

Сабақтың тақырыбы:

Сындық нүктелер.

Функцияның экстремумдері.



# Сабақ кезеңдері

Әдепсіз өскен  
баладан,  
Тәртіппен өскен тал  
жақсы.

Білгендерден  
ғибрат ал,  
Білгеніңді  
сөйлеп қал

Шапқан озар,  
жатқан қалар.

Білгенің бір  
тоғыз,  
Білмегенің тоқсан  
тоғыз.

Тоқсан ауыз  
сөздің,  
Тобықтай түйіні  
бар.

Асу бермес асқар  
жоқ.

Жеті жұрттың  
тілін біл,  
Жеті түрлі білім  
ал.

Талапты ерге  
нұр жауар.

Білімнің басы  
бейнет,  
Соңы зейнет.

# • Ауызша сұрақтар

- Өспелі және кемімелі функцияның анықтамасы.
- Функцияның өсуі мен кемуінің жеткілікті шарты.
- Қандай функцияны бірсарынды деп атаймыз?
- Функцияның өсу және кему аралықтарын анықтау алгоритмі



# Сәйкестендіру тесті

Функция

1)  $y = x^3 + x$

2)  $y = 3x^4 + 5x + 6$

3)  $y = 5x^3$

4)  $y = 4\sin 3x$

5)  $y = x^3 + 4x + 3$

6)  $y = (3 + 4x)(4x - 3)$

Туындысы

$15x^2$

$3x^2 + 1$

$12x^3 + 5$

$3x^2 + 4$

$32x$

$12 \cos 3x$

# Сәйкестендіру тесті

Функция

Туындысы

1)  $y = x^3 + x$

$15x^2$

2)  $y = 3x^4 + 5x + 6$

$3x^2 + 1$

3)  $y = 5x^3$

$12x^3 + 5$

4)  $y = 4\sin 3x$

$3x^2 + 4$

5)  $y = x^3 + 4x + 3$

$32x$

6)  $y = (3 + 4x)(4x - 3)$

$12 \cos x$



# Анықтама



Функцияның туындысы  
нөлге тең немесе туындысы  
болмайтын анықталу  
облысының ішкі нүктелері  
**сындық нүктелер** деп  
аталады

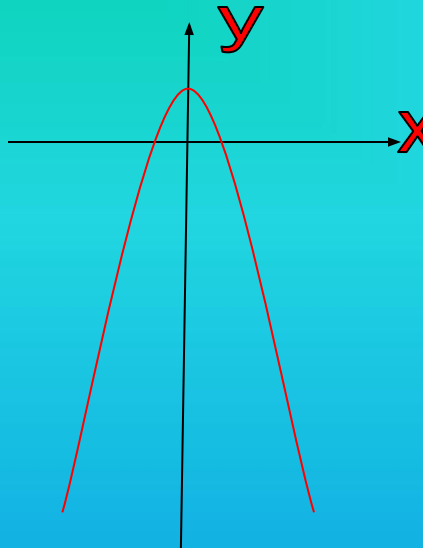
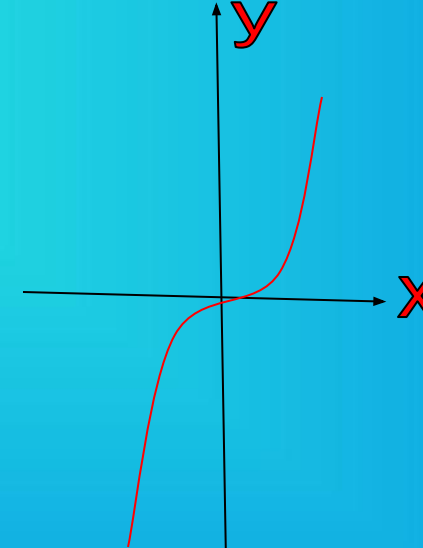
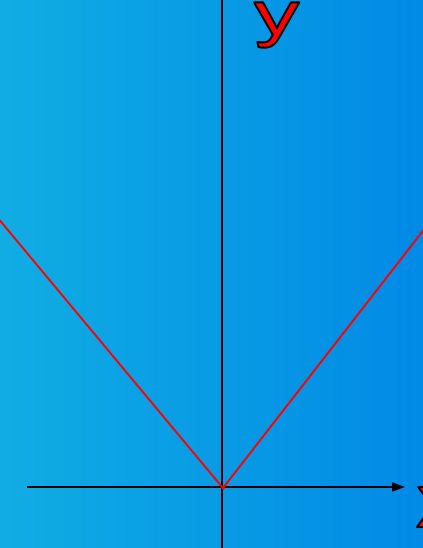
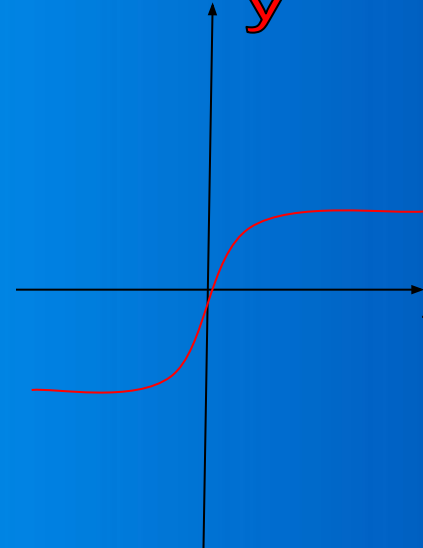




