

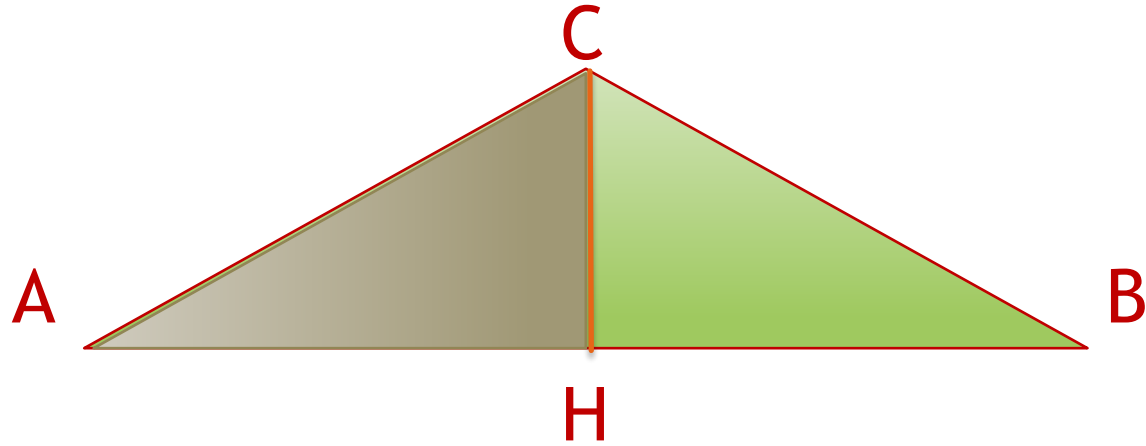
**Тема урока**

**Формулы для радиусов  
вписанных и описанных  
окружностей правильных  
многоугольников.**

**Выполнил: учитель математики Аюбов Р.К.**

# Актуализация опорных знаний

## 1. Свойство биссектрисы равнобедренного треугольника.



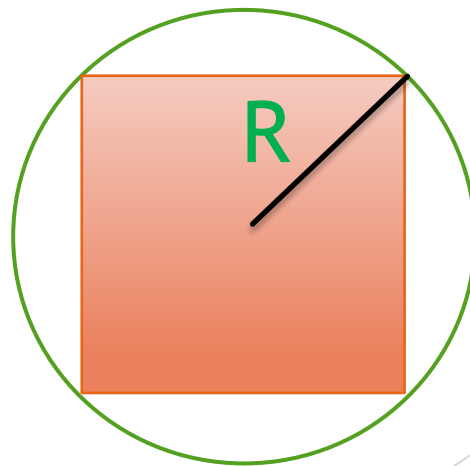
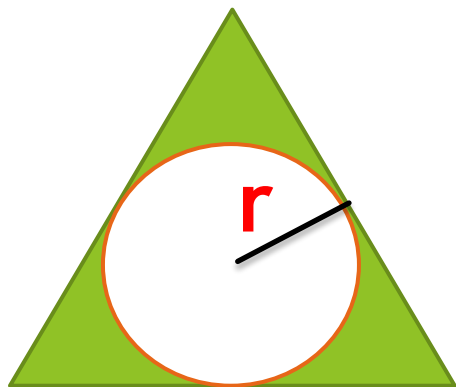
$$AH = BH$$
$$CH \perp AB$$

## 2. Определение синуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника.

$$\sin \angle ACH = \frac{AH}{AC}$$

$$\operatorname{tg} \angle ACH = \frac{AH}{CH}$$

**Цели:** ввести формулы, связывающие радиусы  $R$  описанной и  $r$  вписанной окружностей для правильного многоугольника со стороной  $a$  и числом сторон  $n$ ; формировать умение применять полученные знания при решении задач; повышение уровня мотивации учащихся к изучению геометрии.



