

Признаки подобия треугольников

Выполнил:

Назарова Г.А.

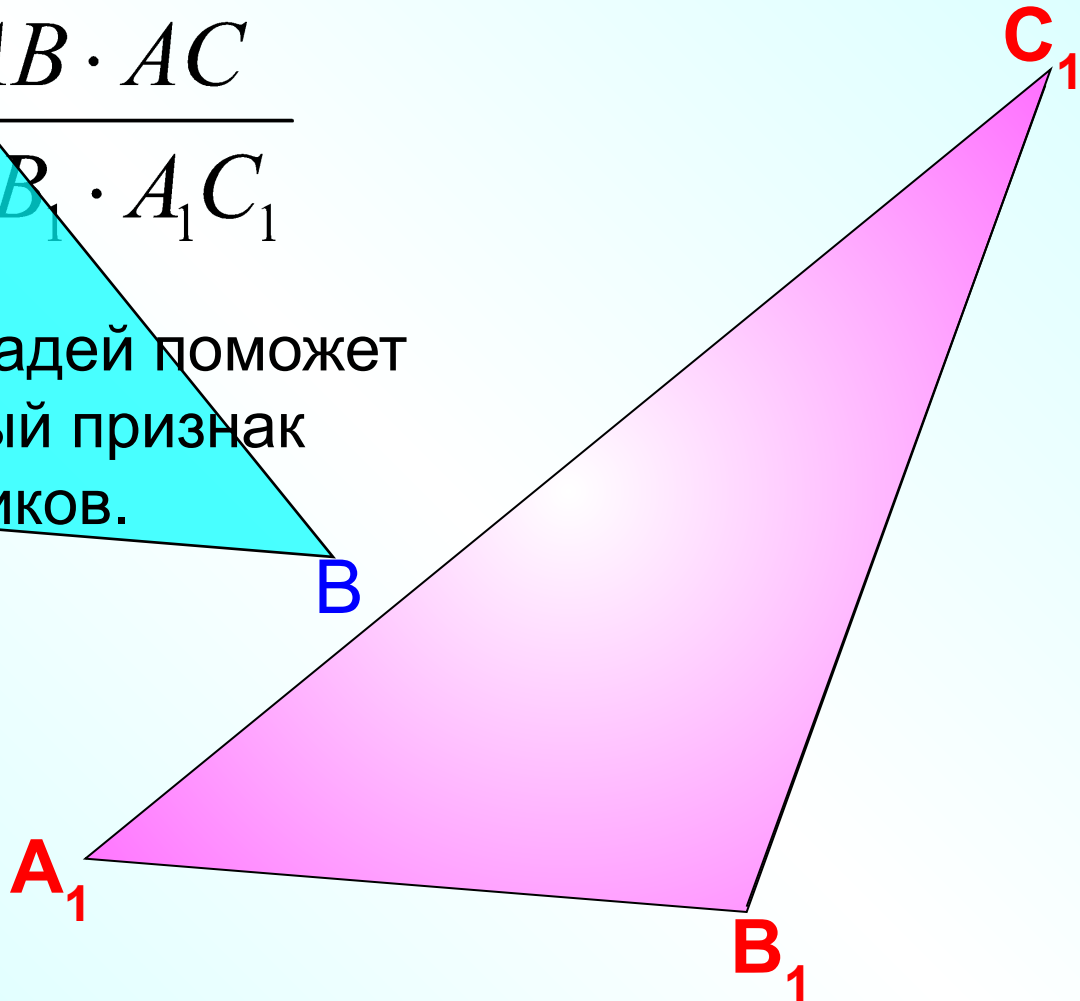
учитель математики ГБОУ Гимназии №1797

Повторение.

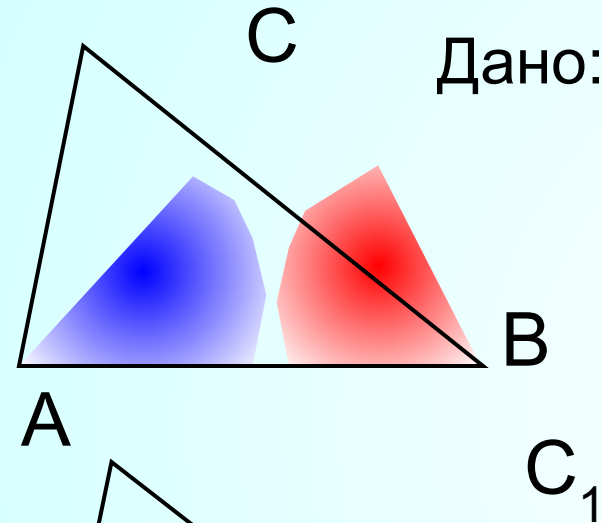
Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

Это свойство площадей поможет нам доказать первый признак подобия треугольников.



I признак подобия треугольников. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.



Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$,

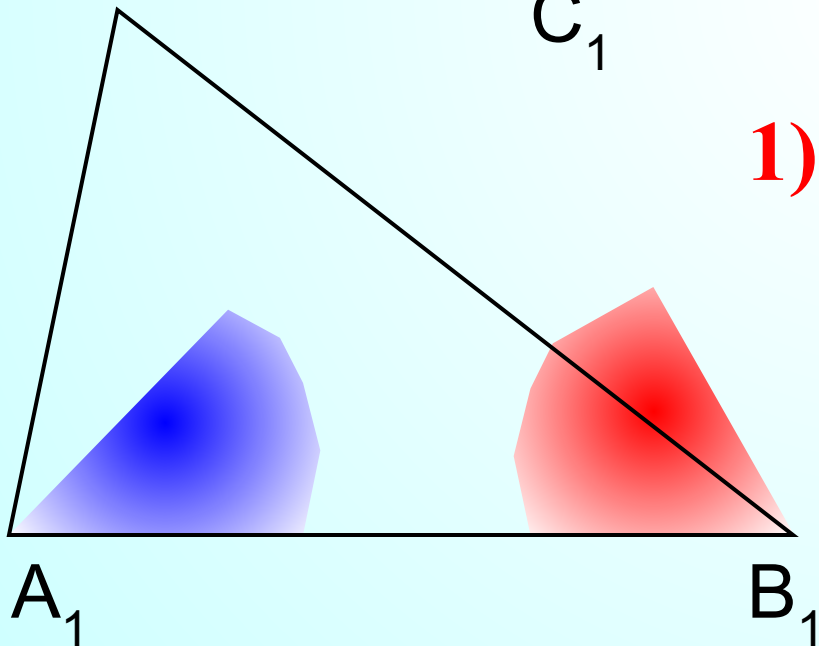
Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1). $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$

$$\angle C_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle B_1$$

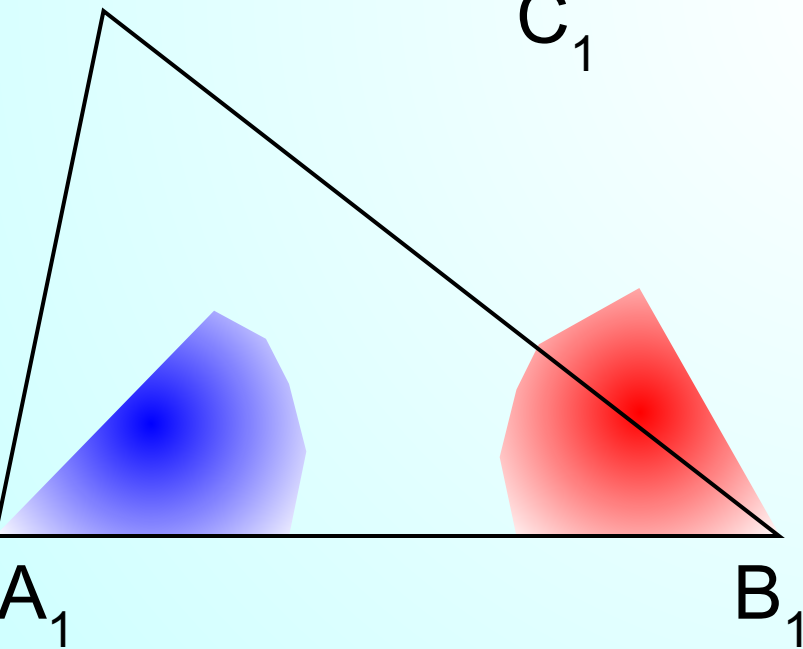
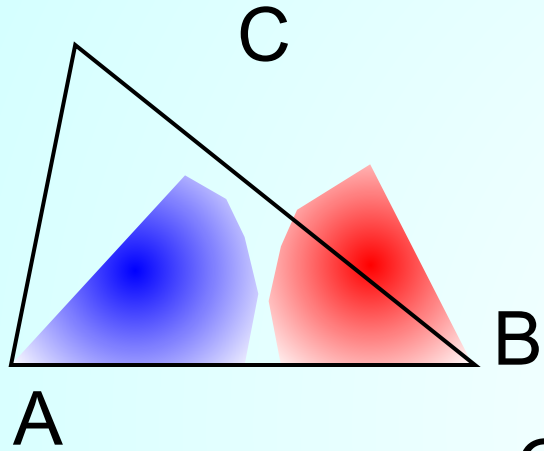
$$\angle C = \angle C_1$$



2).

$$\angle A = \angle A_1,$$

$$\angle C = \angle C_1$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA \cdot CB}{C_1A_1 \cdot C_1B_1}$$

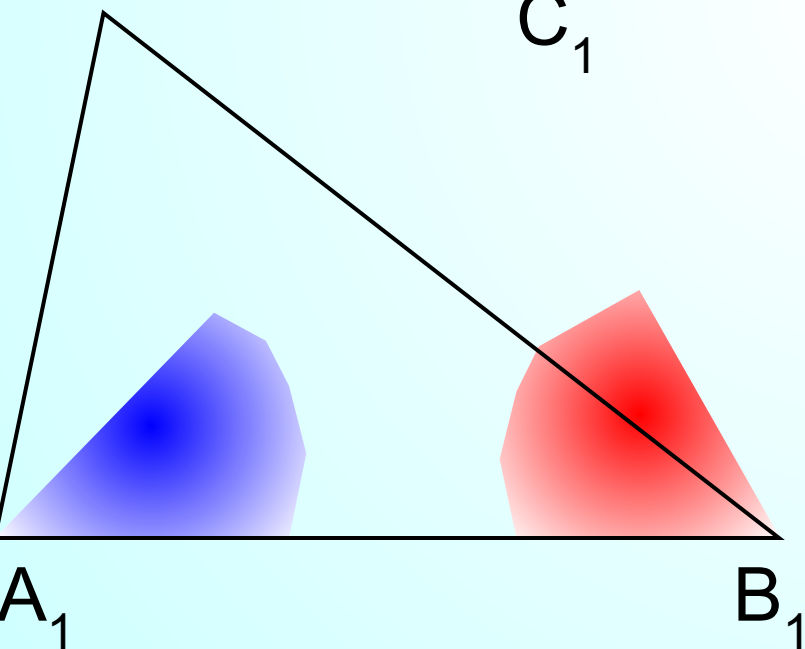
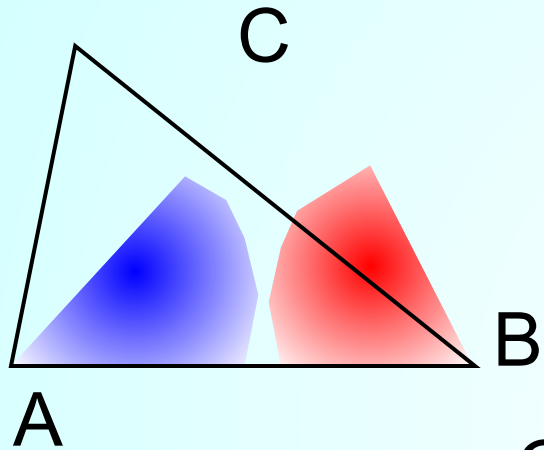
$$\frac{\cancel{AB} \cdot \cancel{AC}}{A_1B_1 \cdot \cancel{A_1C_1}} = \frac{\cancel{CA} \cdot \cancel{CB}}{C_1A_1 \cdot C_1B_1}$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

