Курсовая работа

Решение задач на построение в стереометрии

Выполнил: Гиззатуллин М.Ф

Основная цель:

Разработка общих методических положений, на которые нужно обратить внимание при изложении темы:

«Решение задач на построение в стереометрии»

Объектом исследования является учебно-воспитательный процесс в общеобразовательной школе

Предмет исследования – методика изучения темы «Решение задач на построение в стереометрии» в курсе геометрии

Задачи:

- исследование уже имеющейся научно-методической литературы по этой теме;
- проведение логико-дидактического анализа изложения этой темы в современных учебных пособиях;
- обобщение и систематизация полученных сведений;
- экспериментальная проверка эффективности использования разработанной методики.

Методы:

- изучение программ, учебных пособий, методических материалов, касающихся построения сечений многогранников;
- сопоставительный анализ школьных учебников различных авторов;
- опытное преподавание;
- наблюдение за учащимися во время проведения занятий.

Методические особенности изучения стереометрии

1. Курс стереометрии полностью опирается на курс планиметрии

2. В стереометрии принципиально другой подход к геометрическим построениям.

3. В курсе стереометрии уделяется большое внимание логической стороне проводимых умозаключений; приходится обосновывать каждый свой вывод, четко устанавливая предпосылки.

4. Программа по стереометрии предполагает более быстрый темп прохождения материала, чем в планиметрии.

5. Курс стереометрии строится аксиоматически.

На I этапе на наглядной основе формируются предпосылки для создания целостного образа фигуры с выделением ее существенных признаков. На данном этапе учитель должен широко использовать модели, реальные объекты окружающего мира. После этого строится чертеж, который закрепляет рассмотрение соответствующей геометрической конфигурации.

На II этапе роль моделей несколько уменьшается, т. к. в противном случае у школьников будет тормозиться развитие способностей мысленно представлять себе особенности расположения фигуры и ее элементов.

III этап: - овладение умением оперировать образами в измененных условиях. Школьники сначала работают с основным чертежом, который однако часто не дает возможность увидеть особенности расположения фигуры с разных позиций.

IV этап: Учащиеся должны конструировать стереометрические объекты самостоятельно на базе сформулированных ранее представлений.

Основными методами построения сечений многогранников являются следующие методы:

1. **Метод следов.** Суть метода заключается в построении вспомогательной прямой, являющейся изображением линии пересечения секущей плоскости с плоскостью какой-либо грани фигуры.

2. **Метод вспомогательных сечений.** Этот метод построения сечений многогранников является в достаточной мере универсальным. В тех случаях, когда нужный след (или следы) секущей плоскости оказывается за пределами чертежа, этот метод имеет даже определенные преимущества.

3. **Комбинированный метод построения сечений.** Суть комбинированного метода построения сечений многогранников состоит в применении теорем о параллельности прямых и плоскостей в пространстве в сочетании с методом следов и методом вспомогательных сечений.

4. **Координатный метод построения сечений.** Суть координатного метода заключается в вычислении координат точек пересечения ребер или многогранника с секущей плоскостью, которая задается уравнением плоскости. Уравнение плоскости сечения вычисляется на основе условий задачи.

Четыре цикла заданий, иллюстрирующих выполнение основных построений в пространстве.

3.1. Отыскивание множеств точек, обладающих определенным свойством

3.2. Построение параллельных и перпендикулярных прямых и плоскостей.

3.3. Построения, основанные на применение некоторых свойств точек и прямых

3.4. Построения на многогранниках

Примеры построения сечений.

Пример 1.

Рассмотрим прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Построим сечение, проходящее через точки M, N, L (Рис. 23).

