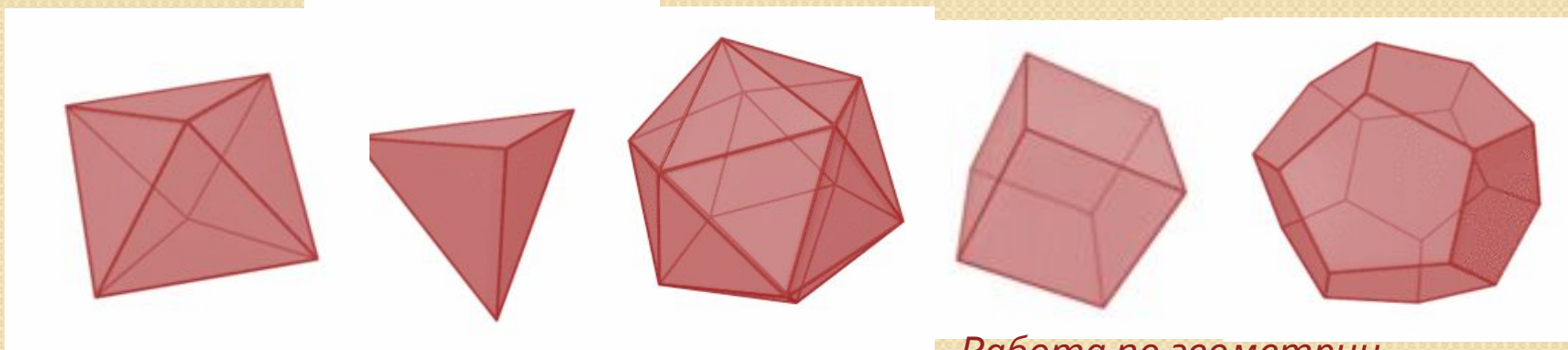


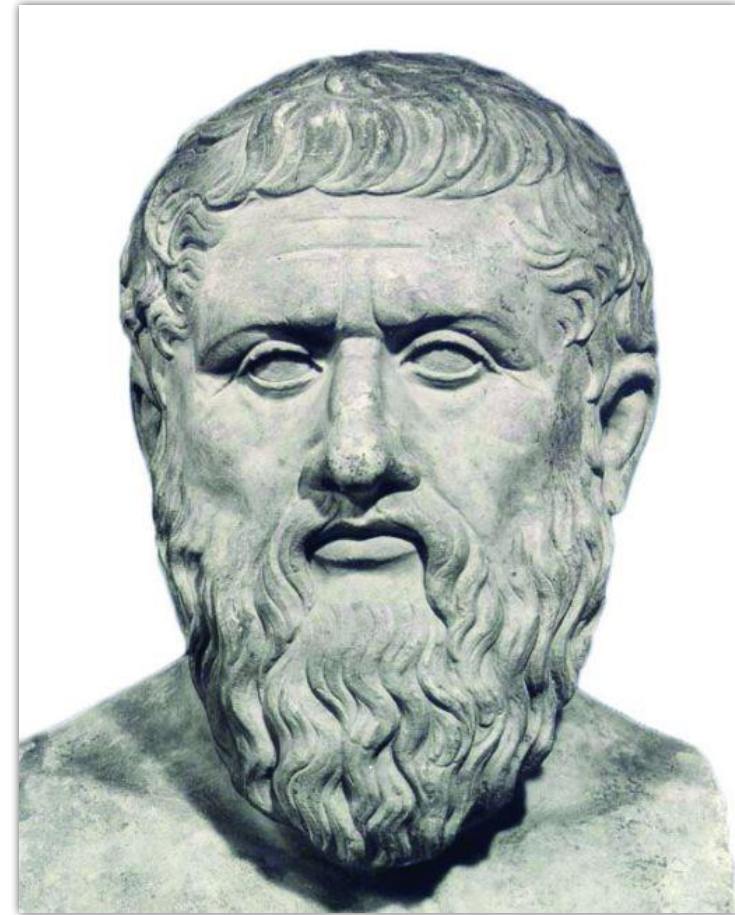
Правильные многогранники



*Работа по геометрии
ученика 10-А класса
школы № 38 г. Севастополь
Балика Артура
учитель математики Базай Т.А.*

Платон

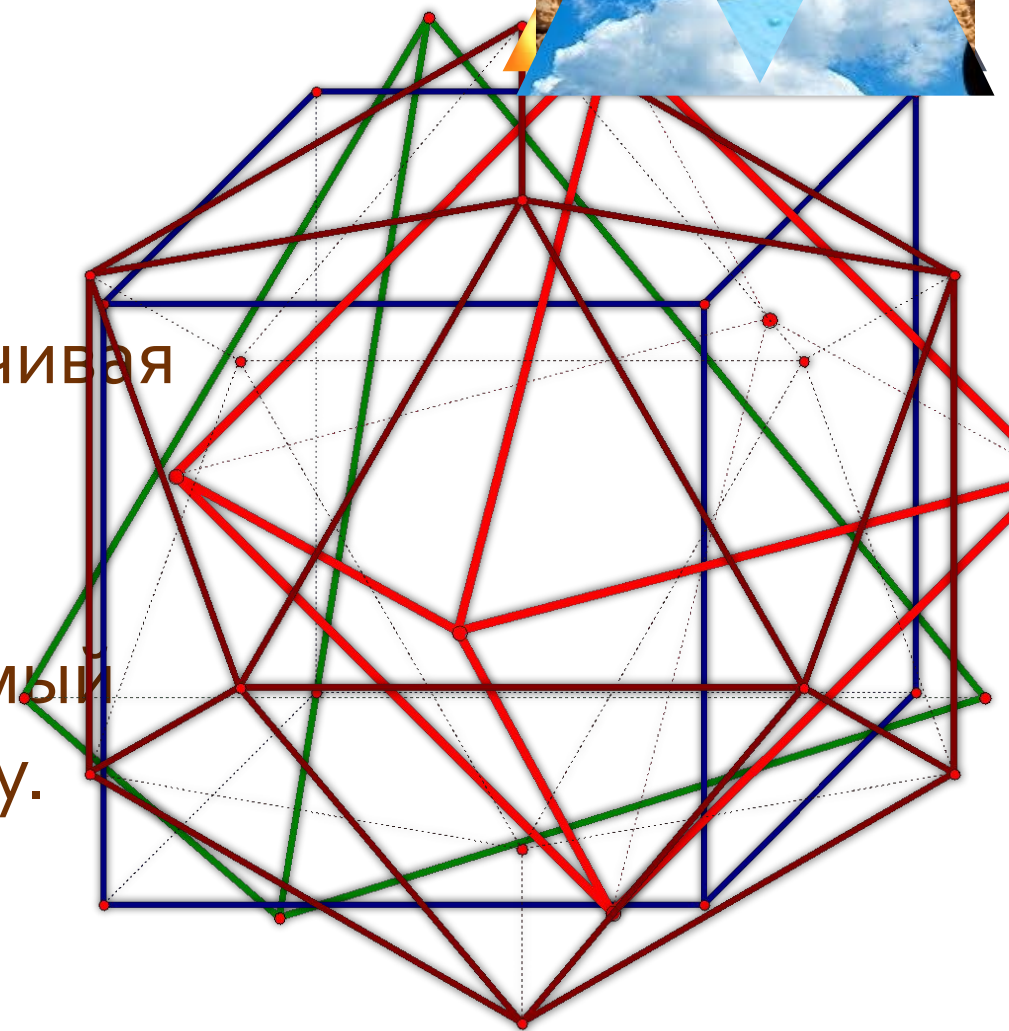
- С древнейших времен велик интерес человека к правильным многогранникам.
- Платон (427–347 до н.э.) – первым описал их свойства.
- Именно поэтому правильные многогранники называют телами Платона.

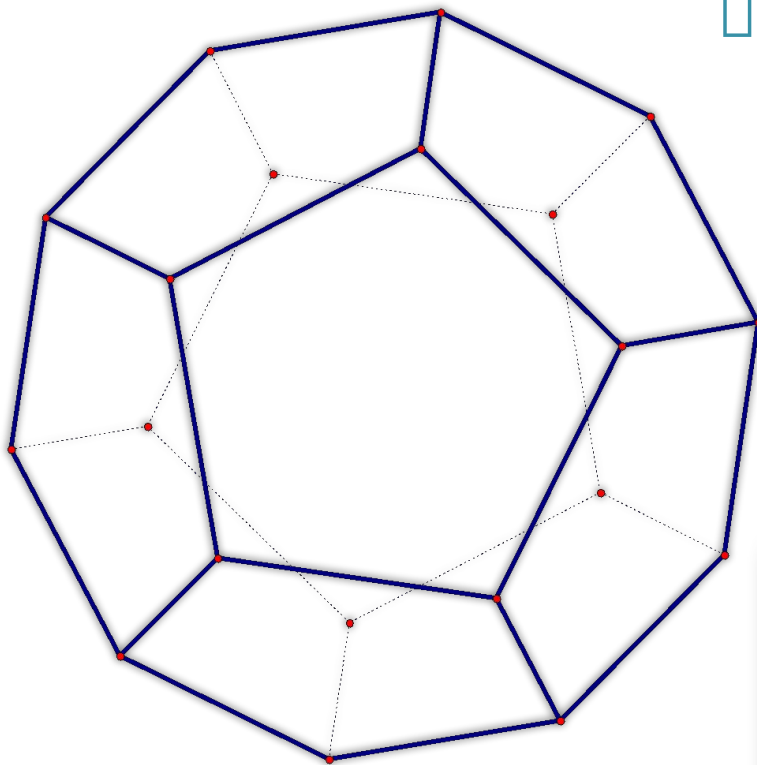


- Четыре сущности природы были известны человечеству: огонь, вода, земля и воздух.
- По мнению Платона, их атомы имели вид правильных многогранников



- Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени,
- куб – самая устойчивая из фигур – землю,
- октаэдр – воздух,
- икосаэдр – как самый обтекаемый – воду.



