

# АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ



Геометрия  
10 класс

Елисеева Ирина Анатольевна  
учитель MAOY «COШ № 60» г.Перми



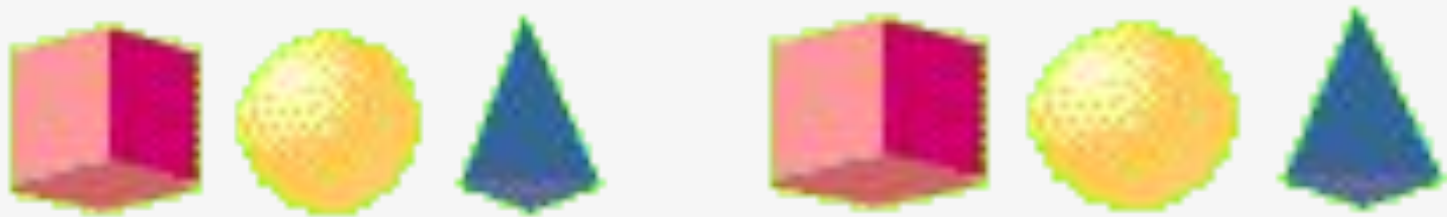
- Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.
- В стереометрии, также как и в планиметрии, свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих теорем.
- При этом отправными являются свойства основных геометрических фигур, сформулированных в виде



**Аксиомы** – это первоначальные факты геометрии, которые принимаются без доказательств и позволяют вывести из них дальнейшие факты этой науки.

**«Аксиомы обладают наивысшей степенью общности и представляют начала всего»**

**АРИСТОТЕЛЬ**



**«Так называемые аксиомы математики – это те немногие мыслительные определения, которые необходимы в математике в качестве исходного пункта»**

**Ф. Энгельс.**

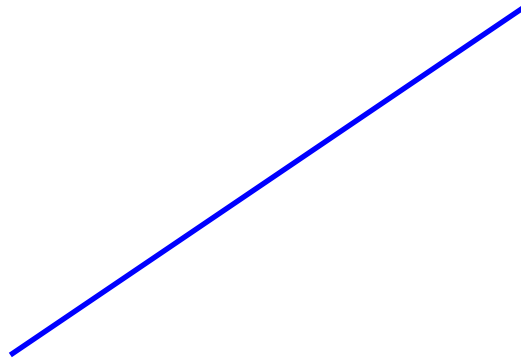
# *Основные фигуры в пространстве*

---

***Точка***



***Пряма  
я***

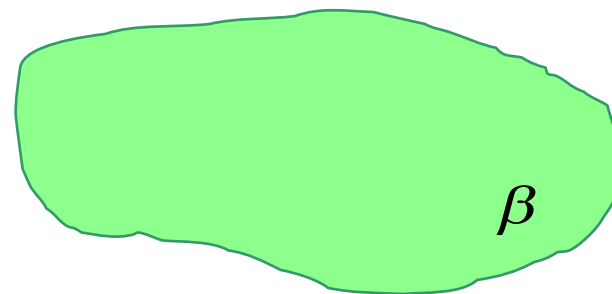
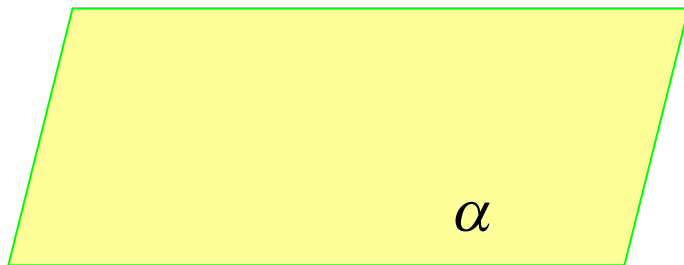


