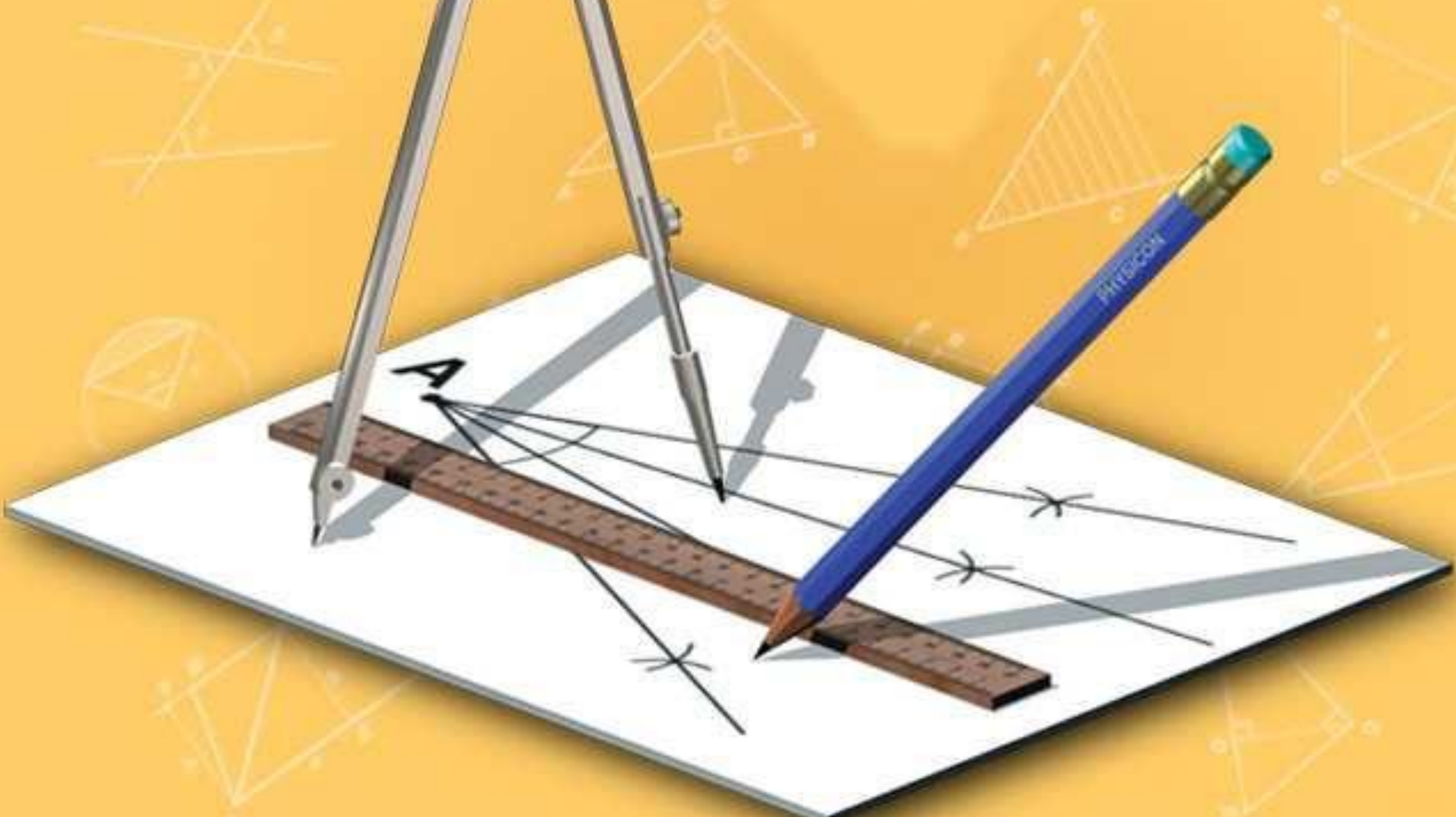
Решение задач по планиметрии. Подготовка к ЕГЭ. Задания С4.

Выполнила
ученица 10 класса
МОУ «Ивановская СОШ»
Гурова Людмила



Цель работы:

подготовка к успешному
выполнению заданий С4

Задачи:

Способствовать формированию осознанных мотивов изучения геометрии

Изучить различные методы и приемы при решении типовых заданий

Развить интерес к изучению геометрии

Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать.

