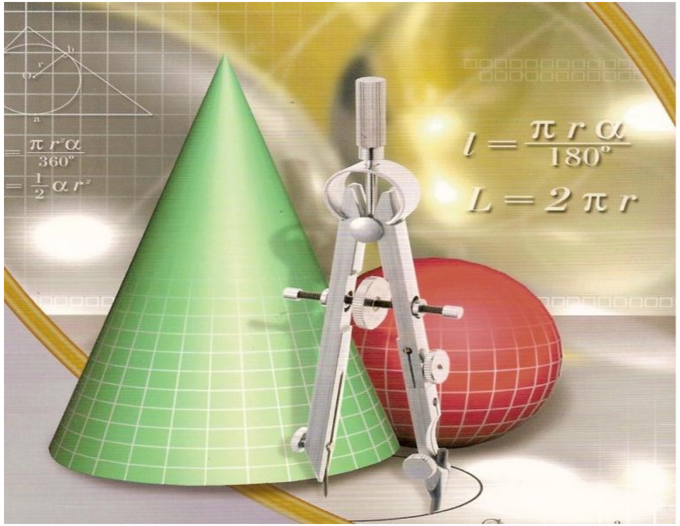
Тема урока:
«Параллелограмм. Свойства параллелограмма»



ПЛАН УРОКА:

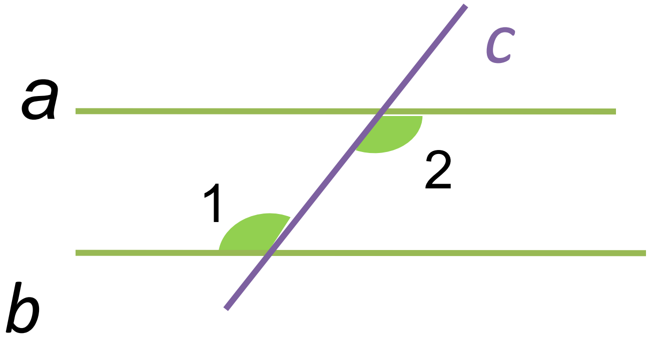
Вспомним
- свойства параллельных прямых
- признаки равенства треугольников

Узнаем
- определение параллелограмма
- свойства параллелограмма

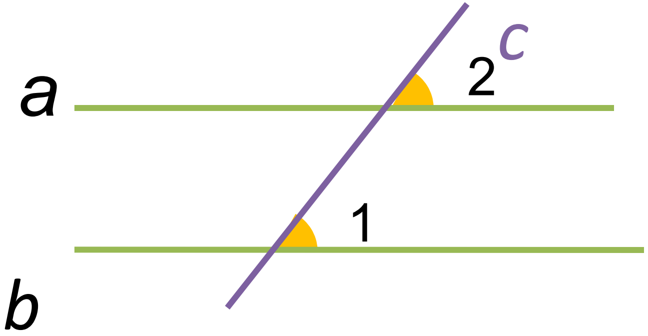
Научимся
- чертить параллелограмм
- применять свойства параллелограмма при решении задач

Продолжите предложение:

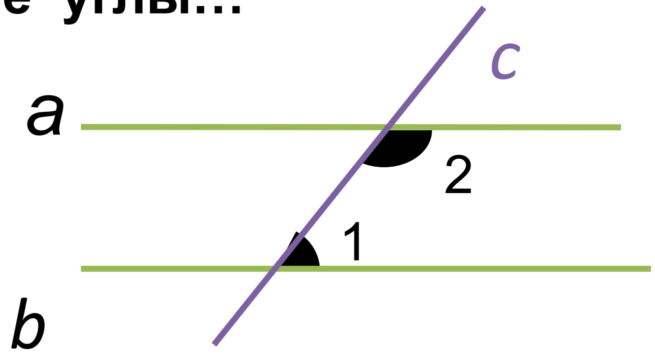
При пересечении двух параллельных прямых третьей секущей…



накрест лежащие углы…



соответственные углы …

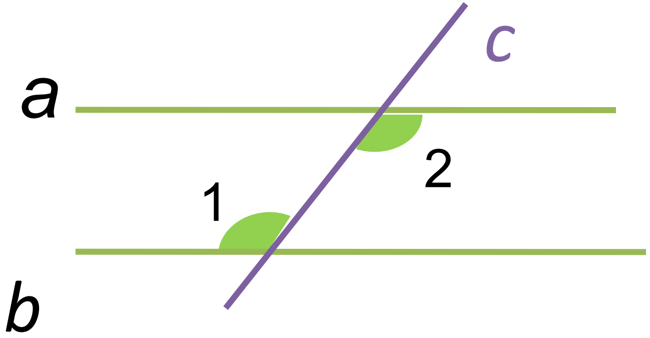


сумма односторонних углов

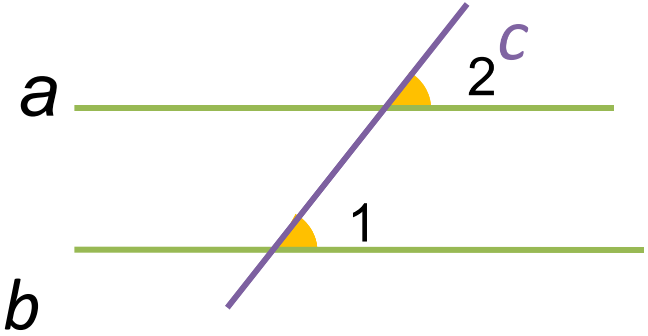
$\angle 1 + \angle 2 = \ldots$

Продолжите предложение:

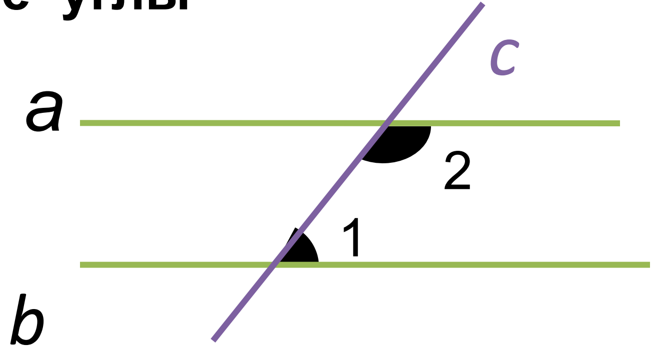
При пересечении двух параллельных прямых третьей секущей…