**Высшее проявление духа – это разум.  
Высшее проявление разума – это геометрия.  
Клетка геометрии – треугольник.  
Он так же неисчерпаем, как и вселенная.  
Окружность – душа геометрии.  
Познайте окружность, и вы не только познаете  
Душу геометрии, но и возвысите свою душу.**

**И.Ф. Шарыгин.**

## ***Задачи***

***1. Найдите угол правильного пятиугольника, шестиугольника, восьмиугольника.***

***2. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если его внутренний угол равен 108 градусам.***

**1. Найдите угол правильного восьмиугольника.**

**Решение:**  $a = (180^\circ * (n-2)) / n$

$$a = (180^\circ * (8-2)) / 8 = 135^\circ$$

**Ответ: 135°.**

**2. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если его внутренний угол равен 108 градусам.**

$$a = (180^\circ * (n-2)) / n$$

**Решение:**  $108^\circ = (180^\circ * (n-2)) / n$

$$180n - 360 = 108n$$

$$72n = 360$$

$$n = 360 / 72 = 5$$

**Ответ: 5.**

*Вокруг всякого правильного  $n$ -угольника можно описать окружность. Центр окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров сторон многоугольника.*

*В каждый правильный многоугольник можно описать окружность. Центр окружности – точка пересечения биссектрис углов.*

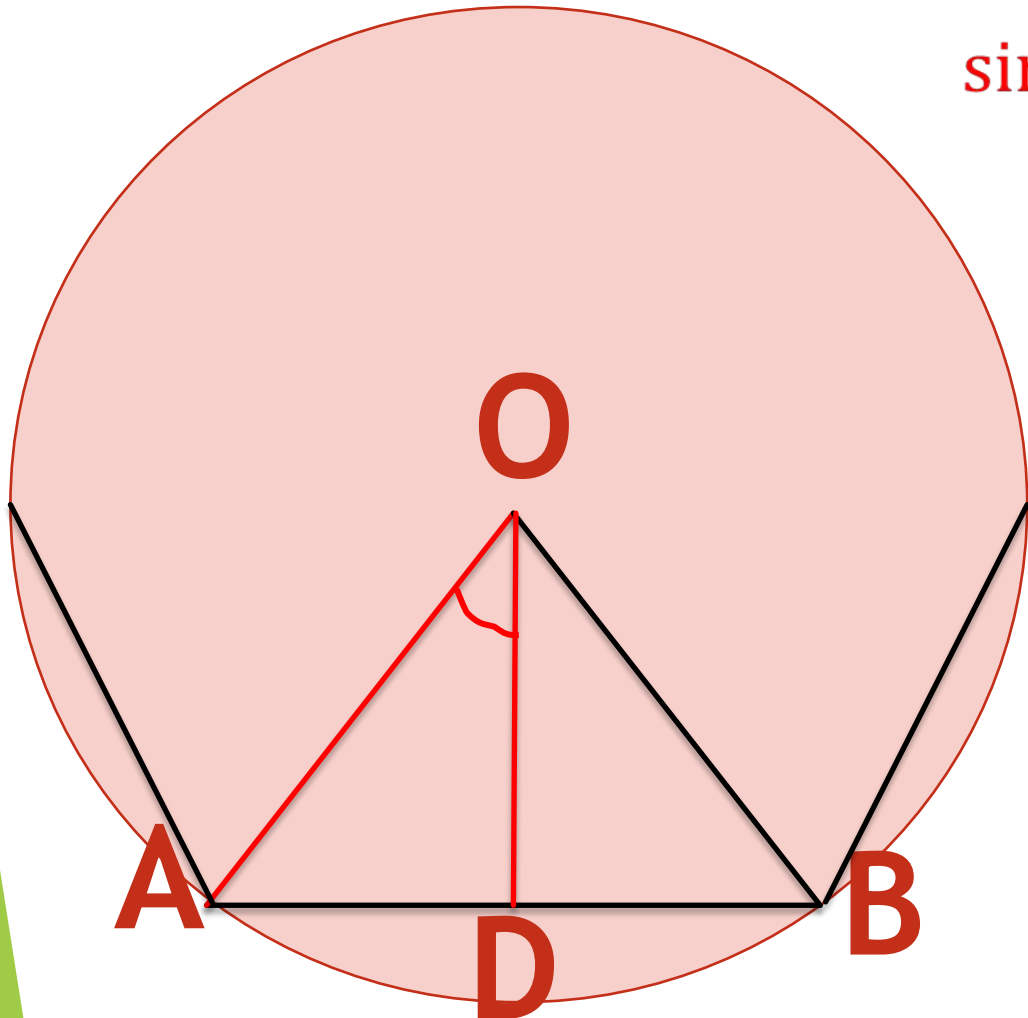
*Вписанная и описанная окружности правильного многоугольника имеют общий центр. Он называется центром данного правильного многоугольника.*