Г. Галилей

Актуальность темы:

- выявить общие подходы при решении задач по планиметрии, используя необходимый теоретический материал для успешного решения задачи С-4 на ЕГЭ

- углубить свои знания по геометрии

В математике следует понимать не формулы , а процесс мышления Е. И. Игнатьев

Структура работы :

Работа состоит из **14** глав, рассматриваются общие подходы к решению геометрических задач, при обилии их различных типов и многообразии их приемов и методов решения

С о д е р ж а н и е

Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть - и далее подтвердить это, - что, следуя этому методу, мы достигнем цели. Г. Лейбниц

Методы, используемые в работе для решения задач

геометрический
(требуемое утверждение выводится с помощью логических рассуждений)

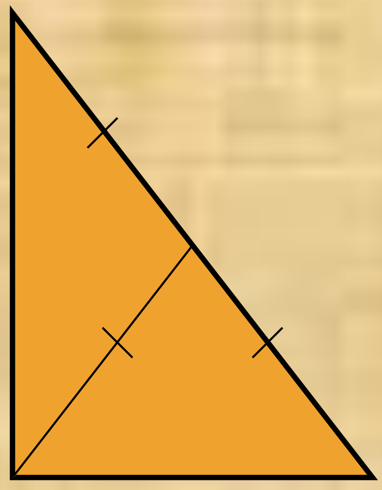
алгебраический
(геометрическая величина вычисляется с помощью уравнений)

комбинированный
(на одних этапах решение ведется геометрическим методом, а на других – алгебраическим)

Чтоб мудро жизнь прожить
Знать надобно немало О. Хаям

Глава 1. Медиана прямоугольного треугольника

При решении задач этой главы используются следующие свойства:



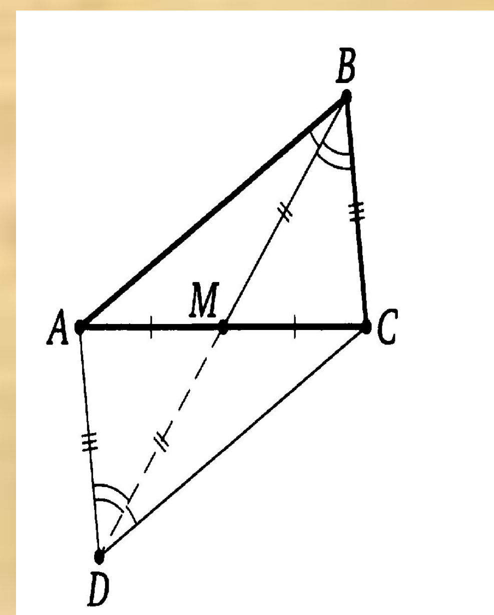
1. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла . Равна половине гипотенузы.

2. Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный

Симметрия является той идеей, с помощью которой человек веками пытается объяснить и создать порядок, красоту и совершенство.

Герман Вейль

Глава 2. Удвоение медианы



Во многих случаях для решения задачи удобно применить дополнительное построение - удвоение медианы.

На продолжении медианы BM треугольника *ABC* за точку *M* отложим отрезок *MD,* равный BM. Тогда диагонали AC и BD четырёхугольника *ABCD* точкой пересечения *M* делятся пополам, значит, *ABCD* — параллелограмм. Далее применяем свойства параллелограмма.

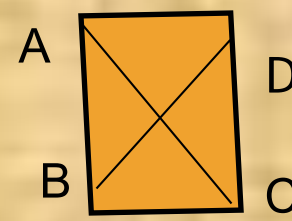
Геометрия есть познание всего сущего.

Платон

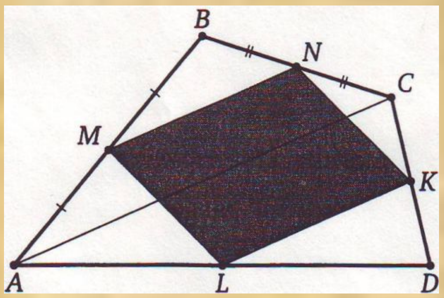
Глава 3. Параллелограмм. Средняя линия треугольника

Для решения задач этого раздела нужно знать :

- теорему о медианах треугольника (медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины треугольника);
- свойства и признаки параллелограмма;



- теорему о средней линии треугольника;
- Свойство : сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон;
- Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.