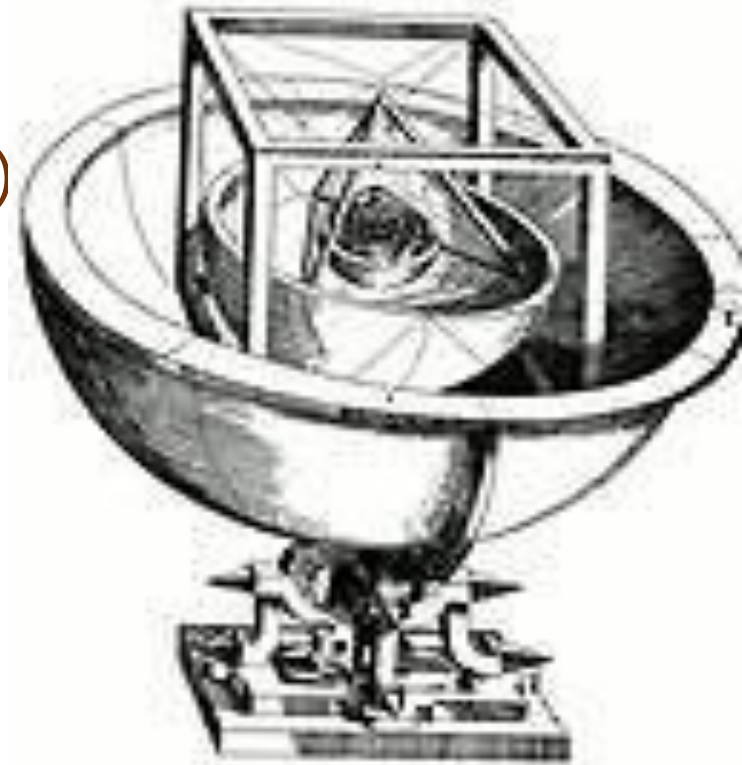


□ Пятый многогранник – додэкаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим.



Кеплер

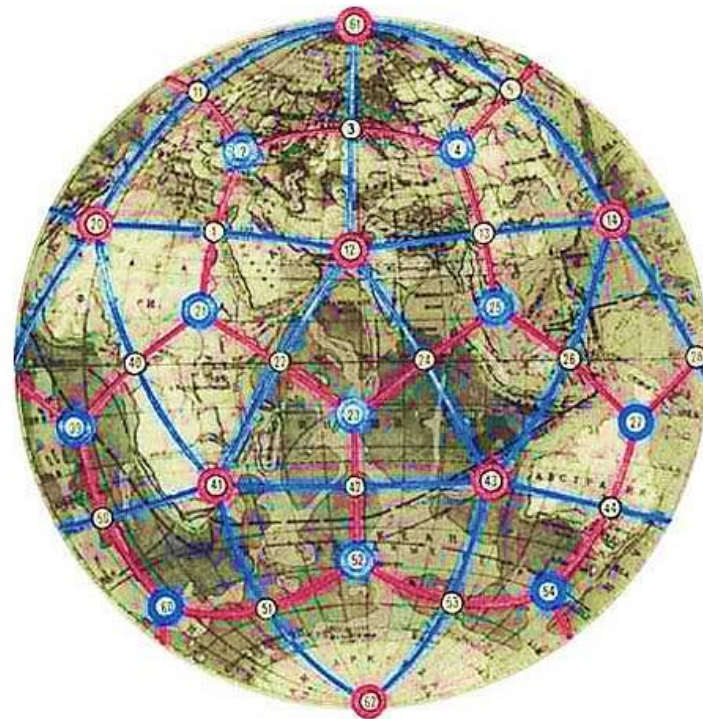
- Иоганн Кеплер (1571-1630гг.) – немецкий астроном. открыл законы движения планет.
- В 1596 году Кеплер предложил правило, по которому вокруг сферы Земли описывается **додекаэдр**, а в нее вписывается **икосаэдр**. («Гармония мира», 1619г.)



Геометрическая модель Солнечной системы, основанная на «платоновых телах».

Икосаэдро-додекаэдровая структура Земли

- Советские инженеры В. Макаров и В. Морозов утверждают, что в настоящее время процессы жизнедеятельности Земли имеют структуру додекаэдра-икосаэдра.
- На стыках додекаэдров и икосаэдров находятся основные залежи полезных ископаемых, загадочные явления, центры древних и современных цивилизаций.



ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

5 ПЛАТОНОВЫХ ТЕЛ

- Выпуклый многогранник называется правильным, если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то же число ребер.
- Также все ребра правильного многоугольника равны, как и все двугранные углы, содержащие две грани с общим ребром.
- Правильного многогранника, гранями которого являются n -угольники при $n >$ или $=6$, не существует!



ПРАВИЛЬНЫЙ ТЕТРАЭДР

- Составлен из четырех равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трех треугольников
- Сумма плоских углов при к
- Вершин – 4
- Граней – 6
- Ребер – 4

Элементы симметрии:

Тетраэдр не имеет центра симметрии, но имеет 3 оси симметрии и 6 плоскостей симметрии.

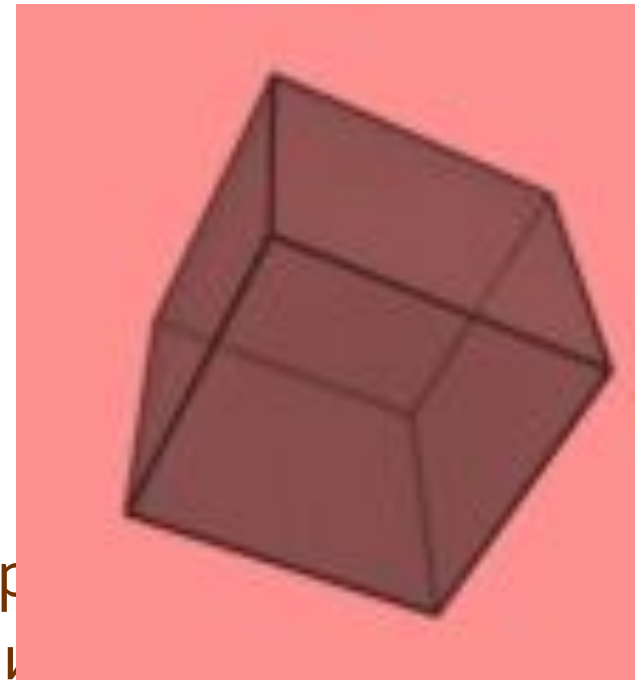


ПРАВИЛЬНЫЙ ГЕКСАЭДР (КУБ)

- Составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трех квадратов.
- Сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .
- 6 граней
- 8 вершин
- 12 ребер

Элементы симметрии:

Куб имеет центр симметрии - центр куба, 9 осей и плоскостей симметрии



ПРАВИЛЬНЫЙ ОКТАЭДР

- Составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырех треугольников.
- Сумма плоских углов при каждой вершине равна 2π
- 8 граней
- 6 вершин
- 12 ребер

Элементы симметрии:

Октаэдр имеет центр симметрии
центр октаэдра, 9 осей симметрии
9 плоскостей симметрии

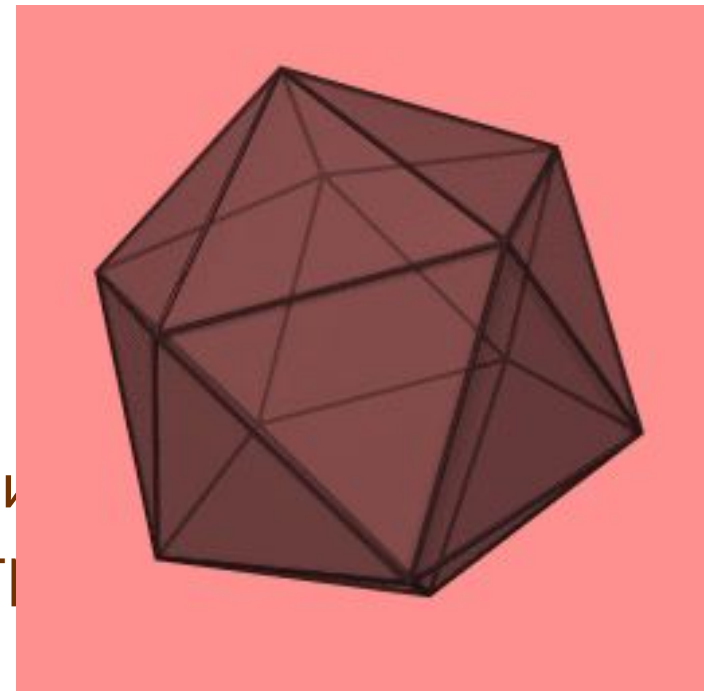


ПРАВИЛЬНЫЙ ИКОСАЭДР

- Составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников
- Сумма плоских углов при каждой вершине равна 300°
- 20 граней,
- 12 вершин
- 30 ребер

Элементы симметрии:

Икосаэдр имеет центр симметрии
центр икосаэдра, 15 осей симметрии,
15 плоскостей симметрии

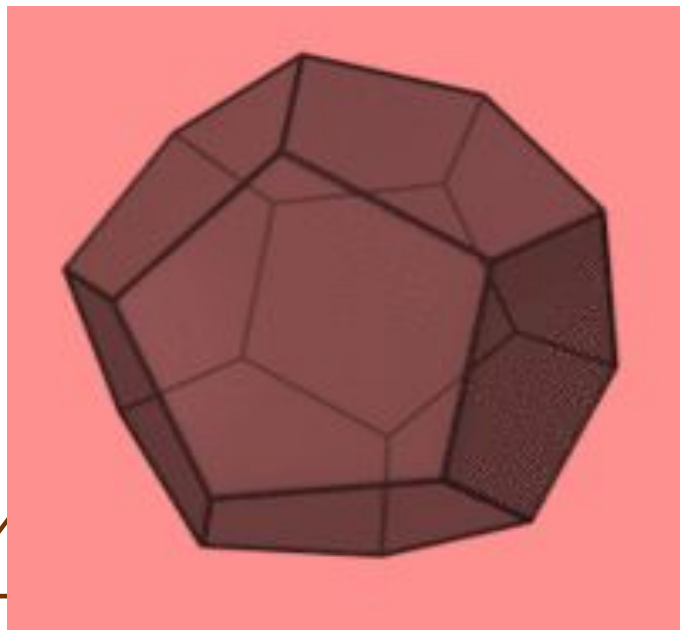


ПРАВИЛЬНЫЙ ДОДЕКАЭДР

- Составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников
- Сумма плоских углов при каждой вершине равна 324°
- 12 граней
- 20 вершин
- 30 ребер

Элементы симметрии:

Додекаэдр имеет центр симметрии — центр додекаэдра, 15 осей симметрии, 15 плоскостей симметрии.



