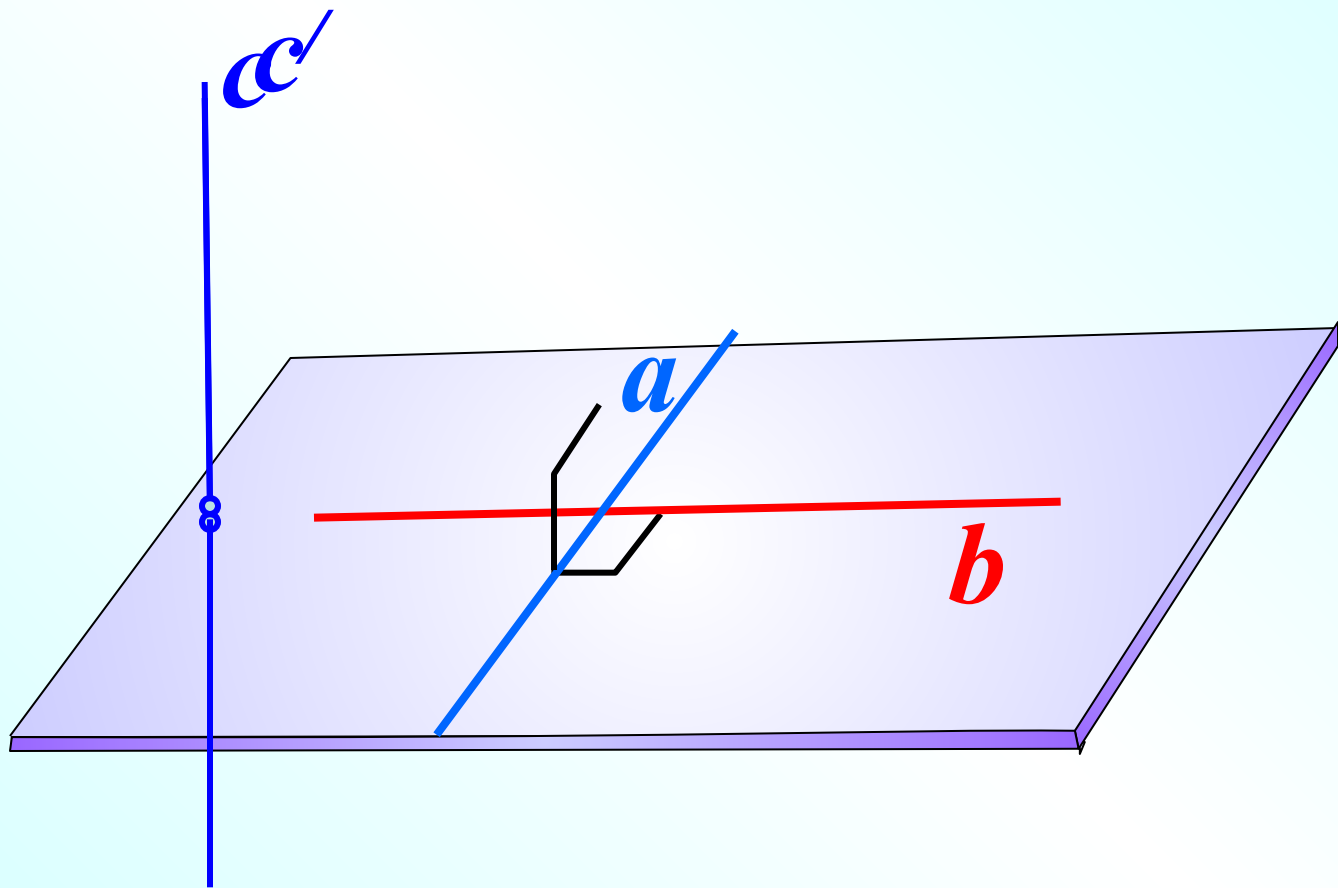


Перпендикулярность

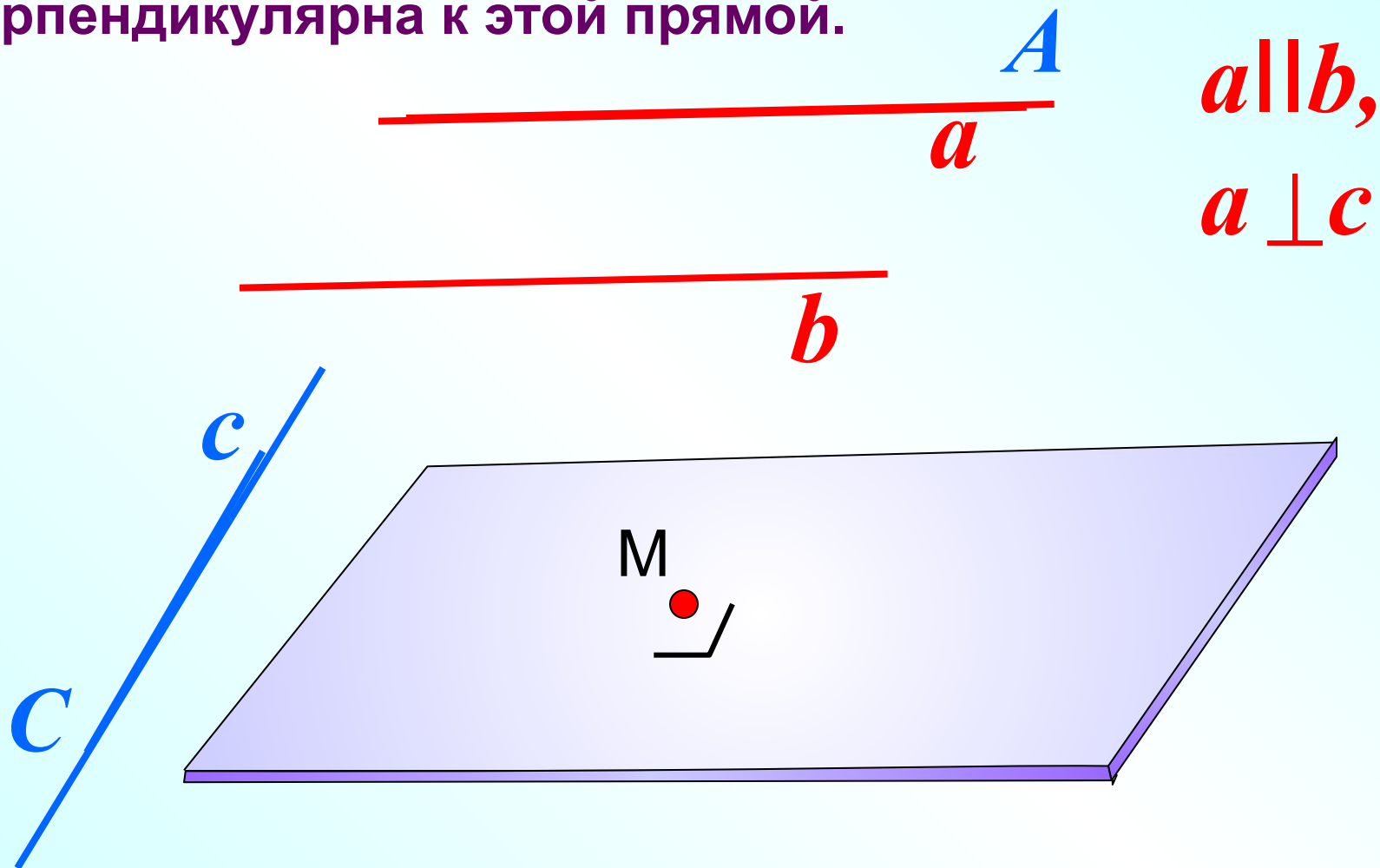