***Плоскос  
ть***



**Изобразить плоскость мы будем в виде параллелограмма или в виде произвольной области.**

---



**Плоскость, как и прямая, бесконечна. На рисунке мы изображаем только часть плоскости, но представляем её неограниченно продолженной во все стороны.**

**Плоскости обозначают греческими буквами**

$\alpha, \beta, \gamma, \dots$

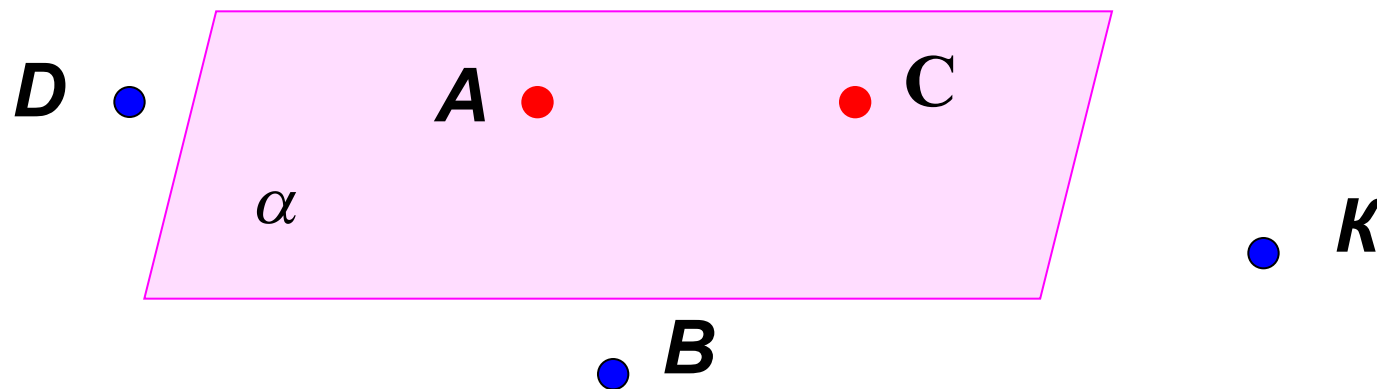


Введение нового геометрического образа (плоскости) заставляет расширить известную нам в планиметрии систему аксиом. Поэтому вводится группа аксиом  $C$ , которая выражает основные свойства плоскости в пространстве. Эта группа состоит из трёх аксиом.