Эйлер

- Следующий серьезный шаг в науке о многогранниках был сделан в XVIII веке Леонардом Эйлером (1707-1783), который вывел формулу о соотношении между числом вершин, ребер и граней выпуклого многогранника.
- Она окончательно навела математический порядок в многообразном мире многогранников.



Формула Эйлера

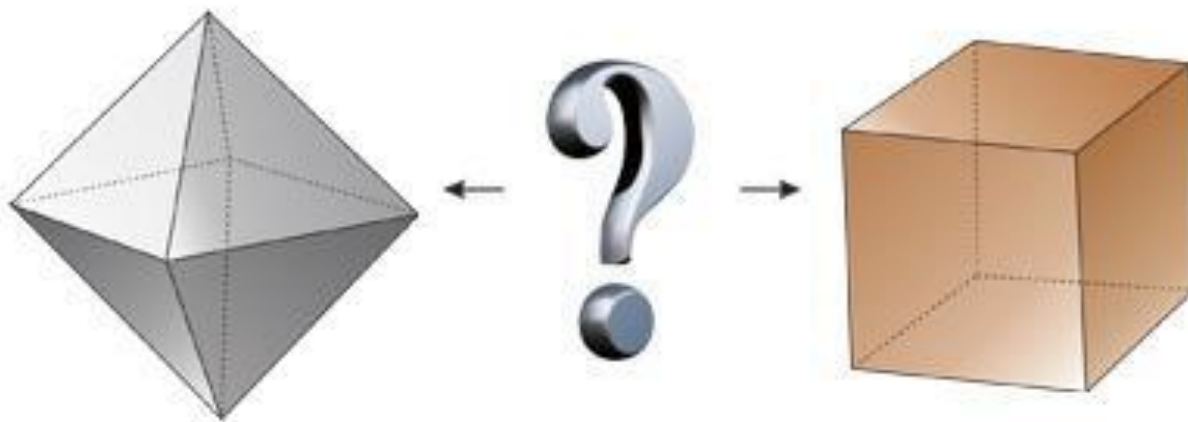
- Для любого выпуклого многогранника справедливо соотношение: $\Gamma + В - Р = 2$, где Γ -число граней, $В$ -число вершин, $Р$ - число ребер данного многогранника.
- Грани + Вершины - Рёбра = 2.

Правильный многогранник	Число			$\Gamma + В - Р = 2$
	граней	вершин	рёбер	
Тетраэдр	4	4	6	2
Куб	6	8	12	2
Октаэдр	8	6	12	2
Додекаэдр	12	20	30	2
Икосаэдр	20	12	30	2

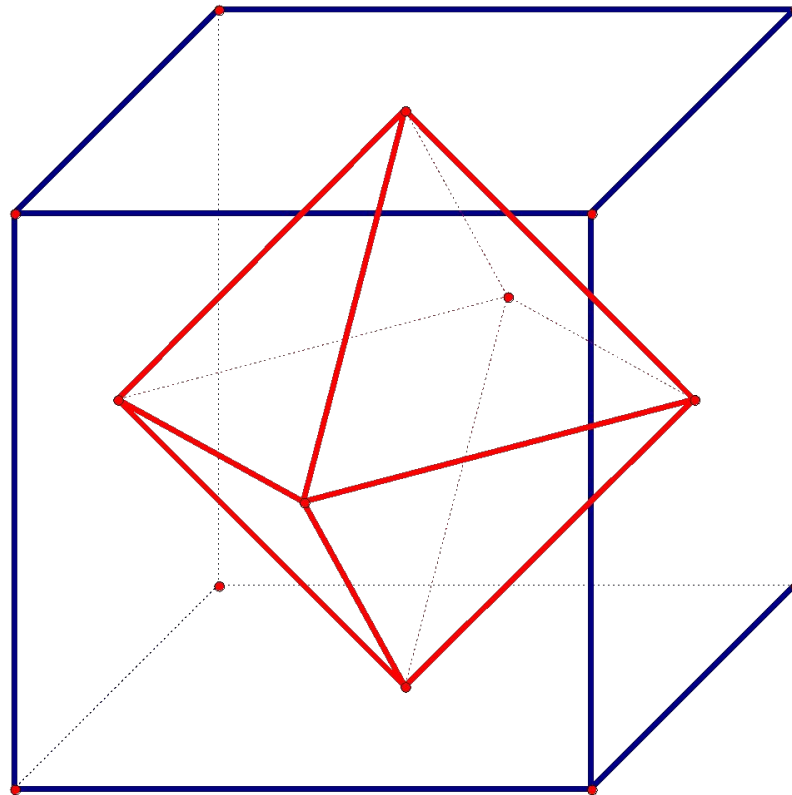
- Доказал это удивительное соотношение Леонард Эйлер, поэтому формула названа его именем.

Двойственность правильных многогранников

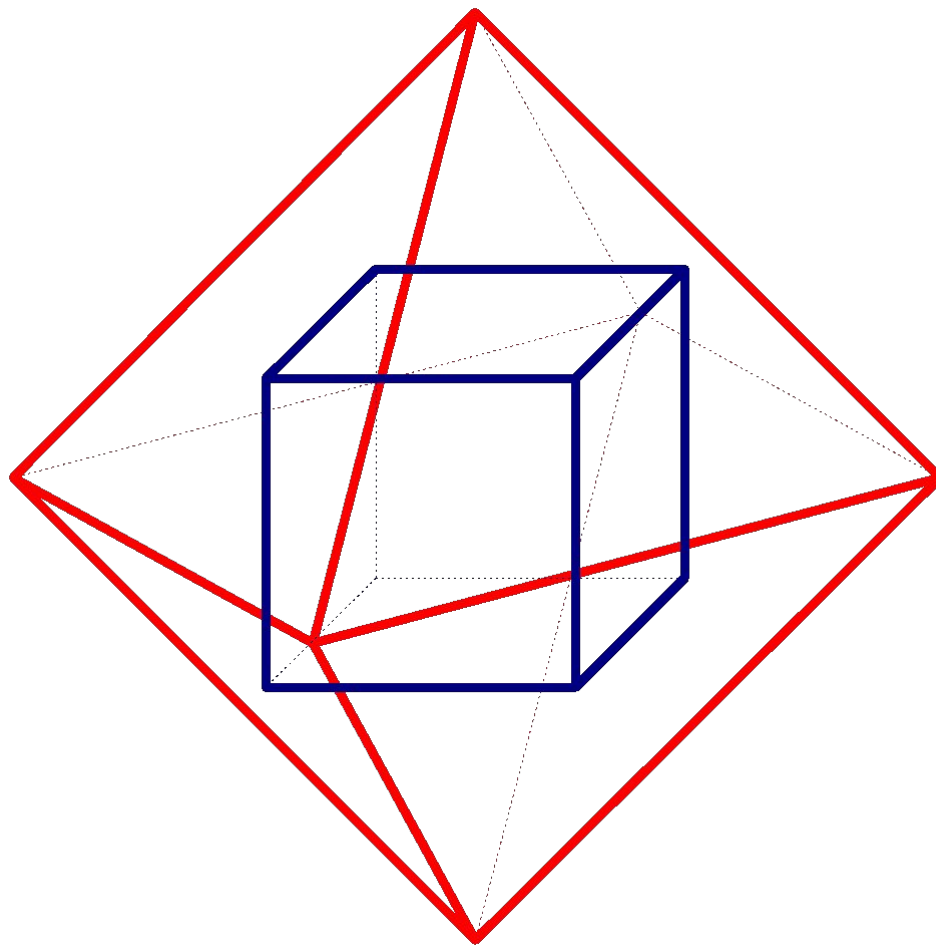
- Гексаэдр (куб) и октаэдр образуют двойственную пару многогранников.
- Число граней одного многогранника равно числу вершин другого и наоборот.