3).

$$\angle A = \angle A_1,$$

$$\angle B = \angle B_1,$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

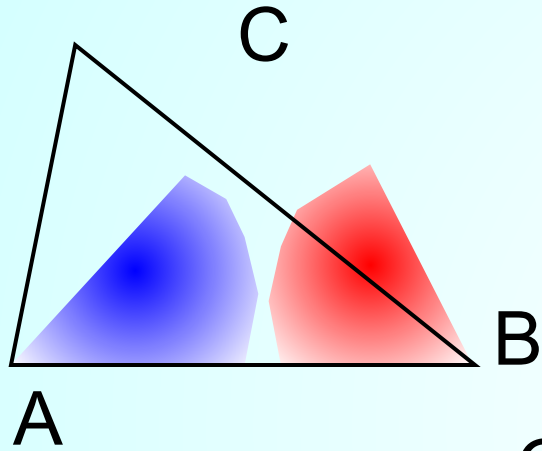
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BA \cdot CB}{B_1A_1 \cdot C_1B_1}$$

$$\frac{\cancel{AB} \cdot \cancel{AC}}{\cancel{A_1B_1} \cdot \cancel{A_1C_1}} = \frac{\cancel{BA} \cdot \cancel{CB}}{\cancel{B_1A_1} \cdot \cancel{C_1B_1}}$$

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

4). Было дано $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$,

Мы доказали, что $\angle C = \angle C_1$

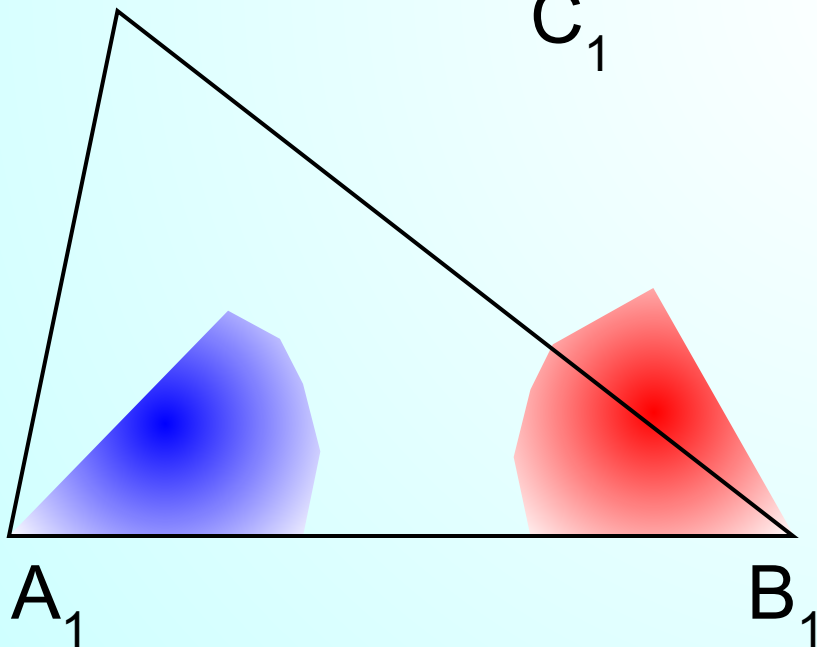


$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CB}{C_1B_1} \quad \text{и} \quad \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