# Аксиомы группы С.

---

$C_1$ : *Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.*

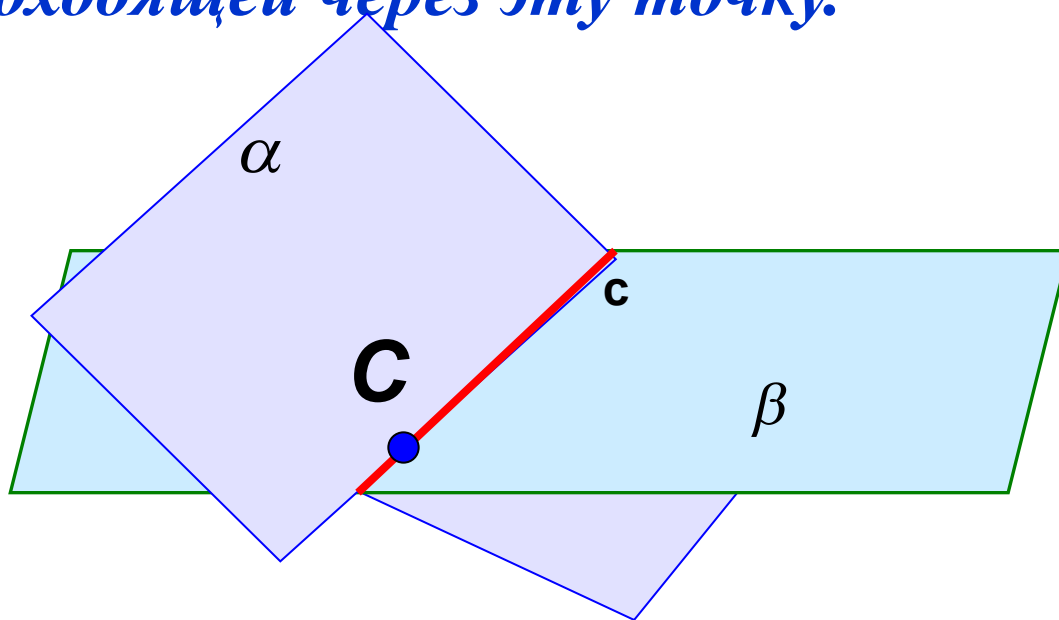




# АКСИОМЫ группы С.

---

**$C_2$** : Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

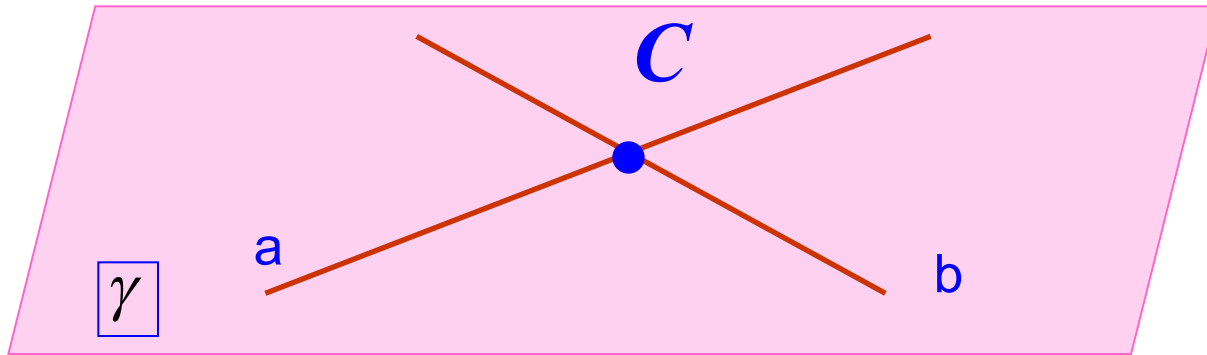


# Аксиомы группы

C.

---

**C<sub>3</sub>**: *Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.*





**Аксиомы выражают интуитивно ясные свойства плоскостей, их связь с двумя другими основными фигурами стереометрии – с прямыми и точками.**

**Рассмотренные аксиомы  $S_1$  -  $S_3$  относятся только к плоскостям, и к ним необходимо добавить аксиомы о прямых, аналогичные соответствующим планиметрическим аксиомам.**