накрест лежащие углы равны



соответственные углы равны

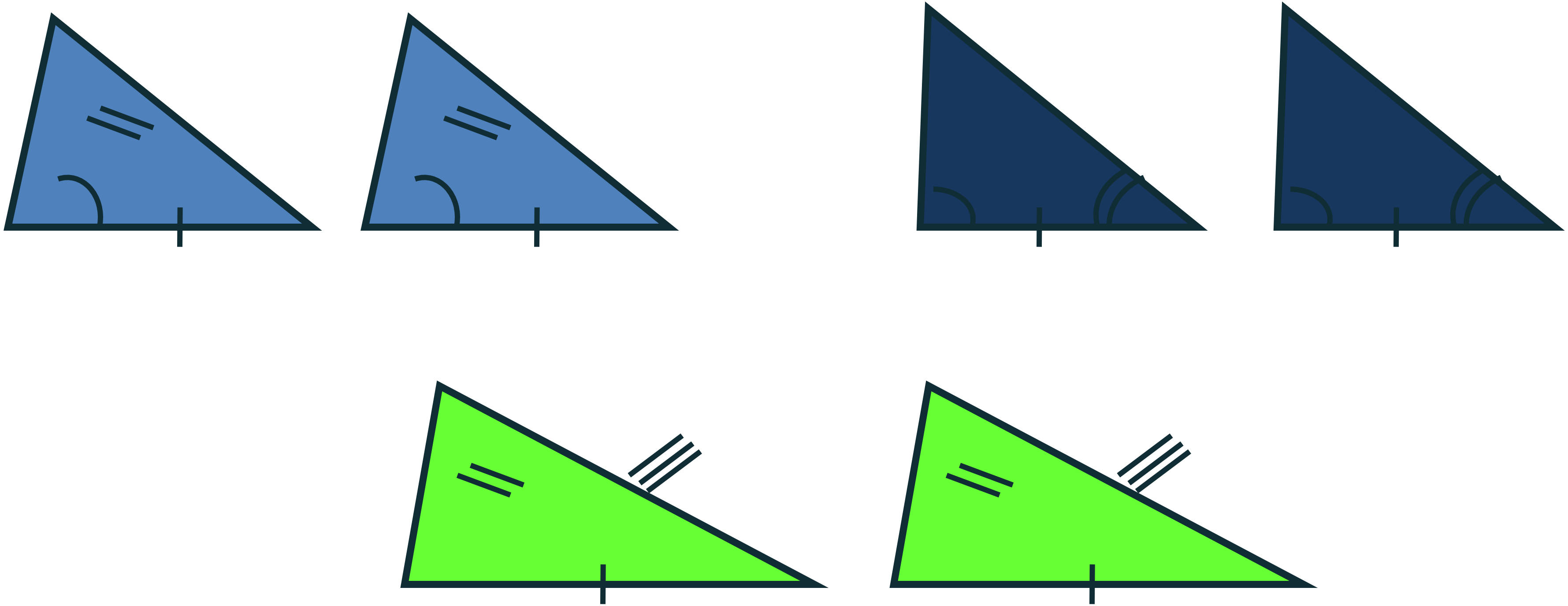


сумма односторонних углов

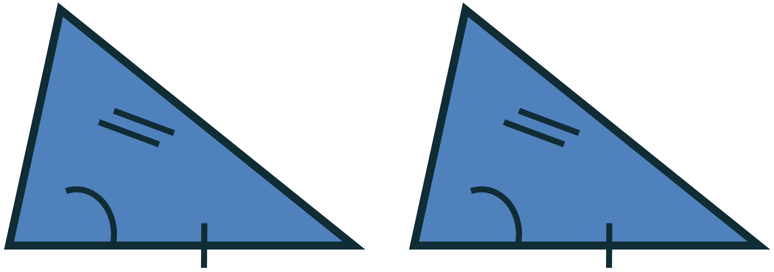
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

Продолжите предложение:

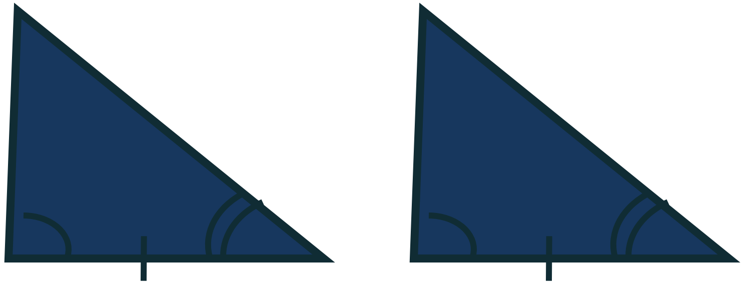
Два треугольника равны, если …



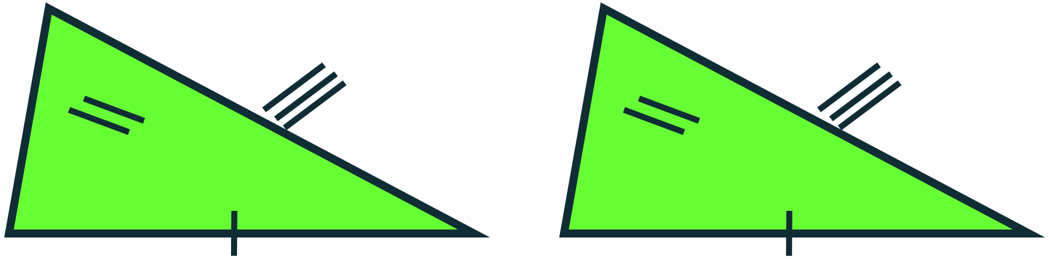
Продолжите предложение: Два треугольника равны, если … одного Δ соответственно равны …



две стороны и угол между ними



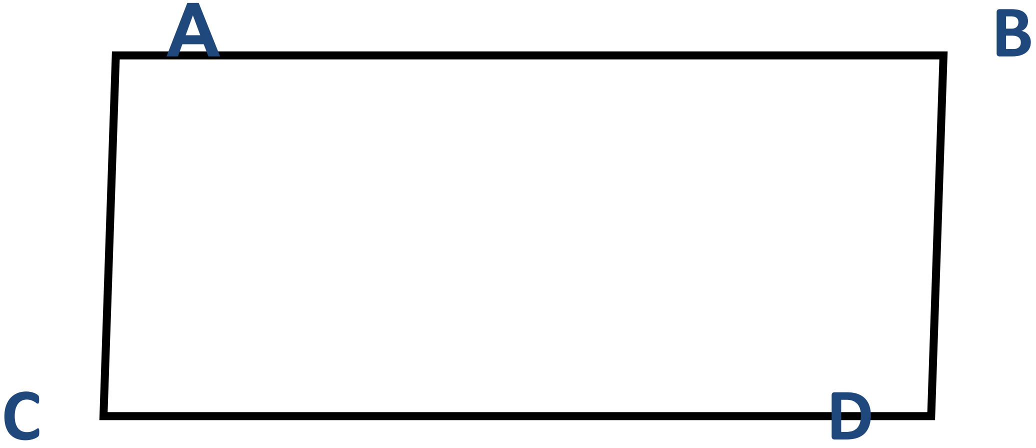
сторона и два прилежащих к ней угла



три стороны

Определение

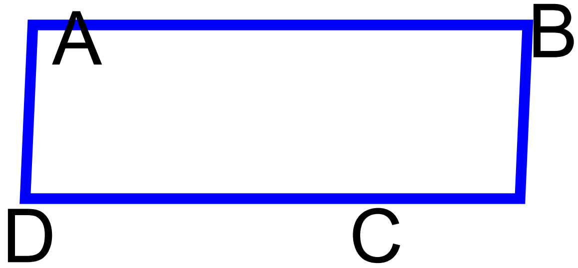
Четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, называется параллелограммом



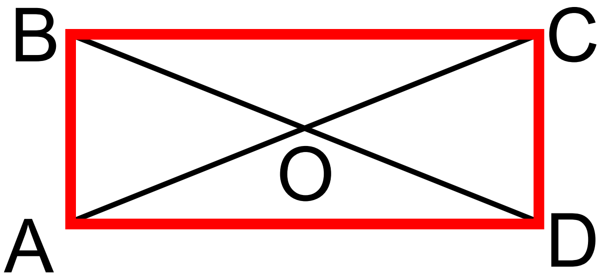
$AB \parallel CD, \ AC \parallel BD$

На каком из чертежей изображён параллелограмм?

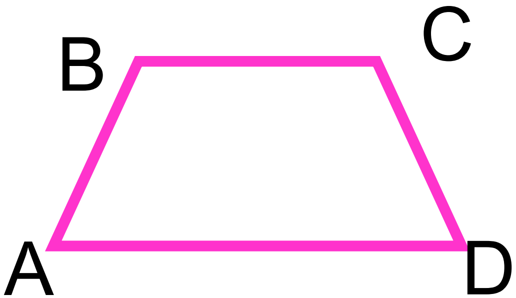
AB=CD
BC=DA



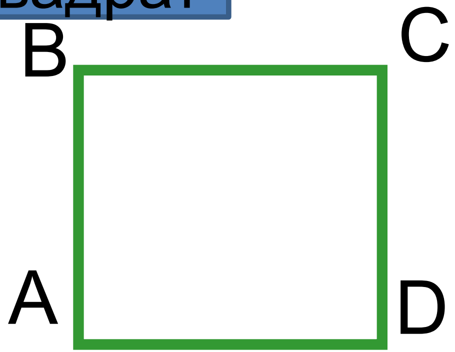
AO=OC
BO=OD



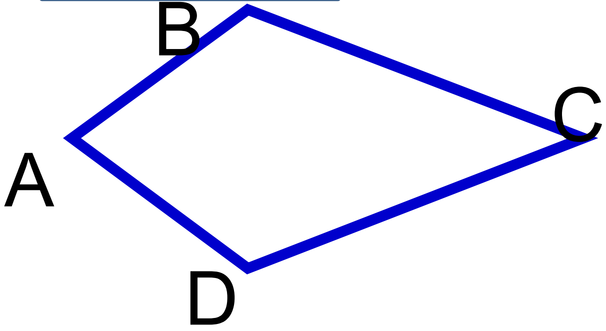
$\angle A = \angle D$
$\angle B = \angle C$