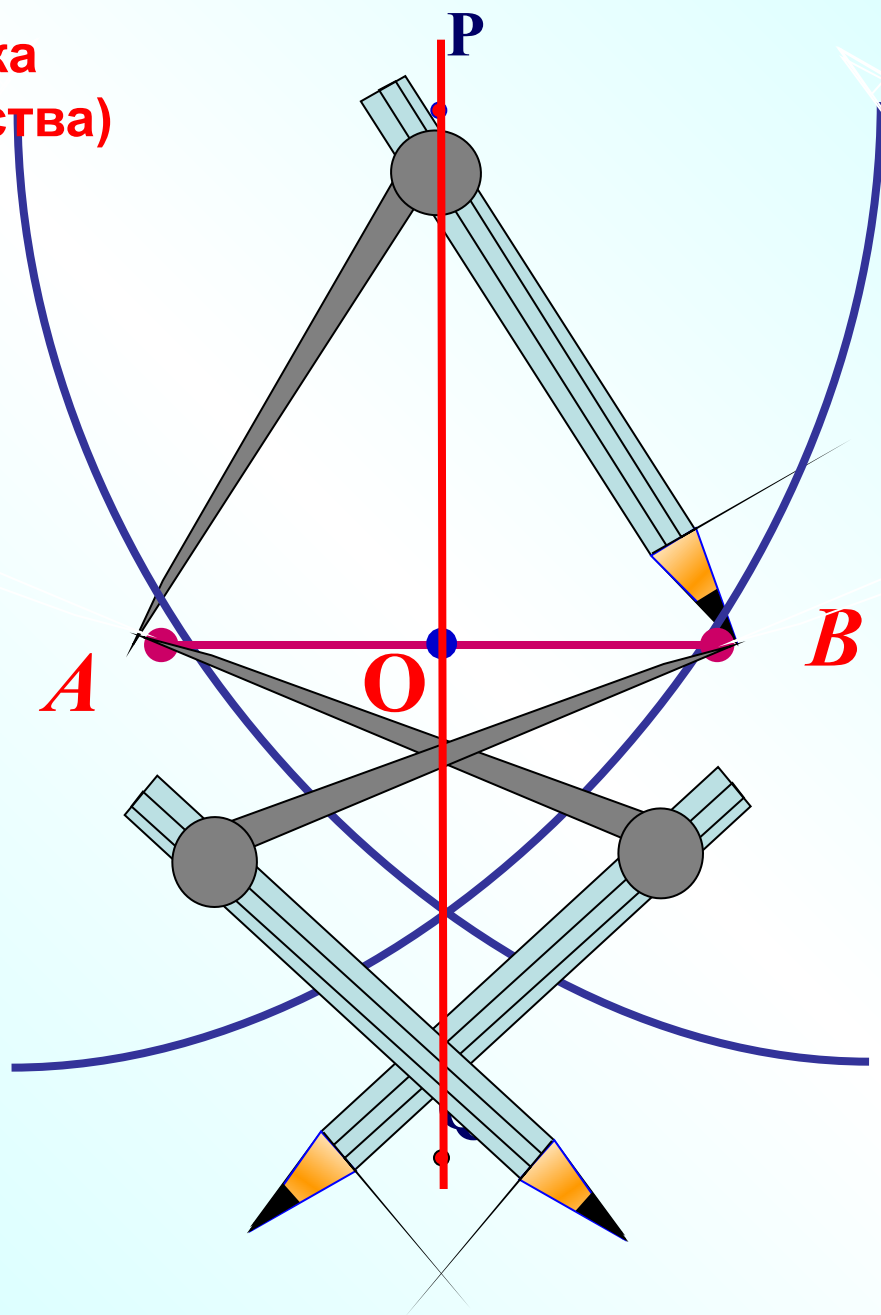
тогда

$$\frac{A}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

Треугольники подобны по определению.



Построение
середины отрезка
(без доказательства)