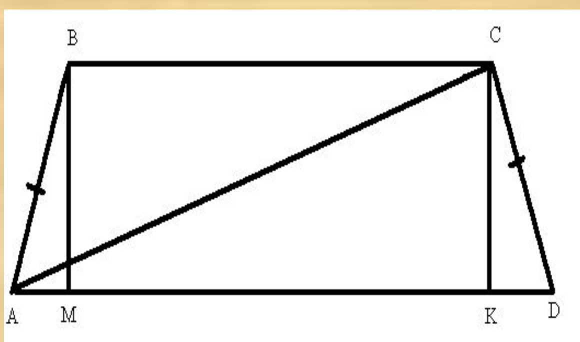


Мало иметь хороший ум, главное – хорошо его применять.
Р. Декарт

Глава 4. Трапеция

При решении задач на трапецию во многих случаях полезны дополнительные построения, связанные с параллельным переносом боковой стороны или диагонали.

При решении задач, связанных *с равнобедренной* трапецией, кроме общеизвестных свойств и признаков (углы при основании равны, диагонали равны и образуют равные углы с основанием и т. д.) иногда полезно применить следующее свойство:



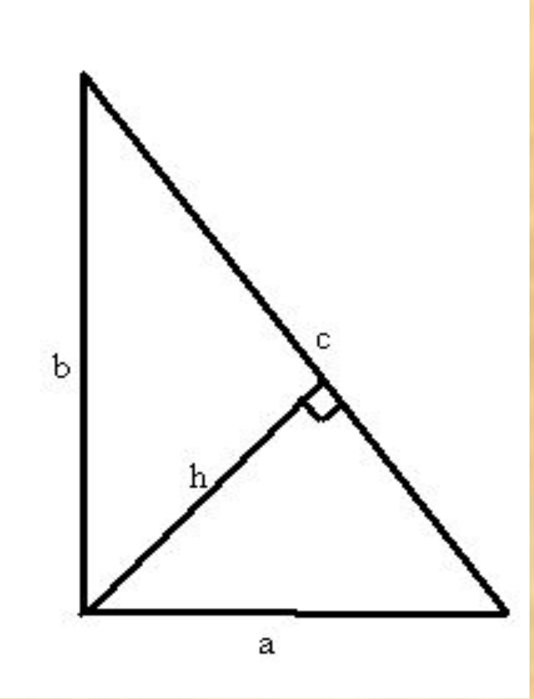
2AM=AD-BC
AK=0,5(AD+BC)

Ещё одно важное свойство трапеции - т*очка пересечения диагоналей любой трапеции,* точка *пересечения продолжений* боковых *сторон и середины* оснований *лежат на одной прямой.*

Вдохновение нужно в геометрии не меньше, чем в поэзии.
А.С. Пушкин

Глава 5. Нахождение высоты прямоугольного треугольника

Нахождение высоты прямоугольного треугольника



$$\left.\begin{array}{l} S=\frac{1}{2}AC\cdot CB \\ S=\frac{1}{2}AB\cdot h \end{array}\right\} \Rightarrow \quad h=\frac{ba}{c}$$

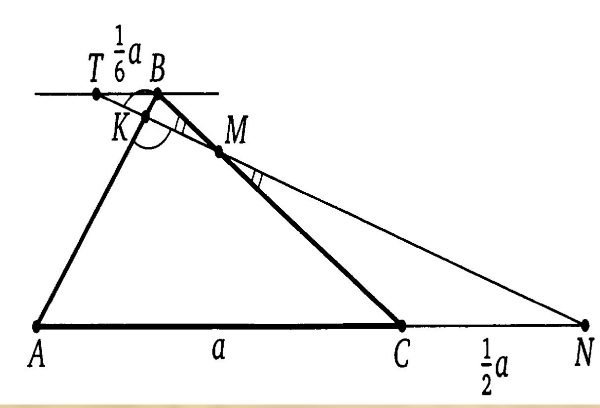
Лучший способ изучить что-либо - это открыть самому.

Д. Пойа

Глава 6. Отношение отрезков

Задачи этой главы решаются с помощью дополнительного построения, которое приводит к подобным треугольникам.

Пример. Дан треугольник ABC. На продолжении стороны AC за точку C взята точка N, причём AC = 2CN. Точка M находится на стороне BC, причём BM : MC =1 : 3. В каком отношении прямая MN делит сторону AB?



Решение.