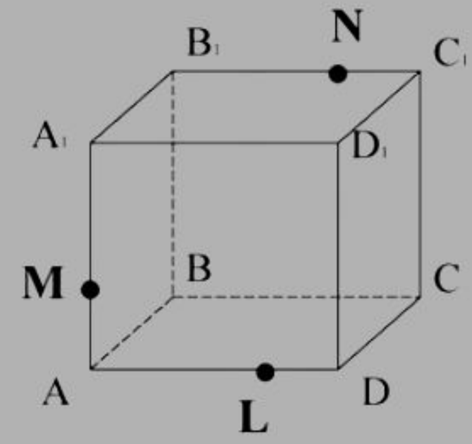


Рис. 23

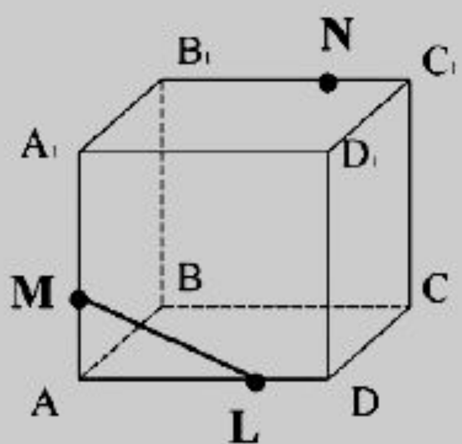


Рис. 24

Соединим точки M и L, лежащие в плоскости AA_1D_1D (Рис. 24).

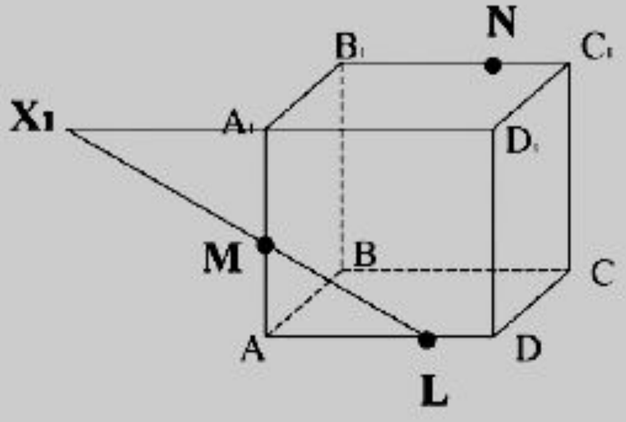


Рис. 25

Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D. Получим точку X_1 (Рис. 25).

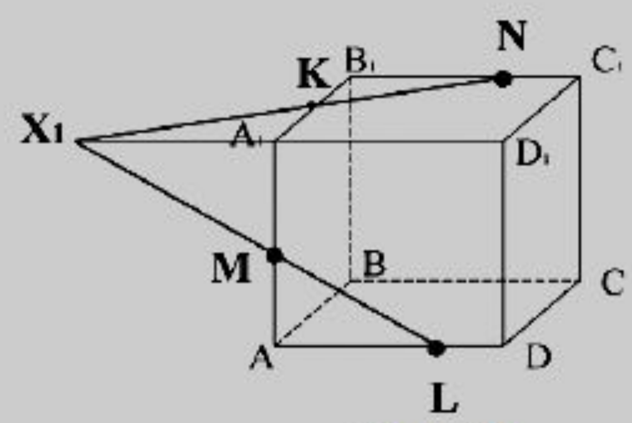


Рис. 26

Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1, а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее с точкой N, лежащей в этой же плоскости (Рис. 26)

X_1N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K.

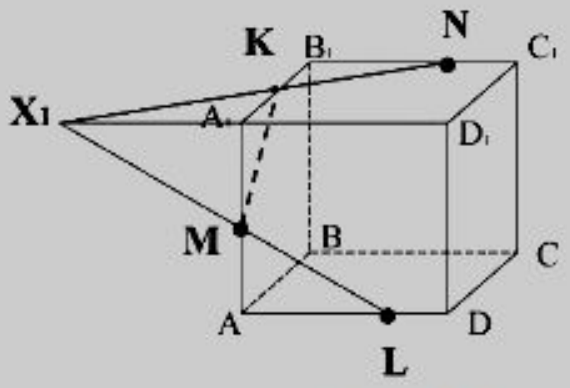


Рис. 27

Соединим точки K и M, лежащие в одной плоскости AA_1B_1B (Рис. 27).