прямой и плоскости

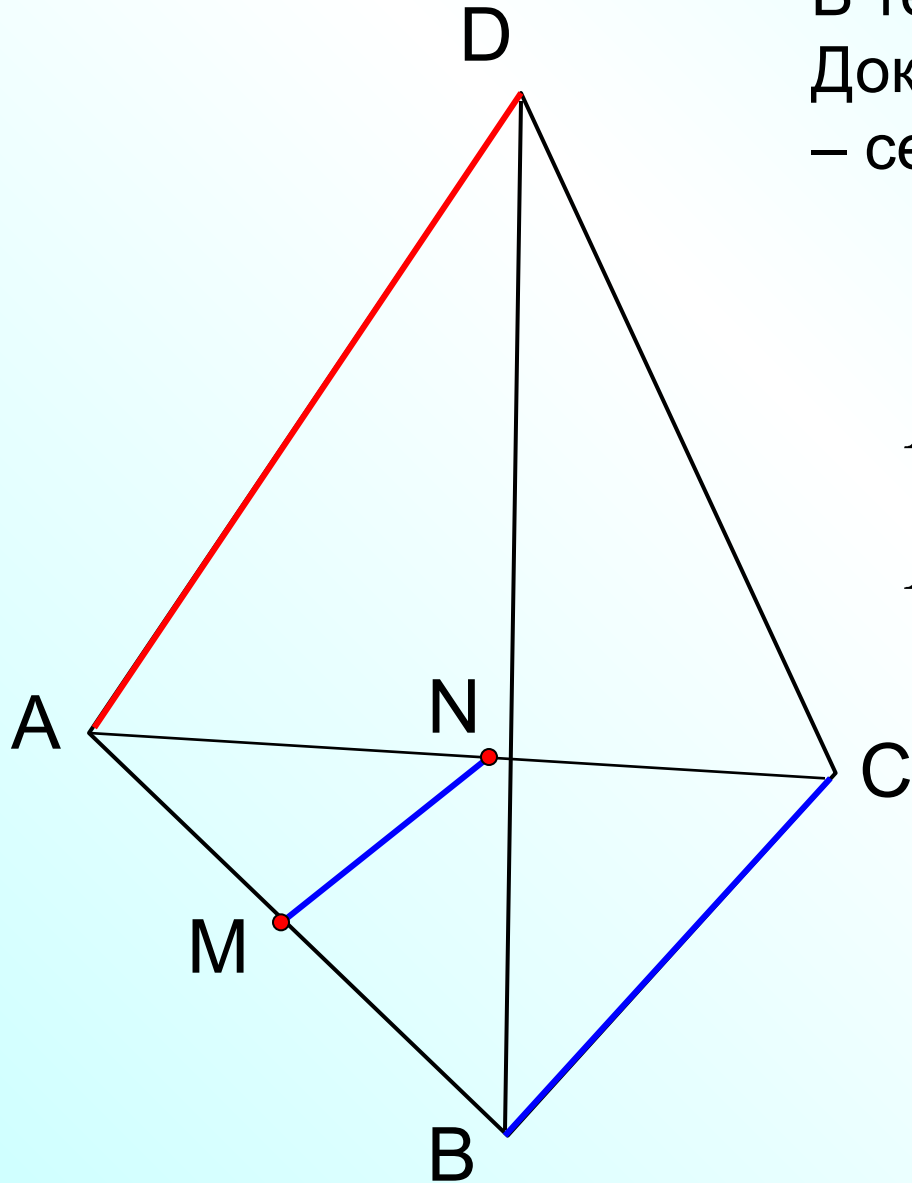
Перпендикулярные прямые в пространстве.

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90° .



Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.