Через точку B проведём прямую, параллельную AC. Пусть прямая **MN** пересекает её в точке T**,** а прямую AB - в точке K.

Обозначим AC = a**.** Тогда **CN = 0,5**a**, AN=1,5**a**.** Из подобия треугольников TBM и **NCM** нахом**,** что TB=1/3CN=1/6a.

Из подобия треугольников TBK и NAK – BK:AK=TB:AN=1/9.

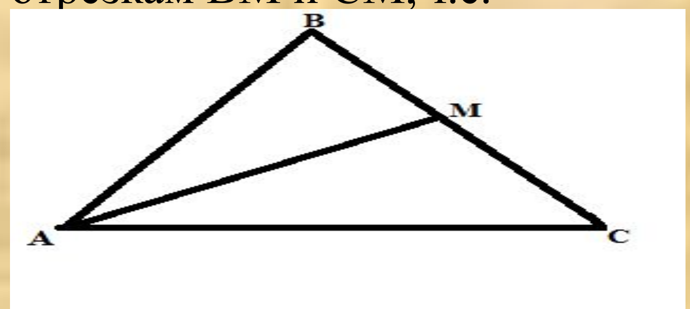
Ответ: 1: 9, считая от точки B.

Величие человека - в его способности мыслить.

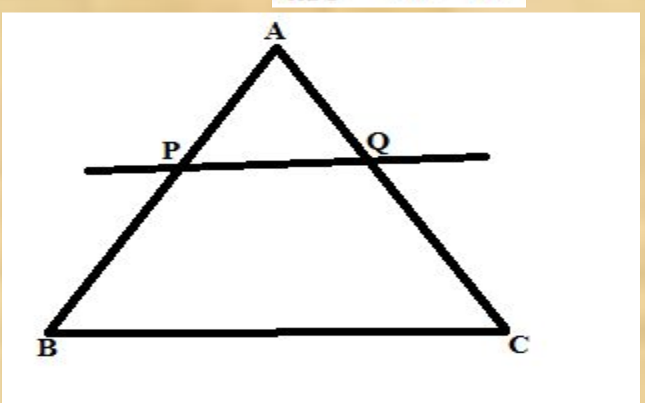
Б. Паскаль

Глава7. Отношение площадей

При решении большинства задач этого раздела применяются два утверждения:
)если точка M лежит на стороне BC треугольника ABC, то площади треугольников AMB и AMC пропорциональны отрезкам BM и CM, т.е. $\frac{S_{AMB}}{S_{AMC}} = \frac{BM}{CM}$;



2) если прямая пересекает стороны AB и AC треугольника ABC (или их продолжения) в точках P и Q соответственно, то $\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \frac{AP}{AB} \cdot \frac{AQ}{AC}$.

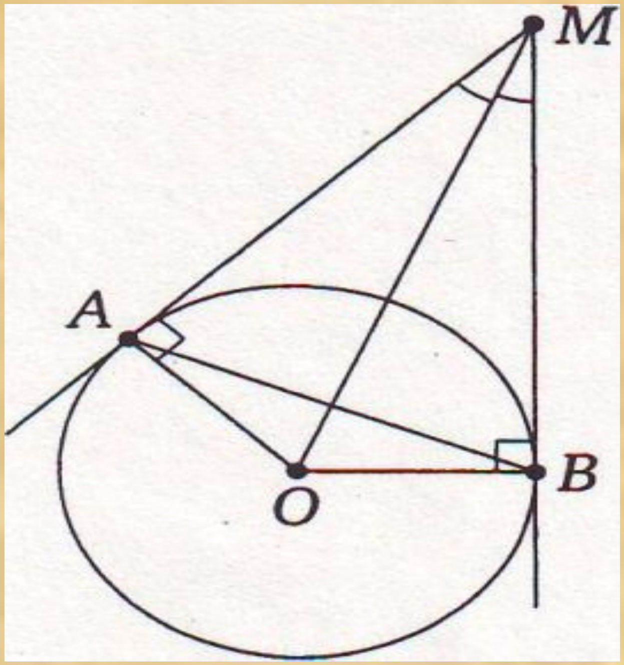


Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их!

