

# Смежные и вертикальные углы

---

# Повторение: дерево знаний

---

1. Что такое луч?
2. Какие лучи называются дополнительными?
3. Какой угол называется развёрнутым?
4. Как сравнить два угла?
5. Какой луч называется биссектрисой угла?
6. Что такое градусная мера угла?
7. Какой угол называется острым?
8. Прямым? Тупым?

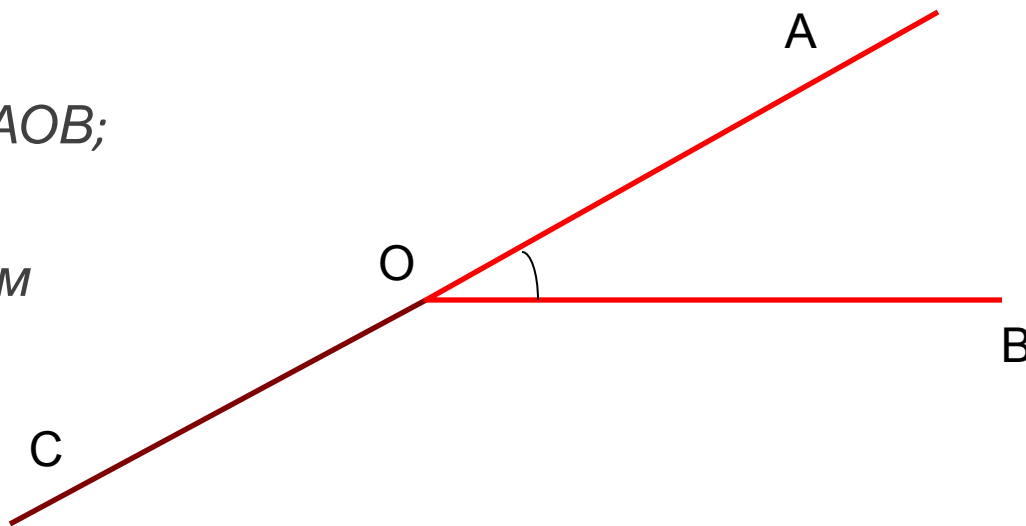
# СМЕЖНЫЕ УГЛЫ

---

**Практическое задание:**

*Построить острый угол  $AOB$ ;*

*Провести луч  $OC$ ,  
являющийся продолжением  
луча  $OA$ .*

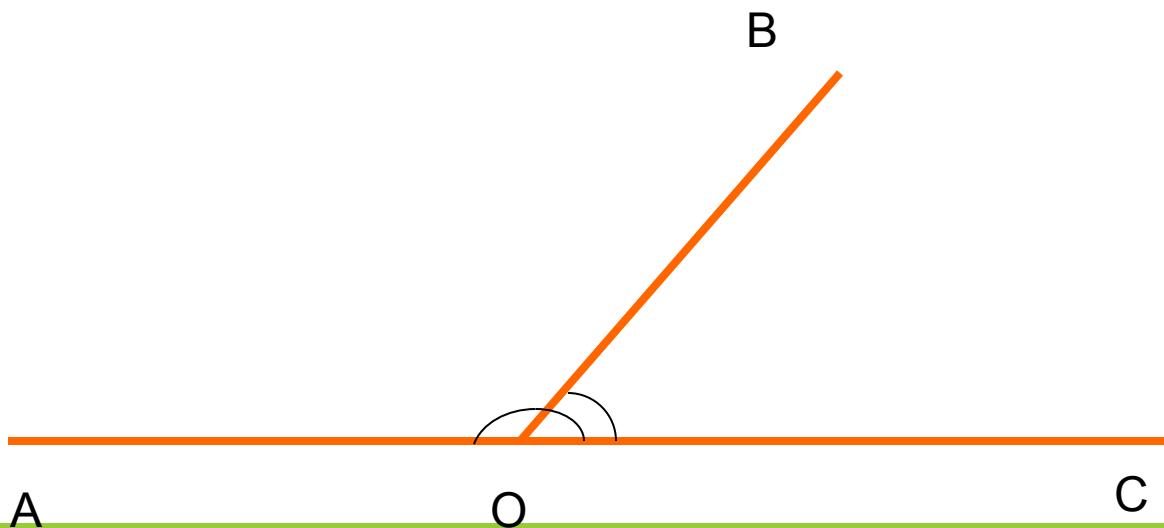


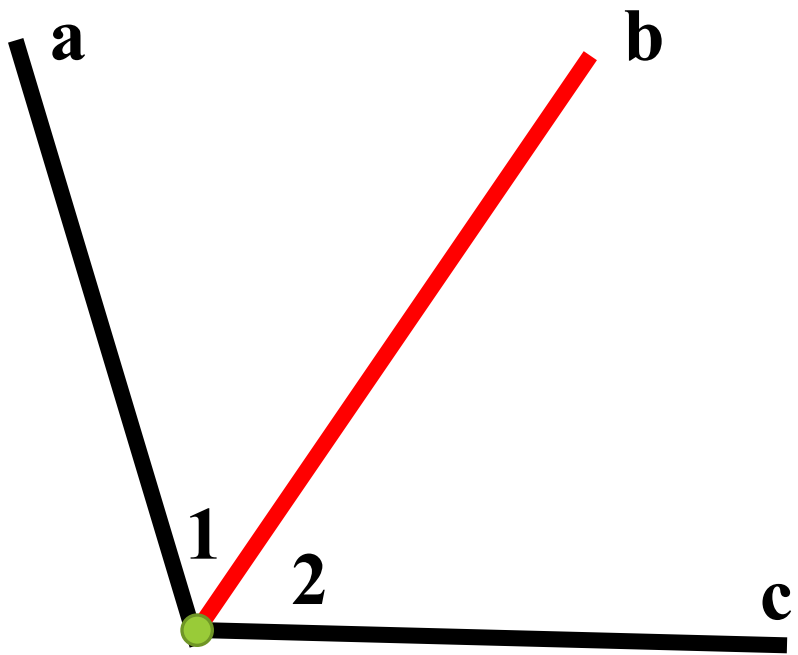
$\angle AOB$  и  $\angle BOC$  – смежные углы

# Определение:

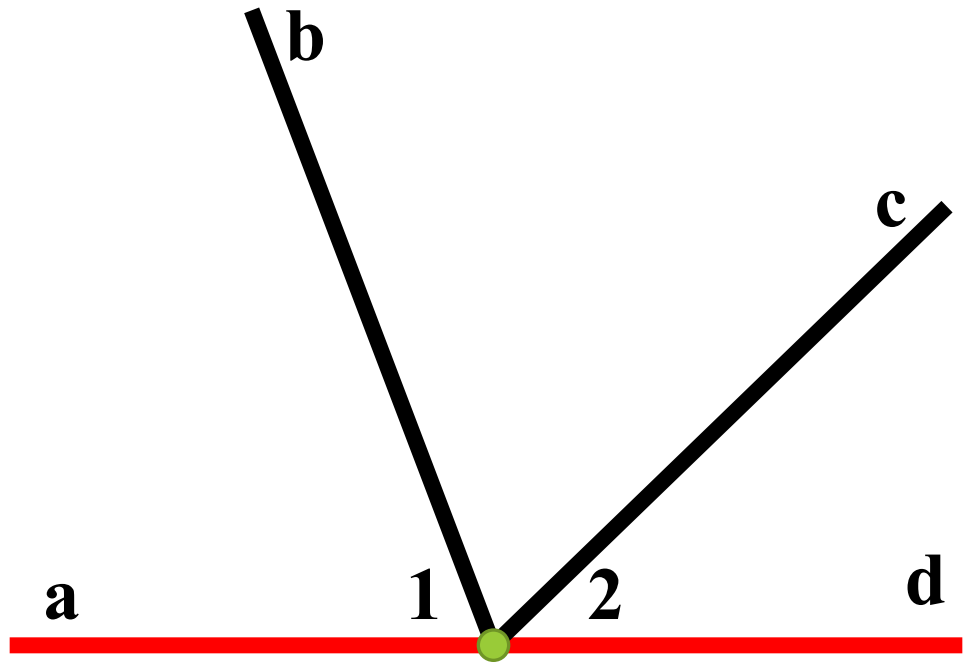
---

Два угла, называются смежными, если у них одна сторона общая, а две другие являются дополнительными лучами.