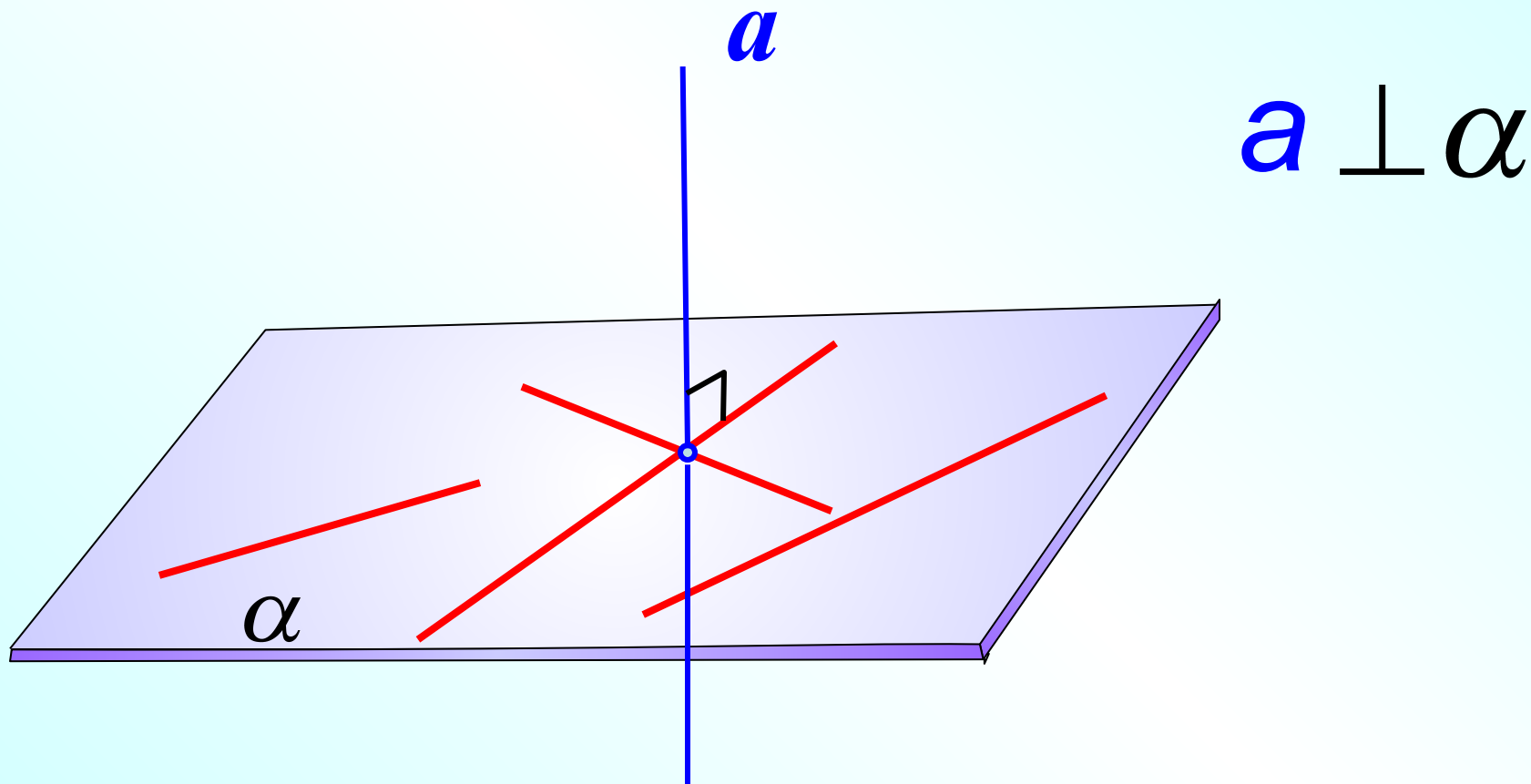
В тетраэдре $ABCD$ $BC \perp AD$.
Докажите, что $AD \perp MN$, где M и N
– середины ребер AB и AC .