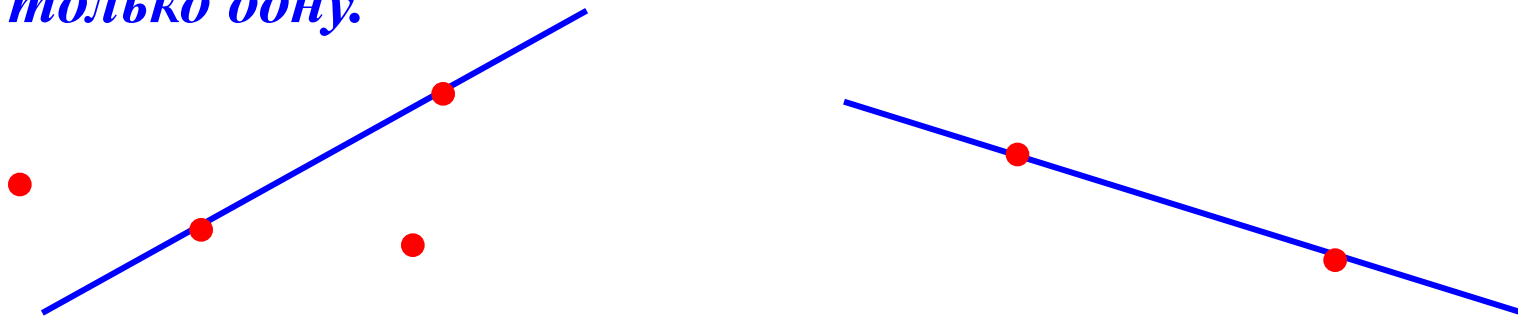


# Система аксиом стереометрии

---

**$I_1$** : *Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей.*

**$I_2$** : *Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.*

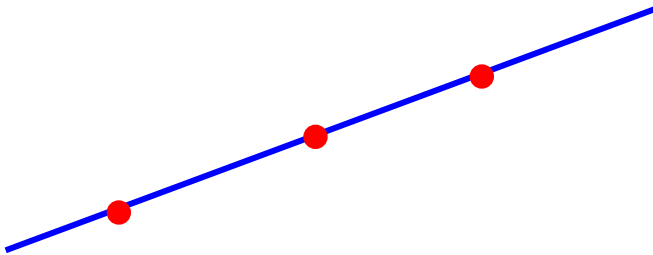




# Система аксиом стереометрии

**II:** Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

**III:** Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.



$$AB > 0$$

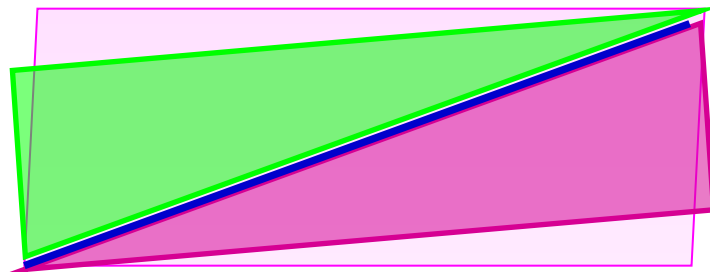
$$AB = AC + CB$$



# Система аксиом стереометрии

---

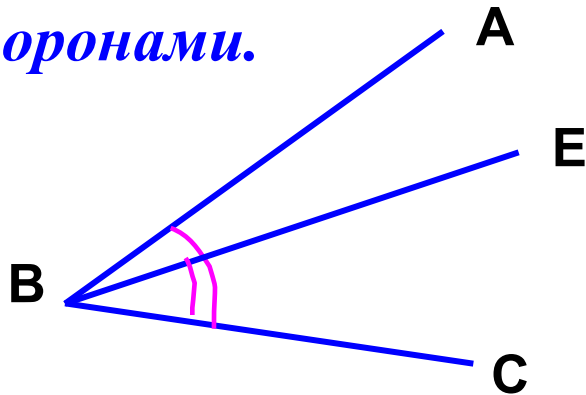
**IV:** *Прямая принадлежащая плоскости, разбивает эту плоскость на две полуплоскости.*





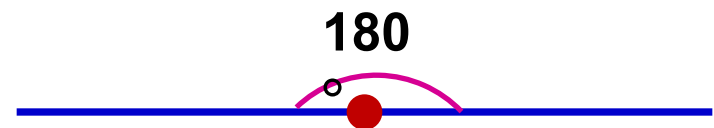
# Система аксиом стереометрии

**V:** Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля. Развёрнутый угол равен  $180^\circ$ . Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.