**a)**



**b)**

# СВОЙСТВО СМЕЖНЫХ УГЛОВ

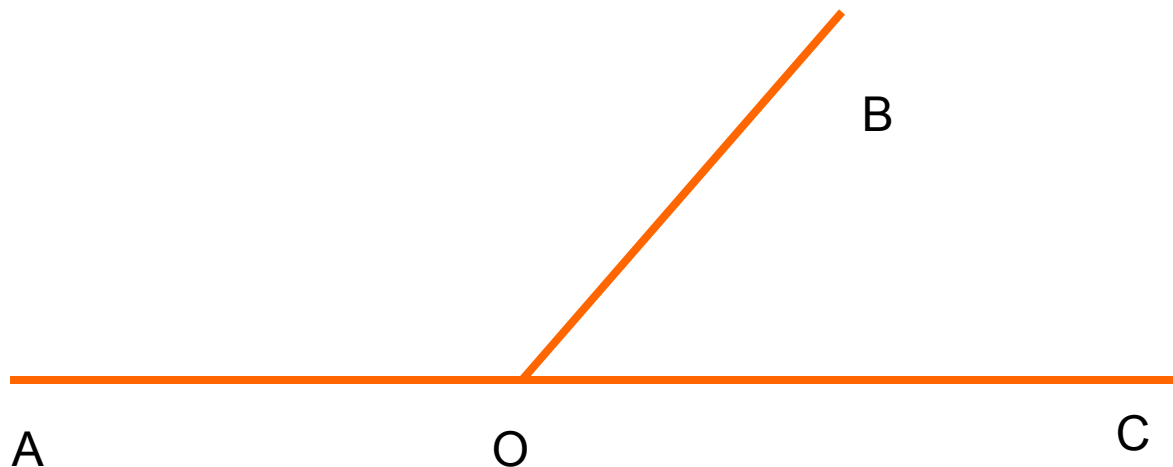
---

Какой угол АОС?

Чему равна градусная мера угла?

На какие углы делит луч ОВ этот угол?

Чему равна сумма этих углов?



# ВЫВОД:

---

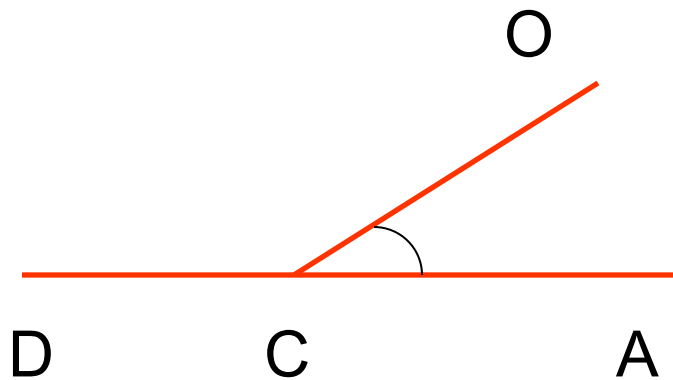
$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$$

**Сумма смежных углов равна  $180^\circ$**

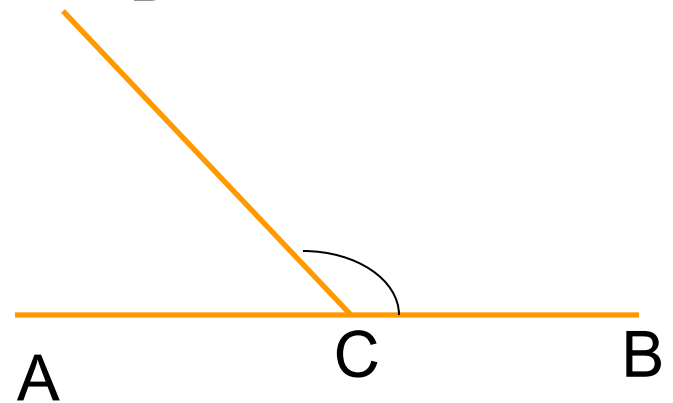
Найдите угол, смежный с углом,  
если:

---

a)  $\angle ACO = 15^\circ$



b)  $\angle DCB = 111^\circ$

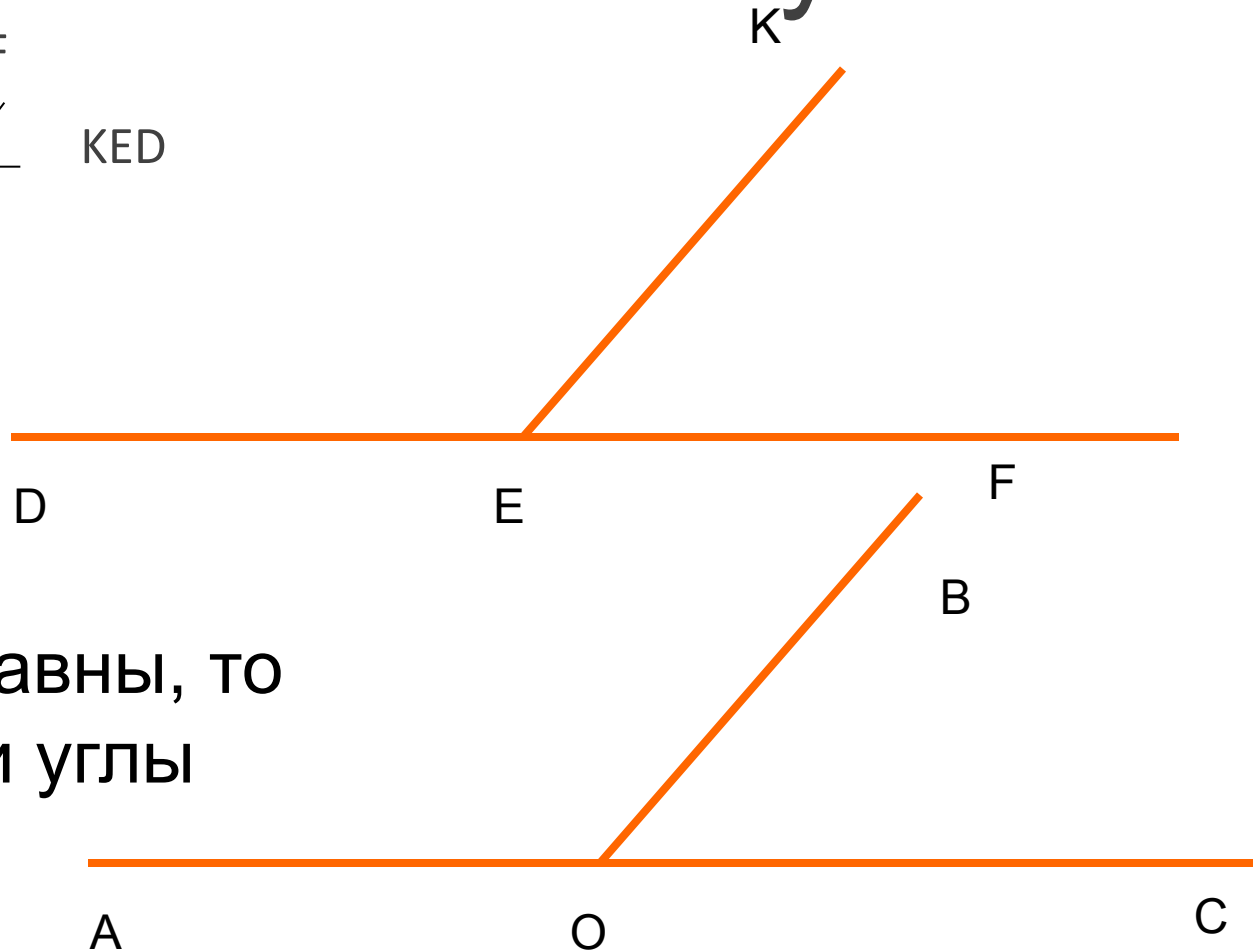




# СВОЙСТВО СМЕЖНЫХ УГЛОВ

ДАНО:  $\angle BOC = \angle KEF$

СРАВНИТЕ  $\angle AOB$  и  $\angle KED$



**ВЫВОД:**

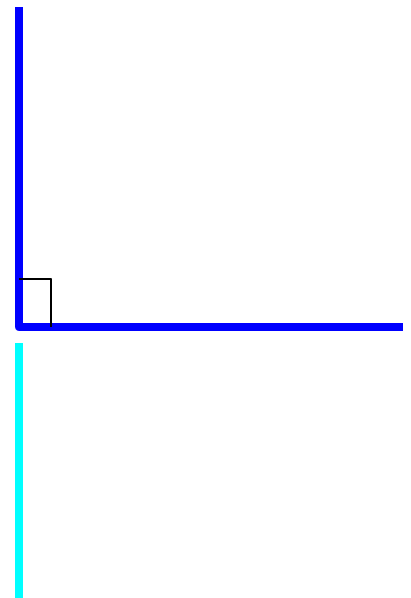
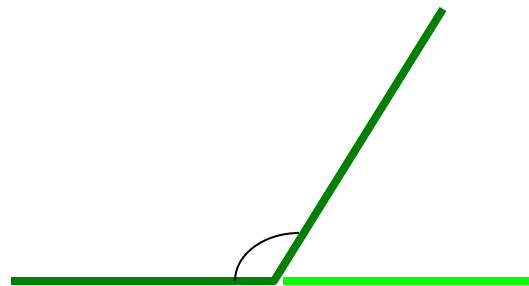
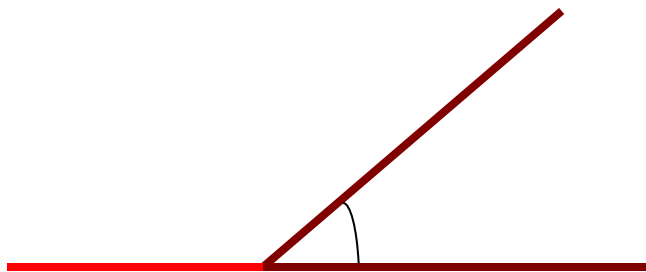
Если два угла равны, то смежные с ними углы также равны.

# Упражнения

---

Начертите три угла: острый, прямой, тупой. Для каждого из этих углов начертите смежный угол.

Решение:

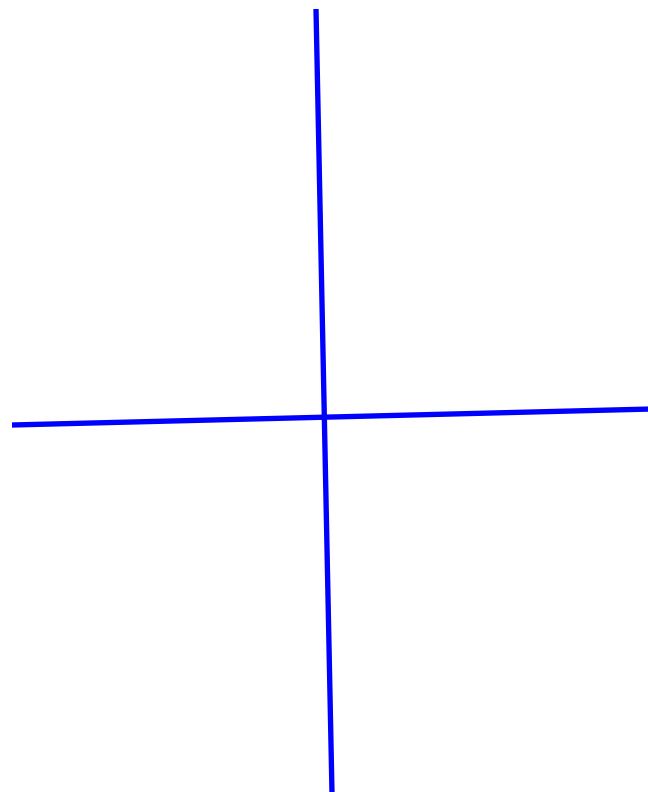
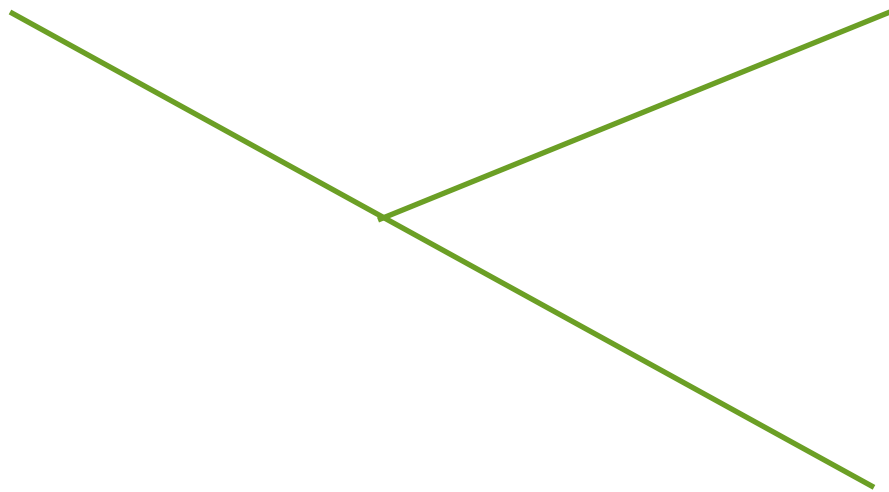


Один из смежных углов прямой. Каким (острым, прямым, тупым) является другой угол?

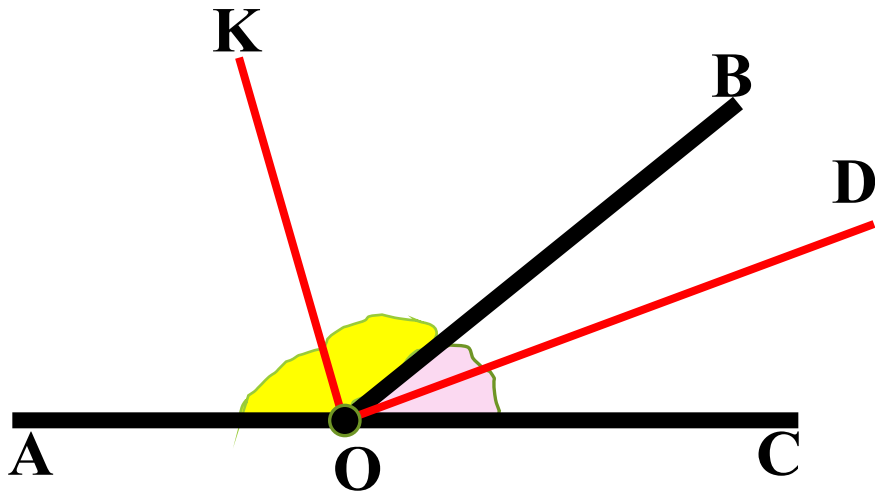
Верно ли утверждение: если смежные углы равны, то они прямые?

---

Рассуждай:



Найдите угол между  
биссектрисами смежных углов.



Дано:

$\angle AOB$  и  $\angle BOC$  –  
смежные;

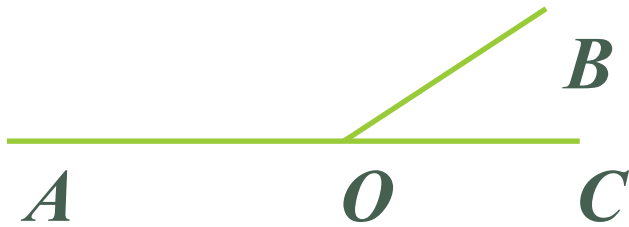
OK и OD – биссектрисы.

Найти:  $\angle KOD$ .