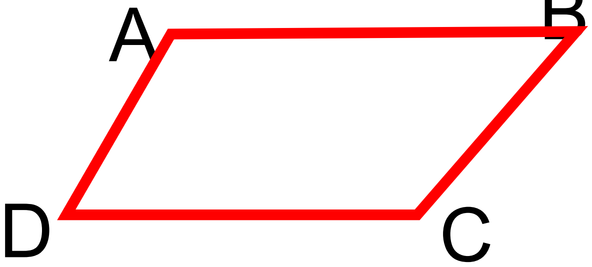
ABCD
квадрат



AB=AD
CD=CB



AB ∥ DC



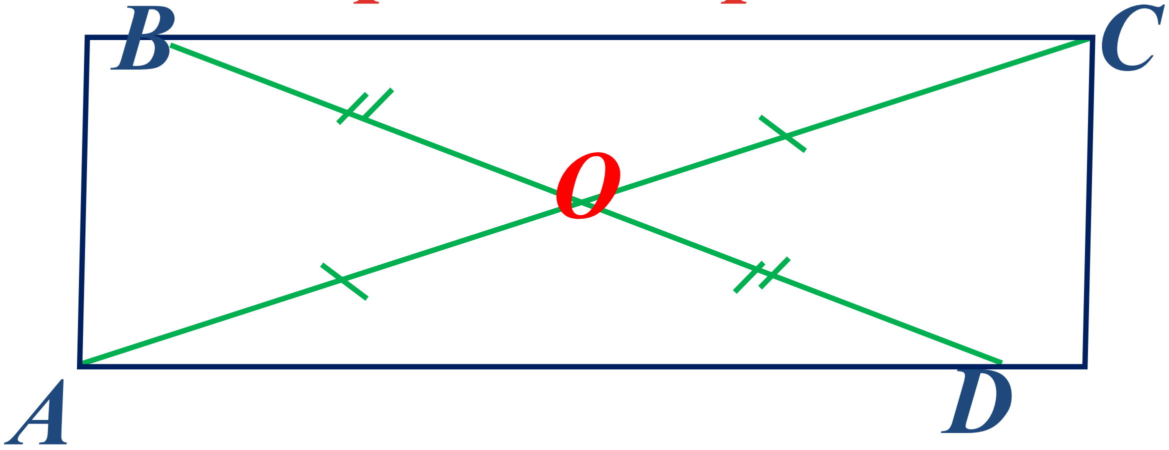
Свойства параллелограмма

В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 =$

$BC = AD, AB = CD$

2 Свойства параллелограмма



Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.

$$BO = OD, \; AO = OC$$

***O* – точка пересечения диагоналей**

2

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.

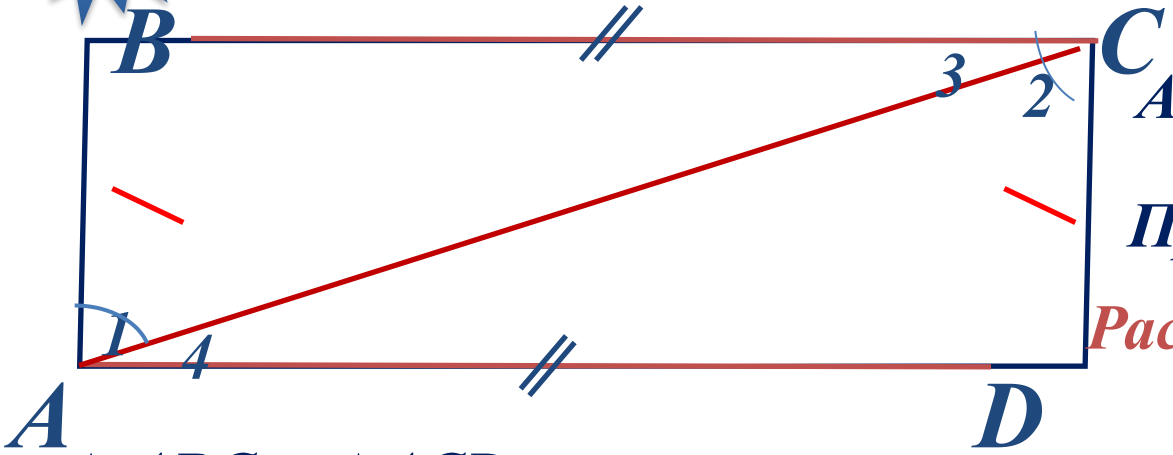
Дано: *ABCD – четырехугольник,*
AB = CD, BC = AD

Доказать: *ABCD – параллелограмм*

Доказательство

2

Доказательство



ABCD- четырехугольник,

AB = CD, BC = AD.

Проведем диагональ AC.

Рассмотрим треугольники

Δ ABC и ΔACD:

Δ ABC = ΔACD – по трем сторонам

(AC – общая, AB = CD, BC = AD – по условию).

Поэтому ∠1 = ∠ 2 как накрест лежащие при секущей AC.

Отсюда следует, что AB ∥ CD.

Так как AB ∥ CD и AB = CD, то по признаку 1 четырехугольник ABCD – параллелограмм (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм).

3

Свойства параллелограмма

В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

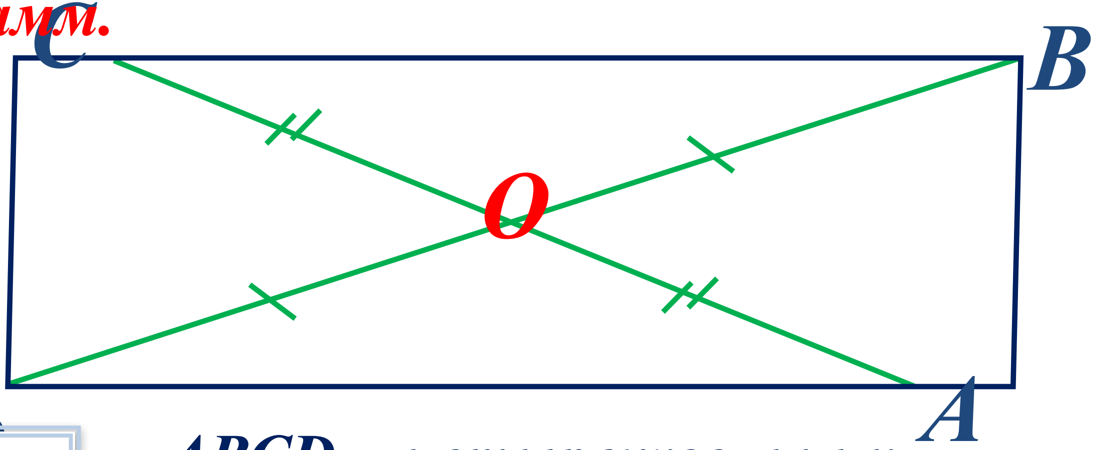
$$\angle A + \angle D = 180^\circ, \quad \angle D + \angle C = 180^\circ,$$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \quad \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

3

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник параллелограмм.



Дано:

ABCD – четырехугольник,
BO = OD, AO = OC

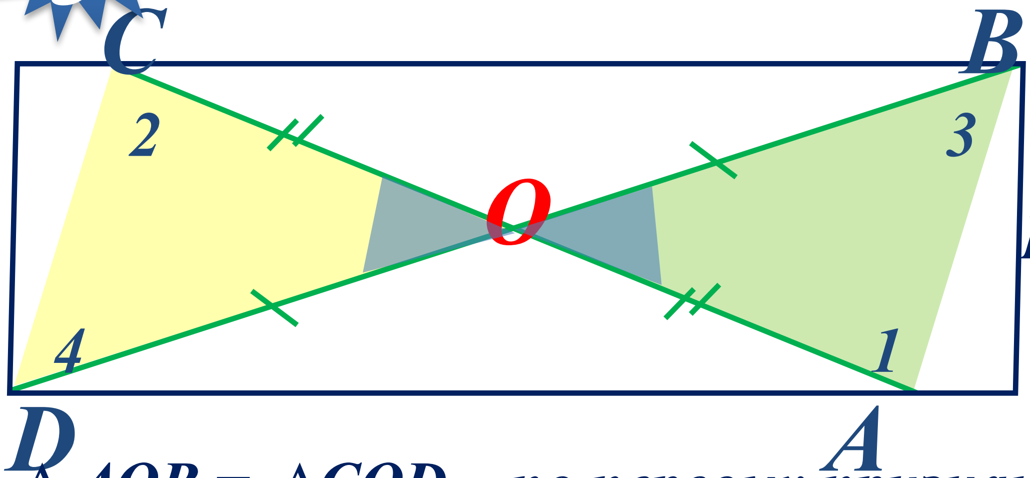
Доказать:

ABCD – параллелограмм

Доказательство

3

Доказательство



ABCD – четырехугольник,

BO = OD, AO = OC.

Проведем диагонали AC и BD.

Рассмотрим треугольники

Δ AOB и ΔCOD:

Δ AOB = ΔCOD – по первому признаку равенства треугольников

(BO = OD, AO = OC – по условию, ∠ AOB = ∠ COD – как вертикаль.)

Поэтому AB = CD и ∠1 = ∠2.

Из ∠1 = ∠2 следует, что AB ∥ CD.