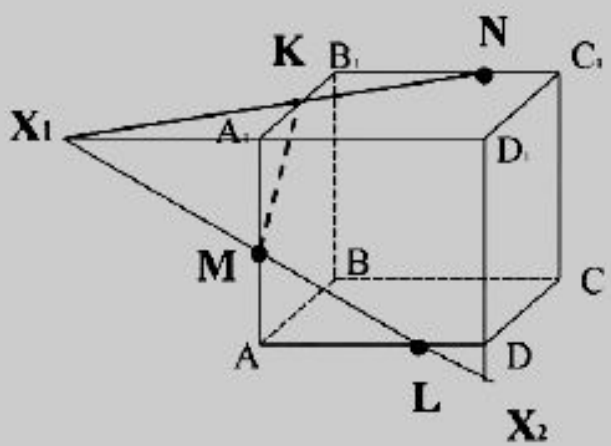


Рис. 28

Найдем прямую пересечения плоскости сечения с плоскостью DD_1C_1C:

пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром DD_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D, получим точку X_2 (Рис.28):

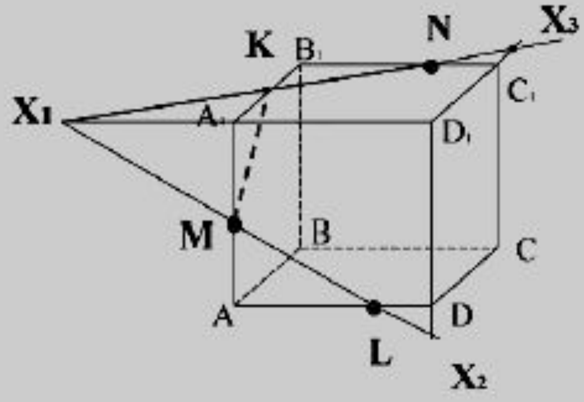


Рис. 29

Пересечем прямую KN (принадлежащую сечению) с ребром D_1C_1, они лежат в одной плоскости $A_1B_1C_1D_1$, получим точку X_3 (Рис. 29):

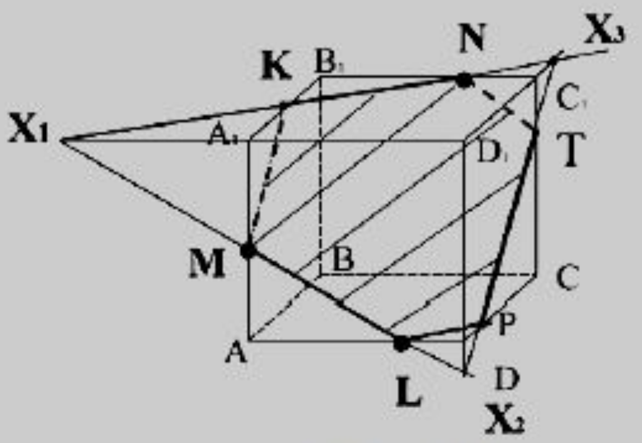


Рис. 30

Точки X_2 и X_3 лежат в плоскости DD_1C_1C. Проведем прямую X_2 X_3 , которая пересечет ребро C_1C в точке T, а ребро DC в точке P. И соединим точки L и P, лежащие в плоскости ABCD (Рис. 30)

MKNTPL - искомое сечение.

Пример 2.

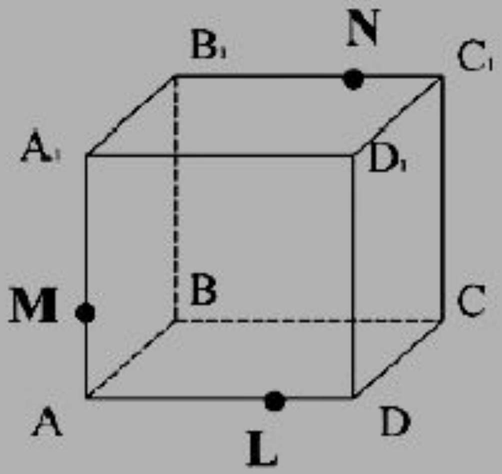
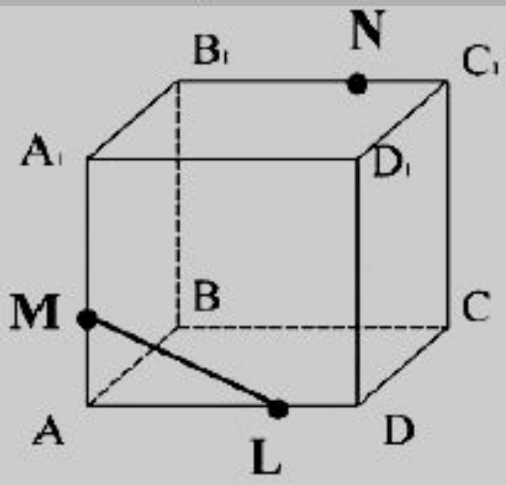
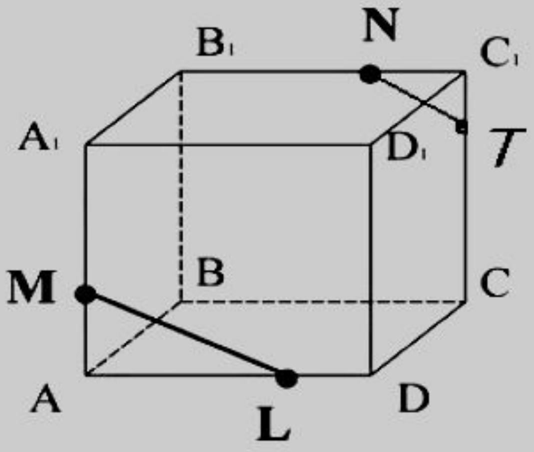


