

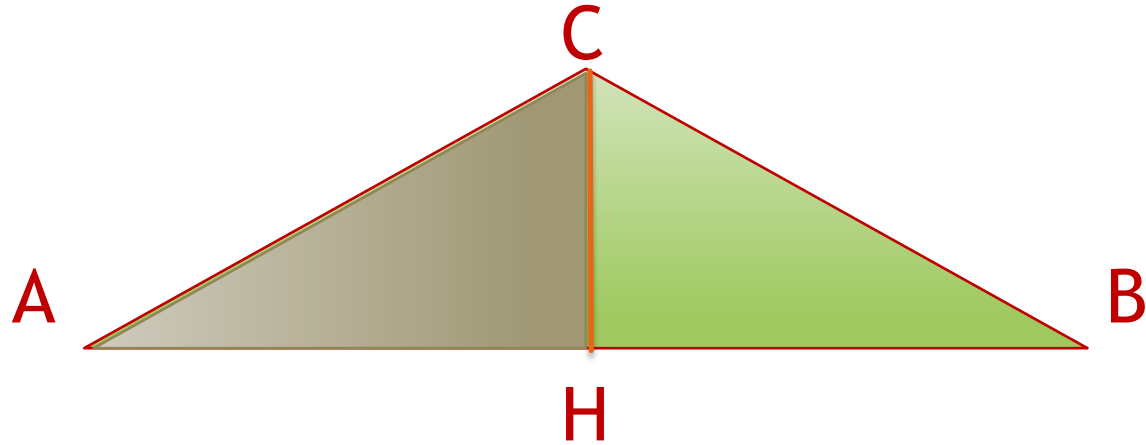
Тема урока

**Формулы для радиусов
вписанных и описанных
окружностей правильных
многоугольников.**

Выполнил: учитель математики Аюбов Р.К.

Актуализация опорных знаний

1. Свойство биссектрисы равнобедренного треугольника.



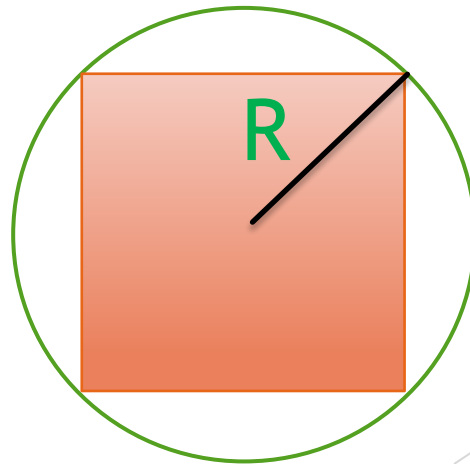
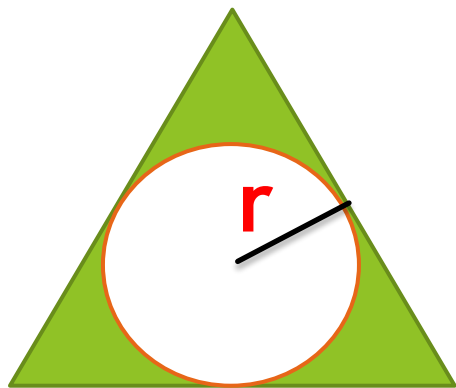
$$AH = BH$$
$$CH \perp AB$$

2. Определение синуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника.

$$\sin \angle ACH = \frac{AH}{AC}$$

$$\operatorname{tg} \angle ACH = \frac{AH}{CH}$$

Цели: ввести формулы, связывающие радиусы R описанной и r вписанной окружностей для правильного многоугольника со стороной a и числом сторон n ; формировать умение применять полученные знания при решении задач; повышение уровня мотивации учащихся к изучению геометрии.



