Признаки подобия треугольников

Выполнил:

Назарова Г.А.

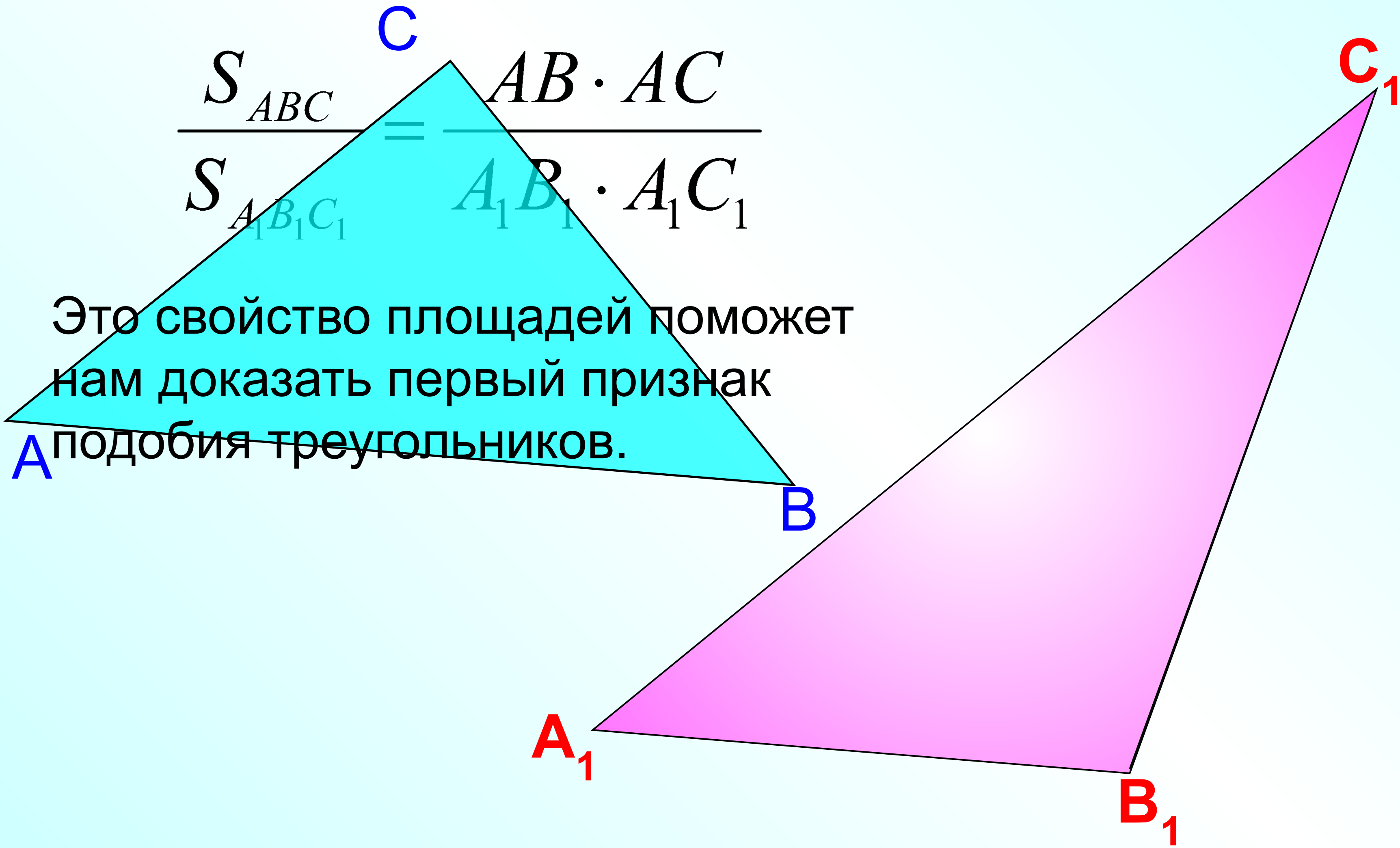
учитель математики ГБОУ Гимназии №1797

Повторение.

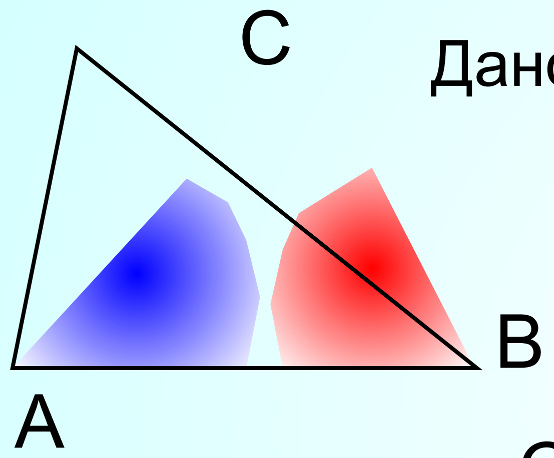
Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

Это свойство площадей поможет нам доказать первый признак подобия треугольников.