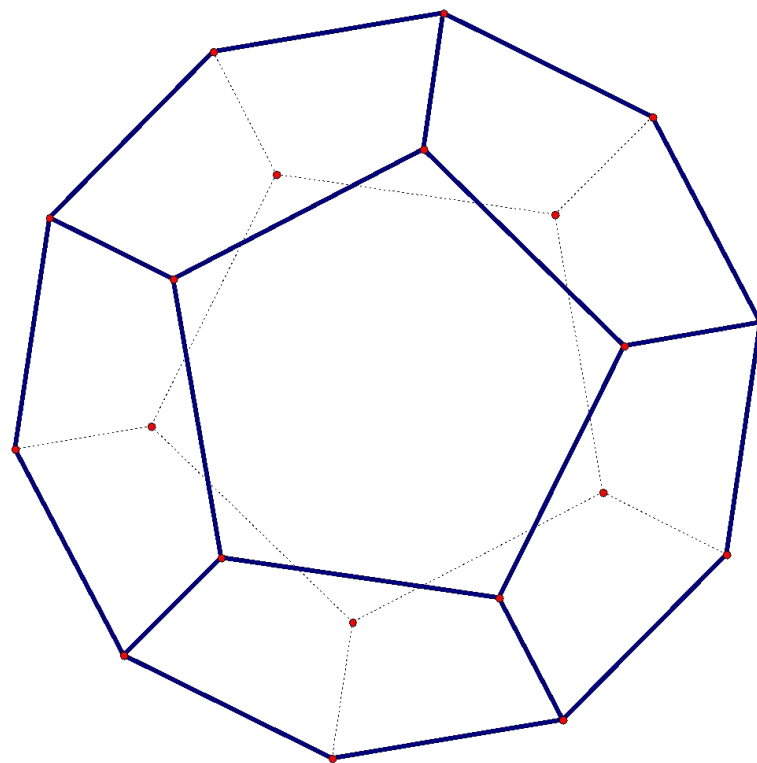
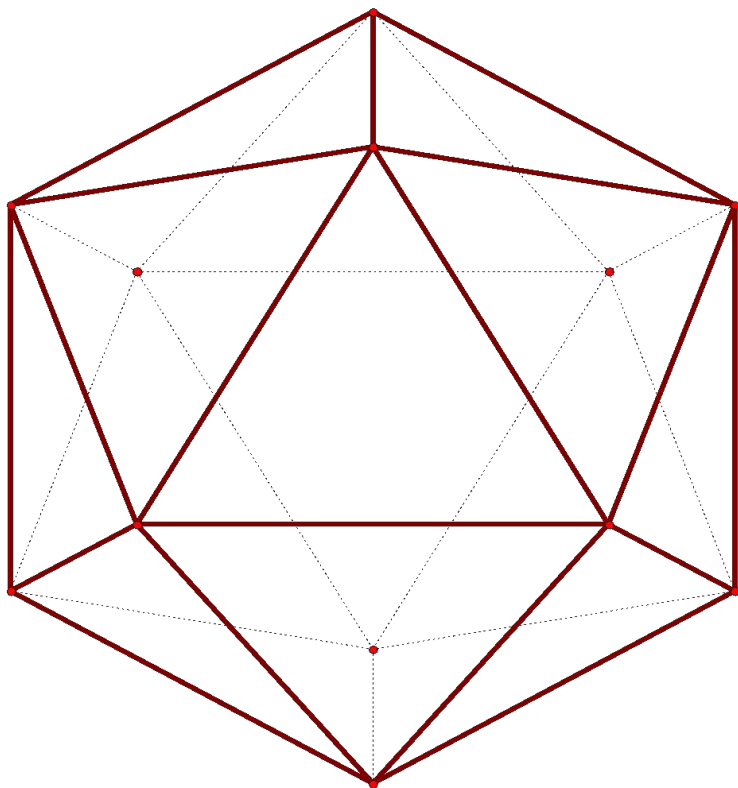
- Возьмем любой куб и рассмотрим многогранник с вершинами в центрах его граней. Получим октаэдр.



□ Центры граней октаэдра служат вершинами куба

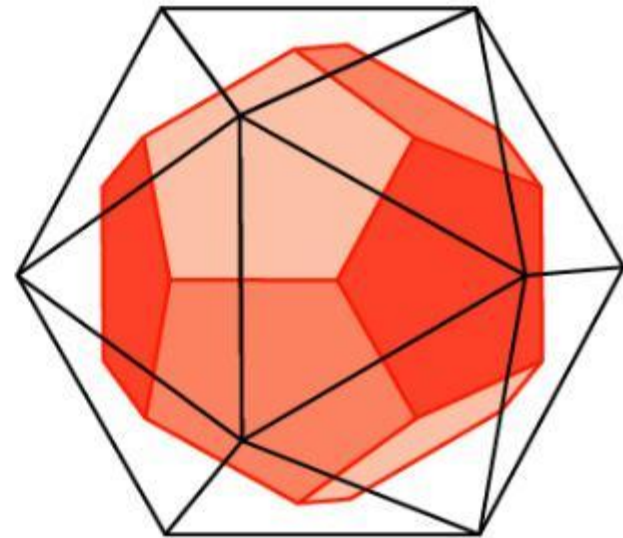
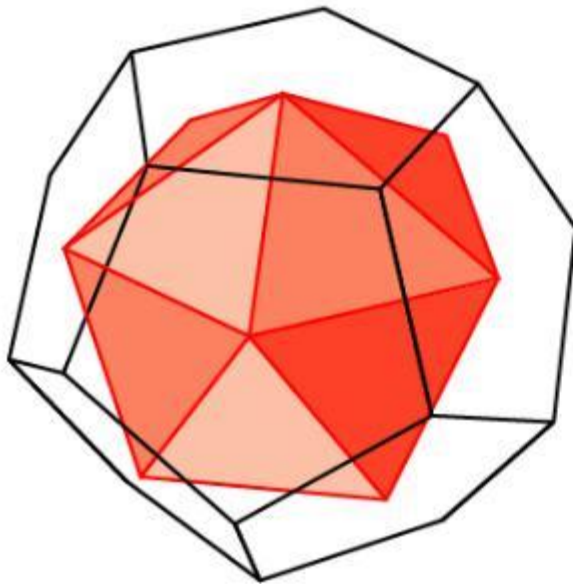


- Икосаэдр и додекаэдр также являются двойственными многогранниками



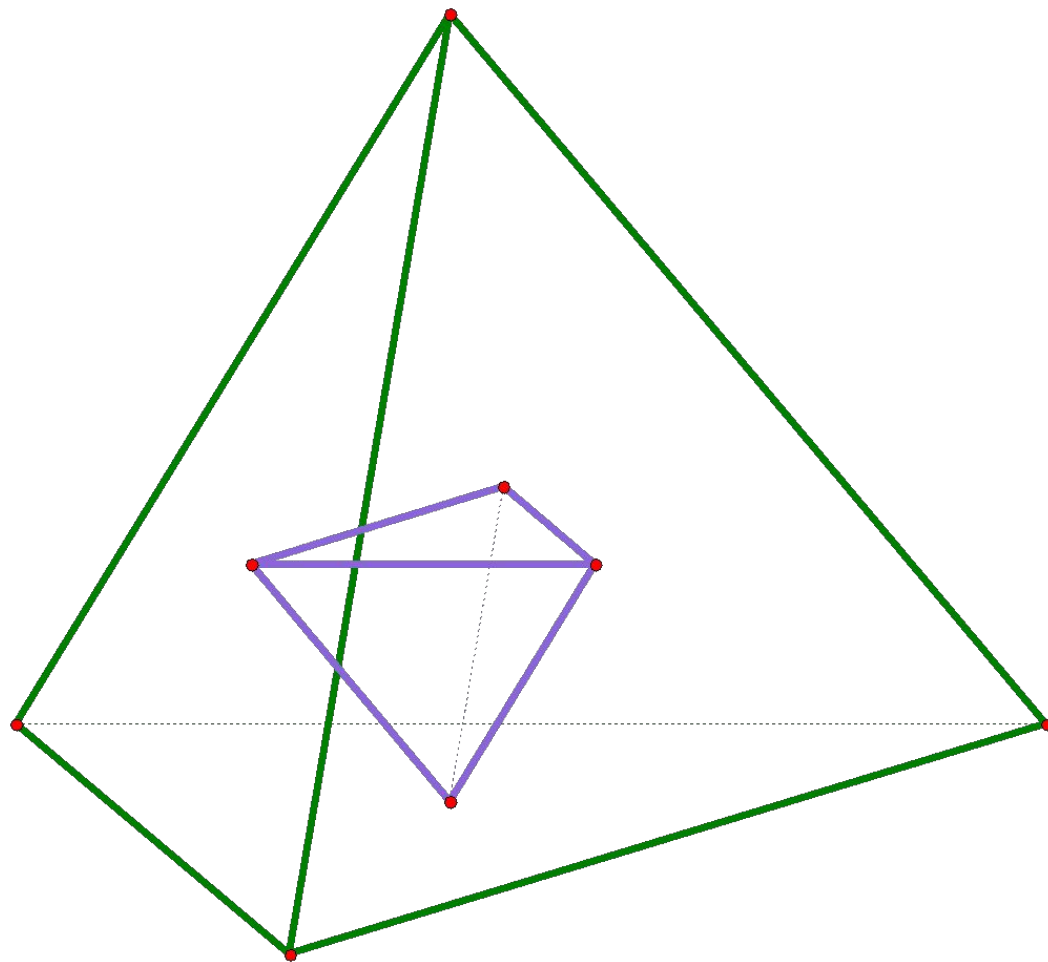
Додекаэдр и икосаэдр

- В додекаэдр можно вписать икосаэдр.
- Вершинами икосаэдра являются центры граней додекаэдра. В свою очередь, центры граней икосаэдра образуют вершины вписанного в него додекаэдра.





Двойственным многогранником к тетраэдру является сам тетраэдр



Многогранники в жизни

- Правильные многогранники – самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется.
- Многогранники окружают нас в повседневной жизни.

