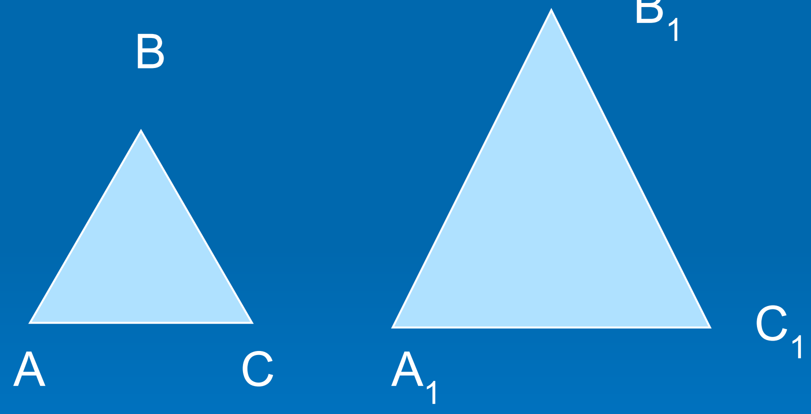
Первый признак подобия треугольников

Геометрия 8

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого, т.е.



$$\angle A = \angle A_1;\ \angle B = \angle B_1;\ \angle C = \angle C_1.$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

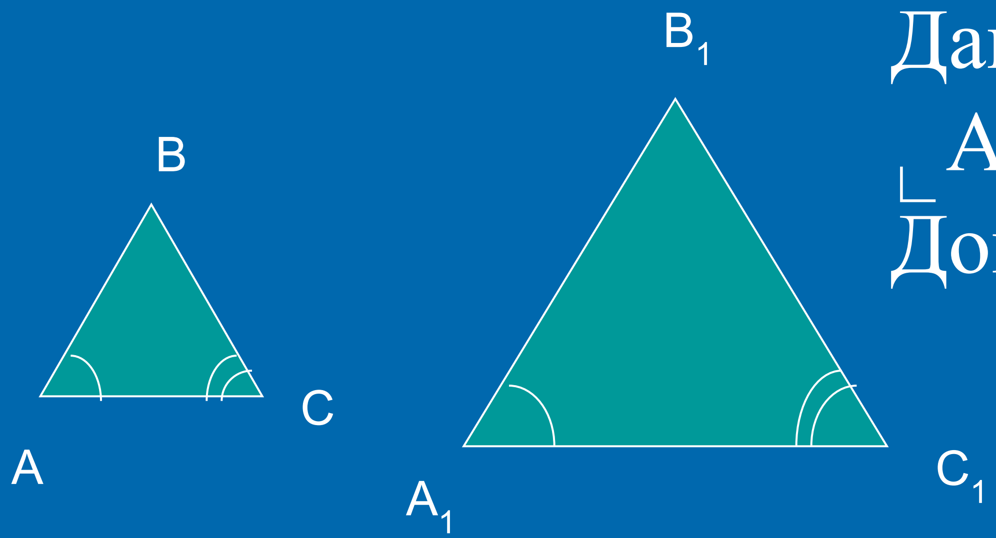
А нельзя ли проще проверить, являются ли треугольники подобными?

Оказывается можно! На последующих уроках рассмотрим три признака подобия треугольников. Сегодня на уроке сформулируем и докажем

Первый признак подобия треугольников:

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

Первый признак подобия треугольников (доказательство)



Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$

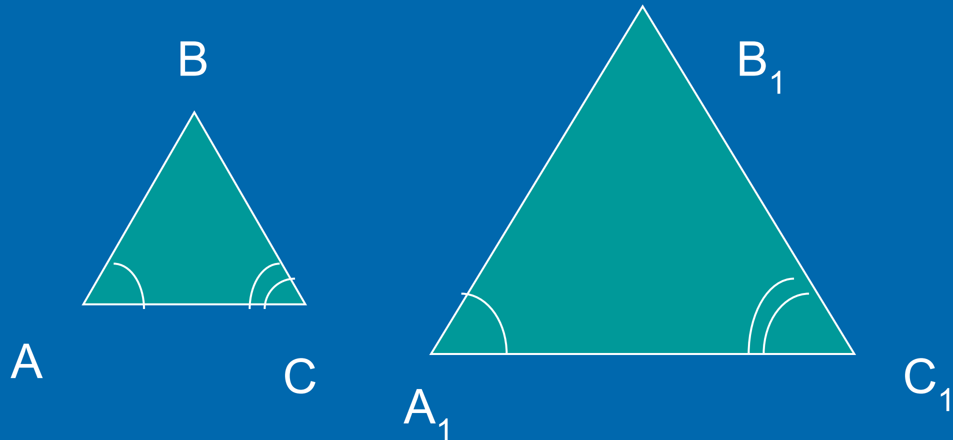
$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

Используя определение подобных треугольников нужно доказать: 1) $\angle A = \angle A_1$; $\angle B = \angle B_1$; $\angle C = \angle C_1$

$$2)\ \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Доказательство:

1) $\angle A = \angle A_1$; $\angle B = \angle B_1$; известно по условию.