$$\angle ABC > 0$$

$$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE$$



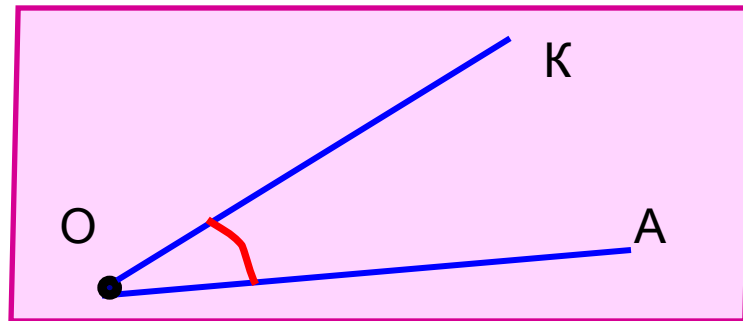
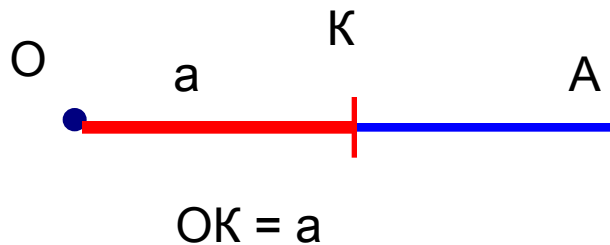
180



# Система аксиом стереометрии

**VI:** На любой полупрямой от её начальной точки можно отложить отрезок заданной длины, и только один.

**VII:** От полупрямой на содержащей её плоскости в заданную полуплоскость можно отложить угол с заданной градусной мерой, меньшей  $180^\circ$ , и только один.



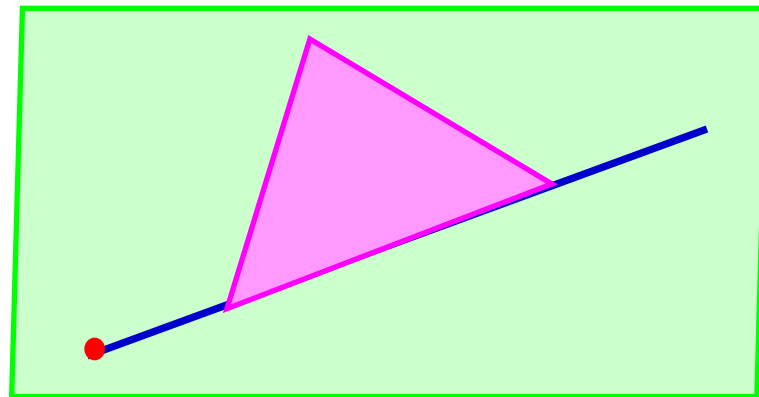
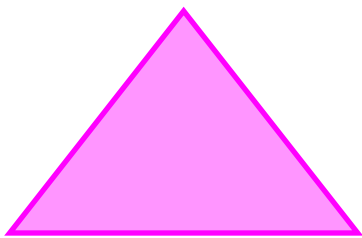




# Система аксиом стереометрии

---

**VIII:** *Каков бы ни был треугольник, существует равный ему треугольник в данной плоскости в заданном расположении относительно данной полупрямой в этой плоскости.*

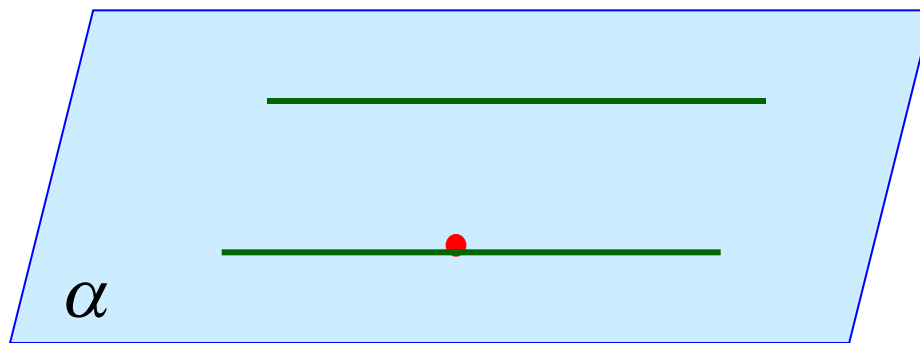




# Система аксиом стереометрии

---

**IX:** На плоскости через данную точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более одной прямой, параллельной данной.