### Задача 1.

Дано:  $n$  - число сторон правильного многоугольника,  
 $a_n$  - сторона. Выразить  $R$  и  $r$  через  $a_n$  и  $n$ .

Решение:



$$\sin \angle AOD = \frac{AD}{AO} = \frac{a/2}{R} = \frac{a}{2R}$$

$$\sin \angle AOD = \frac{a}{2R}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$$

## Задача 2.

Выразить сторону правильного шестиугольника через  $R$  и  $r$ .

$$R = \frac{a}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$$

$$\begin{aligned} a &= R \cdot 2\sin\frac{180^\circ}{n} = R \cdot 2\sin 30^\circ \\ &= R \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = R, \quad \text{т.е. } a_6 = R. \end{aligned}$$

$$r = \frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$$

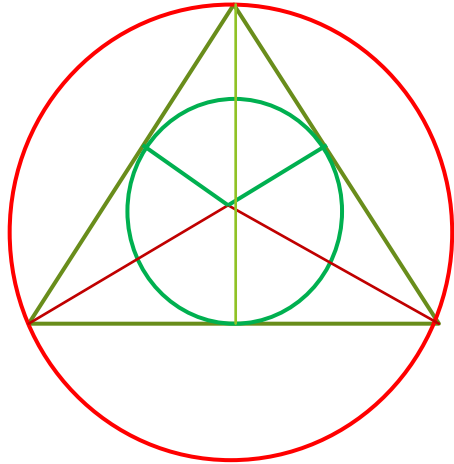
$$a = r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n} = r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{6} = r \cdot 2\operatorname{tg}30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}r,$$

$$a = R \cdot 2\sin\frac{180^\circ}{n}$$

$$a = r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}$$

### *Закрепление.*

*Найти:  $R$  и  $r$ , при  $n = 3$  (правильный треугольник).*

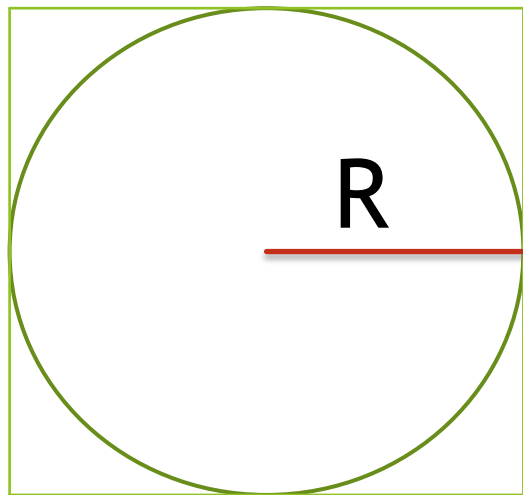


$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{3}} = \frac{a}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}};$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{3}} = \frac{a}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}.$$

## Задача 17.(В-18)

Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 16.