$\angle C = 180° - (\angle A + \angle B)$

$\angle C_1 = 180° - (\angle A_1 + \angle B_1)$, следовательно $\angle C = \angle C_1$

2) Т.к. $\angle A = \angle A_1$, то $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1 B_1 C_1}} = \dfrac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$

$\angle B = \angle B_1$, то $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1 B_1 C_1}} = \dfrac{AB \cdot BC}{A_1B_1 \cdot B_1C_1}$

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Т.к. $\angle C = \angle C_1$, то $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1 B_1 C_1}} = \dfrac{BC \cdot AC}{B_1C_1 \cdot A_1C_1}$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Тогда $$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Итак: мы доказали, что 1) соответственные углы равны

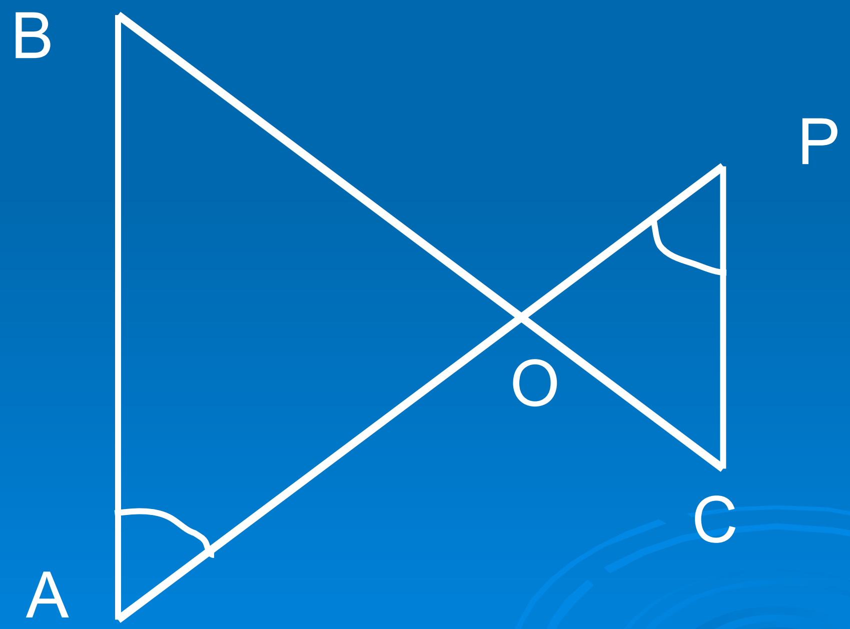
$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1; \angle C = \angle C_1$

2) Стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Первый признак подобия треугольников доказан

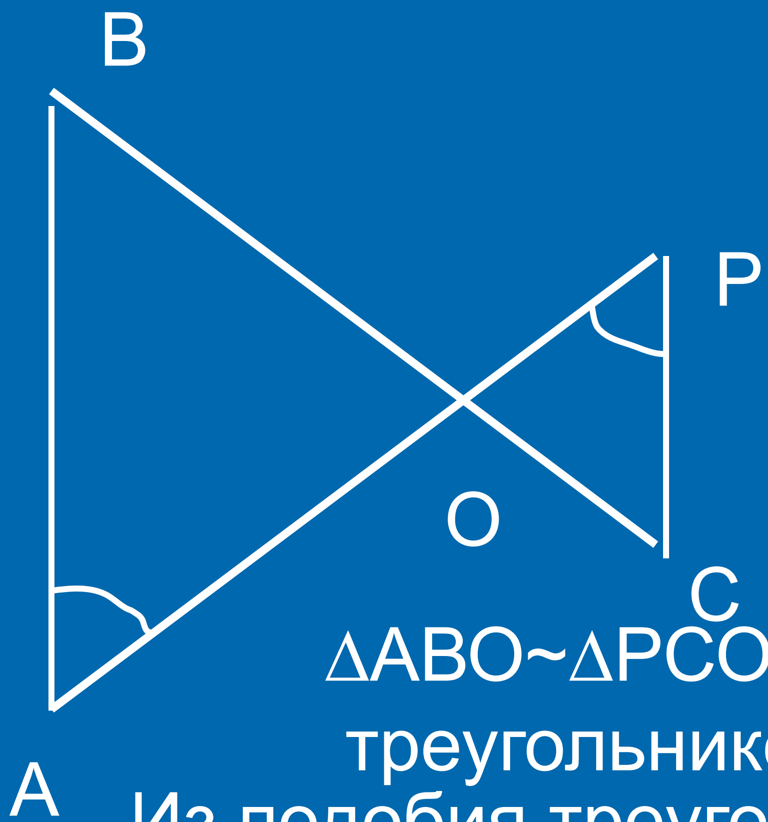
ЗАДАЧА 1



Дано: ΔABO, ΔPCO

$\angle A = \angle P$, $BO=18$, $AO=16$, $CP=9$, $AP=28$.

Найти: AB, CO



Решение:

Доказем, что $\Delta ABO \sim \Delta PCO$

1) $\angle A = \angle P$ (по условию)

2) $\angle BOA = \angle POC$ (по свойству вертикальных углов)

$\Delta ABO \sim \Delta PCO$ (по первому признаку подобия треугольников).

Из подобия треугольников следует:

$$\frac{AB}{CP} = \frac{BO}{CO} = \frac{AO}{PO};$$ PO= 28-16=12

$$\frac{AB}{9} = \frac{16}{12}; AB = \frac{9 \cdot 16}{12} = 12$$

$$\frac{18}{CO} = \frac{16}{12}; CO = \frac{18 \cdot 12}{16} = 13{,}5.$$

Ответ: AB=12; CO=13,5

Презентацию подготовила:
учитель математики МОУ « Средняя школа 27»
г.о. Саранск Свешникова Антонина Геннадьевна