Так как в четырехугольнике ABCD стороны AB = CD и AB ∥ CD,

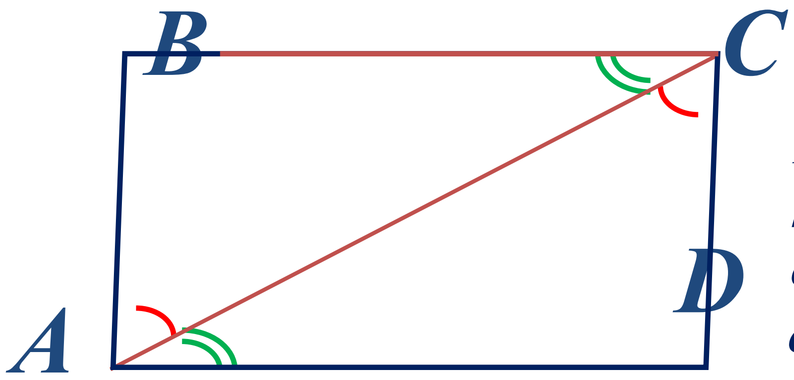
то по 1 признаку четырехугольник ABCD – параллелограмм

(если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то

1 Задача

Дано: ABCD – четырехугольник, $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle CAD = \angle BCA$

Доказать: ABCD – параллелограмм.



Доказательство

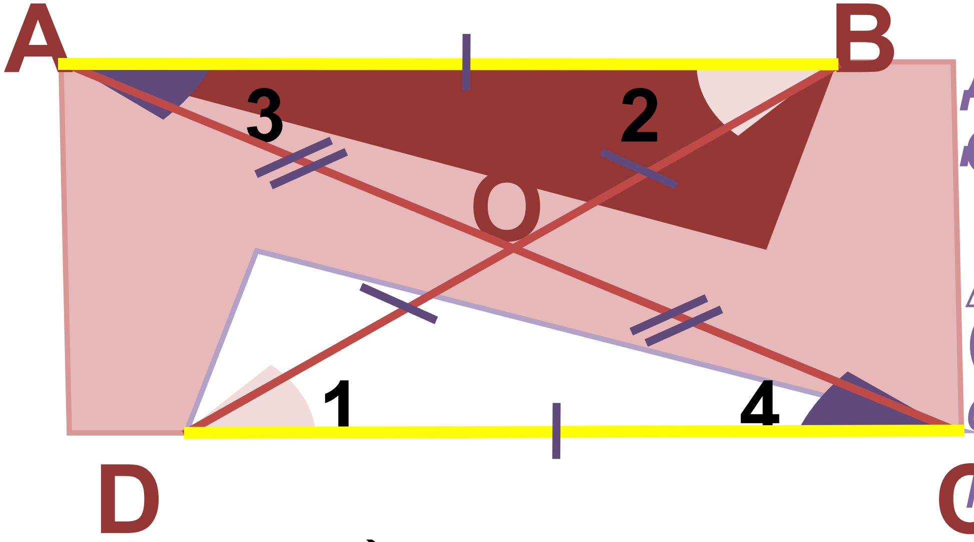
Рассмотрим треугольники ΔABC и ΔACD:

1. $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle CAD = \angle BCA$ – по условию, AC – общая; следовательно $\Delta ABC = \Delta ACD$ – по стороне и двум прилежащим углам; поэтому BC = AD.

2. Так как $\angle BAC = \angle ACD$ – накрест лежащие углы при параллельных прямых BC, AD и секущей - AC, то BC ∥ AD.

3. Так как BC = AD и BC ∥ AD, то по 1-му признаку параллелограмма ABCD – параллелограмм, что и требовалось доказать.

Свойство 2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



Дано: ABCD - параллелограмм

BD ∩ AC = O

Доказать: BO = OD, AO = OC

Доказательство:

рассмотрим △AOB и △COD,

AB = CD *(противоположные стороны параллелограмма,*

AB || CD, BD, AC – *секущие*

∠1 = ∠2 и ∠3 = ∠4

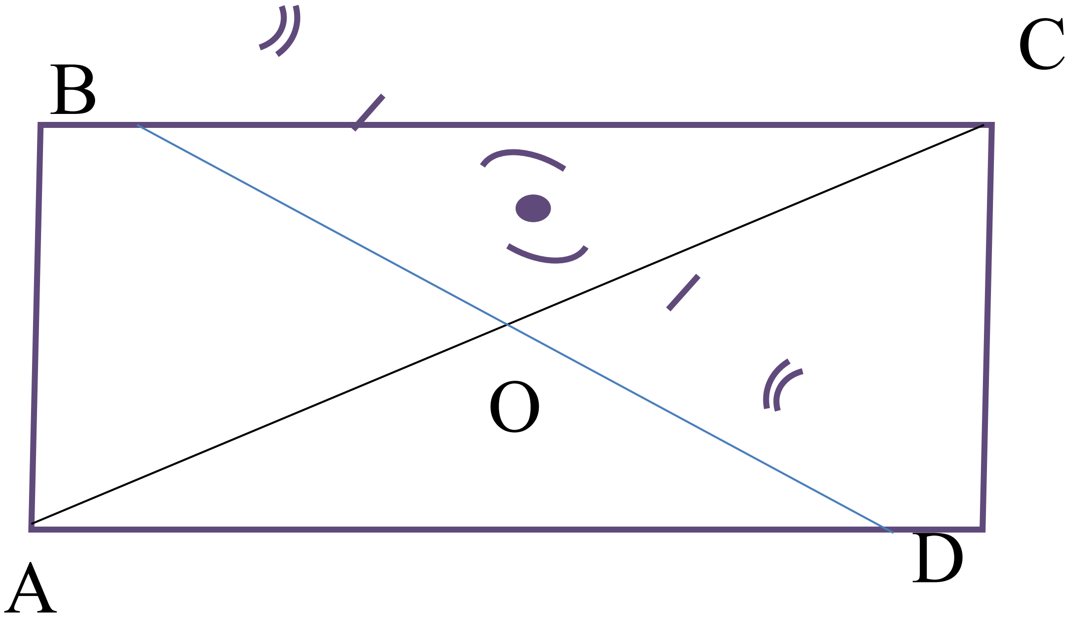
(как накрест лежащие углы

⇒ **△AOB = △COD** *(по 2-му признаку равенства треугольников)*

Следовательно: AO = OC, BO = OD

Решите задачу. В параллелограмме ABCD: O – точка пересечения диагоналей, отрезок MK проходит через эту точку.

Докажите, что $\Delta OMB = \Delta OKD$

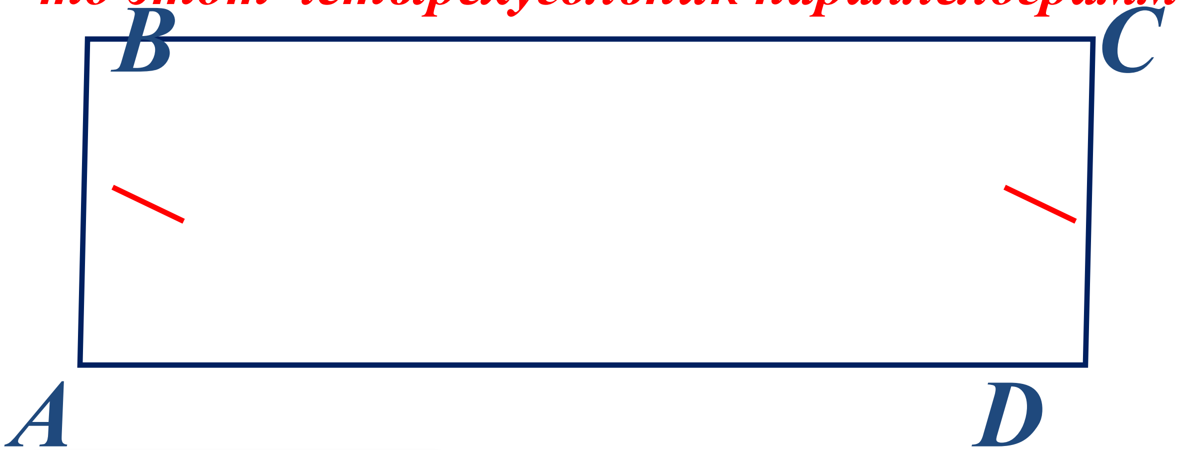


Решение: по свойству параллелограмма BO = OD, $\angle$ BOM = $\angle$ KOD – вертикальные $\angle$ MBO = $\angle$ DOK – накрест лежащие при параллельных прямых BM и DK и секущей BD $\Delta OMB = \Delta OKD$ (по стороне и двум прилежащим углам).

1

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм.