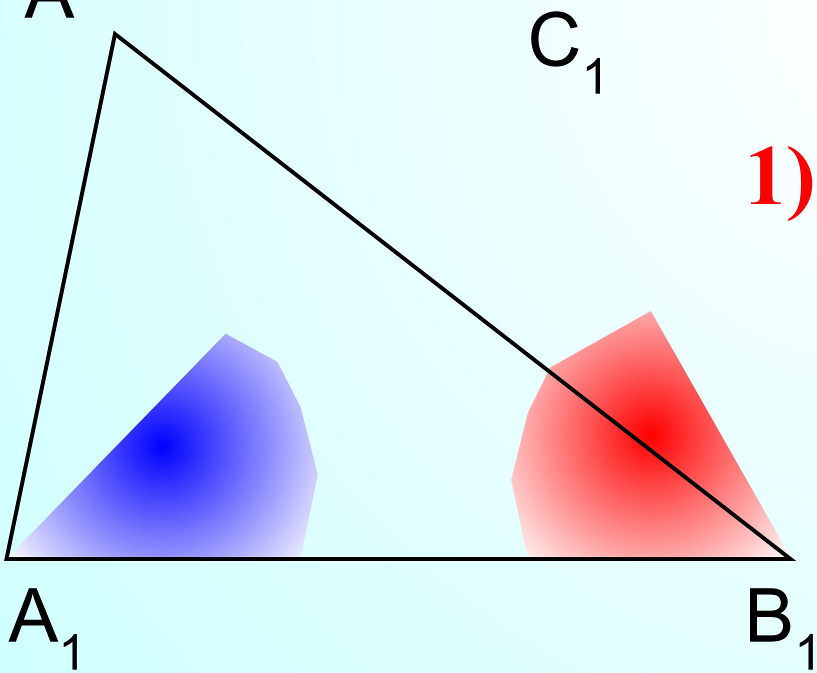
I признак подобия треугольников. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.



Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$,

Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:



1). $\angle C = 180^0 - \angle A - \angle B$

$\angle C_1 = 180^0 - \angle A_1 - \angle B_1$

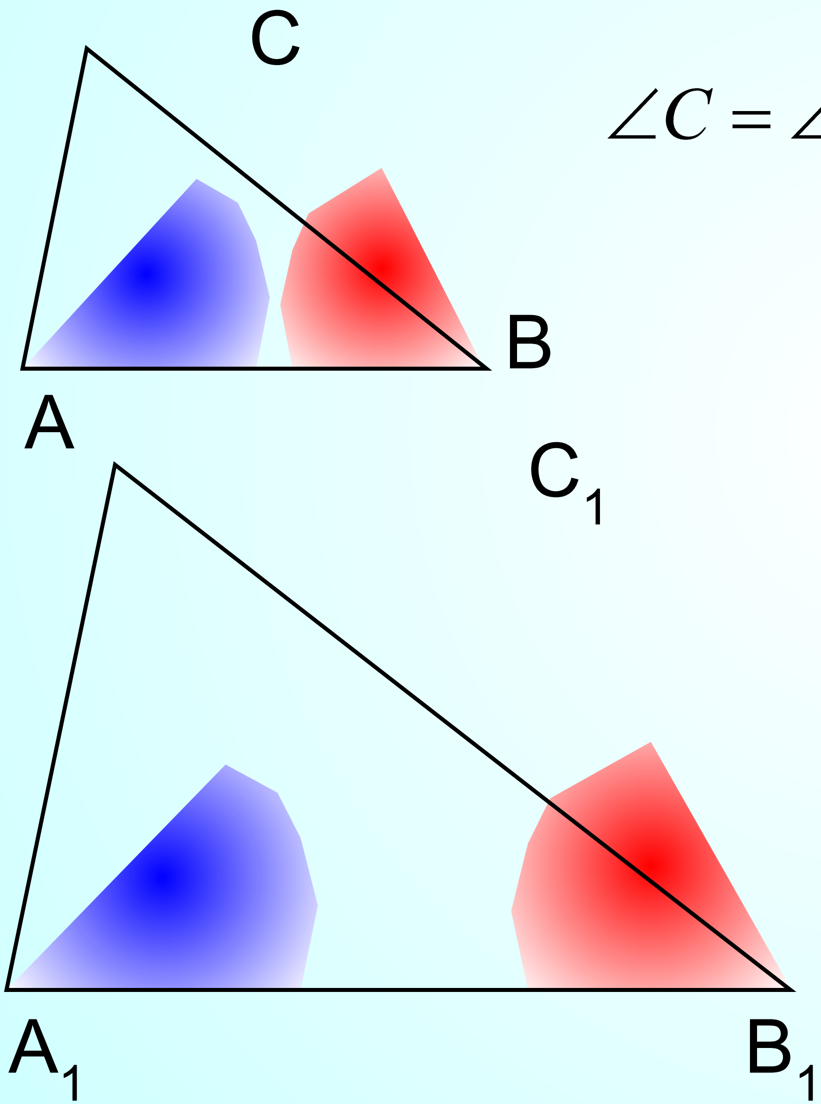
$\angle C = \angle C_1$

2). $\angle A = \angle A_1,$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

$\angle C = \angle C_1$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA \cdot CB}{C_1A_1 \cdot C_1B_1}$$