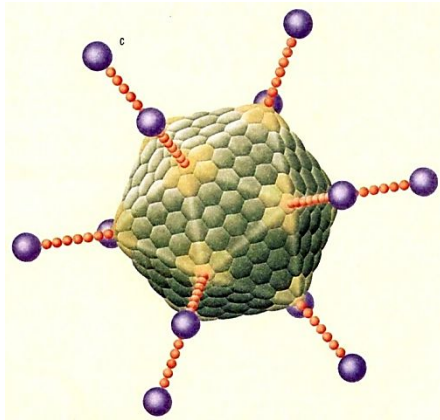


Многогранники в природе

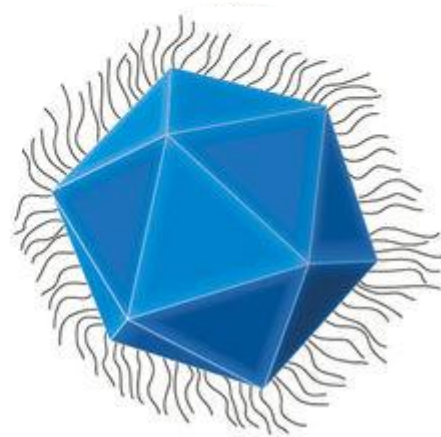
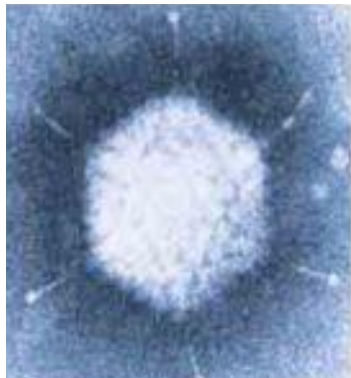
- Пчелиные соты – восковые постройки пчёл, предназначенные для хранения мёда и выращивания потомства.
- Они состоят из правильных многогранников, обращённых внутрь друг к другу под углом $109,28^{\circ}$ градусов.



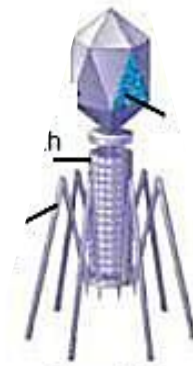
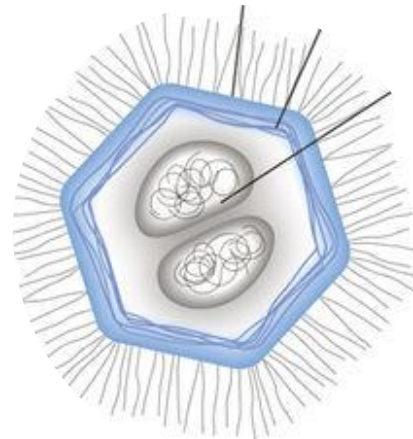
□ Внешние оболочки многих вирусов представлены в форме икосаэдров



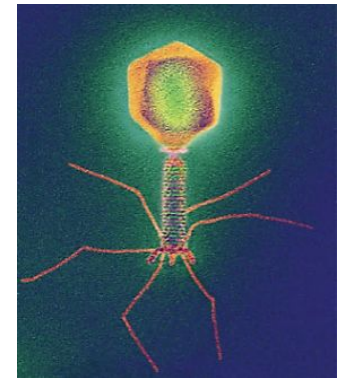
Икосаэдрическая оболочка аденовируса



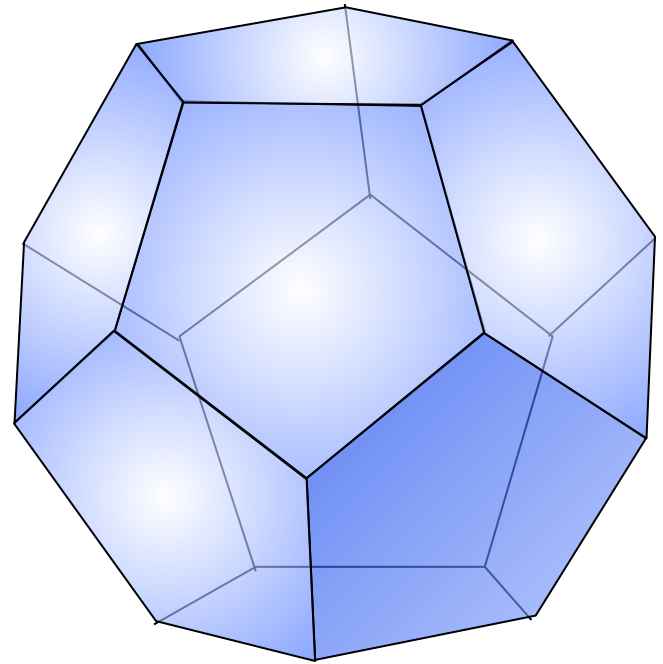
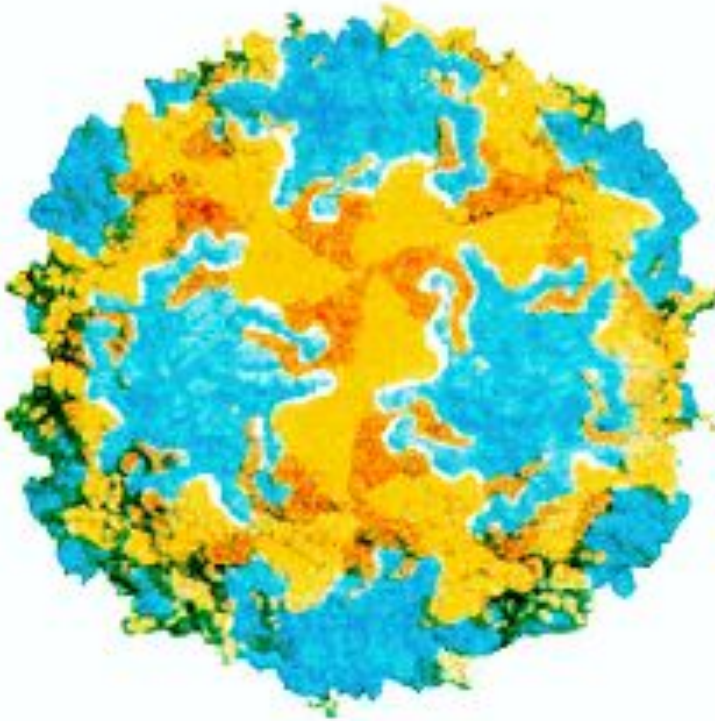
Икосаэдрическая оболочка мивируса



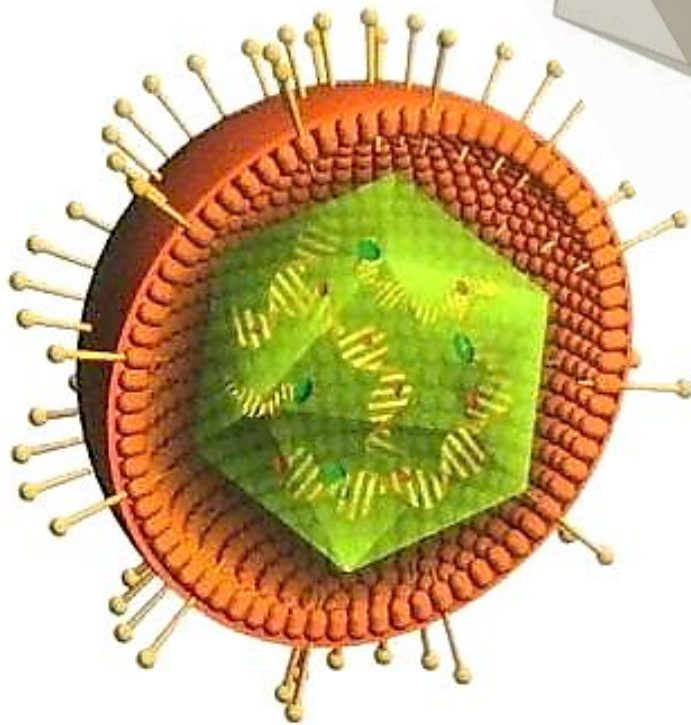
Икосаэдрическая оболочка бактериофага



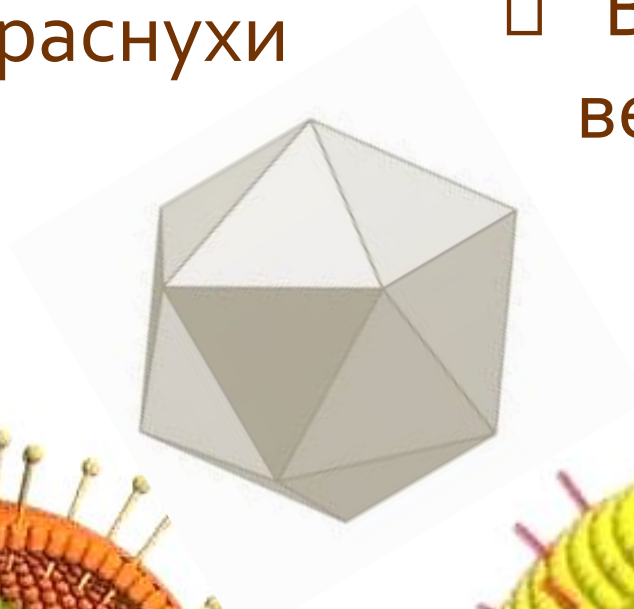
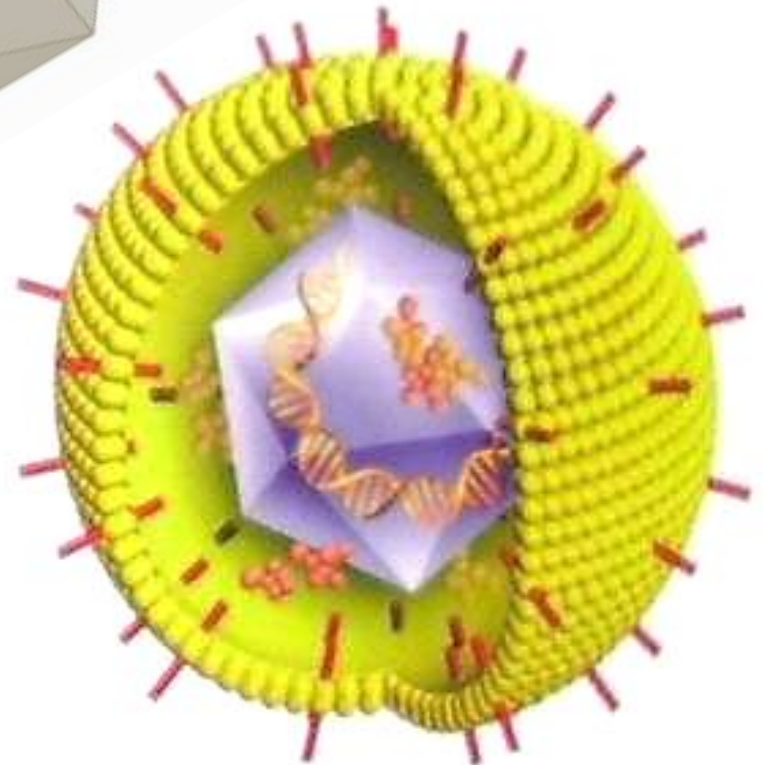
- Вирус полиомиелита имеет форму додекаэдра