Рис. 31

Рассмотрим ту же самую задачу на построение сечения, но воспользуемся свойством параллельных плоскостей. Это облегчит нам построение сечения.

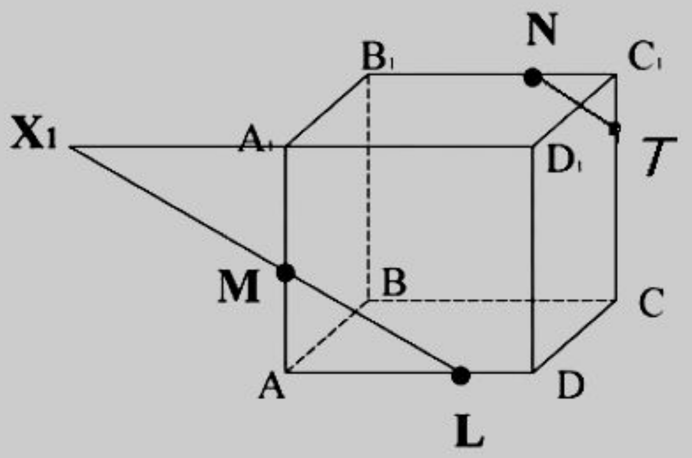


Соединим точки M и L, лежащие в плоскости AA_1D_1D (Рис. 32)



Через точку N, проведем прямую NT параллельную прямой ML (Рис. 33). Прямые NT и ML лежат в параллельных плоскостях по свойству параллелепипеда.

Рис. 33



Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D. Получим точку X_1 (Рис. 34).

Рис. 34

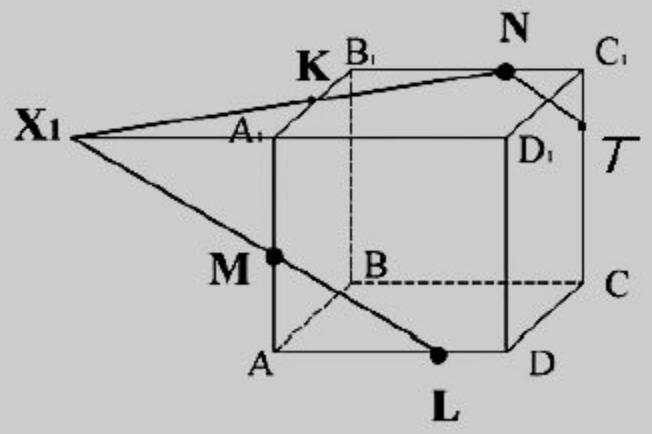


Рис. 35

Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1, а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее сточкой N, лежащей в этой же плоскости (Рис. 35). X_1 N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K.

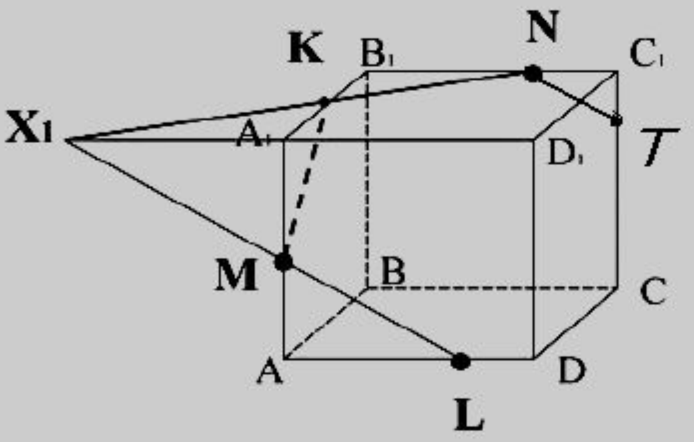


Рис. 36

Соединим точки K и M, лежащие в одной плоскости AA_1B_1B (Рис. 36).