# Пример оформления задач

Один из смежных углов на  $32^\circ$  больше другого.

Найдите величину каждого угла.



Да

$\angle AOB$  и  $\angle BOC$  смежные,

но:

$$\angle AOB - \angle BOC = 32^\circ.$$

$\angle AOB$ ,  $\angle BOC$

Най

ти. Решение:

Пусть  $\angle BOC = x$ , тогда

По свойству смежных углов

составим уравнение

$$2x - 32^\circ = 180^\circ$$

$$- 32^\circ$$

$$2x = 148^\circ$$

Значит  $\angle BOC = 74^\circ$ , а  $\angle$

Ответ  $32^\circ + \angle AOB = 106^\circ$ ,  $\angle BOC = 74^\circ$

# ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

---

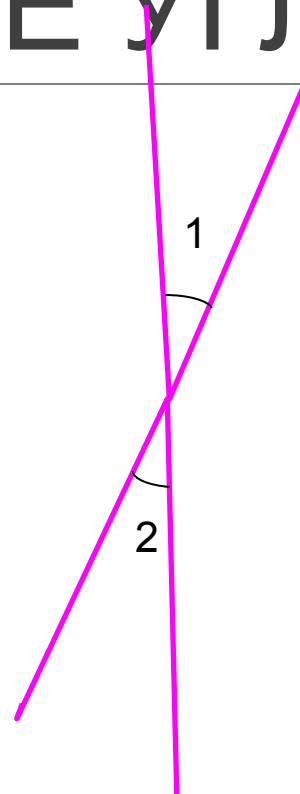
**Практическое задание:**

построим острый угол;

выделим его дугой и обозначим цифрой 1;

построим продолжение сторон угла 1;

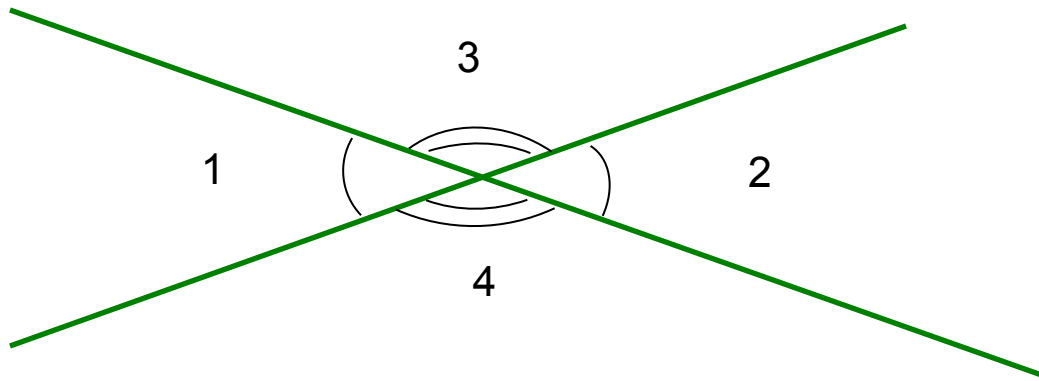
отметим дугой угол, стороны которого являются продолжением сторон угла 1 и обозначим его цифрой 2



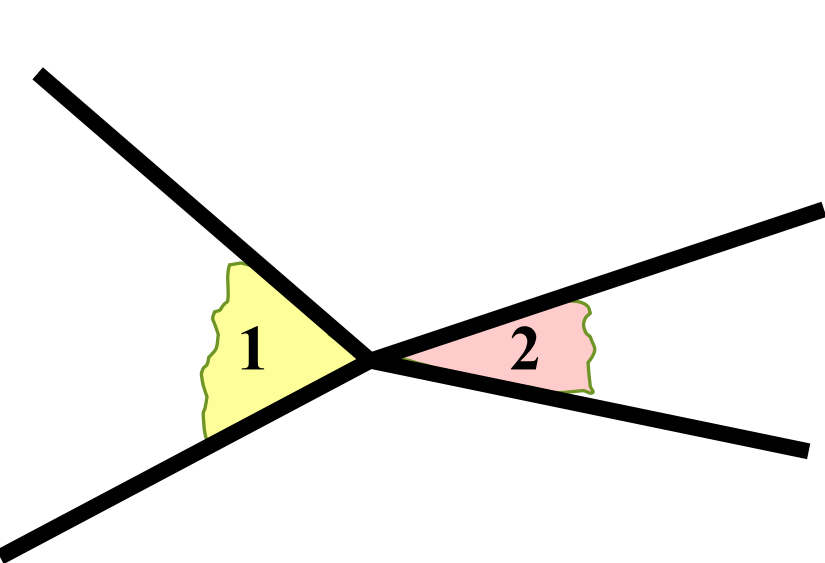
# Определение

---

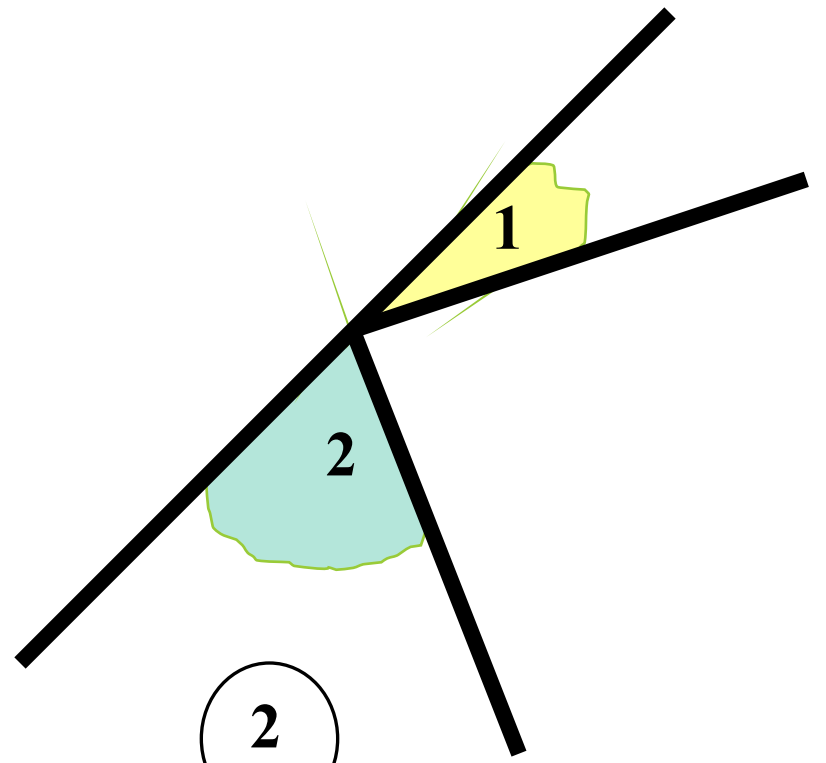
Два угла, отличные от развернутого, называют **вертикальными**, если стороны одного угла являются дополнительными лучами сторон другого.