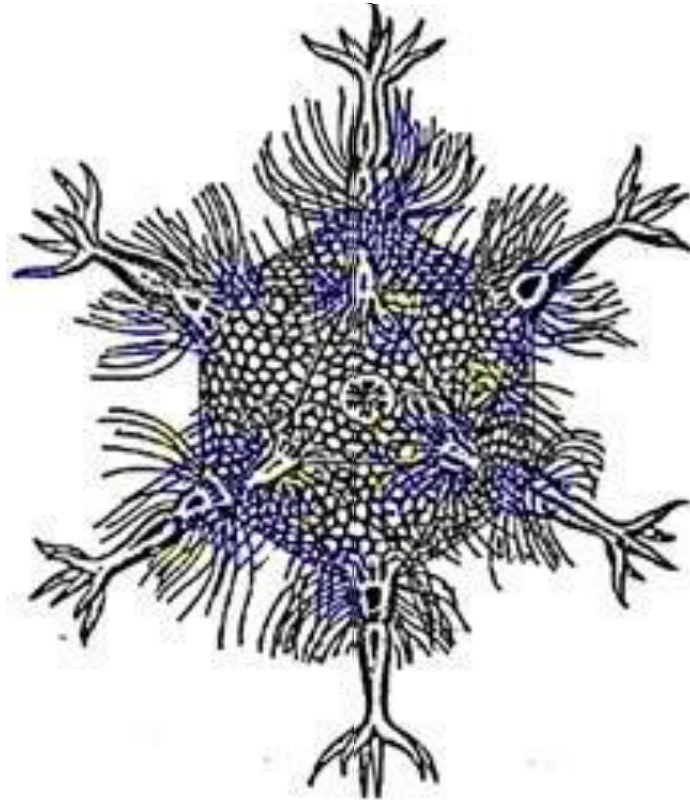
□ Вирус краснухи



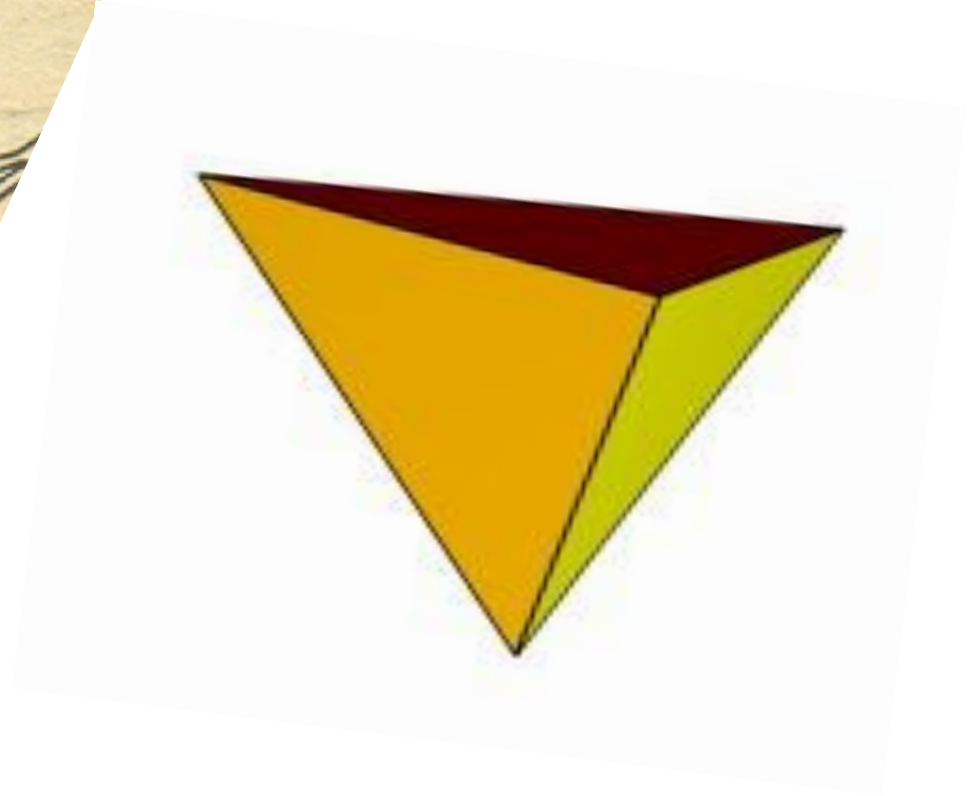
□ Вирус ветряной оспы



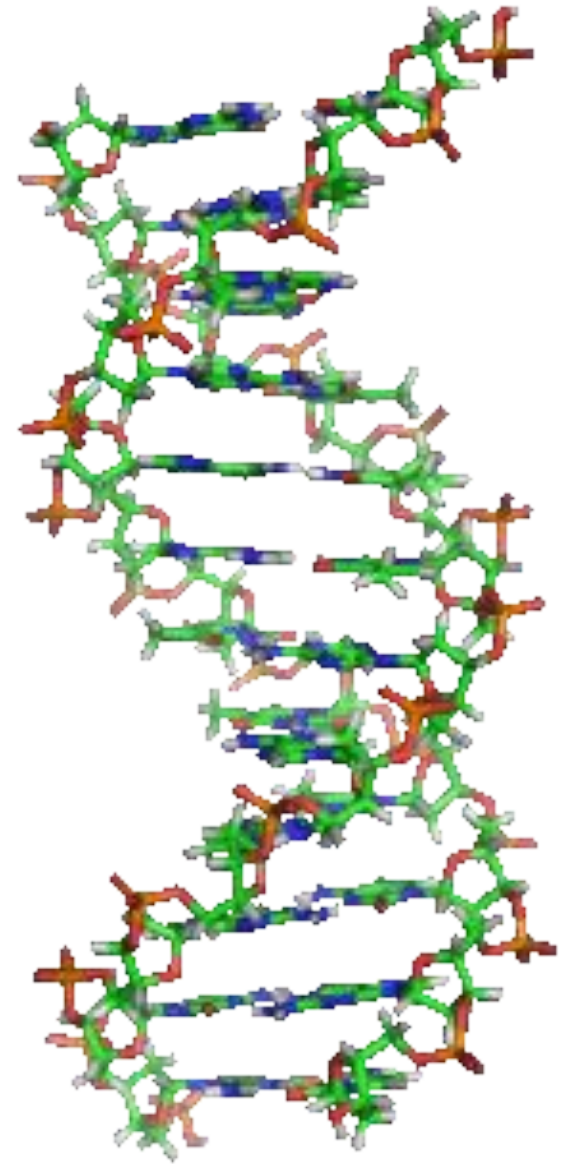
- Скелет одноклеточного организма **феодарии** по форме напоминает **икосаэдр**



- Водоросли тетрадиниум имеет форму правильного тетраэдра.



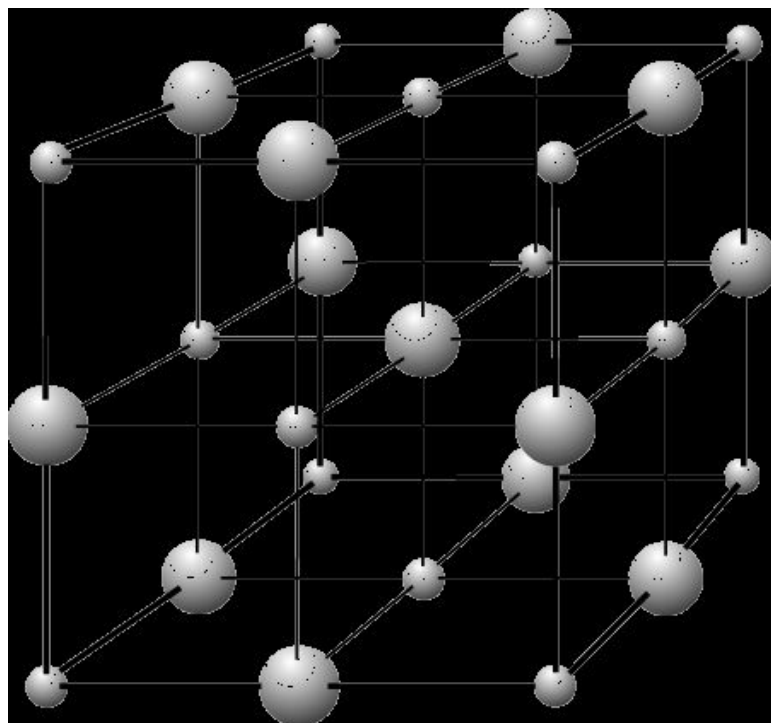
- ДНК
генетического
кода жизни –
представляет
собой
четырёхмерную
развертку (по оси
времени)
вращающегося
додекаэдра!