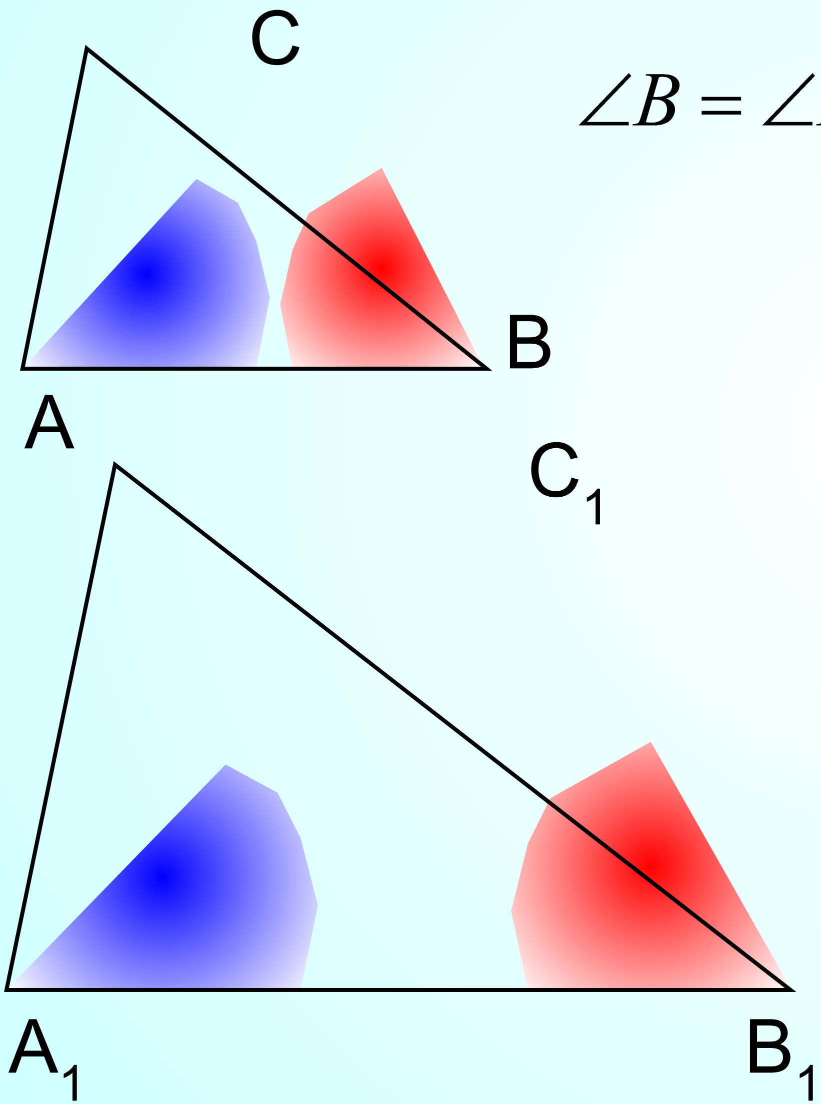
$$\frac{AB \cdot \cancel{AC}}{A_1B_1 \cdot \cancel{A_1C_1}} = \frac{\cancel{CA} \cdot CB}{\cancel{C_1A_1} \cdot C_1B_1}$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

3).

$\angle A = \angle A_1,$ $$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

$\angle B = \angle B_1,$ $$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BA \cdot CB}{B_1A_1 \cdot C_1B_1}$$

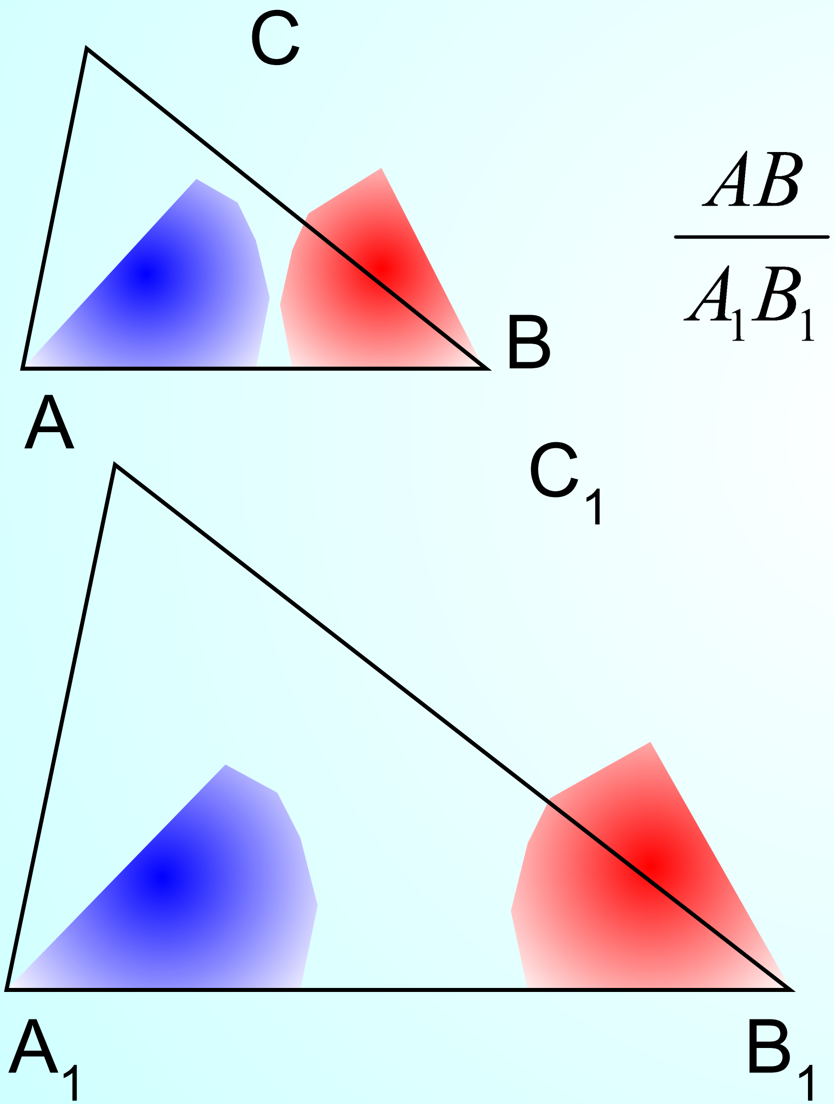


$$\frac{\cancel{AB} \cdot AC}{\cancel{A_1B_1} \cdot A_1C_1} = \frac{\cancel{BA} \cdot CB}{\cancel{B_1A_1} \cdot C_1B_1}$$

