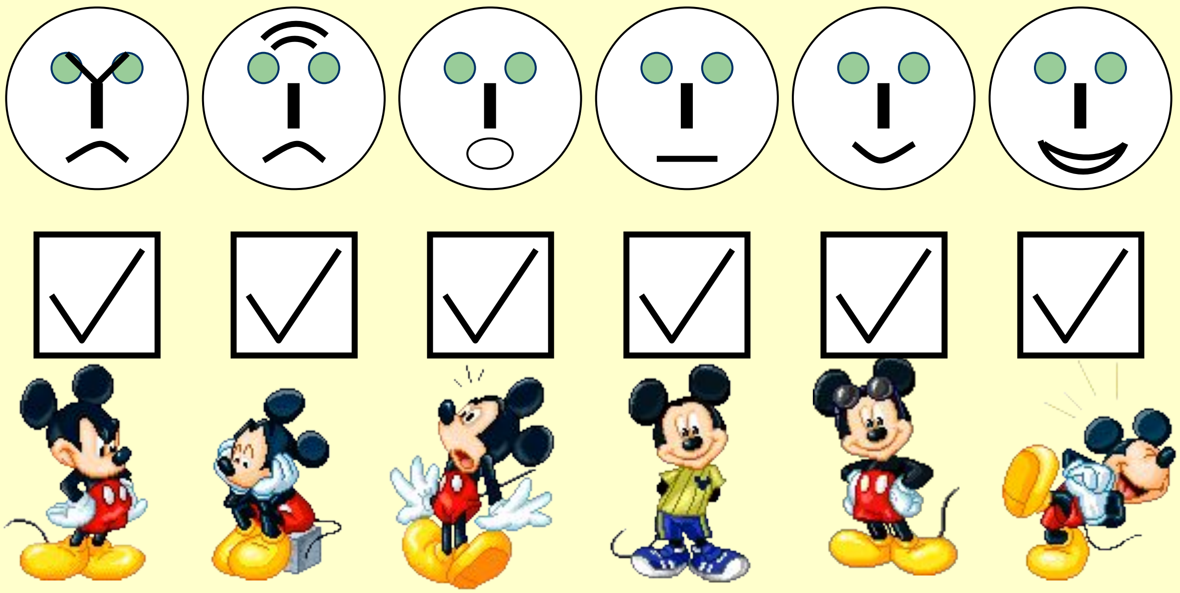
$$2R = \frac{\sin A}{a}$$

$$a^2 = a^2 + c^2 - 2ac\sin\alpha$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2r$$

Психологическая заминка

Урок заканчивается, пожалуйста определите своё эмоциональное состояние в конце урока. Поставьте на этой же карточке галочку в клетку, соответствующую настроению



Спасибо за урок! Успехов!

До новых встреч!