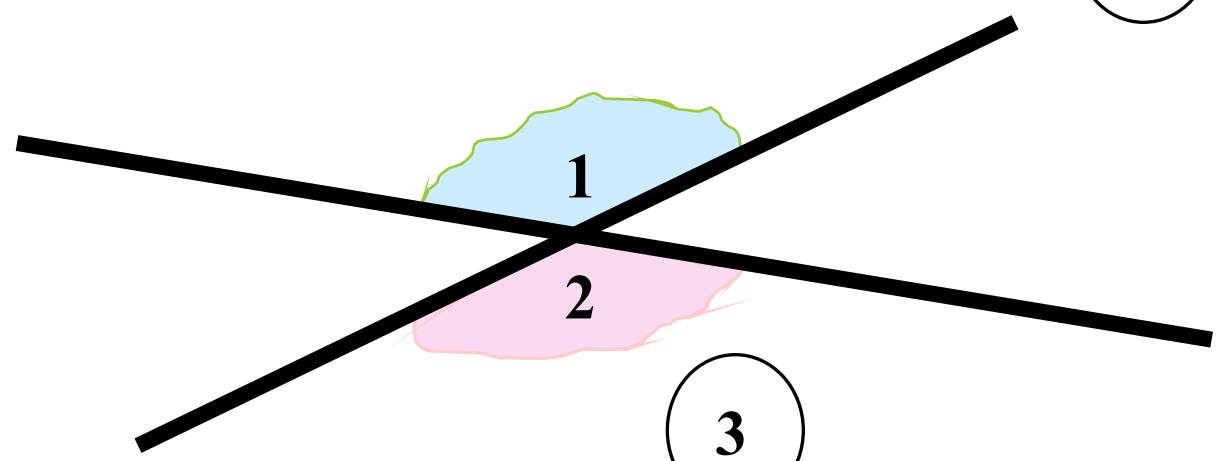
$\angle 1$  и  $\angle 2$  – вертикальные углы



1



2



3

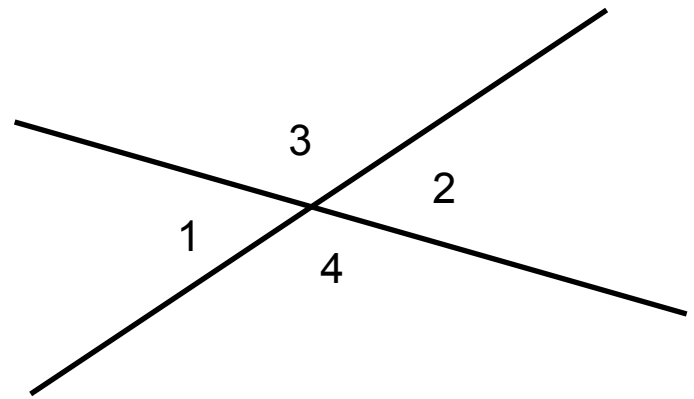




# Свойство вертикальных углов

Дано:  $\angle 1$ ,  $\angle 2$  вертикальные

Доказать:  $\angle 1 = \angle 2$



Вывод:

***Вертикальные углы равны.***

Два угла, смежные с одним и тем же углом, равны.

# Упражнения

---

1. При пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  сумма каких-то углов равна  $60^\circ$ . Какие это углы?

Ответ: вертикальные углы, т.к. сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .

2. При пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  разность каких-то углов равна  $30^\circ$ . Какие это углы?

Ответ: смежные, т.к. разность вертикальных углов равна  $0^\circ$ .

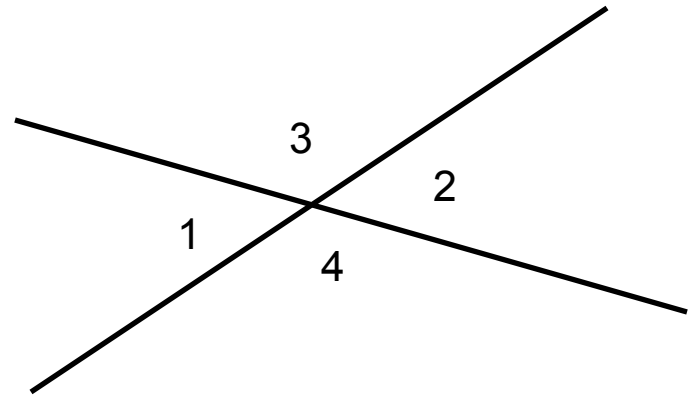
# Упражнение

---

Дано:  $\angle 1 = 35^\circ$

Найти:  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ ,  $\angle 2$

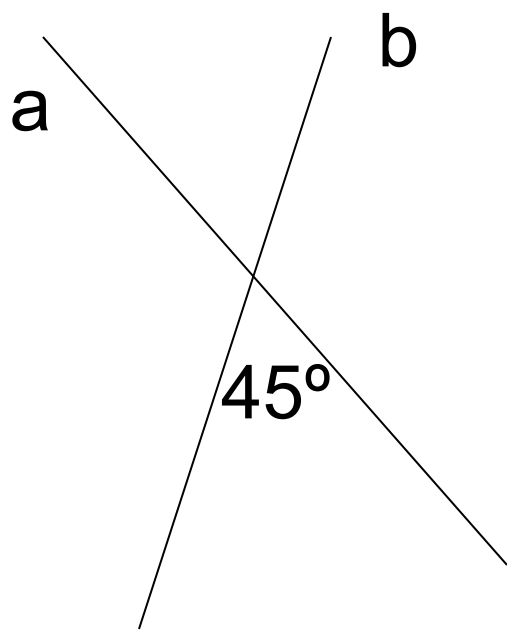
Решение:



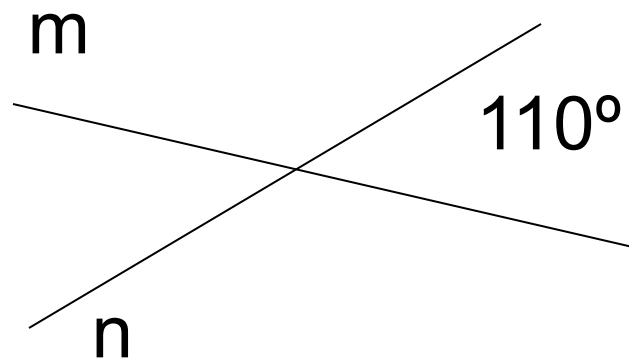
# Самостоятельная работа

---

I вариант



II вариант



При пересечении двух прямых известен один из углов. Найти остальные углы.

# Итог урока:

***Определение смежных и  
вертикальных углов***

**Если углы смежные, то ...**

**Если углы вертикальные, то ...**

# ТЕСТ по теме "Вертикальные и смежные углы"

1. Сумма смежных углов равна....

A

$360^{\circ}$

B

$90^{\circ}$

C

$180^{\circ}$

2. Как называется угол меньше  $180^{\circ}$ ,  
но больше  $90^{\circ}$

А

острый

В

тупой

С

прямой



3. Чему равен угол, если смежный с ним равен  $47^{\circ}$ ?

A

$133^{\circ}$

B

$47^{\circ}$

C

$43^{\circ}$

4. Какой угол образуют часовая и минутная стрелки часов, когда они показывают 6 часов?

А

тупой

В

развернутый

С

прямой

5. Найдите  $\angle AOC$ .

A

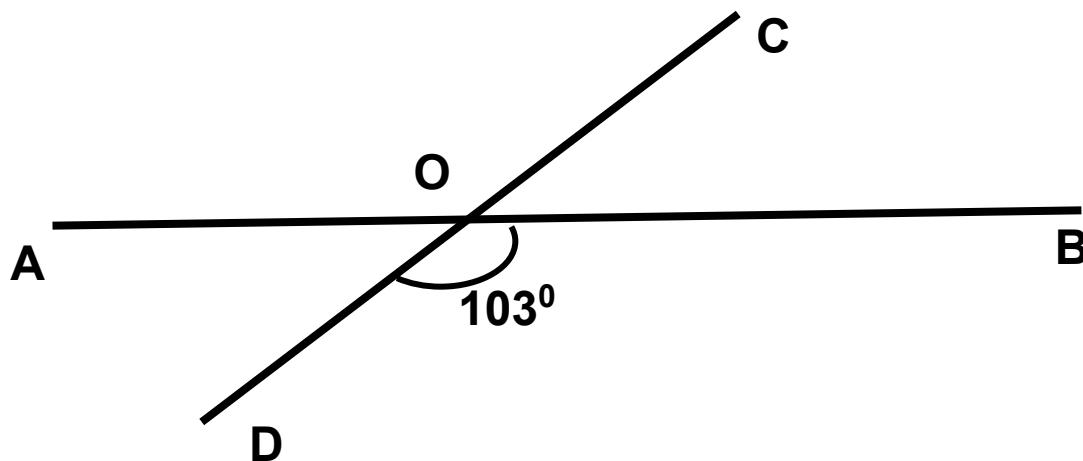
$77^\circ$

B

$103^\circ$

C

$3^\circ$



6. Найдите  $\angle DOB$ .