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

4). Было дано $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$,

Мы доказали, что $\angle C = \angle C_1$



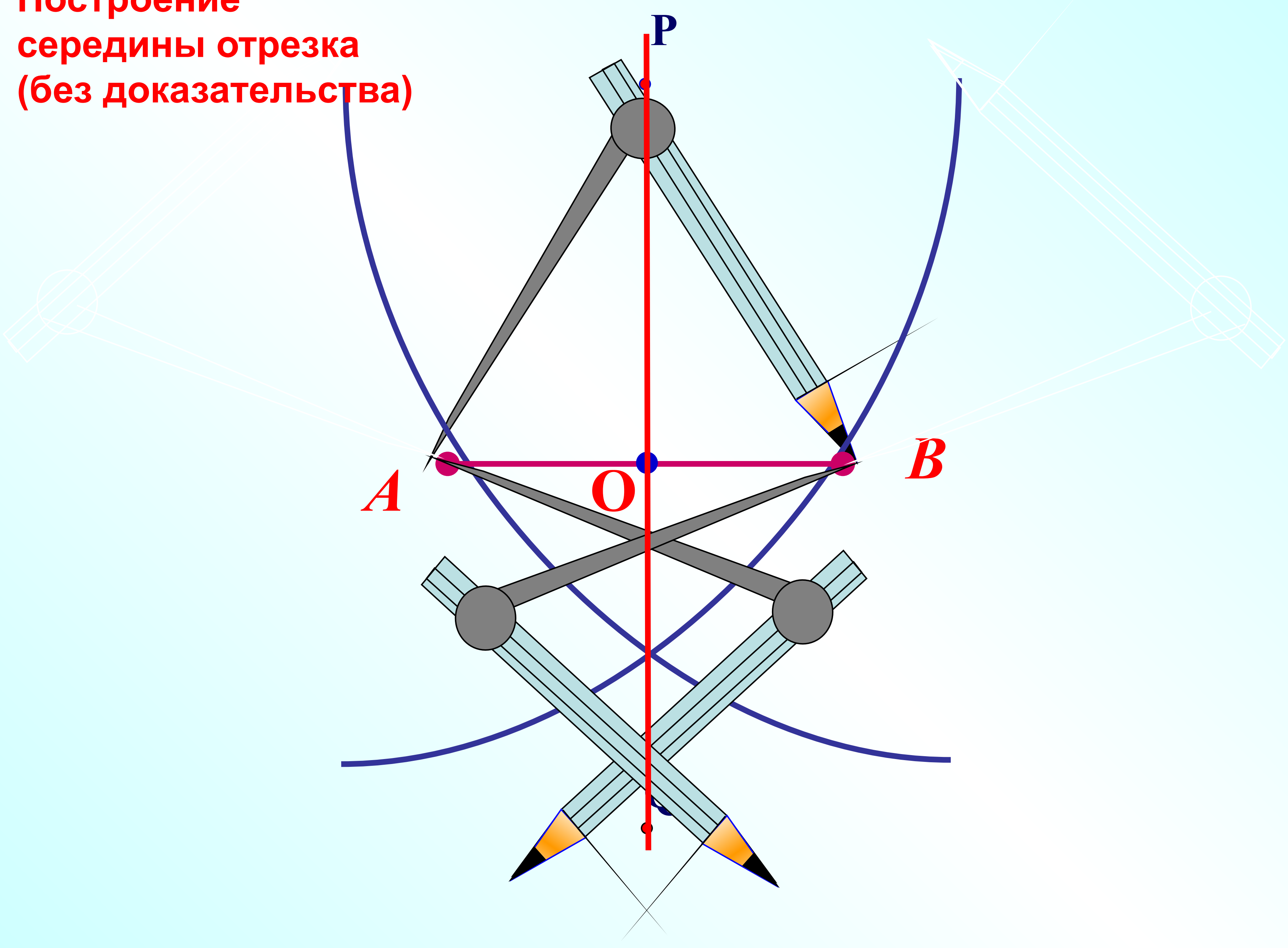
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$ и $$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

тогда

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

Треугольники подобны по определению.

Построение середины отрезка (без доказательства)

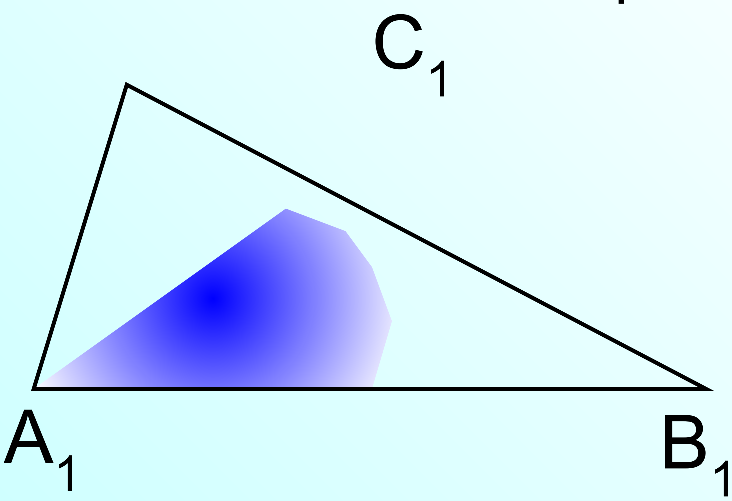


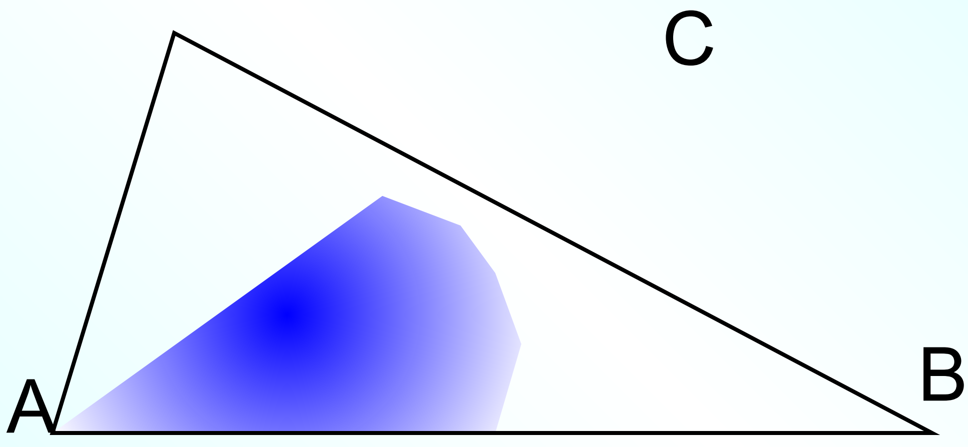
II признак подобия треугольников. **Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.**