# Экстремум болуының қажетті шарты

Егер  $f(x)$  функциясының  $x_0$  экстремум нүктесі болып және осы нүктенің аймағында  $f'(x)$  туындысы бар болса, онда ол туынды  $x_0$  нүктесінде нөлге тең, яғни  $f'(x_0) = 0$



$y = 1 - x^2$	$y = x^3$	$y =  x $	$y = \sqrt[3]{x}$
			
$y' = -2x$	$y' = 3x^2$	$y' = \begin{cases} 1, x > 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$	$y' = \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \end{cases}$
$y'(0) = 0$	$y'(0) = 0$	$y'(0)$ жоқ	$y'(0)$ жоқ
экстремум бар	экстремум жоқ	экстремум бар	экстремум жоқ



$$y = 1 - x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = |x|$$

$$y = \sqrt[3]{x}$$

## Туынды таңбасы

$$y' : "+" \rightarrow "-"$$

$$x_0 = 0$$

$x_0 = 0$  –  
максимум  
нүктесі

$$y' : "+" \rightarrow "+"$$

$$x_0 = 0$$

Экстремум  
жоқ

$$y' : "-" \rightarrow "+"$$

$$x_0 = 0$$

$x_0 = 0$  –  
минимум  
нүктесі

$$y' : "+" \rightarrow "+"$$

$$x_0 = 0$$

Экстремум  
жоқ

# Экстремумның бірінші жеткілікті шарты.



$y=f(x)$  функциясы  $x_0$  нүктесінде үзіліссіз және қандай да бір  $\delta$ -маңайында функция туындысы бар болсын ( $x_0$ ) нүктесінде туынды болмауы мүмкін. Онда,

- 1) егер  $x$  аргумент  $x_0$  нүкте арқылы өткенде  $f'(x)$  таңбасын оңнан теріске өзгертсе, онда  $x$  нүкте **максимум** нүктесі болады;
- 2) егер  $x$  аргумент  $x_0$  нүкте арқылы өткенде  $f'(x)$  таңбасын терістен оңға өзгертсе, онда  $x$  нүкте **минимум** нүктесі болады;
- 3) егер  $x$  аргумент  $x_0$  нүкте арқылы өткенде  $f'(x)$  таңбасын өзгертпесе, онда  $x$  нүкте экстремум нүктесі емес.



# Функцияның экстремум нүктелерін табу алгоритмі.

- Функцияның туындысын табу.
- Функцияның сындық нүктелерін табу.
- Сындық нүктелер аймағында туындының таңбасын интервалдар әдісімен анықтау.
- Максимум және минимум нүктелерін табу.

# Бекіту тапсырмалары.



x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 0)$	0	$(0; \infty)$
f(x)	-	0	+	0	-
f(x)		-1		3	



x	$(-7; 1)$	1	$(1; 6)$	6	$(6; 7)$
f(x)	+	0	-	0	+
f(x)		10		-3	





$x$	$(-3; 0)$	$0$	$(0; 4)$	$4$	$(4; 8)$	$8$	$(8; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		-3		-5		6	



# ҰБТ - ы уақыты



13)  $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{x}{4}$  функциясының кризистік

нүктелері неге тең?

A)  $x = 4$

D)  $x_1 = -4; x_2 = 0$

B)  $x = -4$

E)  $x_1 = -4; x_2 = 4; x_3 = 0$

C)  $x_1 = 0; x_2 = 4$



13) Жауабы: (Е)

$$f'(x) = \frac{-4}{x^2} + \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-16 + x^2}{4x^2} = 0$$

$$\frac{(-4 + x)(4 + x)}{4x^2} = 0$$

$x_1 = -4; x_2 = 4$   $f'(x)$  түбірлері,  $x=0$ ,  $f'(x)$  болмайды.

$x_1 = -4; x_2 = 4; x_3 = 0$  - кризистік нүктелер.





Үй тапсырмасы:

Теореманы білу.

№227 № 232