**Высшее проявление духа – это разум.
Высшее проявление разума – это геометрия.
Клетка геометрии – треугольник.
Он так же неисчерпаем, как и вселенная.
Окружность – душа геометрии.
Познайте окружность, и вы не только познаете
Душу геометрии, но и возвысите свою душу.**

И.Ф. Шарыгин.

Задачи

1. Найдите угол правильного пятиугольника, шестиугольника, восьмиугольника.

2. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если его внутренний угол равен 108 градусам.

1. Найдите угол правильного восьмиугольника.

Решение: $a = (180^\circ * (n-2)) / n$

$$a = (180^\circ * (8-2)) / 8 = 135^\circ$$

Ответ: 135°.

2. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если его внутренний угол равен 108 градусам.

$$a = (180^\circ * (n-2)) / n$$

Решение: $108^\circ = (180^\circ * (n-2)) / n$

$$180n - 360 = 108n$$

$$72n = 360$$

$$n = 360 / 72 = 5$$

Ответ: 5.

Вокруг всякого правильного n -угольника можно описать окружность. Центр окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров сторон многоугольника.

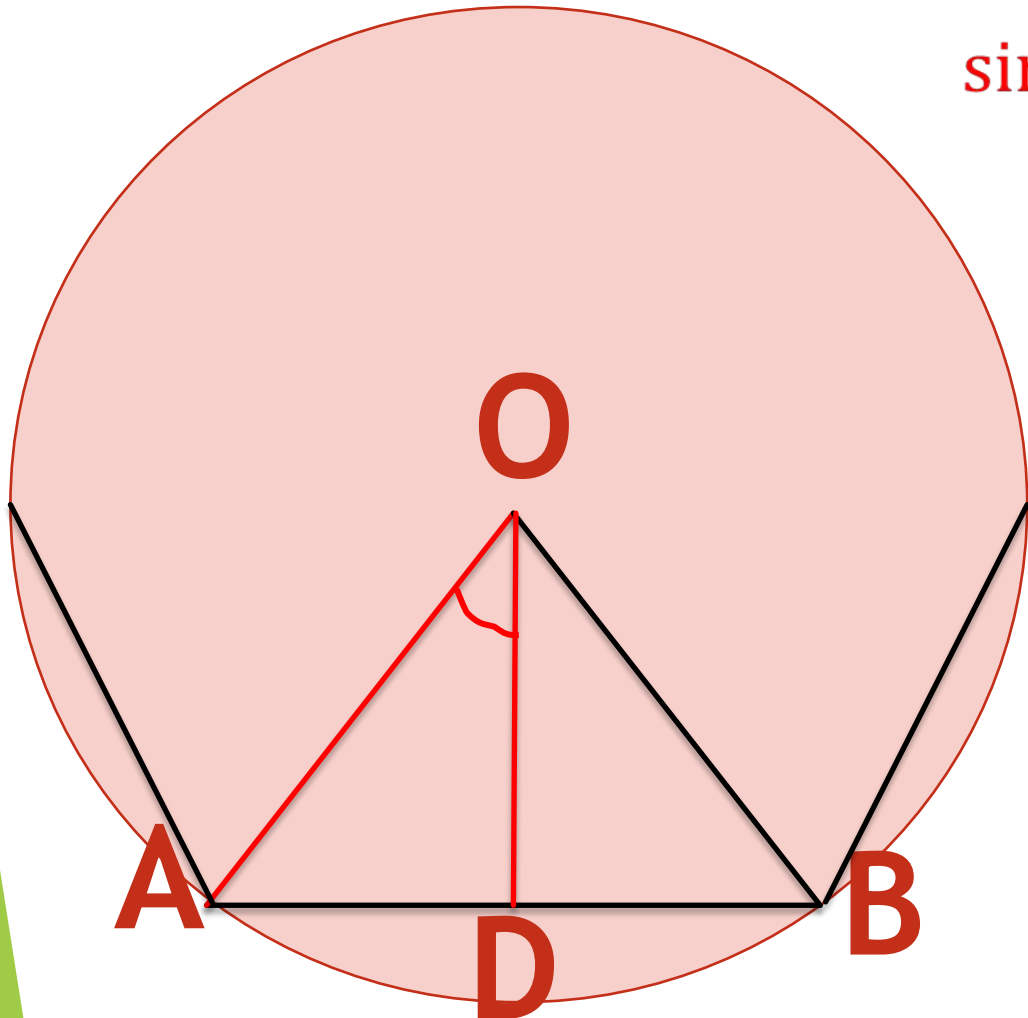
В каждый правильный многоугольник можно описать окружность. Центр окружности – точка пересечения биссектрис углов.