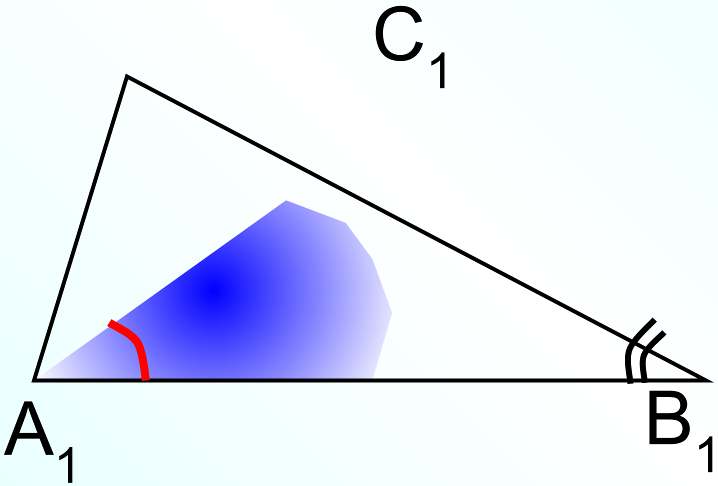
Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$

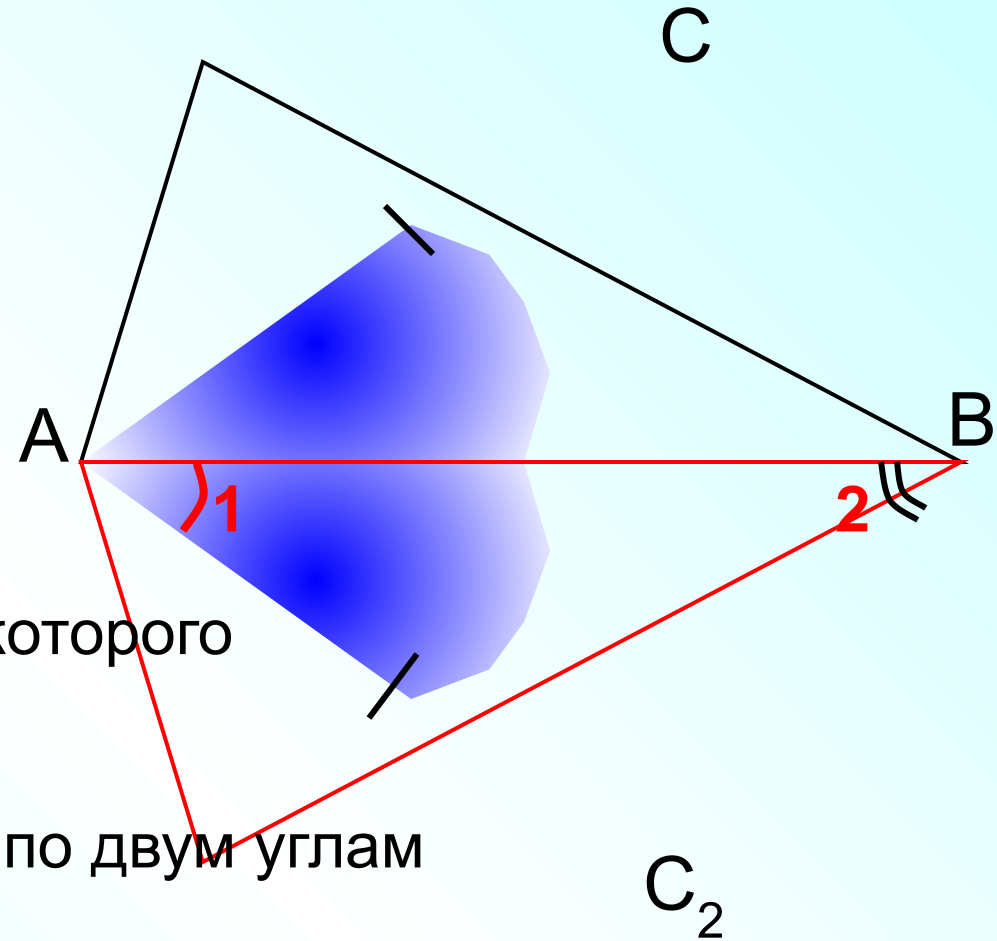
Доказать: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство: докажем, что $\angle B = \angle B_1$ и применим 1 признак подобия треугольников









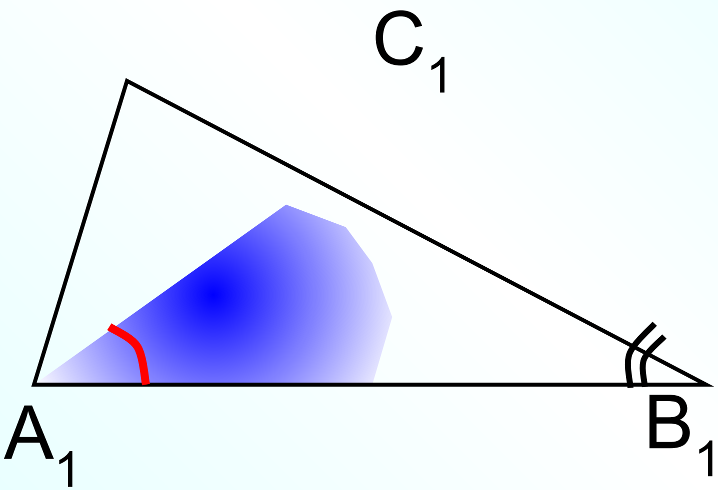
1). Рассмотрим ΔABC_2, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