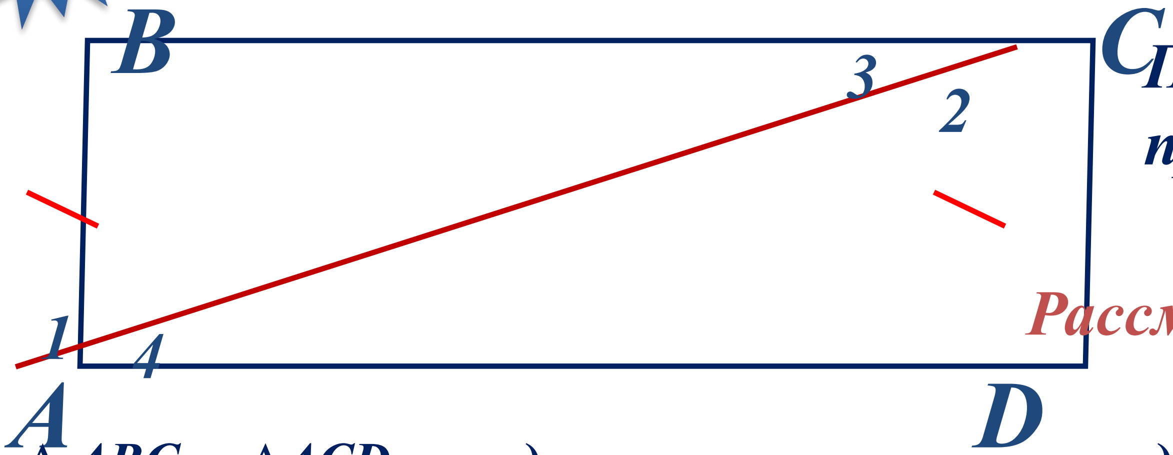


Дано: $ABCD$ – четырехугольник, $AB = CD$, $AB \parallel CD$

Доказать: $ABCD$ – параллелограмм

Доказательство

Доказательство



Пусть $AB = CD$ и $AB \parallel C$

проведем диагональ AC.

Рассмотрим треугольники

ΔABC и ΔACD:

$\Delta ABC = \Delta ACD$ – по двум сторонам и углу между ними

(AC – общая, $AB = CD$ – по условию, $\angle 1 = \angle 2$ как накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей AC.

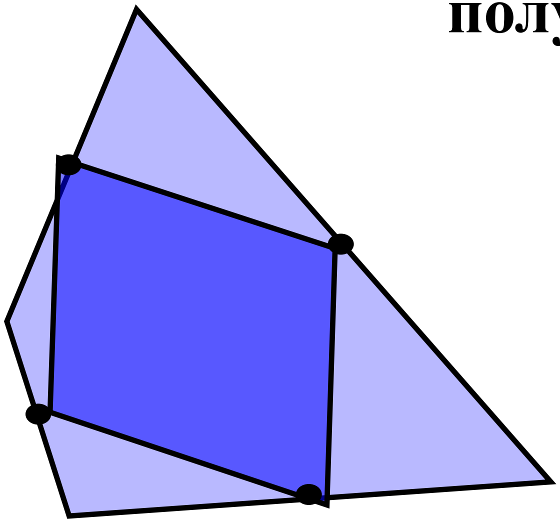
Поэтому $\angle 3 = \angle 4$.

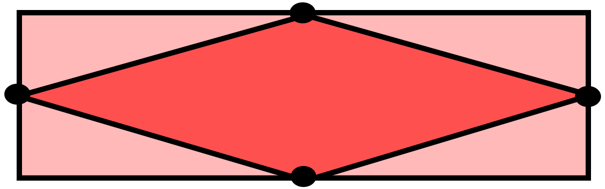
Но $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие углы при пересечении прямых BC и AD секущей – AC. Следовательно $BC \parallel AD$.

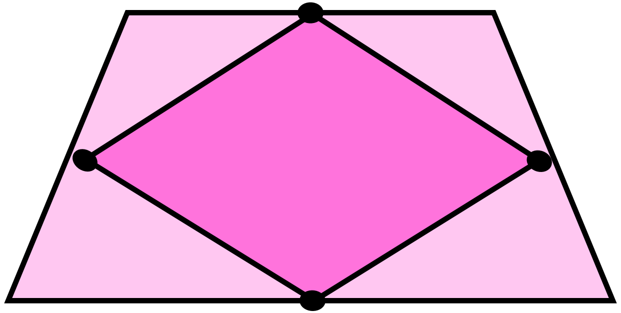
Таким образом, если в четырехугольнике противоположные стороны параллельны, то этот четырехугольник $ABCD$ - параллелограмм.

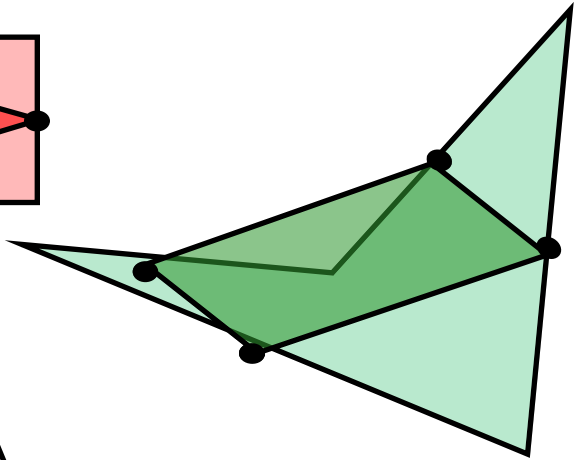
Середины сторон произвольного четырёхугольника являются вершинами параллелограмма

Что за точки отмечаются на четырёхугольниках, какие фигуры получаются при их соединении?









Теорема Вариньона

Рефлексия

На уроке:

Я узнал…

Я научился….

Мне понравилось….

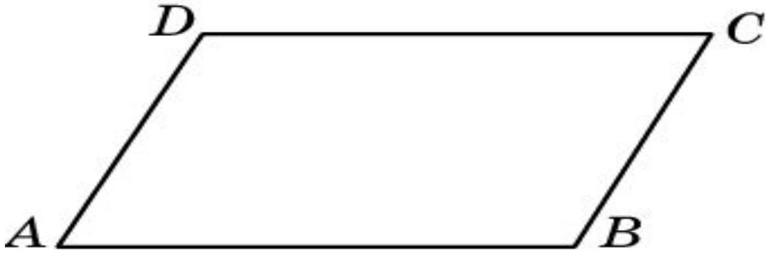
Я затруднялся…

Мне все понятно

Я молодец!!!

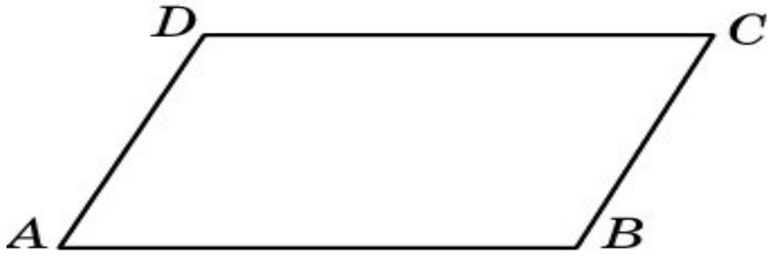
Параллелограмм

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.



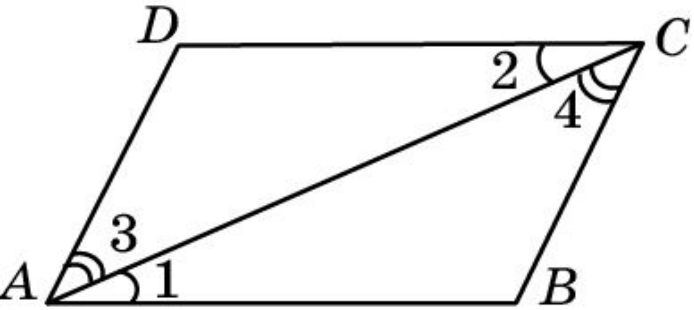
Свойства параллелограмма

Свойство 1. Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне равна 180º.



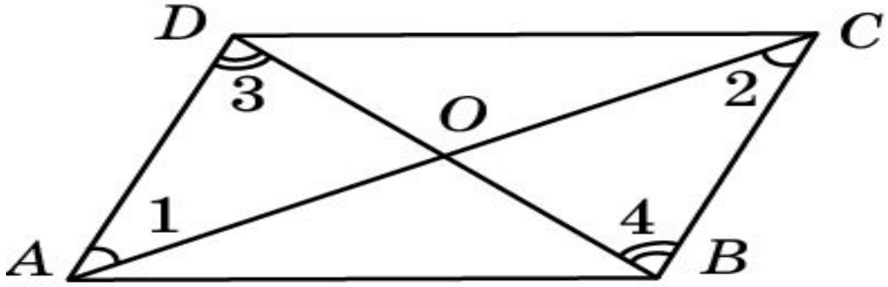
Доказательство. Углы, прилежащие к стороне параллелограмма, являются внутренними односторонними углами. Поэтому их сумма равна 180º.