$$BC \perp AD$$

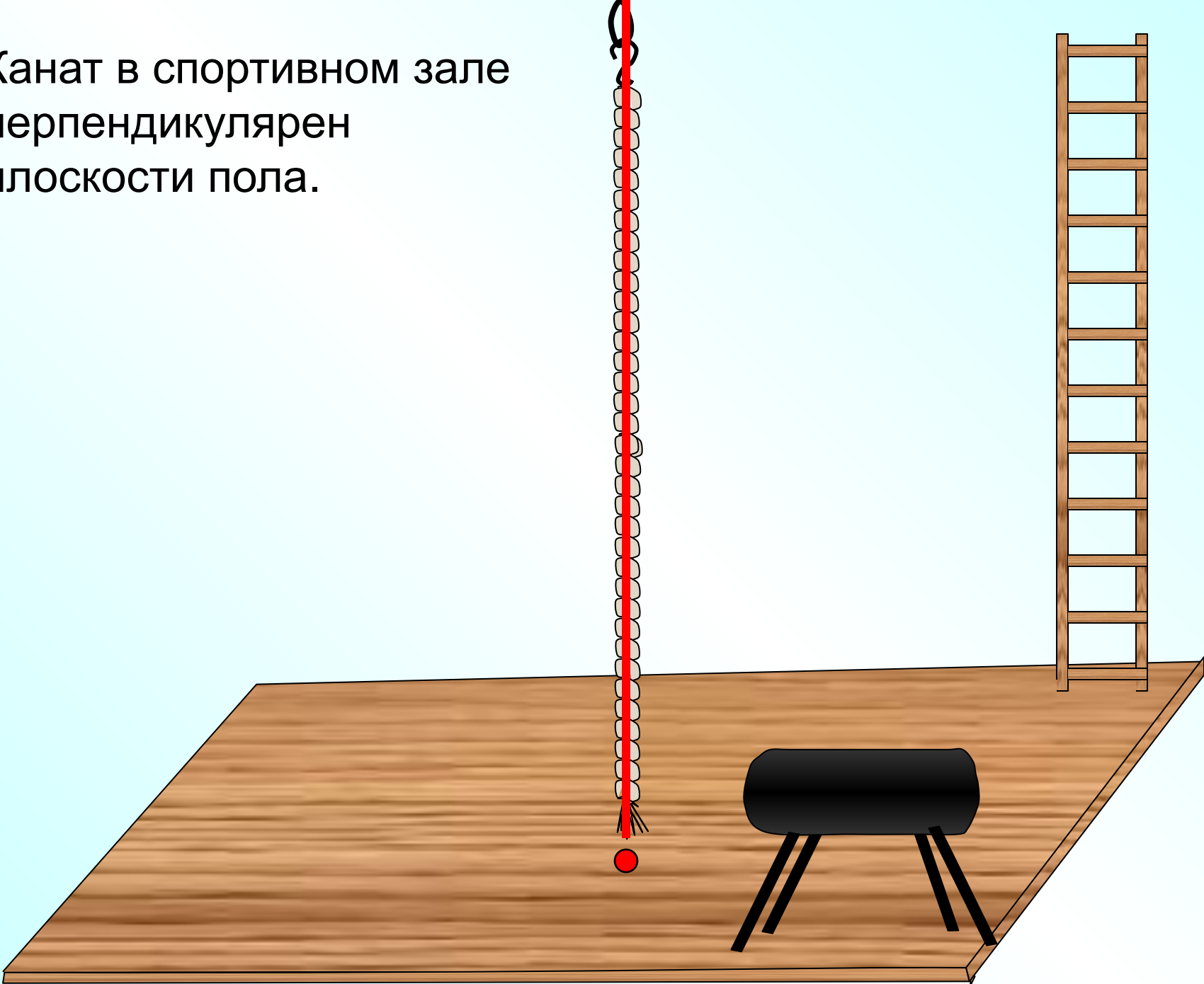
$$BC \parallel MN$$

$$\Rightarrow MN \perp AD$$

Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



Канат в спортивном зале
перпендикулярен
плоскости пола.