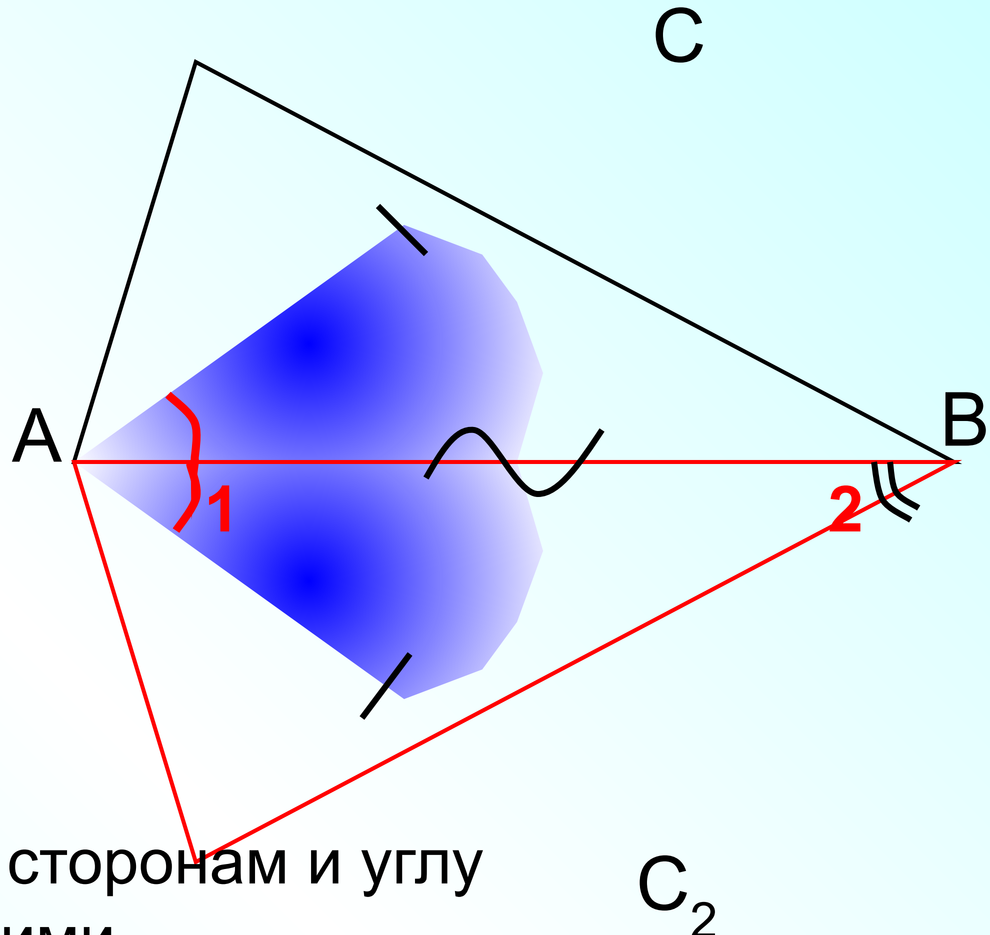
$\Delta ABC_2 \backsim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам

Тогда $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC_2}{A_1C_1}$

по условию $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$

$AC = AC_2$





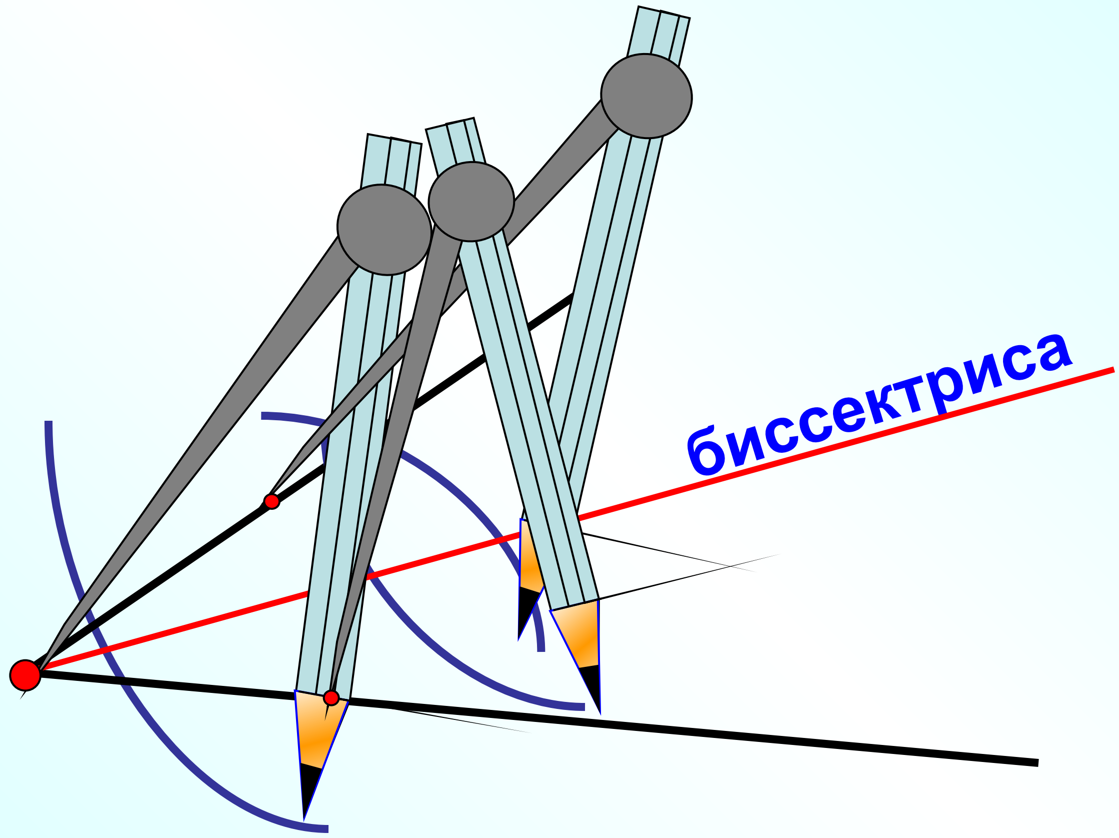
2).