Д. Пойа

Глава 8. Касательная к окружности

При решении задач, связанных с касательной, чаще всего используются следующие свойства касательной:



Если из точки M, не лежащей на окружности с центром O, проведены к окружности две касательные MA и MB (A и B - точки касания),т о:

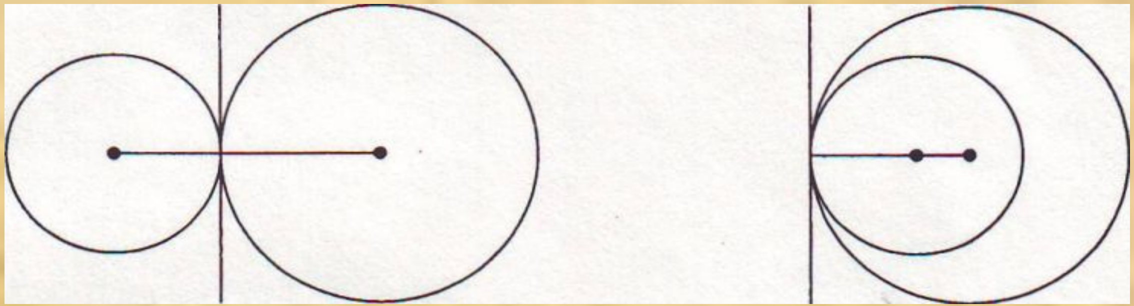
1)MA=MB;

2) MO - биссектриса угла AMB

3) прямая MO перпендикулярна отрезку AB и делит его пополам.

Геометрия полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли. Решить задачу – это значит пережить приключение. В. Произволов

Глава 9. Касающиеся окружности



Окружности касаются внешним образом, если их центры лежат по разные стороны от общей касательной

Окружности касаются внутренним образом, если их центры лежат по одну сторону от общей касательной

Свойство: прямая, проведенная через центры окружностей, проходит через точку касания

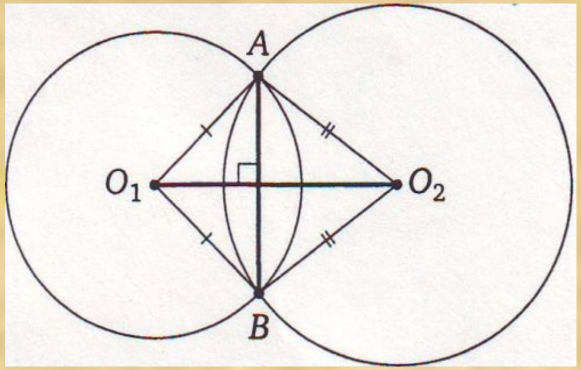
Примечание: если в условии задачи не указано каким образом касаются окружности, то необходимо рассматривать оба случая

Правильному применению методов можно научиться только применяя их на разнообразных примерах. В. Шрадер

Глава 10. Пересекающиеся окружности

При решении задач по данной теме используют свойство пересекающихся окружностей:

Линия центров пересекающихся окружностей перпендикулярна их общей хорде и делит её пополам.

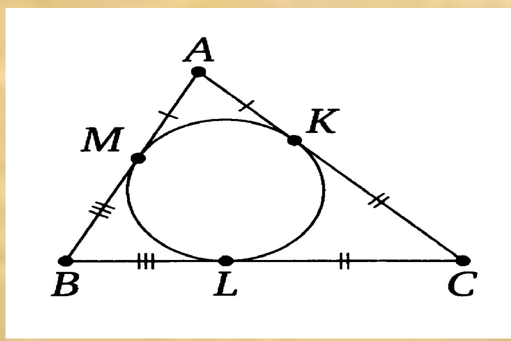


Трудность решения в какой-то мере входит в само понятие задачи: там, где нет трудности, нет и задачи.

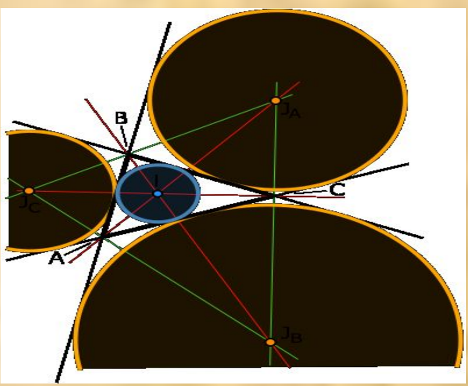
Д. Пойа

Глава 11. Окружности, связанные с треугольником и четырёхугольником

Окружность, вписанная в треугольник



Вневписанные окружности



обозначения

r_1, r_2, r_3 — радиусы вневписанных окружностей с центрами I_1, I_2, I_3, касающиеся соответственно сторон a,b,c ; p — полупериметр треугольника; r — радиус вписанной окружности; R — радиус описанной окружности.