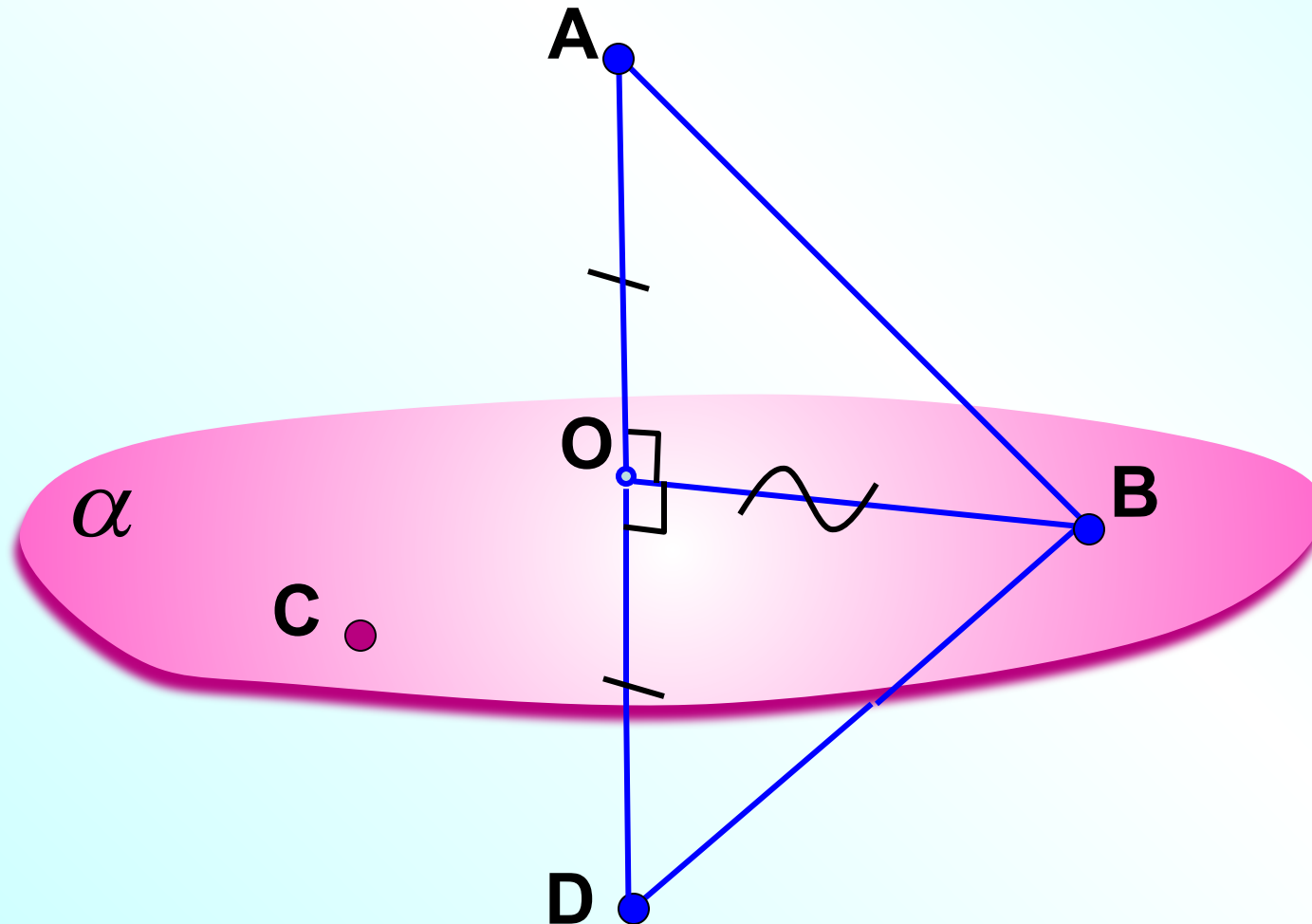




Прямая $OA \perp OBC$. Точка O является серединой отрезка AD .
Докажите, что $AB = BD$.

По опр.