$\Delta ABC = \Delta ABC_2$ по двум сторонам и углу между ними

$\angle B = \angle 2$, $\angle 2 = \angle B_1$

$\angle \quad = \angle$

Построение биссектрисы угла (без доказательства).

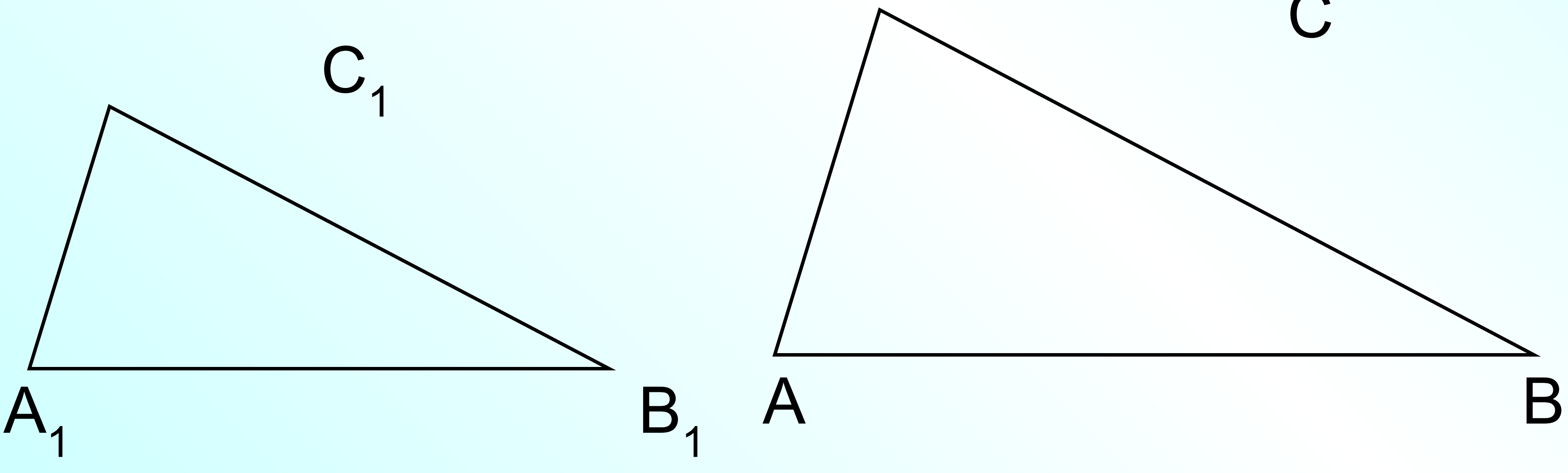


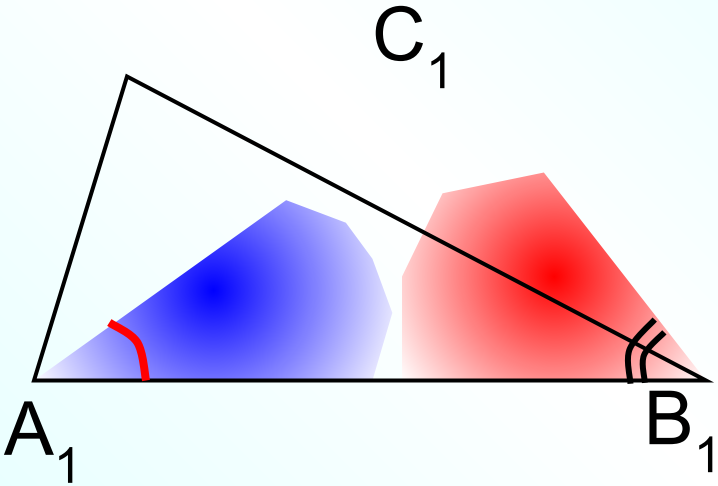
III признак подобия треугольников. **Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.**

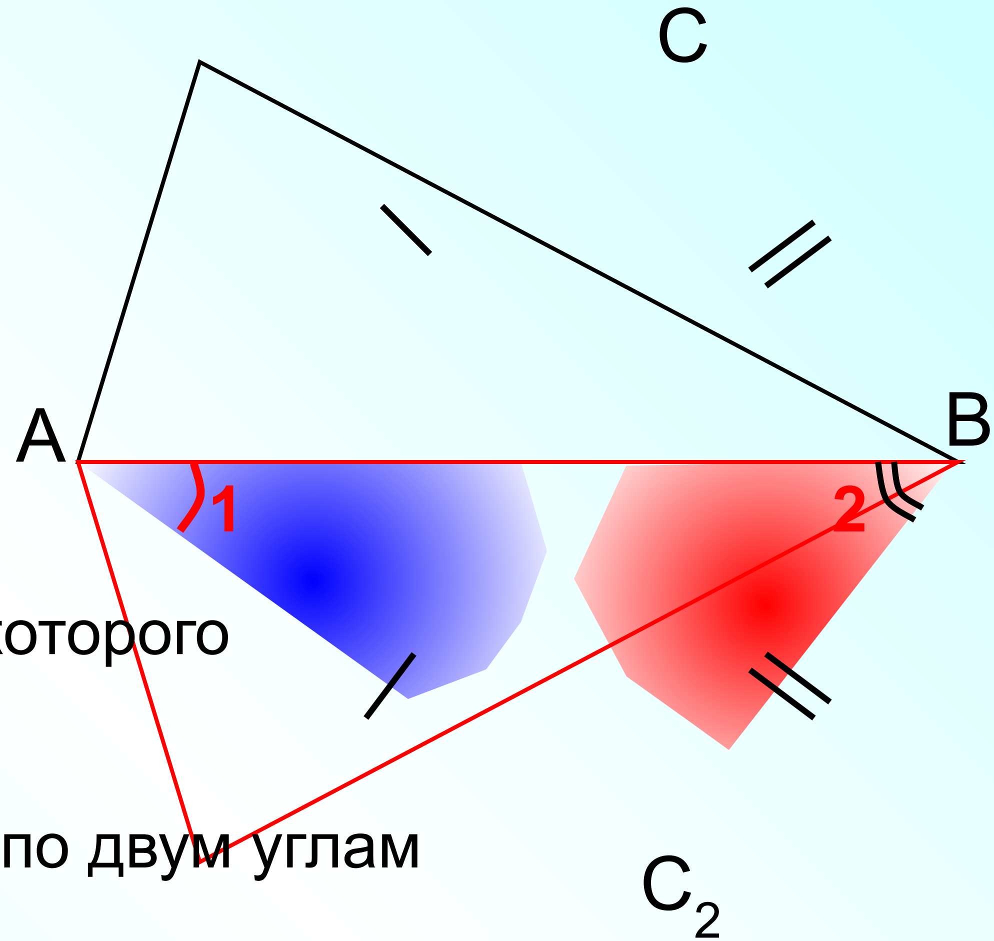
Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Доказать: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство: докажем, что $\angle A = \angle A_1$ и применим 2 признак подобия треугольников