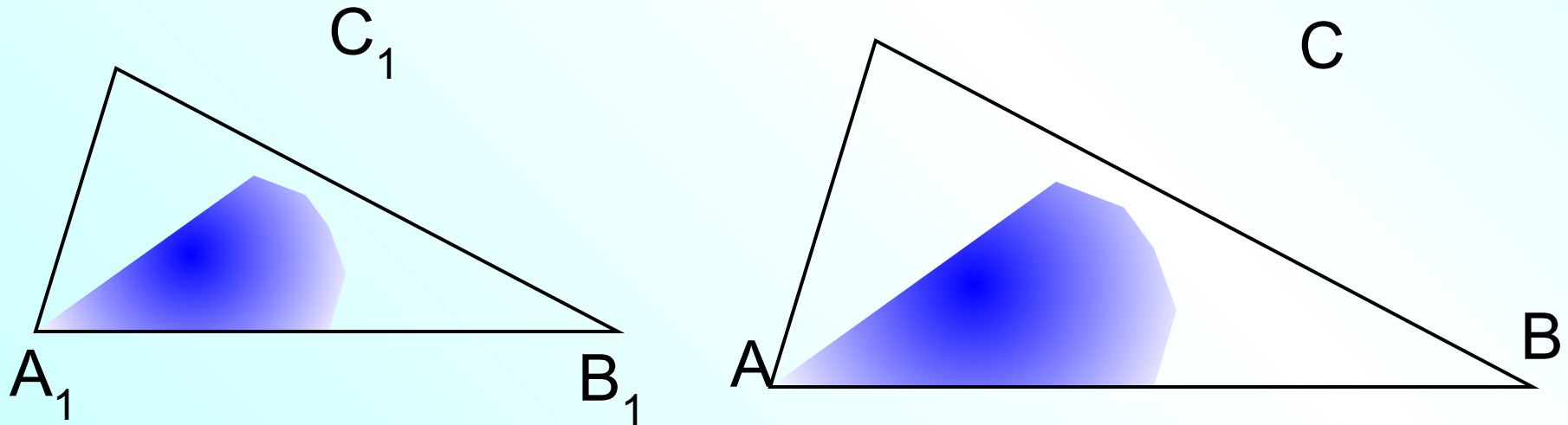


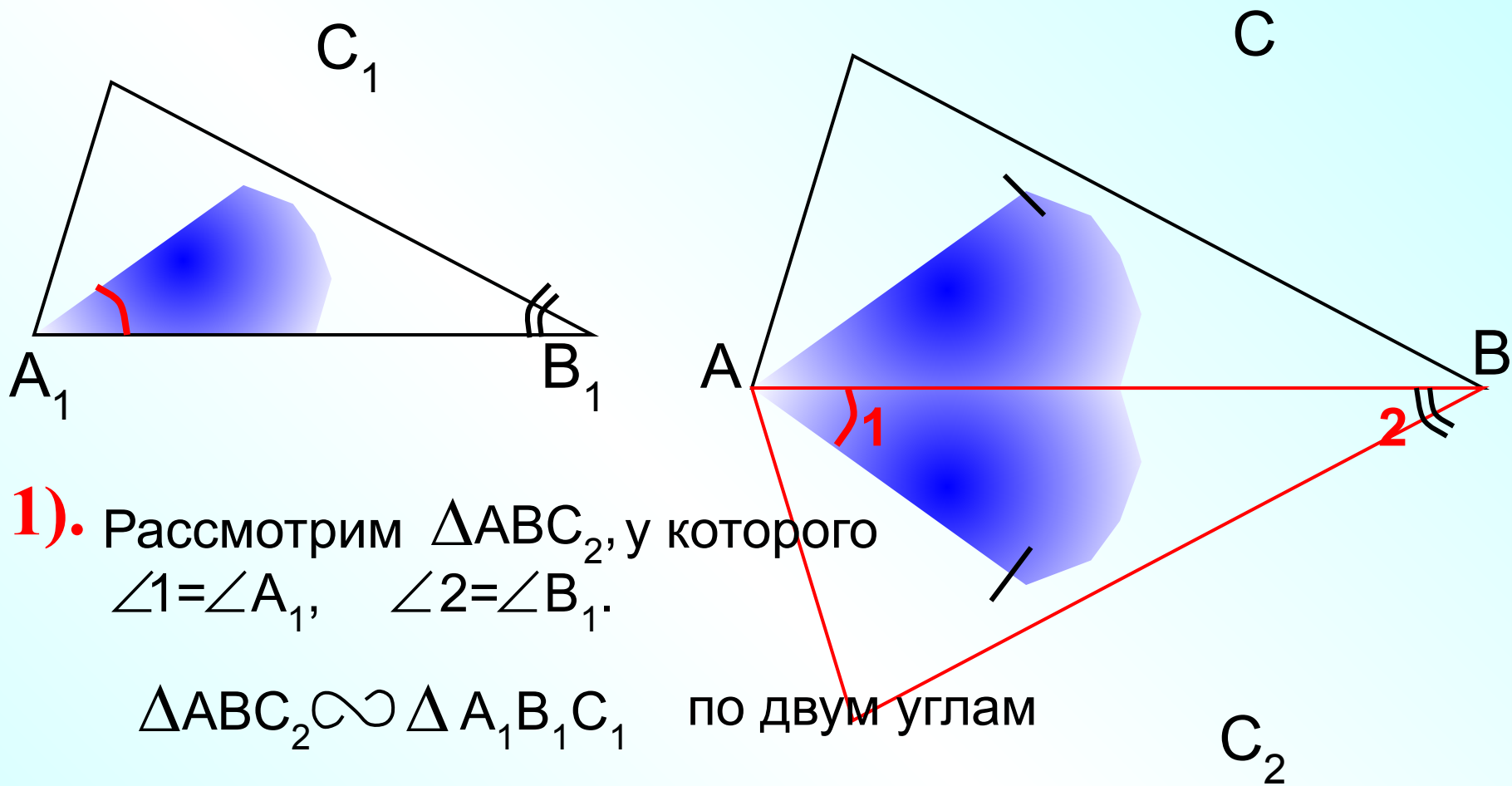
II признак подобия треугольников. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство: докажем, что $\angle B = \angle B_1$ и применим 1 признак подобия треугольников