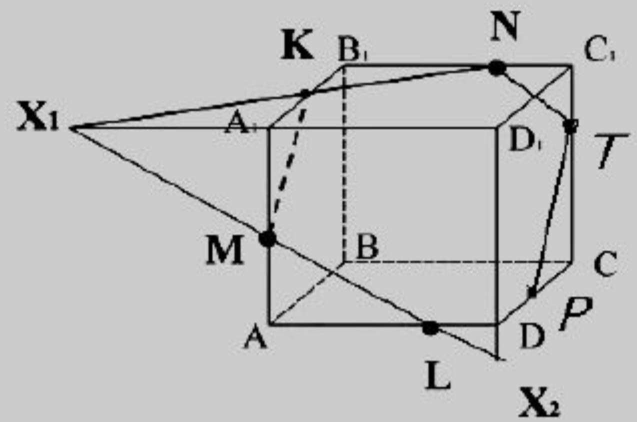


Рис. 37

Проведем прямую *TP* через точку T, параллельно прямой *KM* (они лежат в параллельных плоскостях) (Рис. 37).

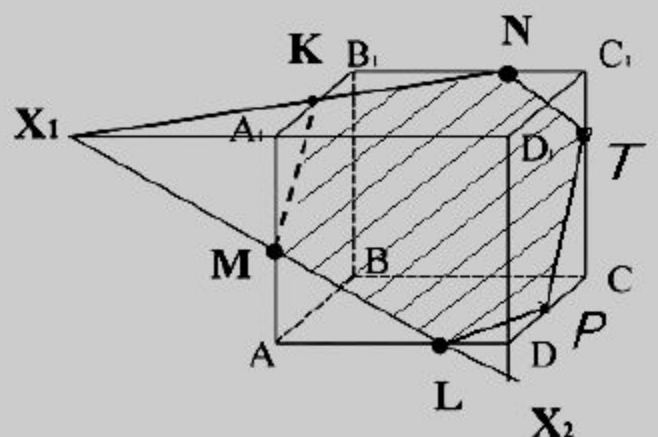


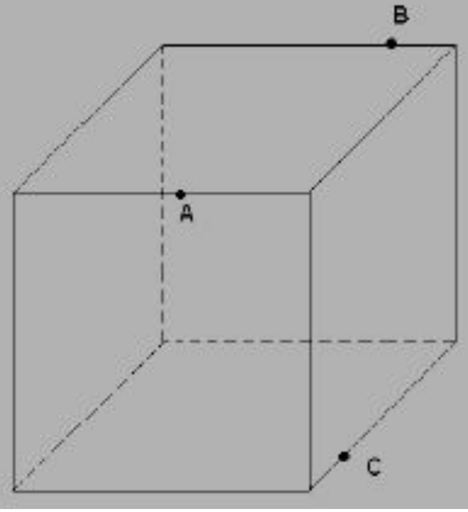
Рис. 38

Соединим точки P и L (они лежат в одной плоскости) (Рис. 38).

MKNTPL - искомое сечение.

Пример 3.

Постройте сечение куба плоскостью проходящей через точки, указанные на рисунке



Решение:

А) проводим линию пересечения с гранью куба (AB)

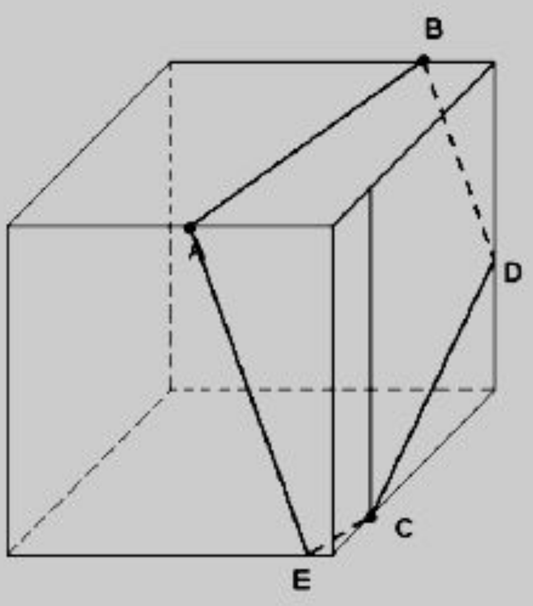
Б) проводим параллельную ей (AB)на противолежащей грани (EC)