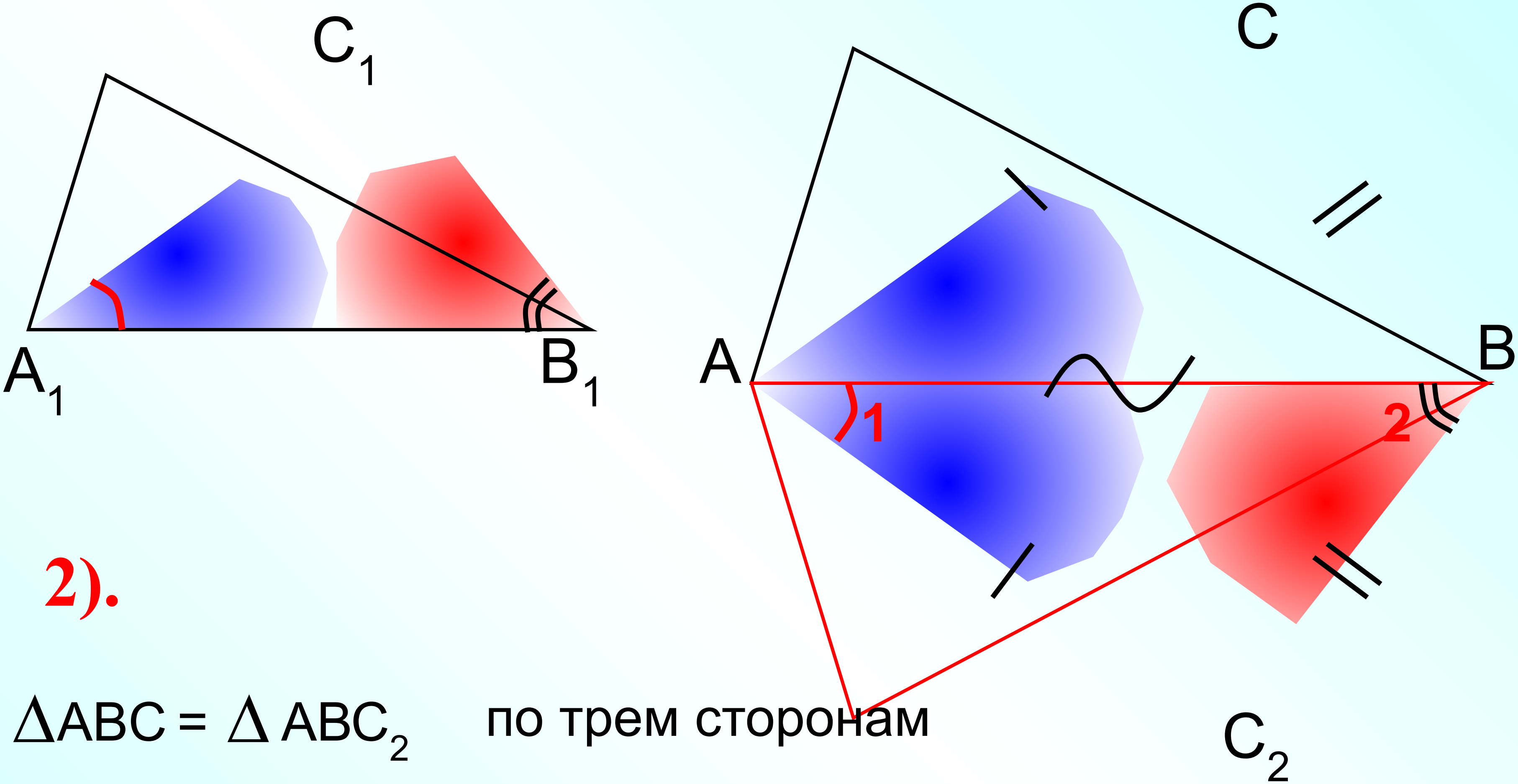
1). Рассмотрим ΔABC_2, у которого
$\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

$\Delta ABC_2 \backsim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам

Тогда $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC_2}{B_1C_1} = \dfrac{AC_2}{A_1C_1}$

$AC = AC_2$ $BC = BC_2$

по условию $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$



2).

$\Delta ABC = \Delta ABC_2$ по трем сторонам

$\angle A = \angle 1$, $\angle 1 = \angle A_1$

$\angle \quad = \angle$

Построение угла, равного данному (без доказательства).

Дано: угол А.