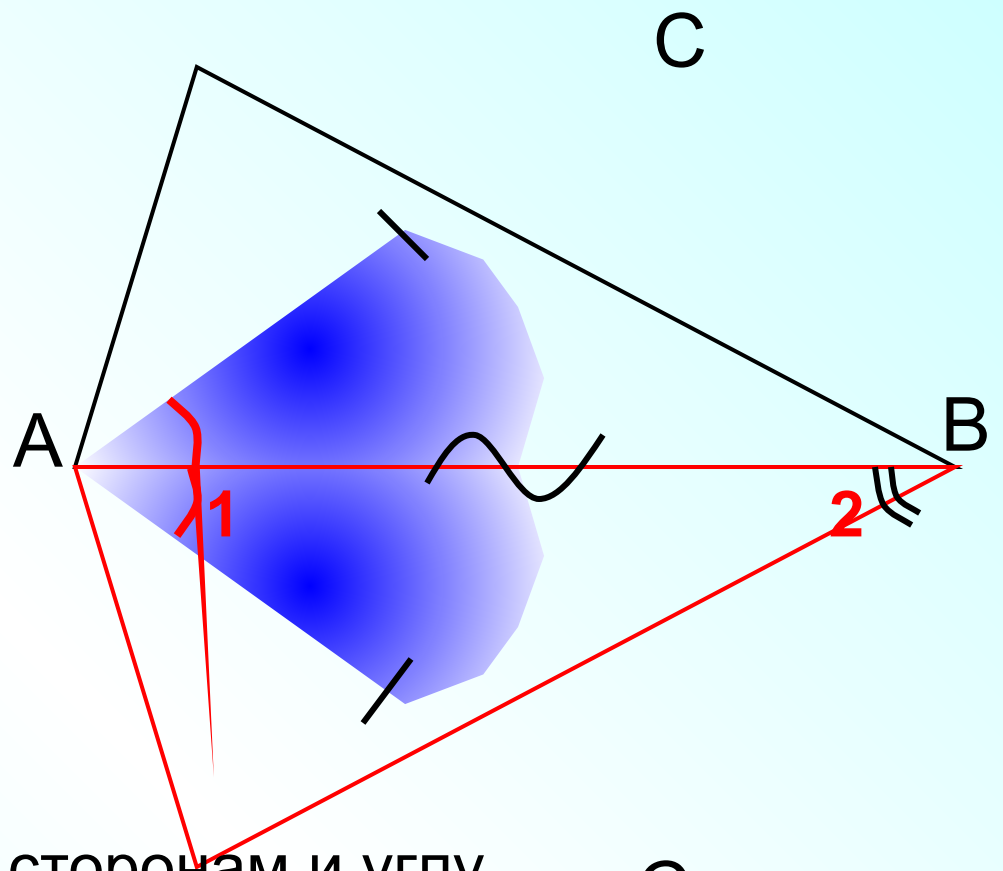
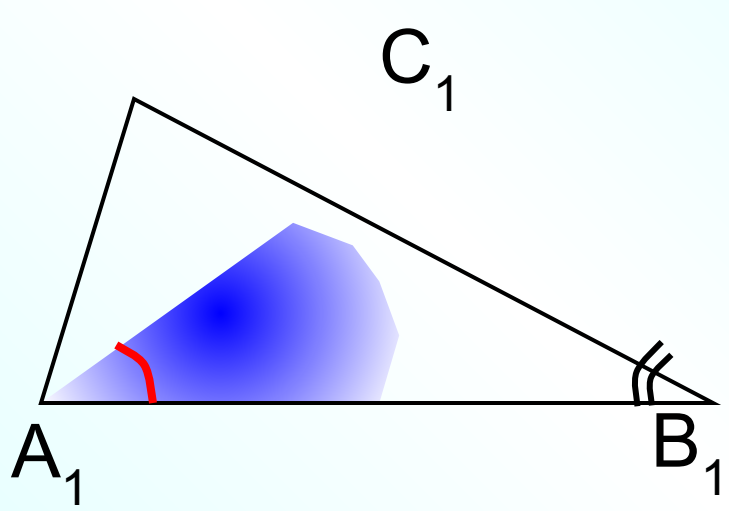
1). Рассмотрим ΔABC_2 , у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

$\Delta ABC_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам

Тогда
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$$

$$AC = AC_2$$

по условию
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



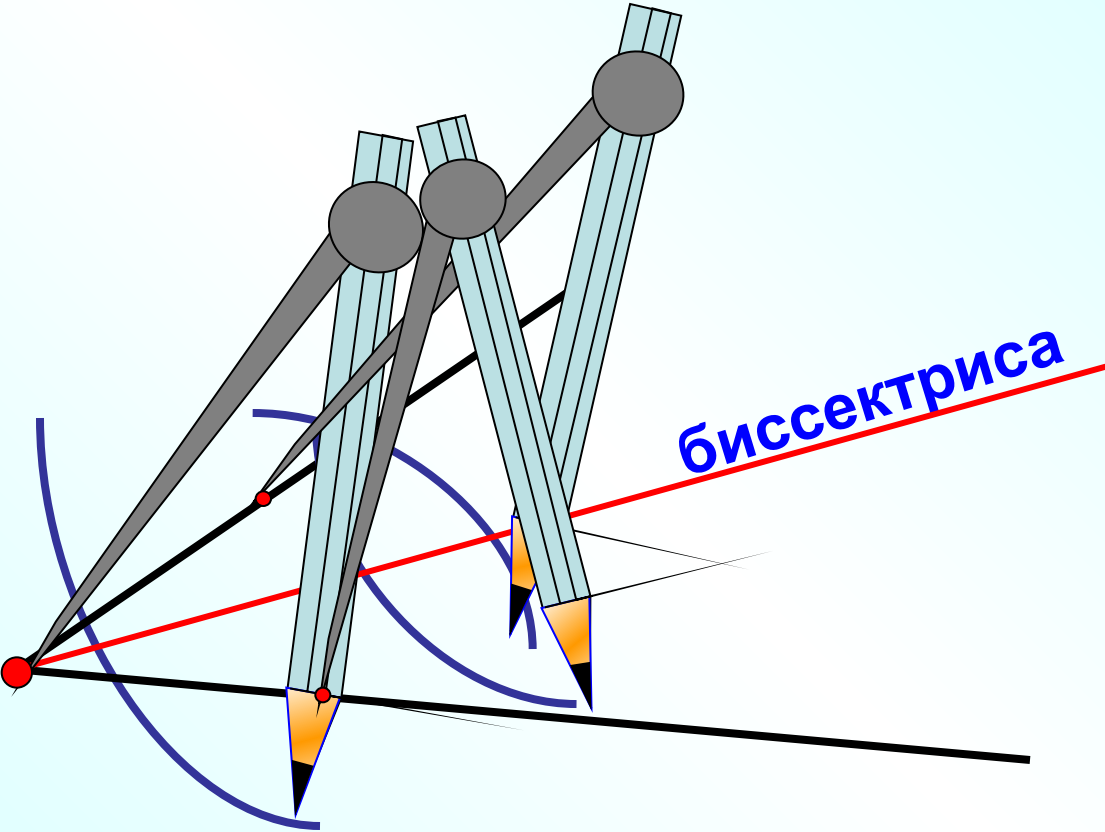
2).

$\triangle ABC = \triangle ABC_2$ по двум сторонам и углу между ними

$$\angle B = \angle 2, \quad \angle 2 = \angle B_1$$

$$\angle = \angle$$

Построение биссектрисы угла (без доказательства).