Свойства:

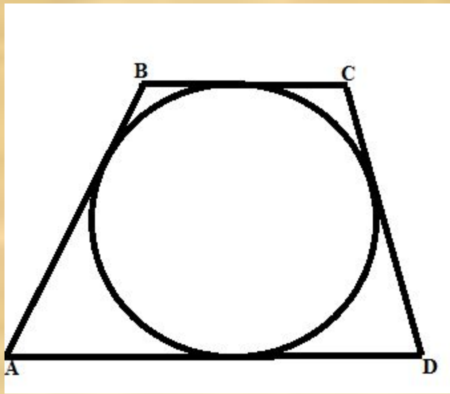
Длина отрезка касательной, проведенной к вневписанной окружности из противоположной вершины, равна полупериметру треугольника.

$4R = r_1 + r_2 + r_3 - r$; $S = pr$; $S = (p - a)r_a$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

Математика уступает свои крепости лишь сильным и смелым.
А.П. Конфорович

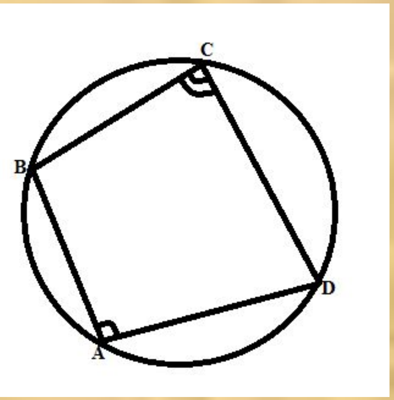
Окружность, вписанная в четырехугольник



Свойство 1. В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

Свойство 2. Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

Окружность, описанная около четырехугольника



Свойство 1. В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.

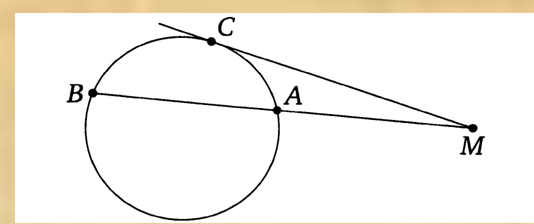
Свойство 2. Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180^0, то около него можно описать окружность.

Доказательство - это рассуждение, которое убеждает.

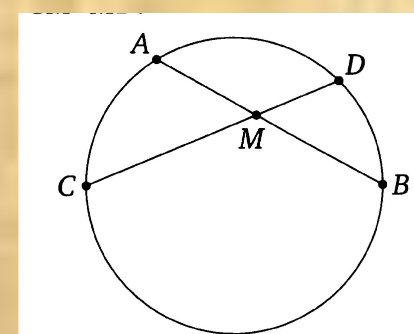
Ю.А. Шиханович

Глава 12. Пропорциональные отрезки в окружности

Теорема (о касательной и секущей). Если из точки, лежащей вне окружности, проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной, т. е. если точка M расположена вне окружности, прямая, проходящая через точку M, касается окружности в точке C, а вторая прямая, проходящая через точку M, пересекает окружность в точках A и B, то $MC^2 = MA \cdot MB$.



Теорема. Произведения отрезков пересекающихся хорд окружности равны, т. е. если хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M, то $AM \cdot MB = CM \cdot MD$.



Следствие. Для данной точки M, данной окружности и любой прямой, проходящей через точку M и пересекающей окружность в точках A и B, произведение $MA \cdot MB$ одно и то же.

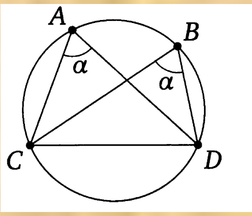
Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле. А.Н. Крылов

Глава 13. Углы, связанные с окружностью. Метод вспомогательной окружности

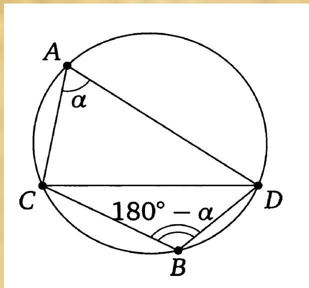
Угловая величина дуги - это угловая величина соответствующего этой дуге центрального угла.