Свойство 2. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



Доказательство. Пусть $ABCD$ – параллелограмм. Диагональ AC разбивает его на два треугольника ABC и CDA, которые равны по второму признаку равенства треугольников (AC - общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$, как внутренние накрест лежащие углы). Поэтому $AB=CD$, $BC=AD$ и $\angle B = \angle D$. Кроме этого, $\angle A = \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = \angle C$.

Свойство 3. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



Доказательство. Пусть $ABCD$ – параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей. $\Delta\ AOD = \Delta COB$ по второму признаку равенства треугольников ($AD = BC$ по свойству 2, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$, как внутренние накрест лежащие углы). Поэтому $AO = OC$ и $BO = OD$.

Вопрос 1

Какой четырехугольник называется параллелограммом?

Ответ: Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Вопрос 2

Чему равна сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне.

Ответ: 180°.

Вопрос 3

Что можно сказать о противоположных: а) сторонах; б) углах параллелограмма?

Ответ: В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

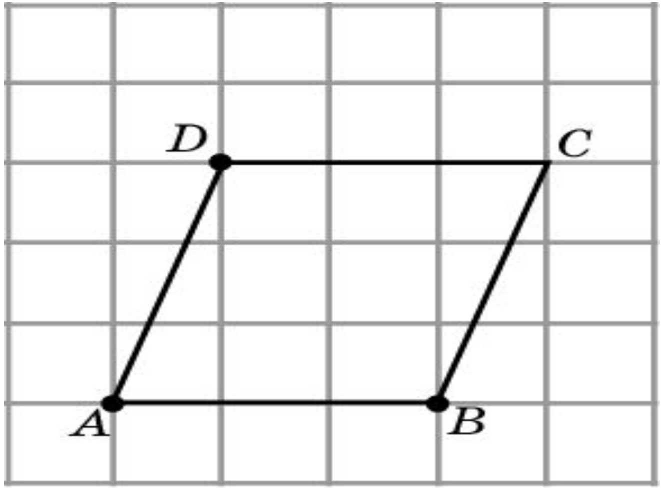
Вопрос 4

Что можно сказать о диагоналях параллелограмма?

Ответ: Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Упражнение 1

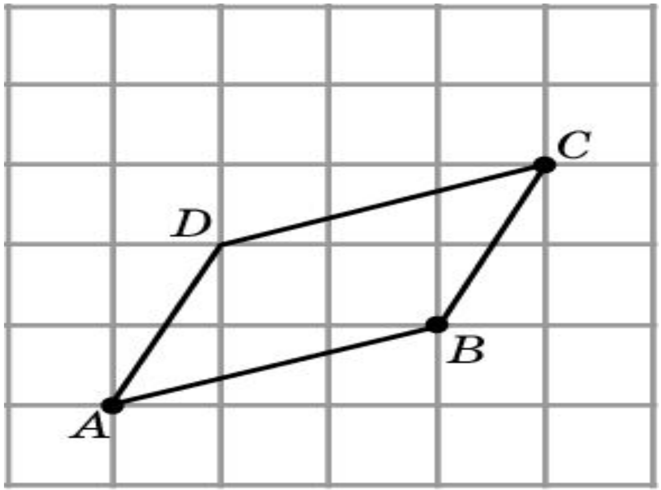
Изобразите параллелограмм *ABCD*, три вершины которого даны на рисунке.



Ответ:

Упражнение 2

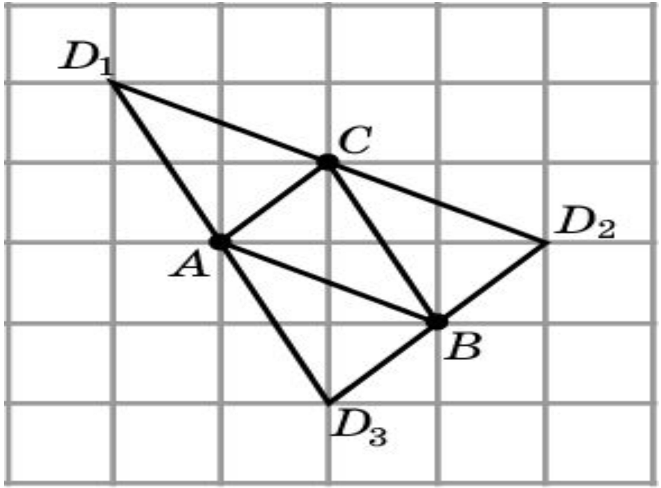
Изобразите параллелограмм *ABCD*, три вершины которого даны на рисунке.



Ответ:

Упражнение 3

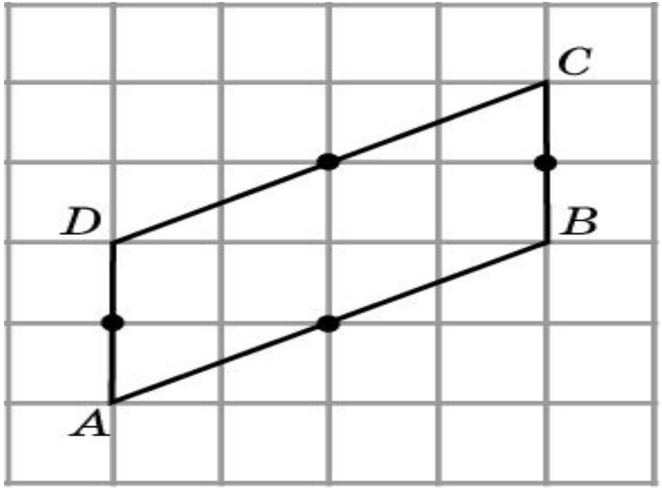
Изобразите параллелограмм, три вершины которого даны на рисунке. Сколько решений имеет задача?



Ответ: 3.

Упражнение 4

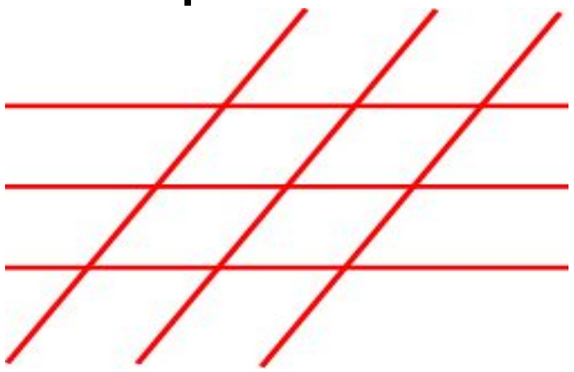
Изобразите параллелограмм *ABCD*, середины сторон которого даны на рисунке.



Ответ:

Задача 1

Три параллельные прямые пересечены тремя параллельными прямыми. Сколько при этом получилось параллелограммов?



Ответ: 9.

Задача 2

Сколько различных параллелограммов можно получить из двух равных треугольников, прикладывая их друг к другу различным образом?

Ответ: 3.

Задача 2

Сколько различных параллелограммов можно получить из двух равных треугольников, прикладывая их друг к другу различным образом?

Ответ: 3.

Задача 3

У параллелограмма две стороны равны 10 см и 15 см. Чему равны две другие стороны?

Ответ: 10 см и 15 см

Задача 2

Сколько различных параллелограммов можно получить из двух равных треугольников, прикладывая их друг к другу различным образом?

Задача 3

У параллелограмма две стороны равны 10 см и 15 см. Чему равны две другие стороны?

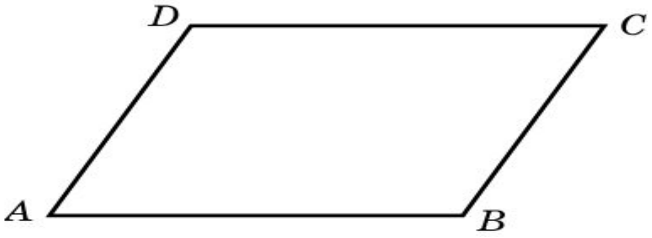
Задача 2

У параллелограмма две стороны равны 10 см и 15 см. Чему равны две другие стороны?

Ответ: 10 см и 15 см.

Упражнение 8

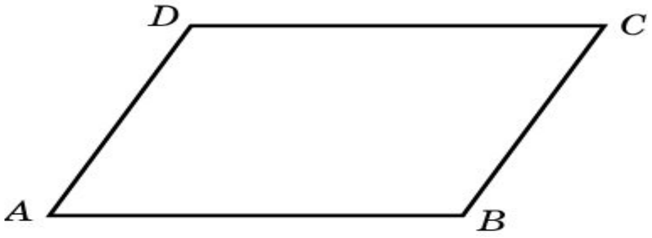
Найдите тупой угол параллелограмма, если его острый угол равен 60°.