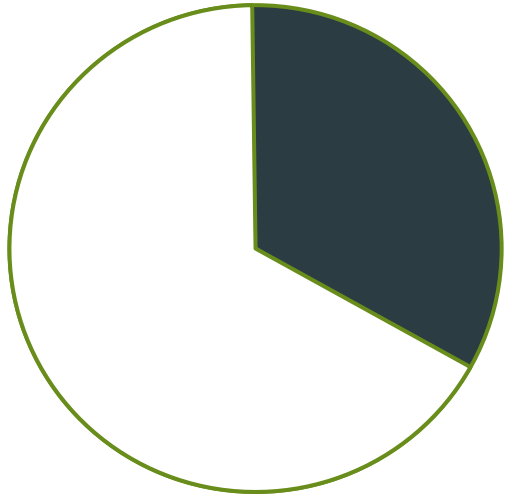


$$S = 32 \cdot 32 = 2^5 \cdot 2^5 = 1024$$

Ответ: 1024.

## Задача 17.(В-6)

Площадь круга 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен  $120^\circ$ .

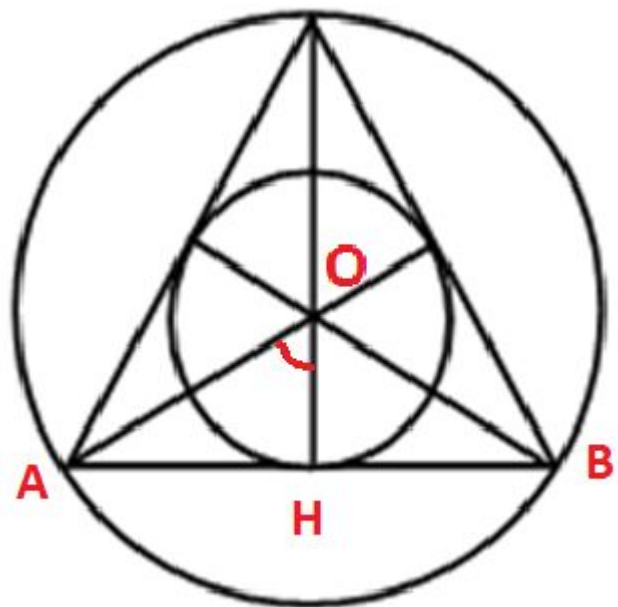


$$S_c = (69 : 360) \cdot 120 = 23.$$

Ответ: 23.

### Задача.

Найдите сторону равностороннего треугольника, если радиус описанной около него окружности равен  $10\sqrt{3}$



Решение:

$$1) \sin 60^\circ = \frac{AH}{AO}, \quad AH = AO \cdot \sin 60^\circ$$

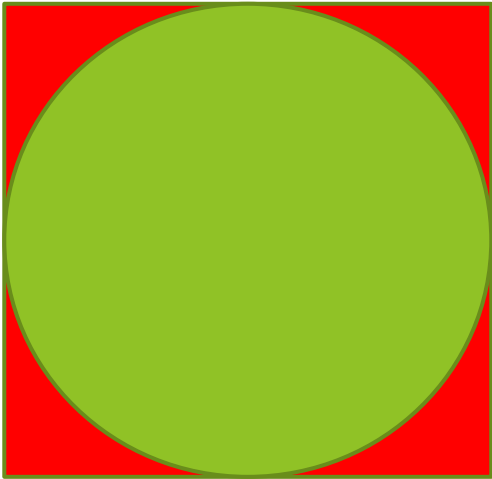
$$AH = AO \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15.$$

$$AB = AH \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30.$$

$$a = R \cdot 2 \sin \frac{180^\circ}{n} = 10\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30.$$

Задача.

Найдите площадь квадрата, описанного около круга площадью  $25\pi$ .



$$1) S = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 25\pi &= \pi \cdot r^2 \\ r^2 &= 25 \\ r &= 5; \end{aligned}$$

$$2) a = 2 \cdot r = 2 \cdot 5 = 10;$$

$$S = a^2 = 10^2 = 100.$$

**Ответ: 100.**

## *Итог урока.*

*– У какого выпуклого  
углы прямые?*

*– Приведите пример  
когоугольника, у  
которых все стороны равны, но он не является правильным.*

*Домашнее задание* *матричную таблицу*  
*«Правильный многоугольник»* *7 (B7).*

[ramazan-ark@yandex.ru](mailto:ramazan-ark@yandex.ru)