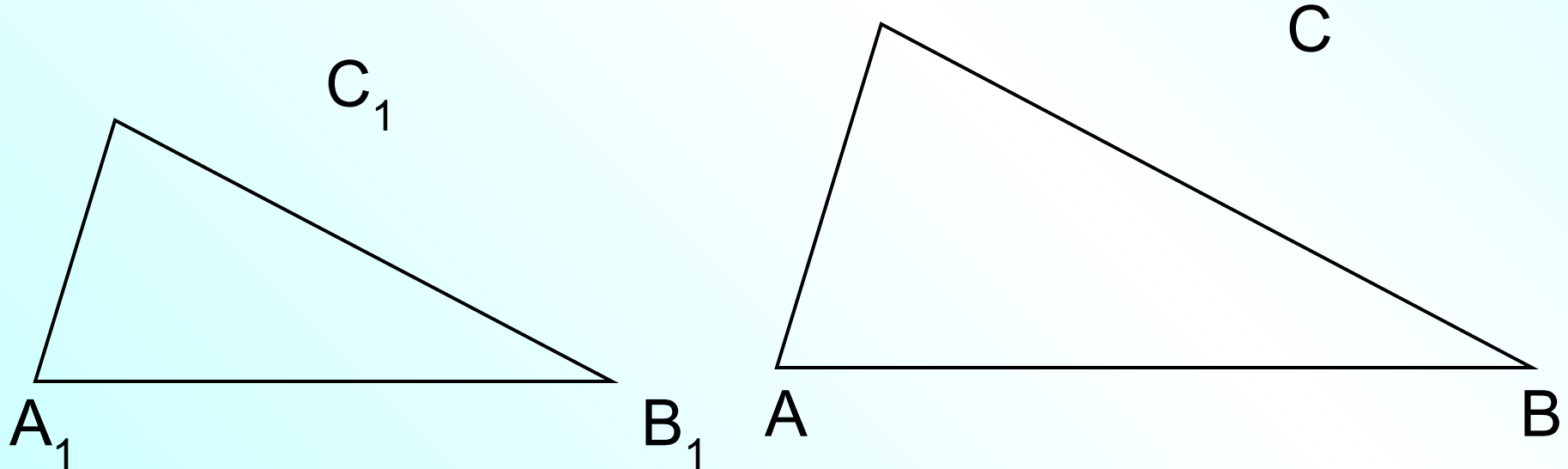


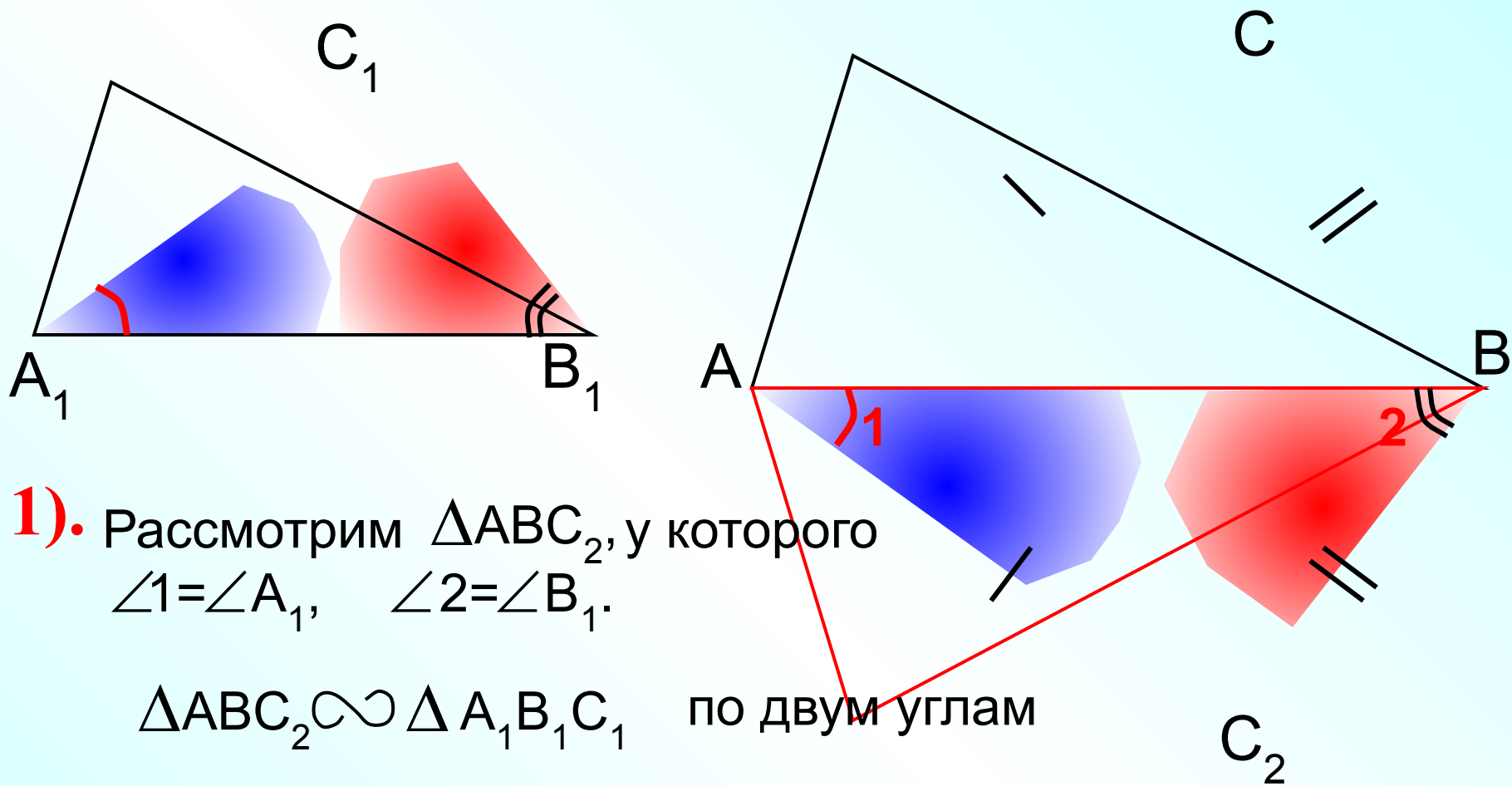
III признак подобия треугольников. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство: докажем, что $\angle A = \angle A_1$ и применим 2 признак подобия треугольников