A

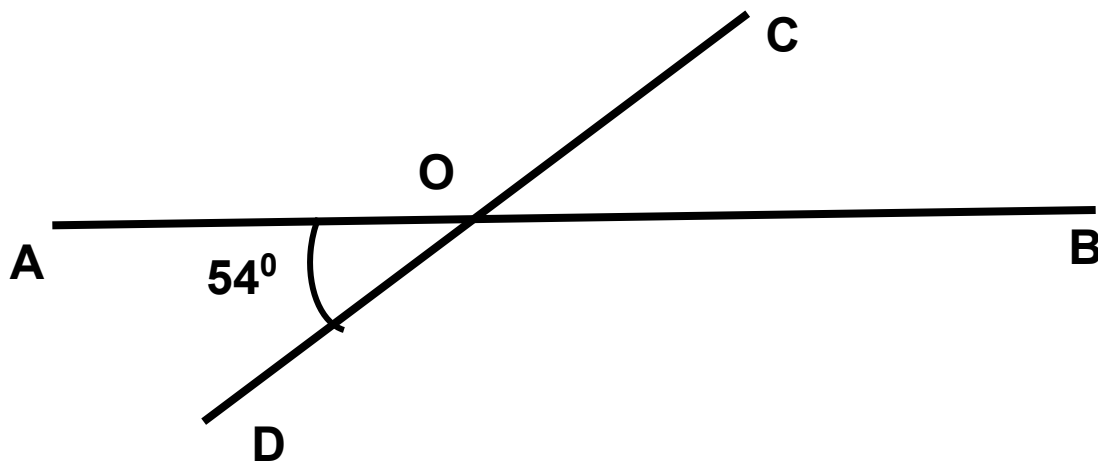
$54^\circ$

B

$126^\circ$

C

$36^\circ$



7. Найдите смежные углы, если один из них в два раза больше другого.

А

$90^{\circ}$  и  $100^{\circ}$

В

$60^{\circ}$  и  $120^{\circ}$

С

$40^{\circ}$  и  $80^{\circ}$

9. Какой угол образуют часовая и минутная стрелки часов, когда они показывают три часа?

А

острый

В

тупой

С

прямой

# Проверь себя.

1. С

2. В

3. А

4. В

5. В

6. В

7. В

8. С

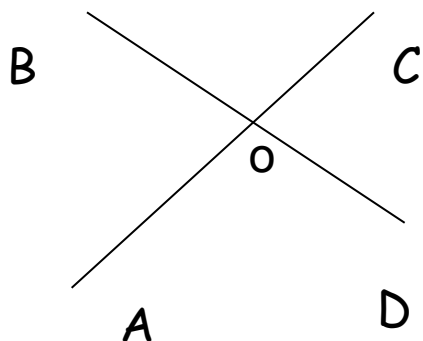
9. С

# Задачи на ГОТОВЫХ чертежах

---



# Обучающая самостоятельная работа

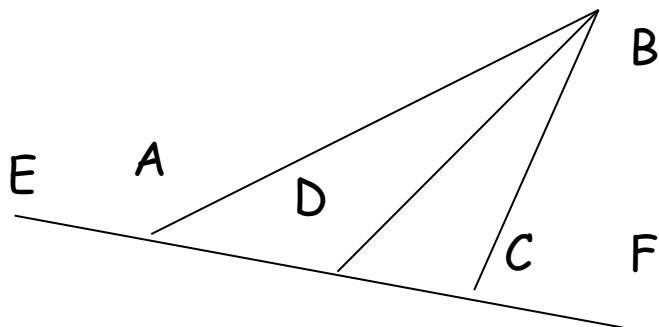


1. На рисунке изображены прямые AC и BD, пересекающиеся в точке O. Дополните записи:

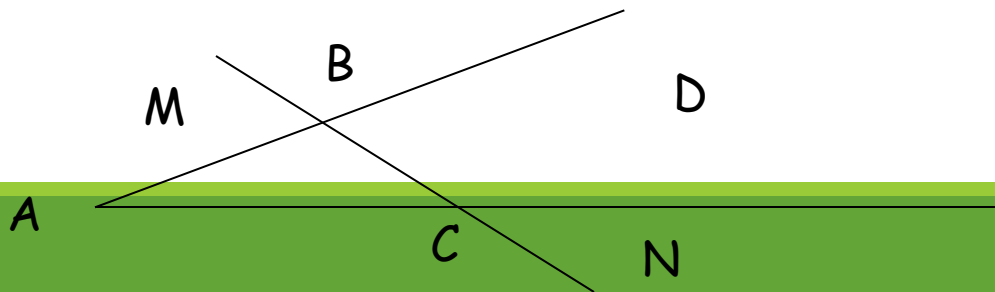
- $\angle BOC$  и  $\angle \dots$  - вертикальные,
- $\angle BOC$  и  $\angle \dots$  - смежные,
- $\angle COD$  и  $\angle \dots$  - вертикальные,
- $\angle COD$  и  $\angle \dots$  - смежные.

2. Начертите угол МОК. Постройте смежный с ним: а) угол KON; б) угол MOR.

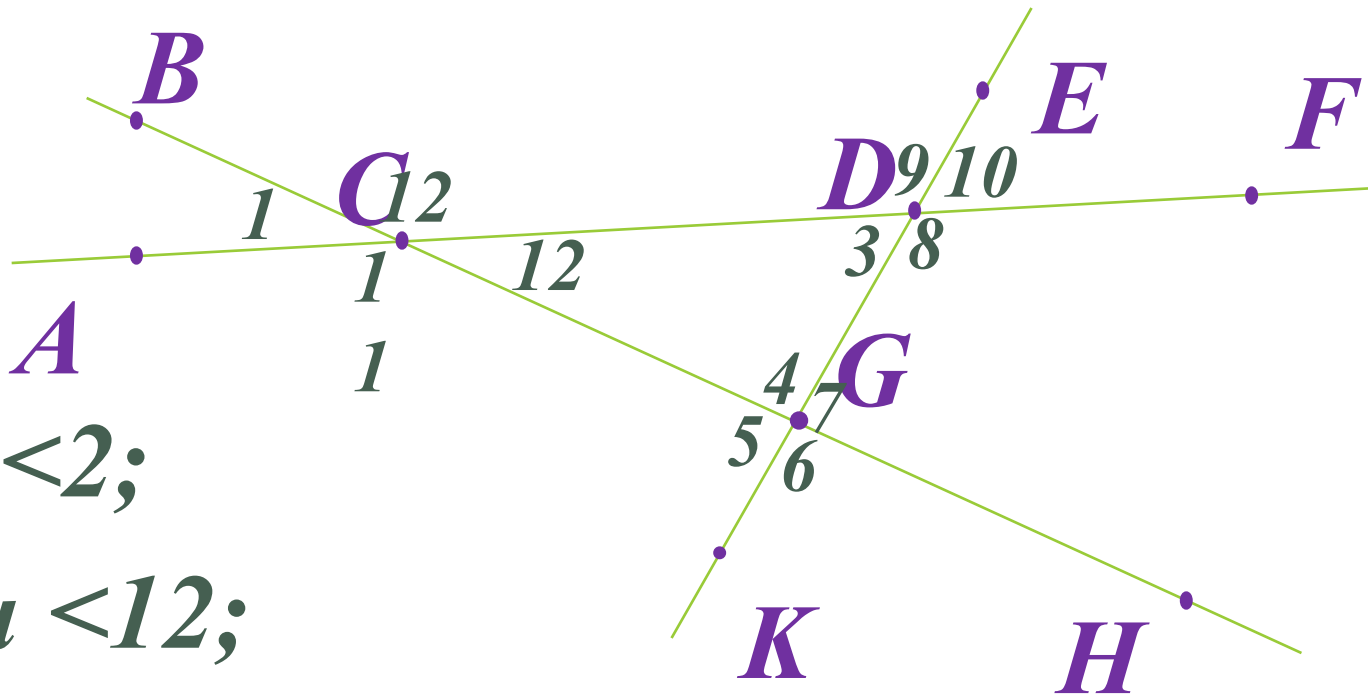
3. Запишите пары смежных углов, имеющиеся на рисунке:



4. Запишите пары вертикальных углов, имеющиеся на рисунке:



*Назовите вертикальные углы,  
изображённые на чертеже.*



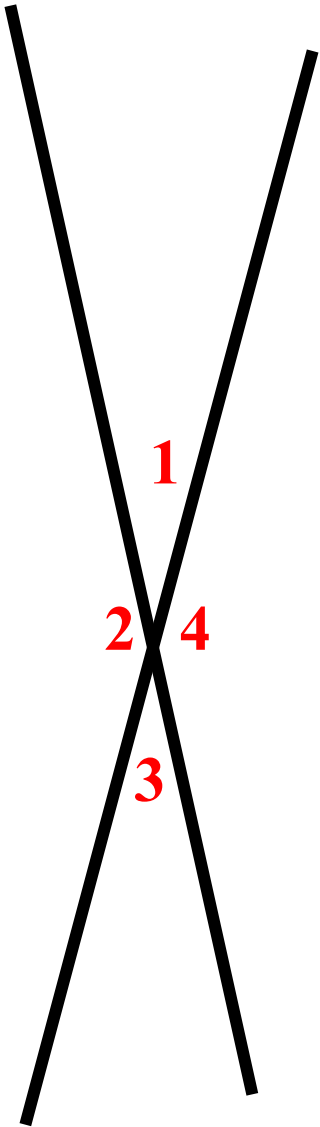
$\angle 1$  и  $\angle 2$ ;

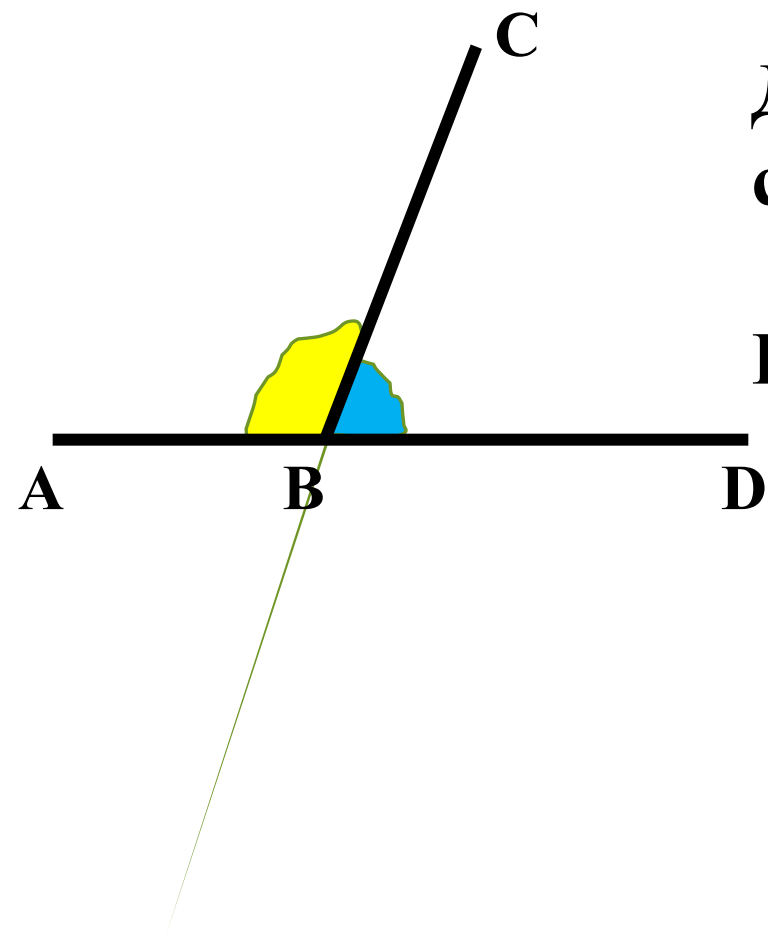
$\angle 11$  и  $\angle 12$ ;

$\angle 3$  и  $\angle 10$ ;     $\angle 9$  и  $\angle 8$ ;

$\angle 4$  и  $\angle 6$ ;     $\angle 5$  и  $\angle 7$ .

Найдите углы, образующиеся при пересечении двух прямых, если один из них равен  $37^\circ$ .

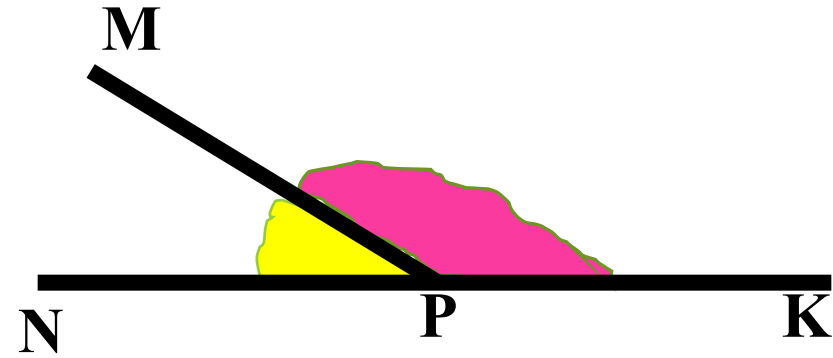


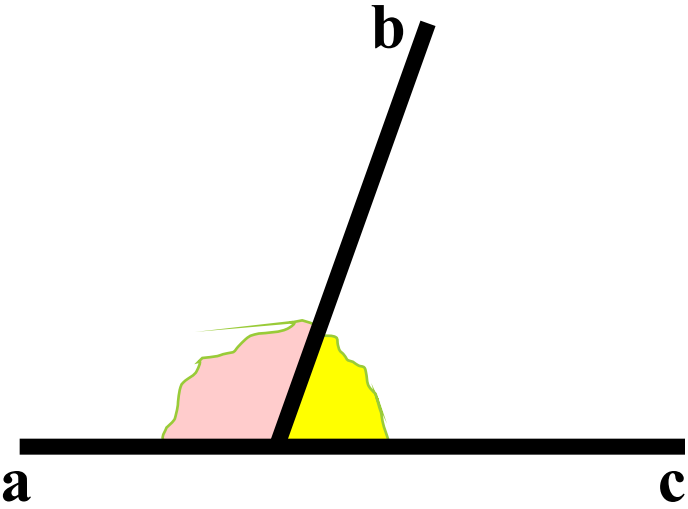


Дано:  $\angle ABC$  и  $\angle CBD$  –  
смежные,  
 $\angle ABC > \angle CBD$  на  $20^\circ$ .  
Найти:  $\angle ABC$  и  $\angle CBD$ .

Дано:  $\angle KMP$  и  $\angle MPN$  – смежные,  
 $\angle KMP = 3 \cdot \angle MPN$ .

Найти:  $\angle KMP$  и  $\angle MPN$ .