# Система аксиом стереометрии

---

**$C_1$ :** *Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.*

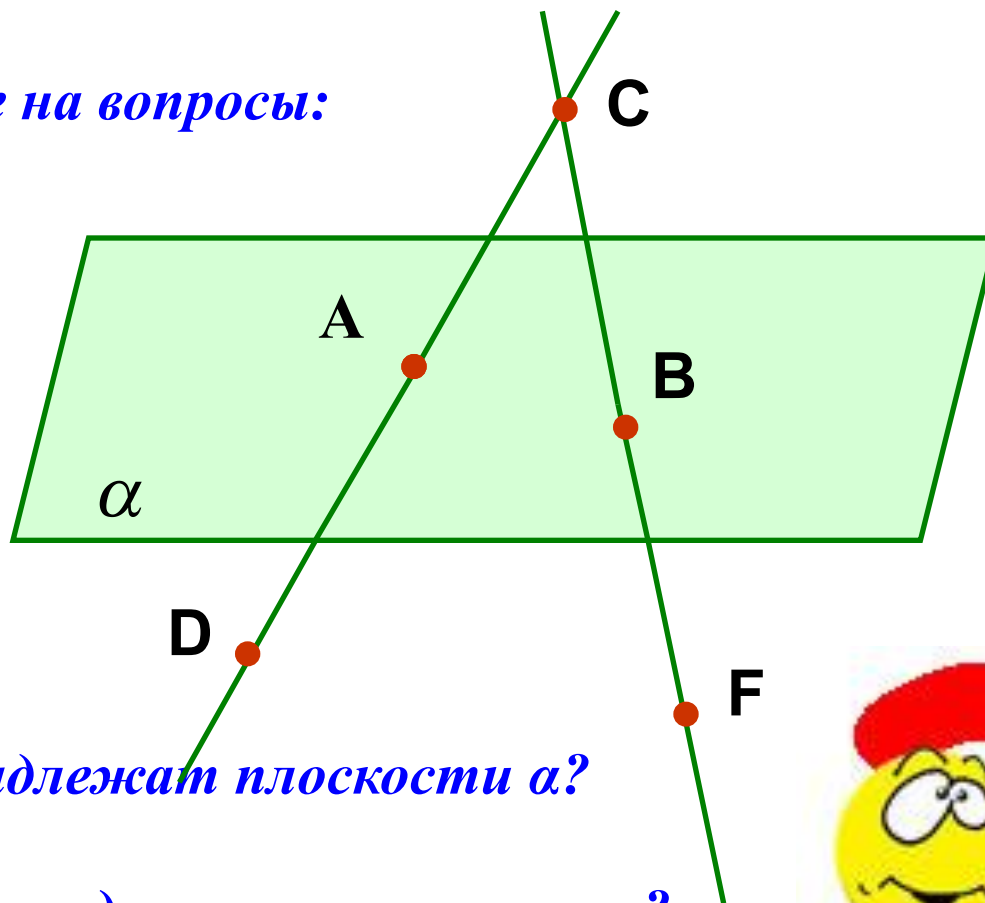
**$C_2$ :** *Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.*