В) проводим EA

Г) проводим прямую BD||EA

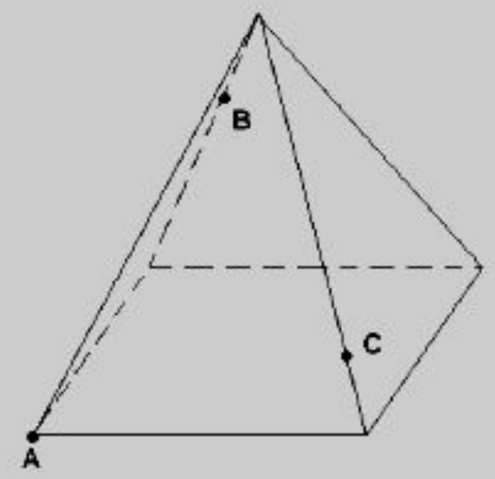
Д) Соединяем D с C

Сечение (ABDCE) построено.



Пример 4

Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, через точки, указанные на рисунке



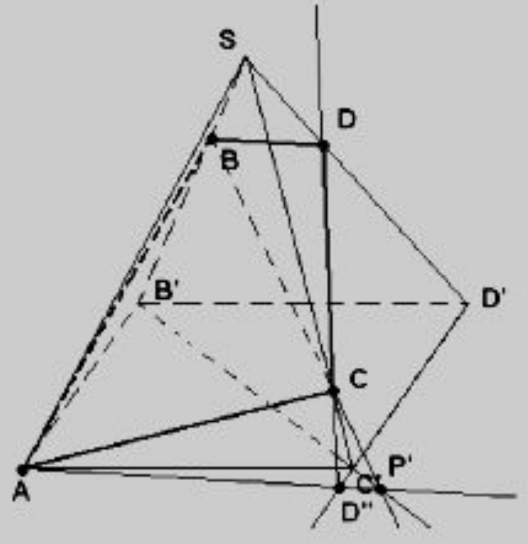
А) проецируем на плоскость основания, путем центрального проецирования из вершины, точки B и C, получая точки: B' и C'.

Б) пересекаем прямые B'C' и BC, находим точку P'

В) пересекаем AP' и D'C', находим точку D".

Г) пересекаем D"C и SD', находим D

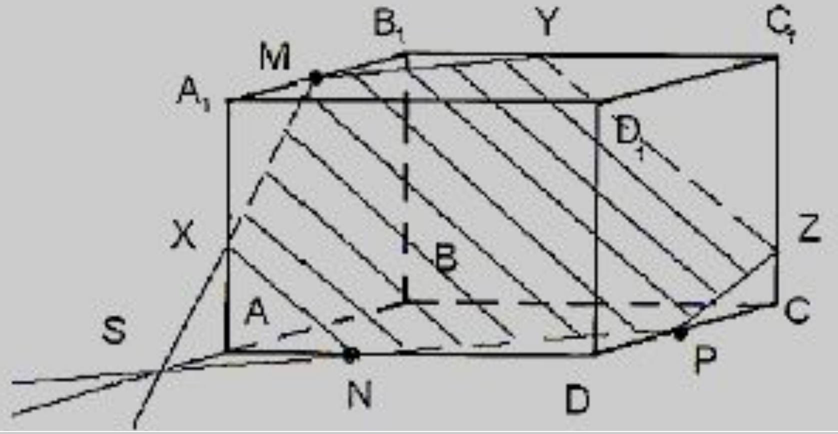
ABDC – сечение.