Вписанная и описанная окружности правильного многоугольника имеют общий центр. Он называется центром данного правильного многоугольника.

Задача 1.

Дано: n - число сторон правильного многоугольника,
 a_n - сторона. Выразить R и r через a_n и n .

Решение:



$$\sin \angle AOD = \frac{AD}{AO} = \frac{a/2}{R} = \frac{a}{2R}$$

$$\sin \angle AOD = \frac{a}{2R}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$$

Задача 2.

Выразить сторону правильного шестиугольника через R и r .

$$R = \frac{a}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$$

$$\begin{aligned} a &= R \cdot 2\sin\frac{180^\circ}{n} = R \cdot 2\sin 30^\circ \\ &= R \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = R, \quad \text{т.е. } a_6 = R. \end{aligned}$$

$$r = \frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$$

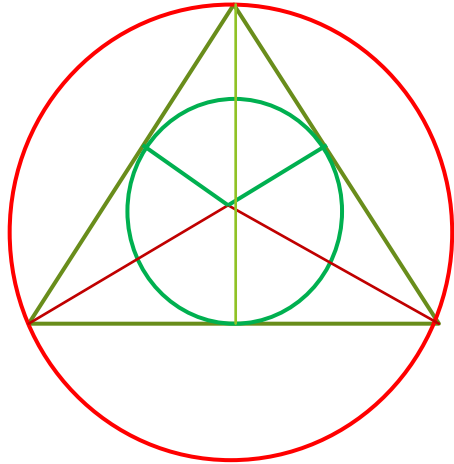
$$a = r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n} = r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{6} = r \cdot 2\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}r,$$

$$a = R \cdot 2\sin\frac{180^\circ}{n}$$

$$a = r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}$$

Закрепление.

Найти: R и r , при $n = 3$ (правильный треугольник).

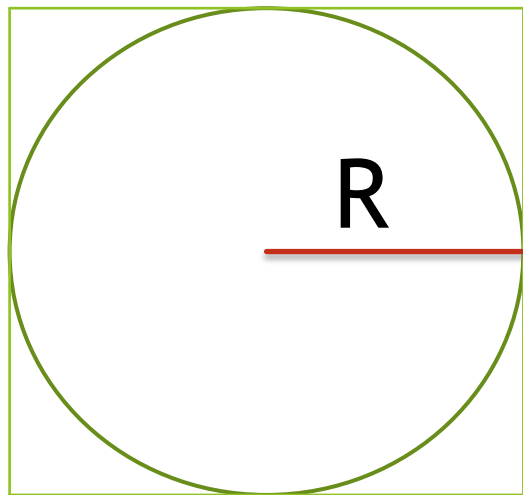


$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{3}} = \frac{a}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}};$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{3}} = \frac{a}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}.$$

Задача 17.(В-18)

Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 16.