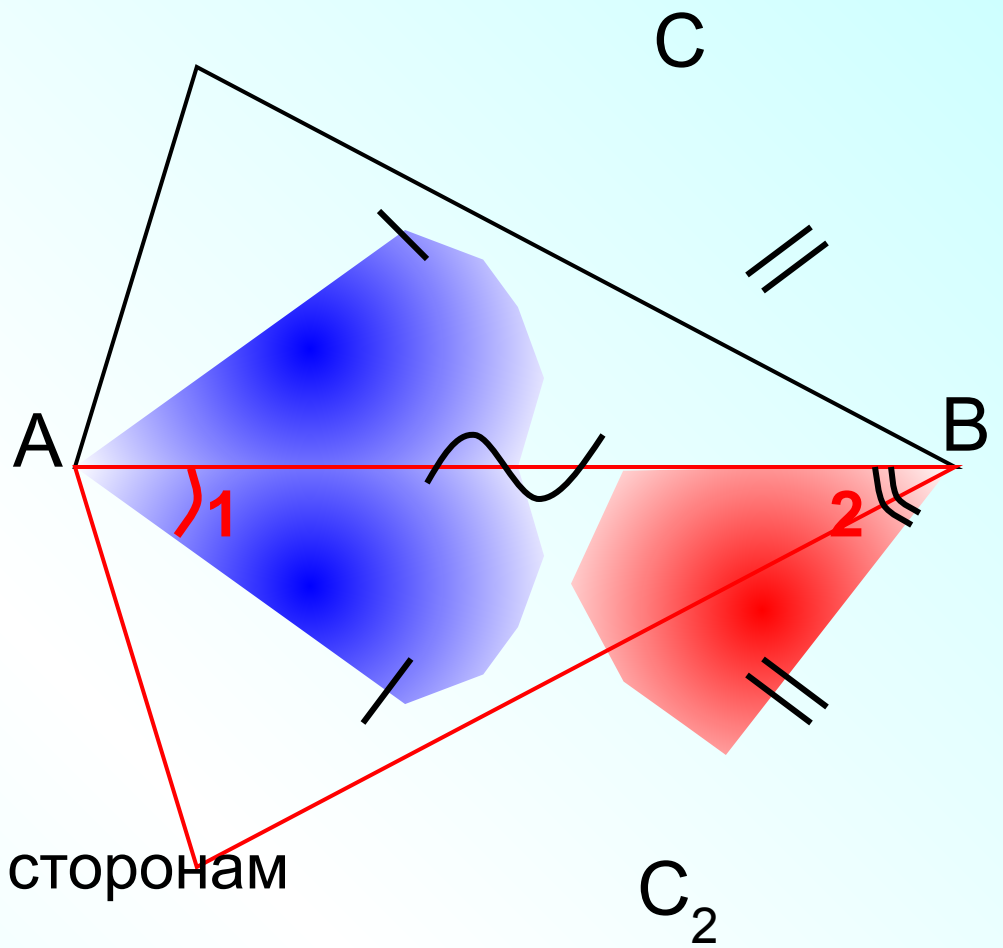
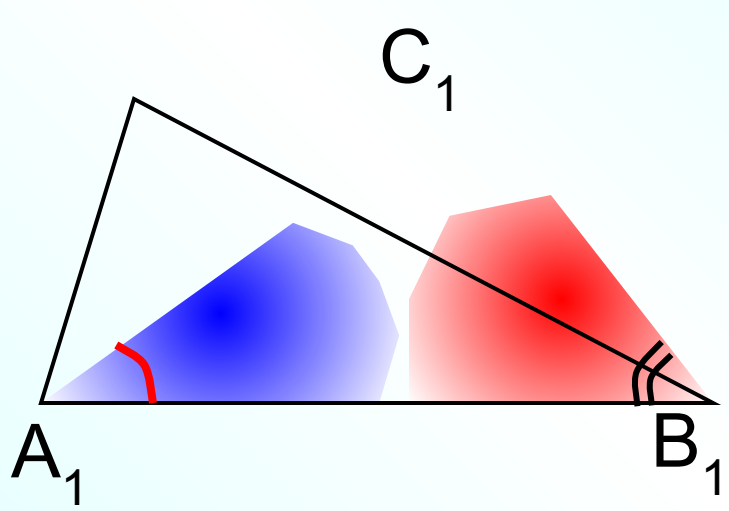
1). Рассмотрим $\triangle ABC_2$, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

$\triangle ABC_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$ по двум углам

Тогда
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$$

$$AC = AC_2 \quad BC = BC_2$$

по условию
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



2).

$\triangle ABC = \triangle ABC_2$ по трем сторонам

$$\angle A = \angle 1, \quad \angle 1 = \angle A_1$$

$$\angle = \angle$$

Построение угла, равного данному (без доказательства).

Дано: угол А.