Пример 5

Дано: Построить сечение призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – призма, $M \in A_1B_1$, $N \in AD$, $P \in DC$

Найти: Сечение $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью проходящей через точки M, N, P



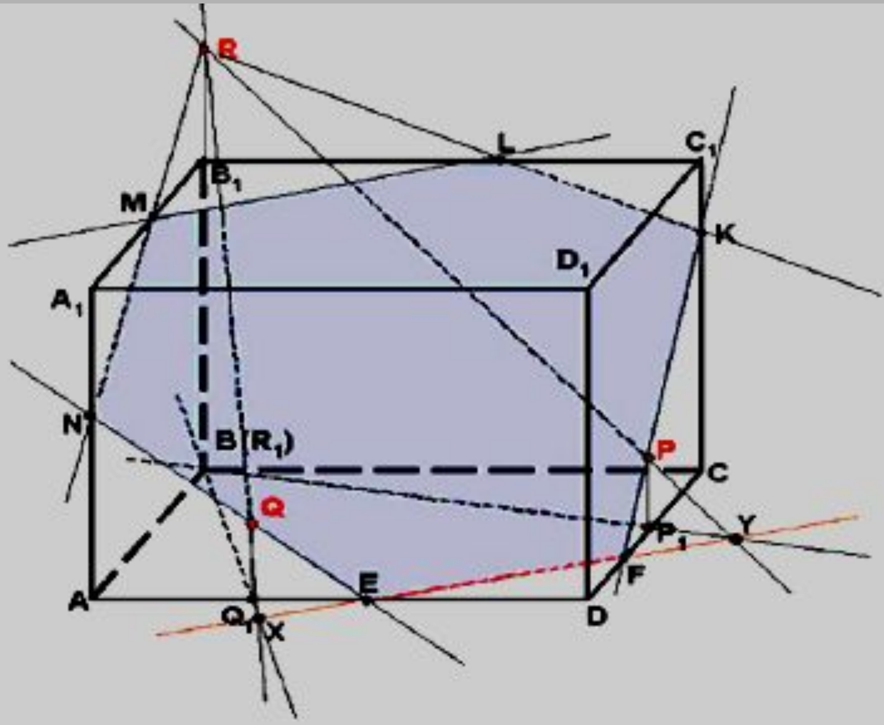
Решение: Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проодящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда. Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S. Эта точка принадлежит плоскости сечения. Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X. Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D, соединим их и получим прямую XN. Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку

M можно провести прямую в грани $A_1B_1C_1D_1$, параллельную прямой NP. Эта прямая пересечет сторону B_1C_1 в точке Y. Аналогично проводим прямую YZ, параллельно прямой XN. Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – $MYZPNX$.

Пример 6

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$-параллепипед, $P \in CC_1D_1D$, $Q \in AA_1D_1D$, $R \in BB_1$.
Построить: сечение $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью PQR.

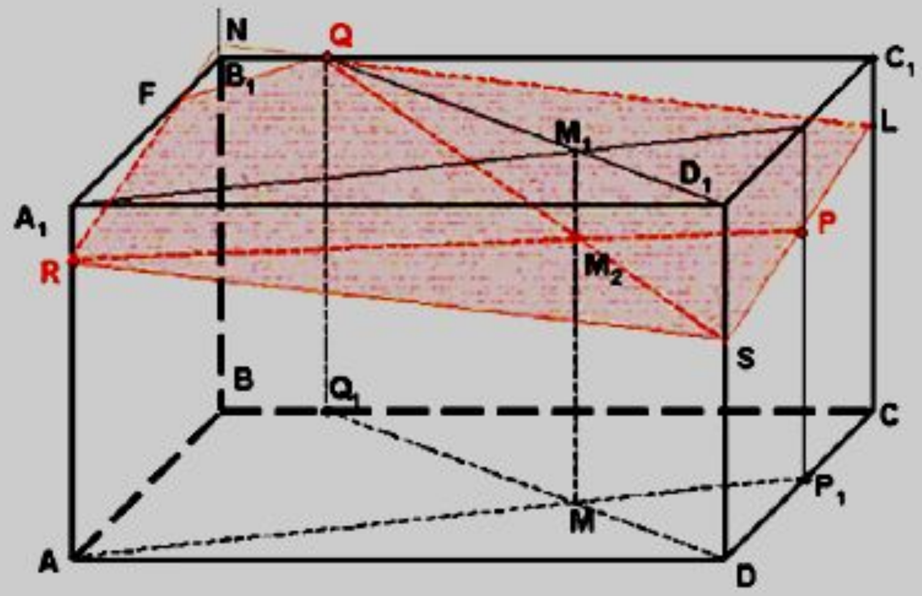
Решение:



Пример 7

Дано: Точки P, Q и R взяты на поверхности параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ следующим образом: точка P лежит на грани CC_1D_1D, точка Q - на ребре B_1C_1, а точка R - на ребре AA_1. Построить: сечение параллелепипеда плоскостью (PQR).