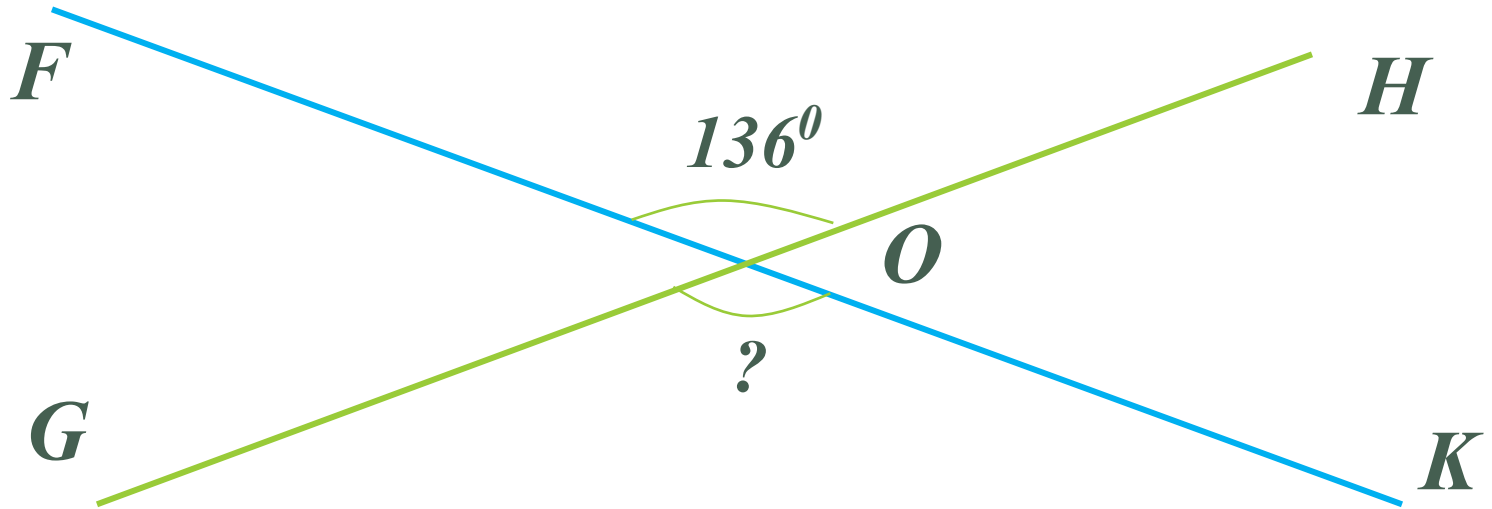


Дано:  $\angle(ab)$  и  $\angle(bc)$  – смежные,  
 $\angle(ab) : \angle(bc) = 5:4$ .

Найти:  $\angle(ab)$  и  $\angle(bc)$ .

## Задача

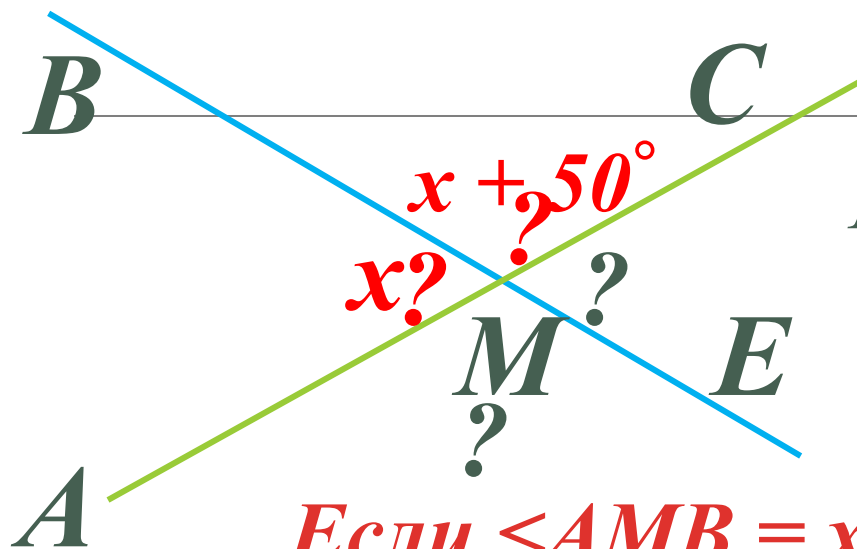
Вычислите градусные меры углов, изображённых на чертеже.



$$\angle GOK = \angle FOH = 136^\circ$$

## Задача

Вычислите градусные меры углов, изображённых на чертеже, если один из углов на  $50^\circ$  больше другого.



## Решение

Пусть меньший угол  $x^\circ$ ,  
тогда больший угол  
 $x + 50^\circ$

Если  $\angle AMB = x$ , то  $\angle BMC = x + 50^\circ$

Так как сумма смежных углов равна  $180^\circ$ , то составим уравнение

$$x = 65^\circ$$

$$x + x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 50^\circ$$

$$2x = 130^\circ \quad x = 130^\circ : 2$$

$\angle AMB = 65^\circ$ , то  $\angle BMC = 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$



## Задача

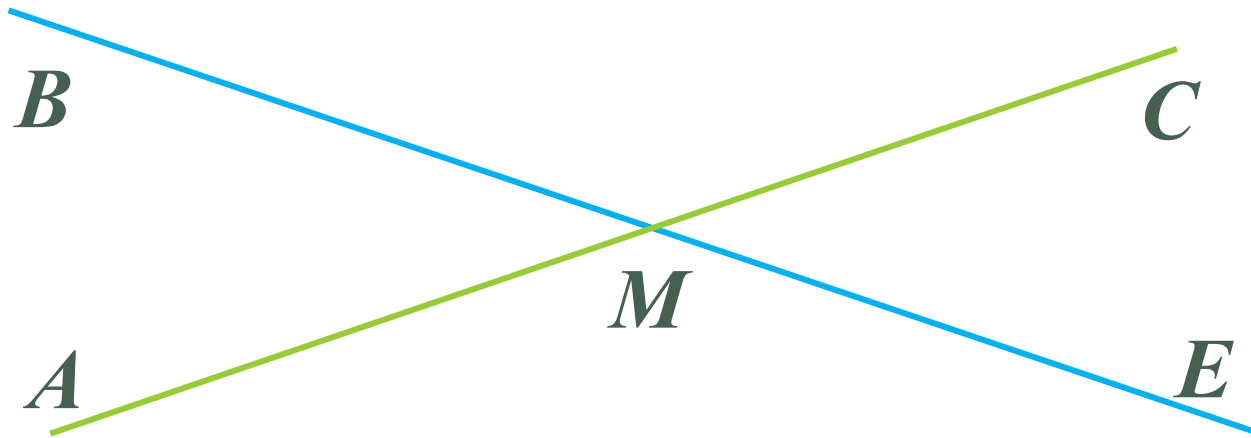
Дано:

$AC \cap BE = M$ , сумма двух углов –  $50^\circ$

Найти:

эти углы - ?

Решение



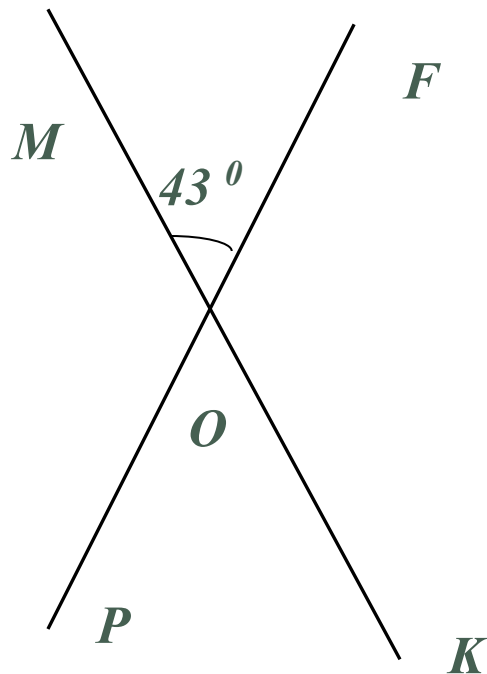
Так как сумма двух углов –  $50^\circ$ , то это могут быть **только** вертикальные углы.

$$\angle AMB = 50^\circ : 2 = 25^\circ$$

$$\angle EMC = \angle AMB = 25^\circ$$

# Пример оформления задач

При пересечении двух прямых образовалось четыре угла. Один из них равен  $43^\circ$ . Найдите величины остальных углов.



Дано:  $PF \cap MK = O$   
 $\angle MOF =$

Найти:  $43^\circ$   
 $\angle FOK, \angle KOP, \angle$   
 $МОР$

Решение:

1.  $\angle MOF$  и  $\angle KOP$  вертикальные, значит, по свойству вертикальных углов,  $\angle MOF = \angle KOP$ ,  $\angle KOP = 43^\circ$
2.  $\angle MOF + \angle FOK = 180^\circ$ , так как они смежные.

Отсюда  $\angle FOK = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$

3.  $\angle FOK$  и  $\angle POM$  вертикальные, значит  $\angle FOK = \angle POM$ ,  $\angle POM = 137^\circ$

Ответ:  $137^\circ, 43^\circ, 137^\circ$