Ответ: 120°.

Упражнение 9

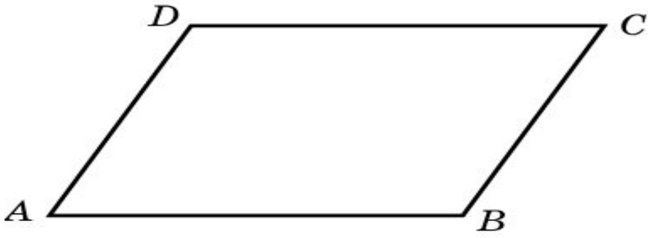
Один из внешних углов параллелограмма равен 62°. Найдите больший угол параллелограмма.



Ответ: 118°.

Упражнение 10

Сумма двух углов параллелограмма равна 80°. Найдите один из оставшихся углов.



Ответ: 140°.

Задача 1

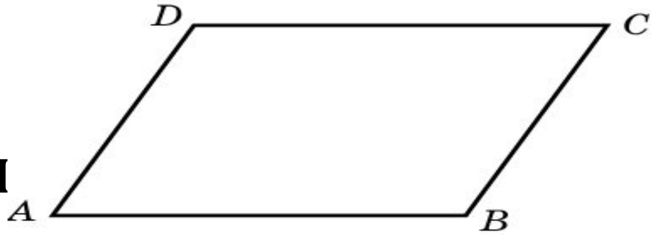
Один угол параллелограмма больше другого на 40°. Найдите больший угол.

Задача 2

Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 25° и 35°. Найдите больший угол параллелограмма.

Задача 1

Один угол параллелограмма больше другого на 40º. Найдите больший угол.



Решение: пусть, тогда

$\angle D = x+40°$, по свойству параллел

$\angle A+\angle D=180°$; $x+x+40=180$

$2\cdot x=180-40$; $2\cdot x=140$; $x=70°$;

$\angle A=70°$ и $\angle D = 70°+40°=110°$

Ответ: 70°, 110°

Задача 1

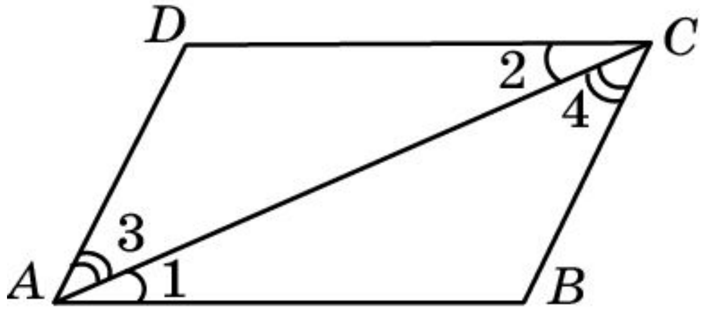
Один угол параллелограмма больше другого на 40^{o}. Найдите больший угол.

Задача 2

Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 25^{o} и 35^{o}. Найдите больший угол параллелограмма.

Задача 2

Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 25° и 35°. Найдите больший угол параллелограмма.



Решение: пусть $\angle 3=35°$, $\angle 2=25°$

так как $AB \| DC$, то $\angle 3=\angle 4=35°$

$\angle 1=\angle 2=25°$ как накрестлежащие углы при $AB \| DC$ и секущей AC.

Тогда $\angle DAB=\angle 3+\angle 2=35°+25°=60°$

По свойству параллелограмма

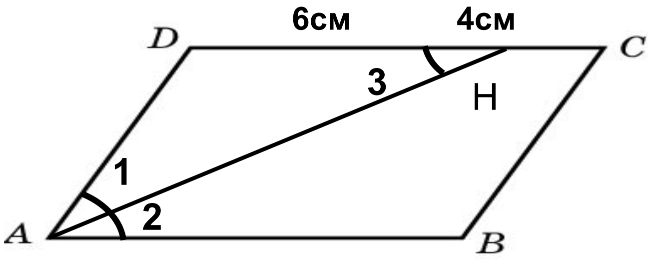
$\angle DAB+\angle CDA=180°$, поэтому

$\angle CDA=180°-\angle DAB=180°-60°=120°$

Ответ: 60°, 120°

ЗАДАЧА В ФОРМАТЕ ОГЭ

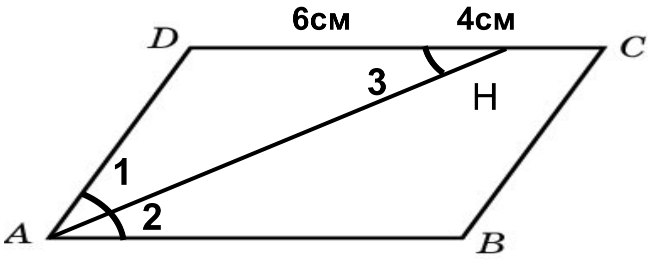
В параллелограмме ABCD проведена биссектриса угла А. Она разбивает сторону ВС на отрезки ВН=6 см и НС=4 см. Найдите периметр параллелограмма



Решение:

ЗАДАЧА В ФОРМАТЕ ОГЭ

В параллелограмме ABCD проведена биссектриса угла A. Она разбивает сторону BC на отрезки BH=6 см и HC=4 см. Найдите периметр параллелограмма

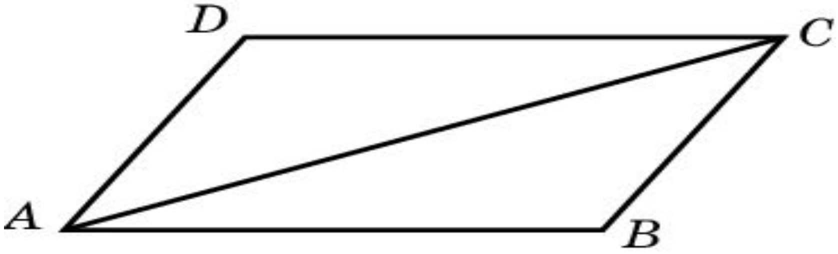


Решение: $\angle 1 = \angle 2$ так как AH биссектриса угла A, $\angle 2 = \angle 3$ как накрест лежащие углы при AB||DC и секущей AH. Следовательно $\angle 1 = \angle 3$, тогда Δ ADH-
Равнобедренный AD=AH=6 см. По свойству параллелограмма AD=BC=6 см,
DC=DH+HC=6+4=10 см
P= 2·(10+6)=32 см

Ответ: 32 см

Упражнение 12

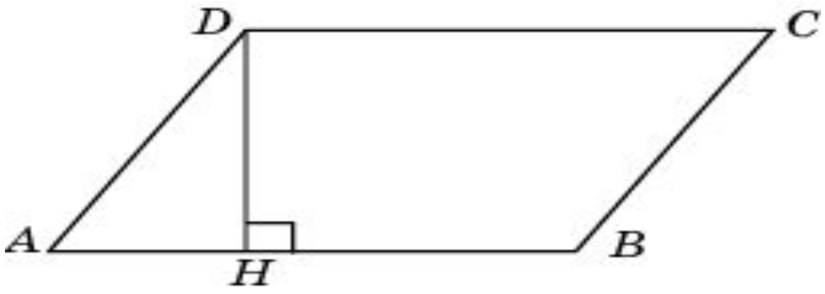
Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 25° и 35°. Найдите больший угол параллелограмма.



Ответ: 120°.

Упражнение 13

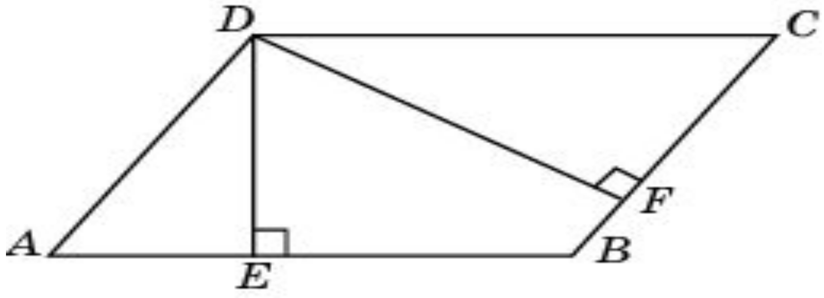
Высота параллелограмма образует с его стороной угол 28°. Найдите больший угол параллелограмма.



Ответ: 118°.