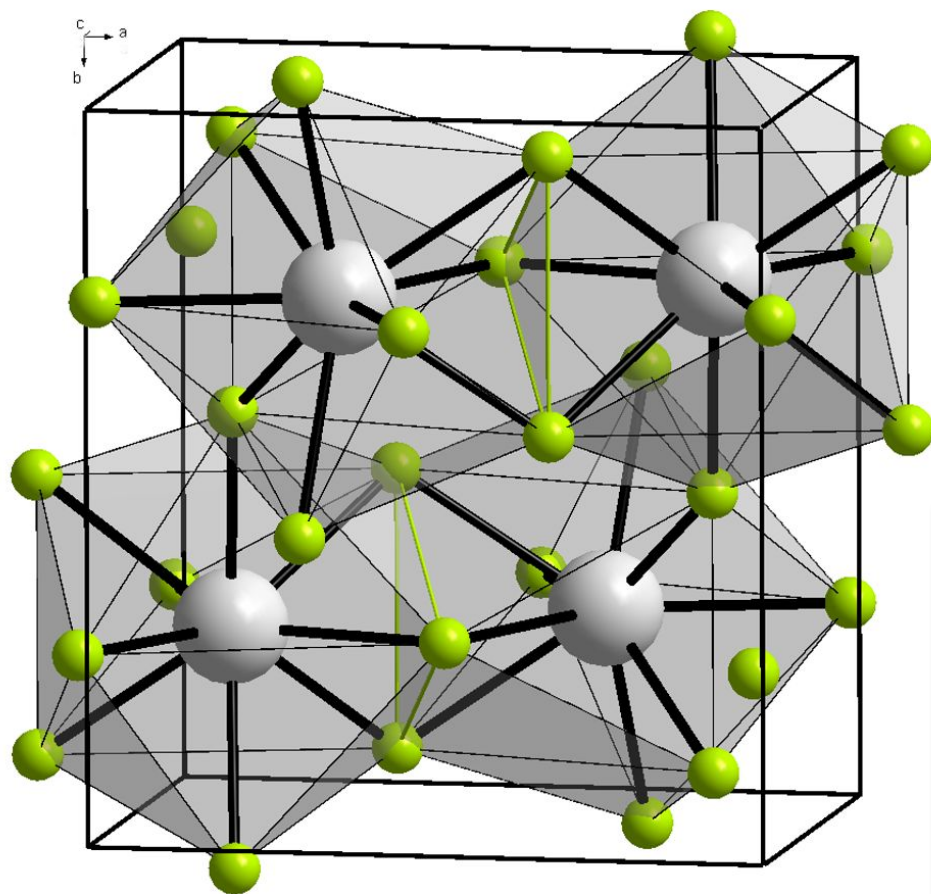
- В естественной среде правильные многогранники можно встретить в виде кристаллов (минералов).
- Форму тетраэдра передает сурьменистый сернокислый натрий.



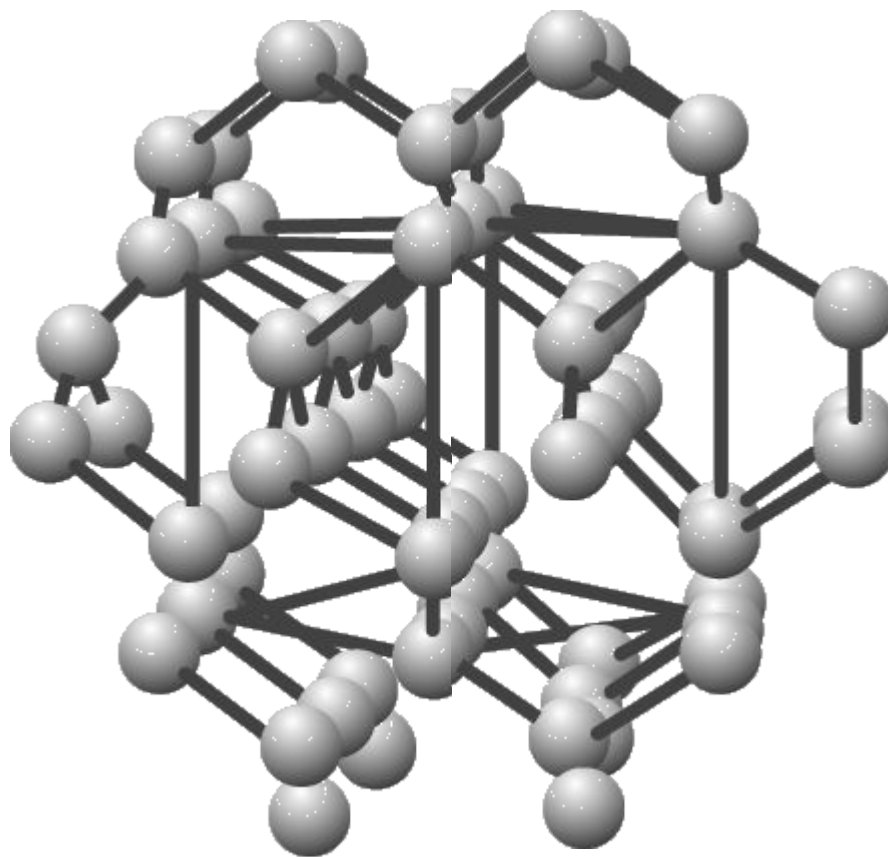
- Куб - монокристалл объединяет в себе кристаллы поваренной соли NaCl .



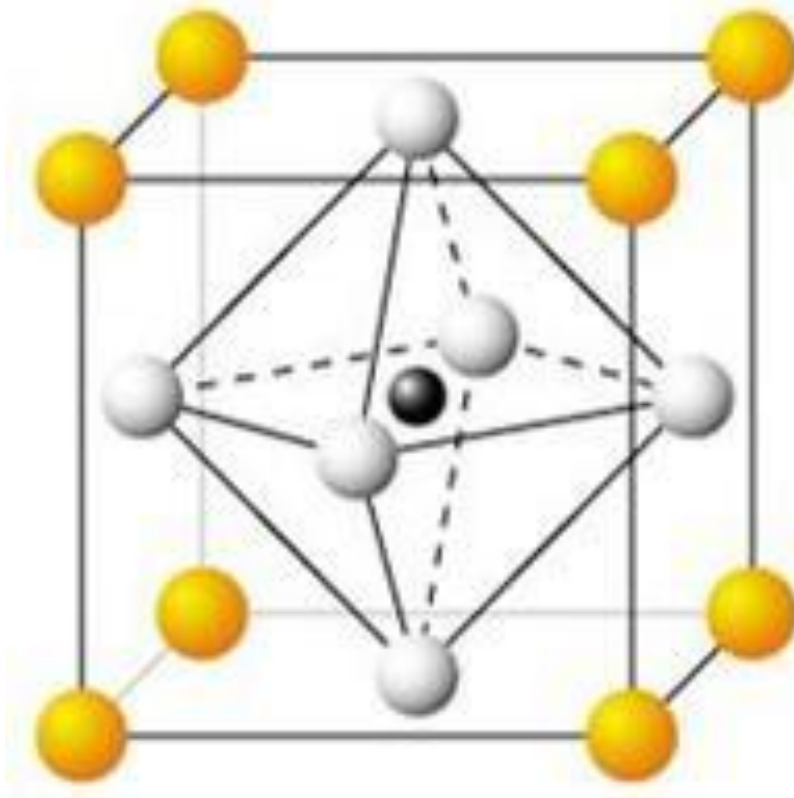
□ Бор – имеет форму икосаэдра.



- Даже необработанный алмаз отчетливо передает форму октаэдра.
- После шлифовки камень точно соответствует геометрической форме октаэдра.



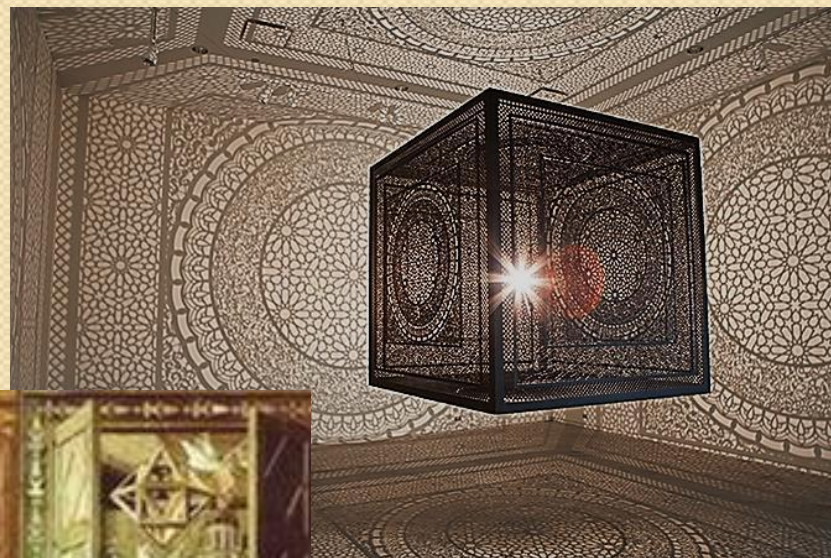
- Строение молекулы перовскита, химическая формула - CaTiO_3 , точно соответствует правильному многограннику.



- ❑ Кристалл пирита (сернистого колчедана FeS) имеет форму додекаэдра.
- ❑ Пирит (от греч. “пир” — огонь) — сернистое железо или серный колчедан, наиболее распространенный минерал из группы сульфидов.
- ❑ Размеры кристаллов пирита достигают нескольких сантиметров.



- Многогранники не только объект научных исследований.
- Их формы - завершенные и причудливые, широко используются в декоративном искусстве.



- На картине художника Сальвадора Дали «Тайная Вечеря» Христос со своими учениками изображён на фоне огромного прозрачного додекаэдра.