**$C_3$ :** *Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом — только одну.*

---

# Решение задач

*По рисунку ответьте на вопросы:*



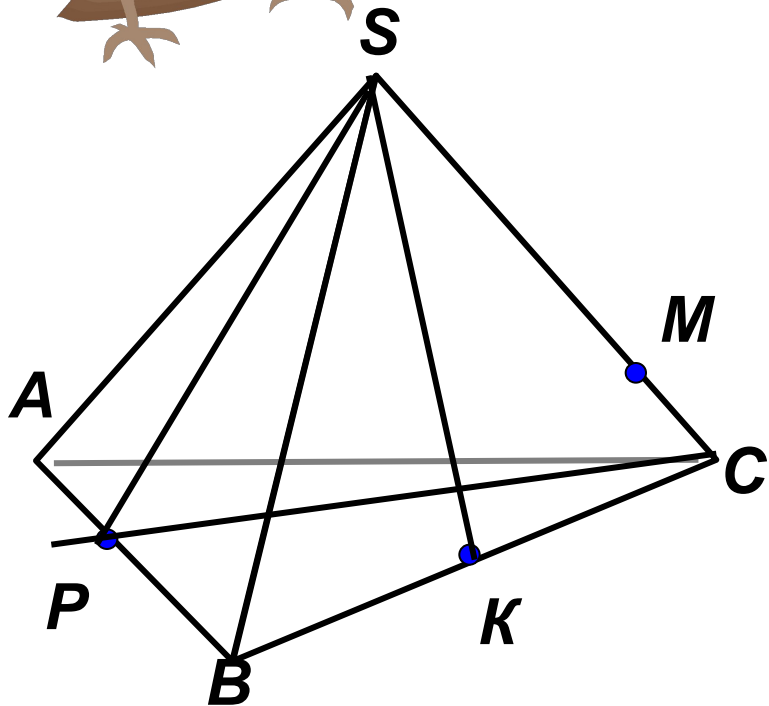
*1) Какие точки принадлежат плоскости  $\alpha$ ?*

*2) Какие точки не принадлежат плоскости  $\alpha$ ?*





# Решение задач



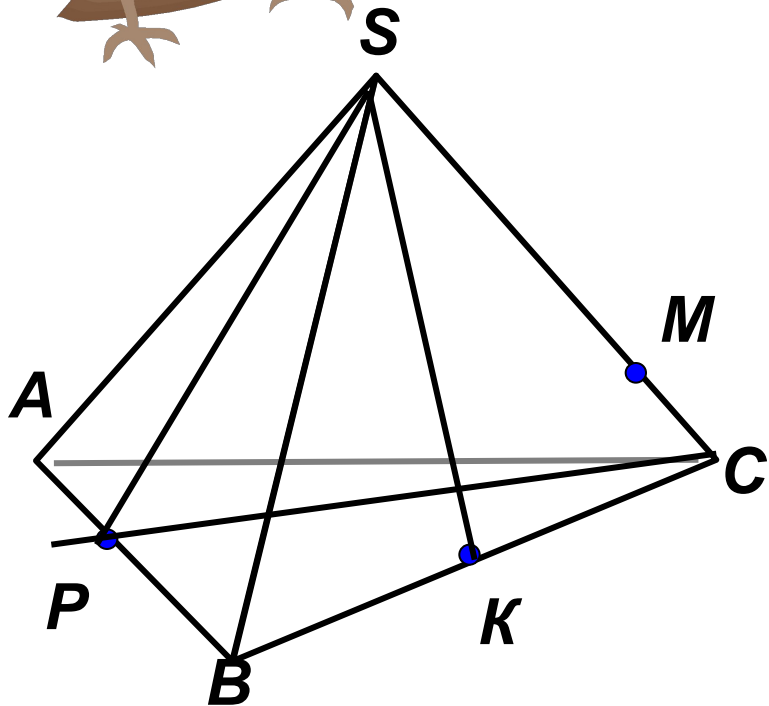
По рисунку ответьте  
на вопросы.

*Каким плоскостям  
принадлежит  
точка*

*A M; K;  
; S; P*



# Решение задач



По рисунку ответьте  
на вопросы.