Упражнение 14

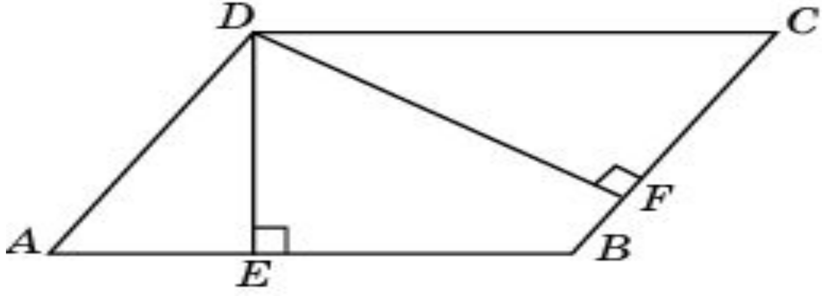
Острый угол параллелограмма равен 60º. Найдите угол между высотами этого параллелограмма, проведенными из вершины тупого угла.



Ответ: 60º.

Упражнение 15

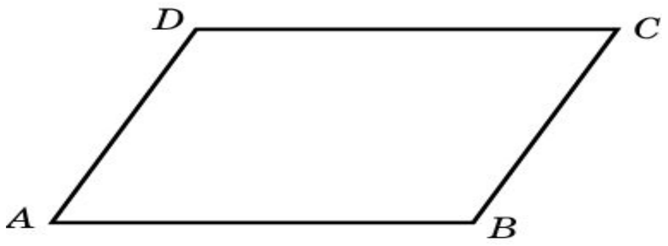
Угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины тупого угла, равен 50°. Найдите острый угол параллелограмма.



Ответ: 50°.

Упражнение 16

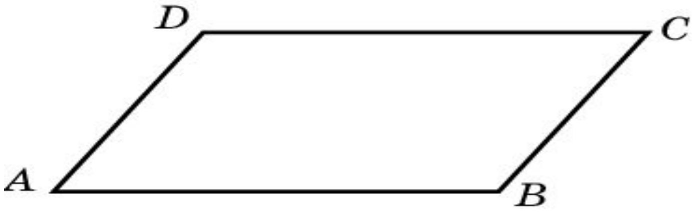
Найдите меньший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 3:7.



Ответ: 54.

Упражнение 17

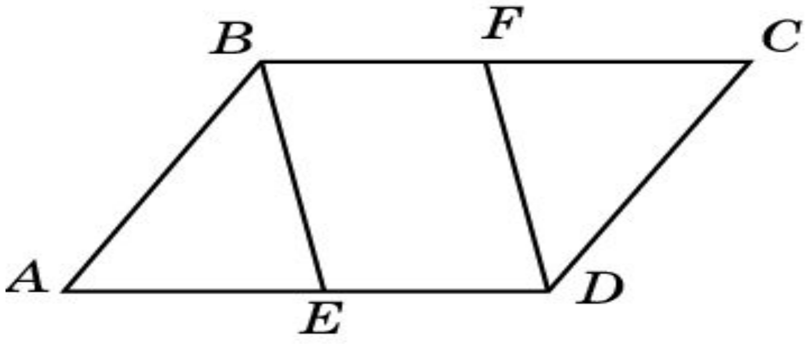
Найдите угол между биссектрисами углов параллелограмма, прилежащими к одной стороне.



Ответ: 90°.

Упражнение 18

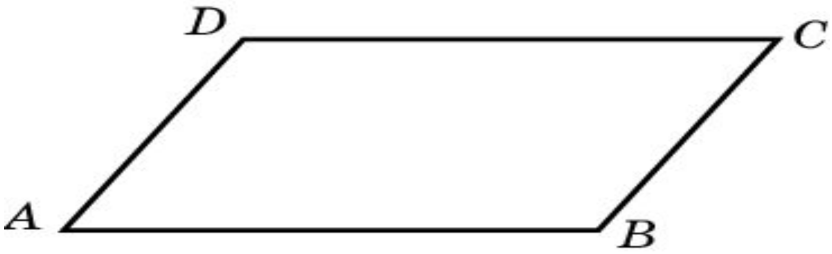
На рисунке *ABCD* – параллелограмм, *BE* || *DF*. Какой фигурой является четырехугольник *BFDE*?



Ответ: Параллелограммом.

Упражнение 19

Как расположены биссектрисы углов параллелограмма (с неравными смежными сторонами), противолежащих друг другу?



Ответ: Параллельны.

Упражнение 20

Существует ли параллелограмм, в котором две стороны и одна диагональ соответственно равны: а) 5 см, 2 см, 2 см; б) 7 см, 4 см, 11 см; в) 2 см, 3 см, 4 см; г) 3 см, 8 см, 10 см?

Ответ: а) Нет;
б) нет;
в) да;
г) да.

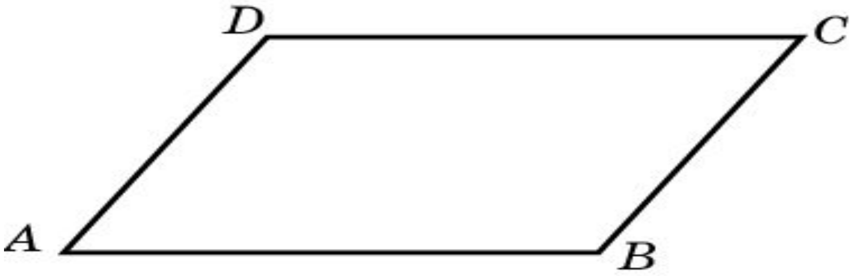
Упражнение 21

Периметр параллелограмма равен 48 см. Найдите стороны параллелограмма, если: а) одна сторона на 2 см больше другой; б) разность двух сторон равна 7 см; в) одна из сторон в два раза больше другой.

Ответ: а) 11 см, 13 см, 11 см, 13 см;
б) 8,5 см, 15,5 см, 8,5 см, 15,5 см;
в) 8 см, 16 см, 8 см, 16 см.

Упражнение 22

Две стороны параллелограмма относятся как 3 : 4, а периметр его равен 2,8 м. Найдите стороны параллелограмма.



Ответ: 0,6 м, 0,8 м, 0,6 м, 0,8 м.

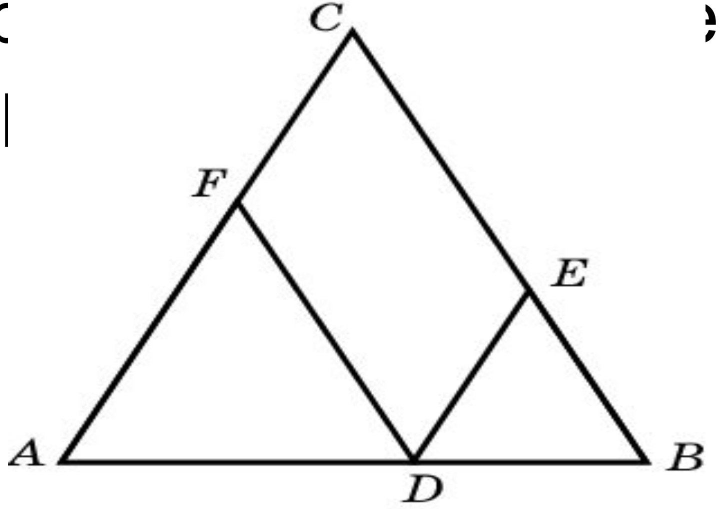
Упражнение 23

Расстояния от точки пересечения диагоналей параллелограмма до двух его вершин равны 3 см и 4 см. Найдите расстояния от нее до двух других вершин?

Ответ: 3 см и 4 см.

Упражнение 24

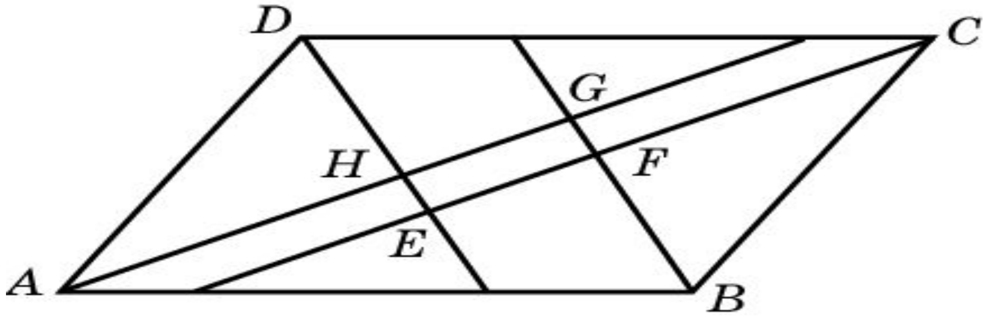
Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5 м. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым стор… е периметр получившегося па…



Ответ: 10 м.

Упражнение 25

Найдите диагонали четырехугольника, образованного биссектрисами углов параллелограмма, соседние стороны которого равны 3 см и 5 см.



Ответ: 2 см.