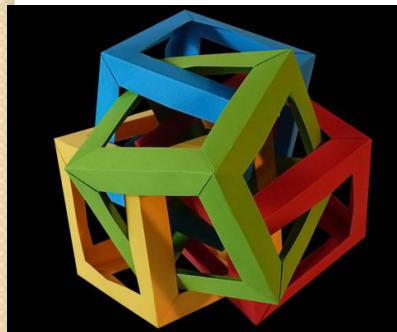
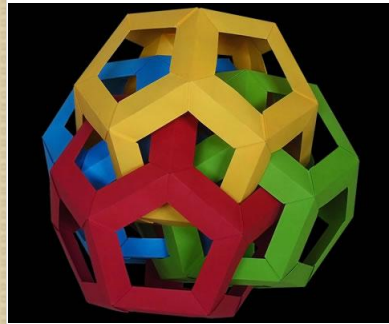
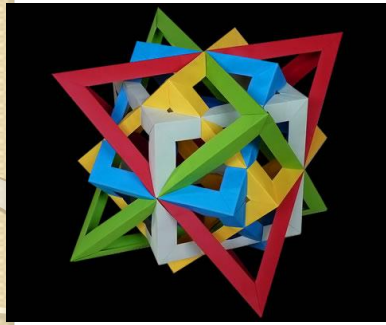
- Альбрехт Дюрер.
В его известной гравюре «Меланхолия»
на переднем плане изображен додекаэдр.



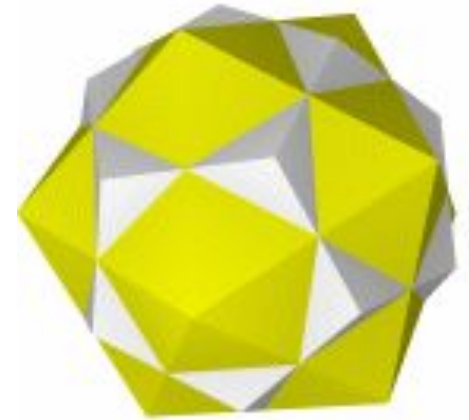
- Ярчайшим примером художественного изображения многогранников в XX веке являются графические фантазии Маурица Корнелиса Эшера (голландского художника)



О Р И Г А М И



- Оригами - древнее японское искусство. Заключается оно в создании из обычного листа бумаги самых разнообразных фигур- животных, растений, зданий... и **правильных многоугольников.**



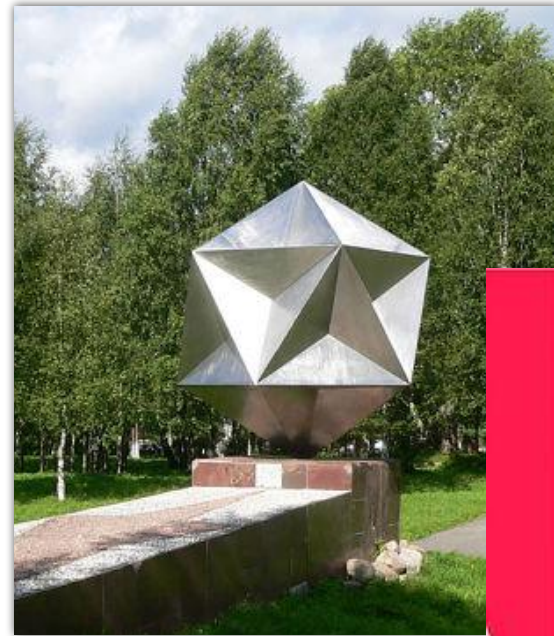
Фигурная стрижка кустов



А
Р
Х
И
Т
Е
К
Т
У
Р
А



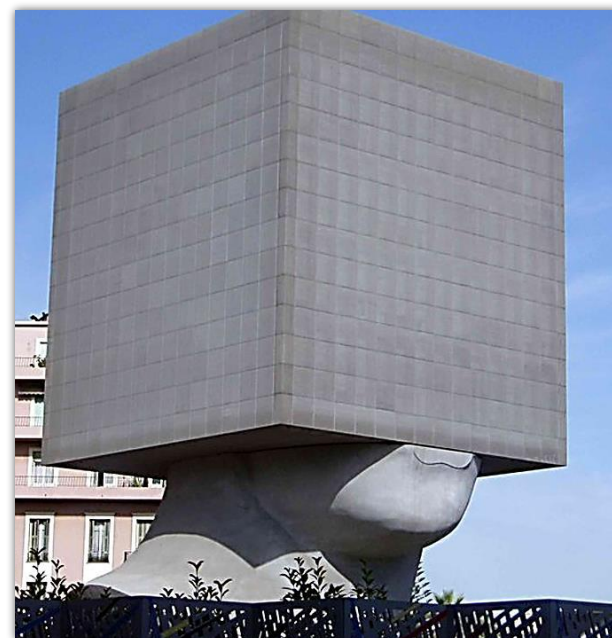
- г. Мирный
(Архангельской обл.)
«Большой
додекаэдр» - символ
памяти основателям
города и космодрома
Плесецк.



- Памятник додекаэдру
в Тонгерене
(Бельгия).



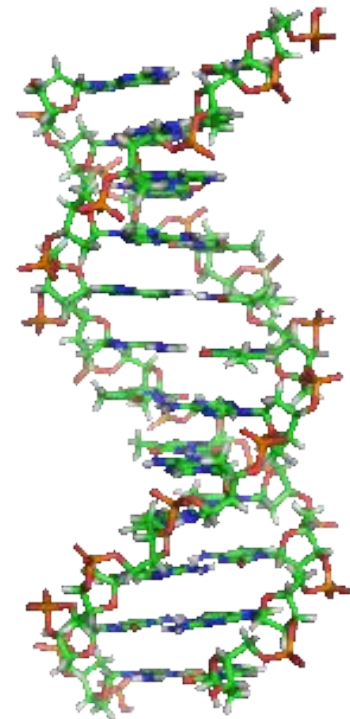
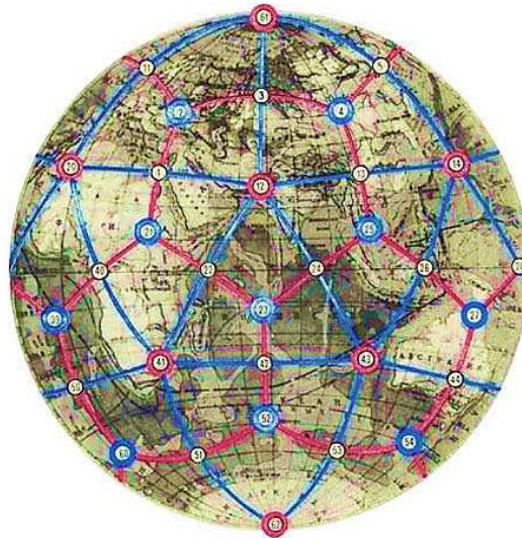
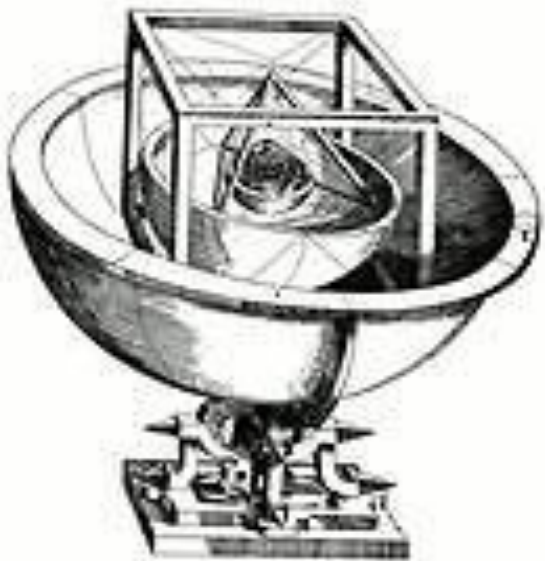
□ Памятник голове-кубу
Ницца (Франция)

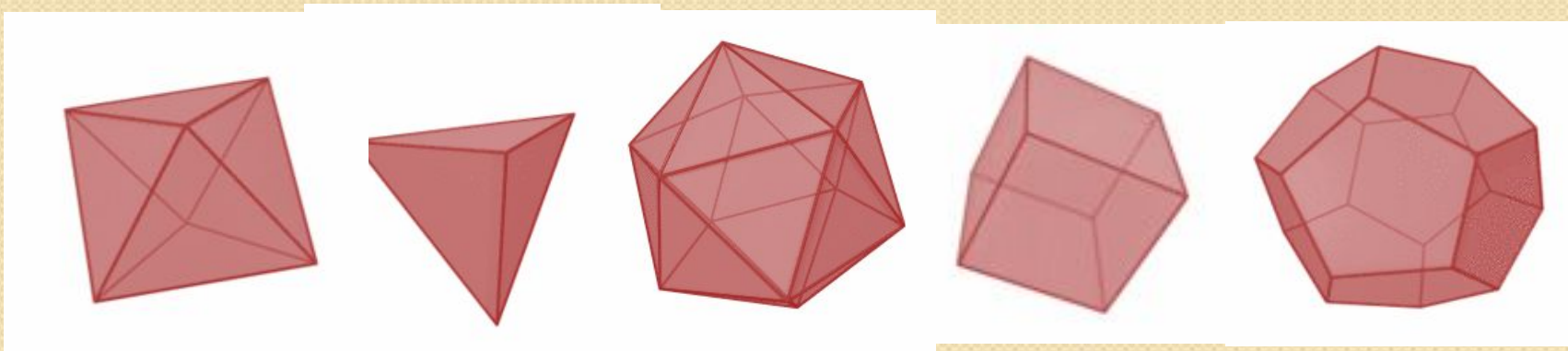


□ г. Ашхабад
(Туркменистан)



- Таким образом, оказывается, что вся Вселенная – от Метагалактики и до живой клетки – построена по одному принципу – бесконечно вписываемых друг в друга **додекаэдра** и **икосаэдра**, находящихя между собой в пропорции золотого сечения!





Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук.

Льюис Кэрролл