Вписанный угол равен половине угловой величины соответствующего центрального угла (дуги).

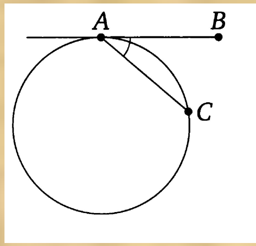
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны, т. е. если точки A и B лежат на окружности по одну сторону от прямой, содержащей хорду CD, то
$\angle CAD = \angle CBD$.



Если же точки A и B лежат по разные стороны от прямой CD, то
$\angle CAD + \angle CBD = 180°$.



Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключённой между ними.



Между духом и материей посредничает математика.

Штейнгауз Гуго

Метод вспомогательной окружности

Условия, при которых четыре точки лежат на одной окружности:

Можно указать точку, равноудалённую от рассматриваемых точек A, B, C и D.

Из точек A и B отрезок CD виден под прямым углом

Из точек A и B, лежащих по одну сторону от прямой CD, отрезок CD виден под одним и тем же углом.

Точки A и B лежат по разные стороны от прямой CD, и при этом сумма углов CAD и CBD равна 180°.

Точки A и B лежат на одной стороне неразвёрнутого угла с вершиной O, точки C и D -на другой, и при этом
OA • OB = OC • OD.

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, и при этом
OA • OB = OC•OD.

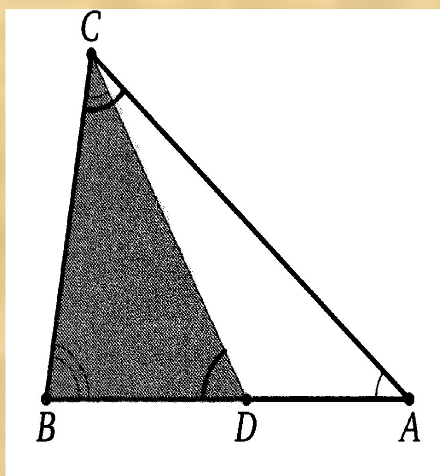
Если тебе трудно сразу понять всю бесконечность, постарайся понять ее хотя бы наполовину.

Врублевский Славомир

Глава 14. Вспомогательные подобные треугольники

При решении задач этой главы ключевая идея состоит в отыскании пары подобных треугольников.

Пример. На стороне АВ треугольника АВС отмечена точка D, причём
*L*BCD = *L*BAC. Известно, что ВС = а, АС =b, АВ = с. Найдите CD.



Решение.

Треугольники CBD и ABC подобны по двум углам,т. к. *L*BCD = *L*BAC по условию, а угол при вершине В —общий. Значит, соответствующие стороны этих треугольников пропорциональны,
т.е. CD: AC=BC:AB. Следовательно,

CD=$\frac{BC \cdot AC}{AB} = \frac{ab}{c}$

Ответ: $\frac{ab}{c}$

Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества . Роджер Бэкон

Заключение

Надеюсь, что рассмотренные теоретические вопросы и решенные задачи помогут не только мне, но и другим обучающимся, заинтересовавшимся моей работой, в успешном решении задания С4 при выполнении ЕГЭ по математике.

Желаю удачи
в изучении геометрии !

Список литературы

1. Р. К. Гордин «ЕГЭ 2010. Математика. Задача С4» под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Ященко. Издательство МЦНМО Москва, 2010
2. Л. Д. Лаппо, М. А. Попов «Математика вступительные испытания. Подготовка к ЕГЭ». Издательство «Экзамен» Москва, 2010
3. В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина «Математика. Репетитор. ЕГЭ 2011». Издательство «Эксмо» Москва, 2010
4. Л. Д. Лаппо, М. А. Попов «Математика. Тематические тренировочные задания. Уровень В, С». Издательство «Экзамен» Москва, 2010
5. И. В. Ященко, С. А. Шестаков, П. И. Захаров «Математика. Тематическая рабочая тетрадь для подготовки к экзамену». Издательство «Экзамен» Москва, 2010
6. Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина «Геометрия 7-9 классы». Издательство «Просвещение» москва, 2009
7. Л. И. Звавич, А. Р. Рязановский «Геометрия в таблицах 7-11 классы. Справочное пособие». Издательство «Дрофа» Москва, 2009
8. А. Н. Роганин, И. В. Лысикова «Математика в схемах и таблицах». Издательство «Эксмо» Москва, 2010