Решение:

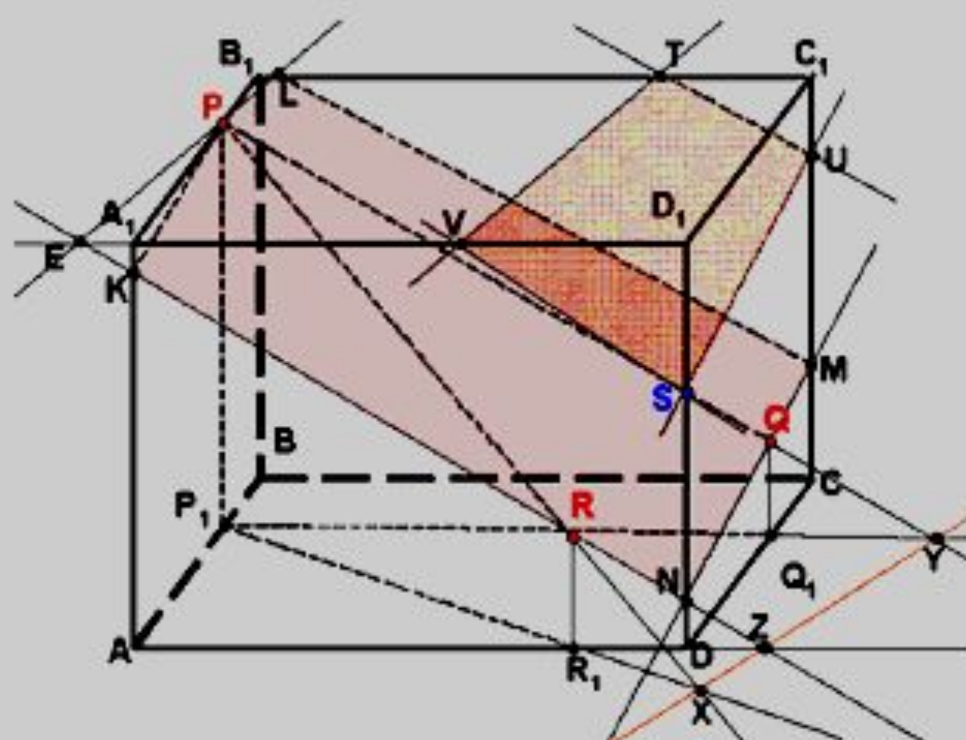


Пример 8

Дано: На рёбрах A_1B_1 и DD_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взяты соответственно точки P и S, а в гранях DD_1C_1C и AA_1D_1D соответственно точки Q и R.

Построить: сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку S параллельно плоскости PQR.

Решение:



В данной работе были рассмотрены основные, общие моменты изучения построения в школьном курсе стереометрии.

В связи с чем были выполнены следующие задачи:

- исследование уже имеющейся научно-методической литературы по этой теме;
- проведение логико-дидактического анализа изложения этой темы в современных учебных пособиях;
- обобщение и систематизация полученных сведений;
- экспериментальная проверка эффективности использования разработанной методики.

На основе исследования сделаны следующие выводы:

1. Методы построений в стереометрии используется в задачах на построение.
2. Данный материал характеризуется следующим особенностями:
 - Метод сечений применяется только для многогранников, так как различные сложные (наклонные) виды сечений тел вращения не входят в программу средней школы.
- В задачах используются в основном простейшие многогранники.
- Задачи представлены в основном без числовых данных, чтобы создать возможность их многовариантного использования.
Указанные особенности должны быть учтены педагогическим работником при разработке методики обучения школьников решению задач на построения в стереометрии.
3. Чтобы решить задачу построения в стереометрии обучающийся должен знать:
- что значит построить многогранники;
- как могут располагаться относительно друг друга многогранник и плоскость;
- как задается плоскость;
- когда задача на построение сечения многогранника плоскостью считается решенной.
- Решение любых стереометрических задач требует не только вычислительных и логических умений и навыков, но и умений изображать пространственные фигуры на плоскости

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!