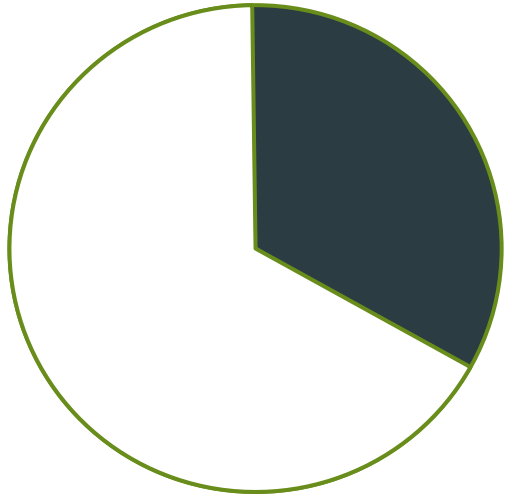


$$S = 32 \cdot 32 = 2^5 \cdot 2^5 = 1024$$

Ответ: 1024.

Задача 17.(В-6)

Площадь круга 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 120° .

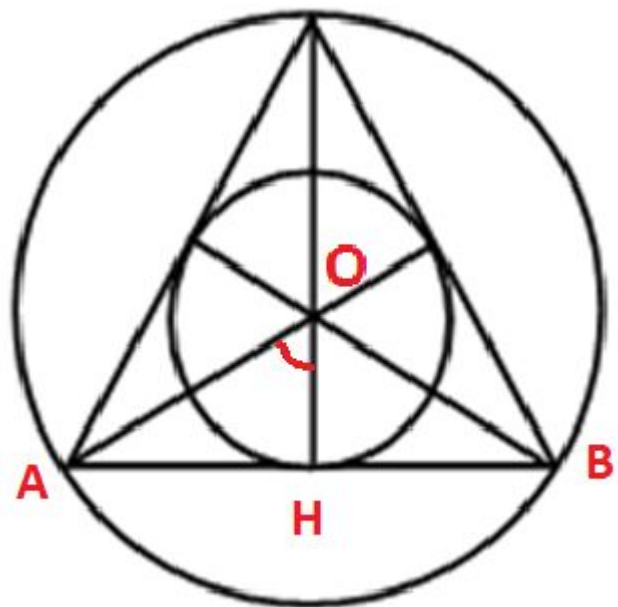


$$S_c = (69 : 360) \cdot 120 = 23.$$

Ответ: 23.

Задача.

Найдите сторону равностороннего треугольника, если радиус описанной около него окружности равен $10\sqrt{3}$



Решение:

$$1) \sin 60^\circ = \frac{AH}{AO}, \quad AH = AO \cdot \sin 60^\circ$$

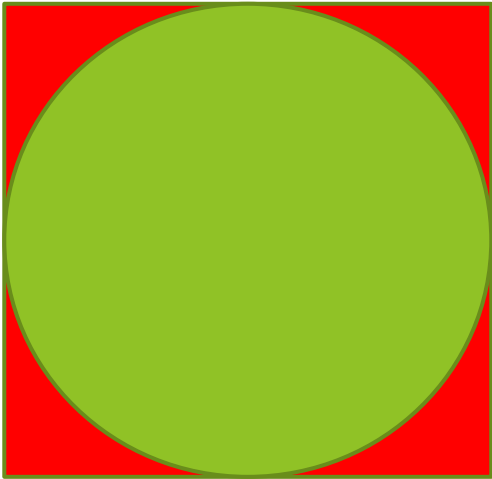
$$AH = AO \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15.$$

$$AB = AH \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30.$$

$$a = R \cdot 2 \sin \frac{180^\circ}{n} = 10\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30.$$

Задача.

Найдите площадь квадрата, описанного около
круга площадью 25π .



$$1) S = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad 25\pi = \pi \cdot r^2$$
$$r^2 = 25$$
$$r = 5;$$

$$2) a = 2 \cdot r = 2 \cdot 5 = 10;$$

$$S = a^2 = 10^2 = 100.$$

Ответ: 100.

Итог урока.

*– У какого выпукло
углы прямые?*

*– Приведите пример
которых все стороны равны, но он не является правильным.*

Домашнее задание *матричную таблицу*
«Правильный много» *7 (B7).*

ramazan-ark@yandex.ru