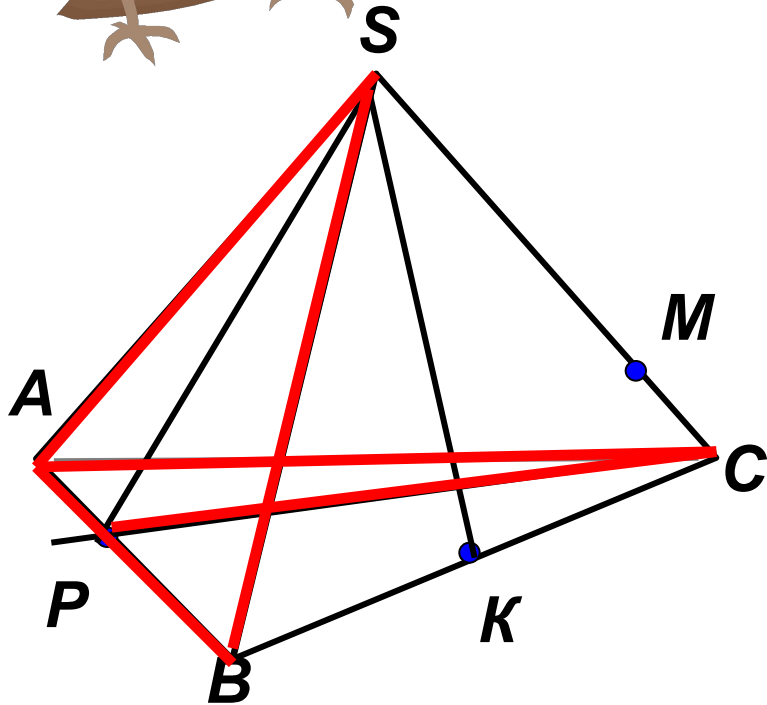
*Вне каких  
плоскостей*

*лежит точка*

*M; K; A; P; S*  
;



# Решение задач



По рисунку ответьте на вопросы.

По какой прямой пересекаются плоскости

1.  $ABS$  и  $BSC$ ;
2.  $ABC$  и  $ASC$ ;
3.  $ABC$  и  $ABS$ ;
4.  $ABS$  и  $ASC$ ;
5.  $PSC$  и  $ABC$ .



# Решение задач

*Могут ли две различные плоскости  
иметь только одну общую точку?*

*Каково взаимное расположение двух прямых  
пространстве, если они имеют две общие точки?*

*Могут ли две различные прямые в пространстве  
иметь более одной общей точки?*







# Решение задач

- Столяр проверяет, лежат ли ножки стула в одной плоскости, при помощи двух нитей. Объясните, как он это делает.



# Решение задач

- Докажите, что все вершины четырёхугольника принадлежат одной плоскости, если его диагонали пересекаются.



# Решение задач

Выполните: Упр. 3.

Упр. 1.



# Домашнее задание

Изучить п.1.

Повторить аксиомы  
I - IX.

Выполнить упр. 2.





# Информационные источники

## *Литература.*

- 1. А.В.Погорелов Геометрия 10-11 ,Москва, Просвещение,2009 год.
- 2. Геометрия 10 класс (поурочные планы). Составители Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. Изд. «Учитель», Волгоград, 2001.
- 3. Зив Б. Г. Геометрия: дидактические материалы для 10 класса. — М.: Просвещение, 2007—2008.
- 4. Саакян С. М. Изучение геометрии в 10—11 классах /С. М. Саакян, В. Ф. Бутузов. — М.: Просвещение, 2008.
- 5. Земляков А. Н. Геометрия в 10 классе: методические рекомендации. — М.: Просвещение, 2002.
- 6. Геометрия 10-11 классы. Тесты для текущего и обобщающего контроля. Авторы-составители: Г.И. Ковалёва, Н.И. Мазурова.
- 7. Евстафьева Л. П. Геометрия: дидактические материалы для 10—11 класса. — М.: Просвещение, 2004.
- 8. Геометрия, 10—11: Кн. для учителя / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик, Л. П.Евстафьева. — М.: Просвещение, 2005.
- 9. Зив Б. Г. Задачи по геометрии для 7—11 классов/ Б. Г. Зив, В. М. Мейлер, А. Г. Баханский. — М.: Просвещение, 2003—2008.