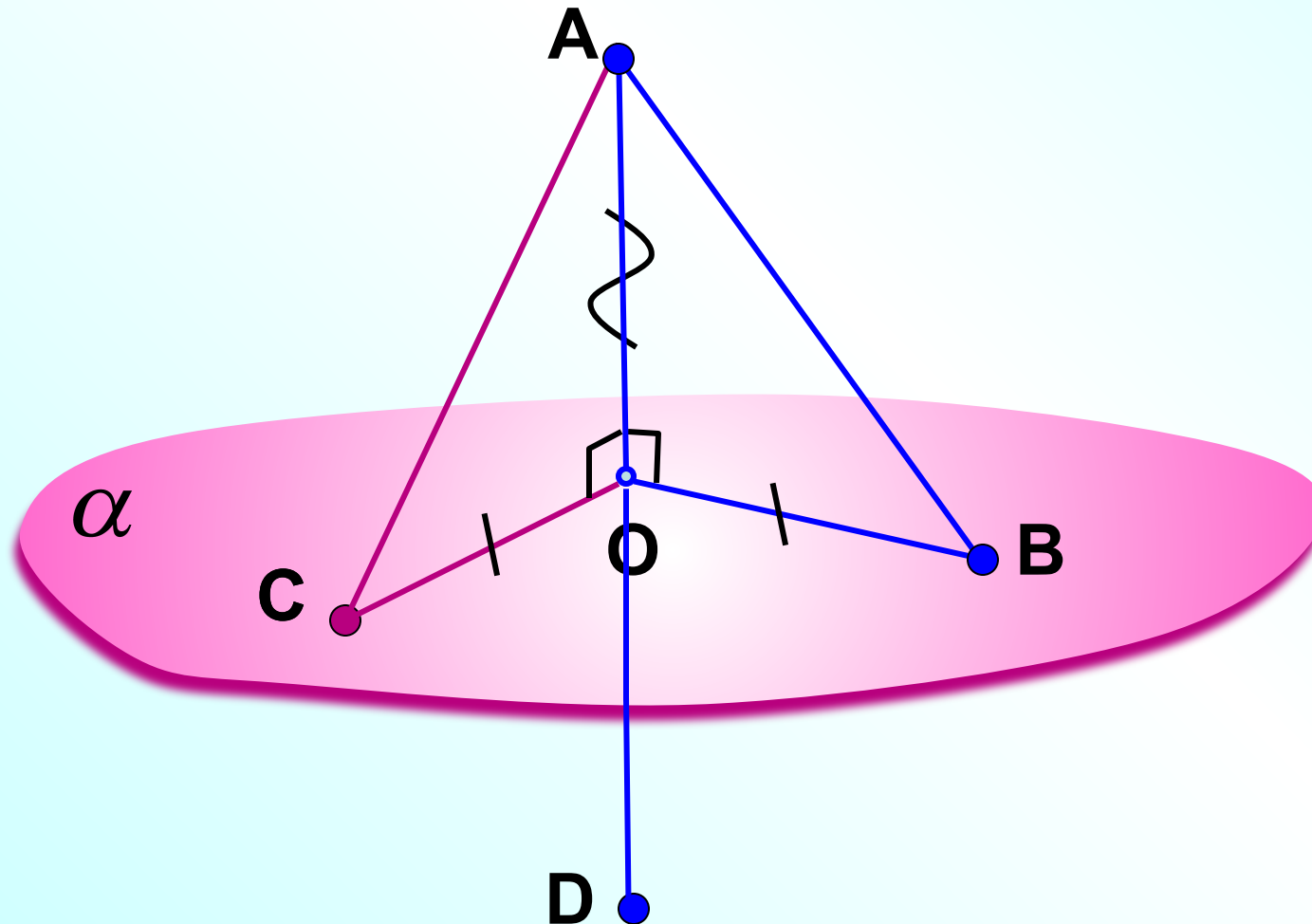
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB$$



Прямая $OA \perp OBC$. Точка O является серединой отрезка AD , $OB = OC$. Докажите, что $AB = AC$.

По опр.

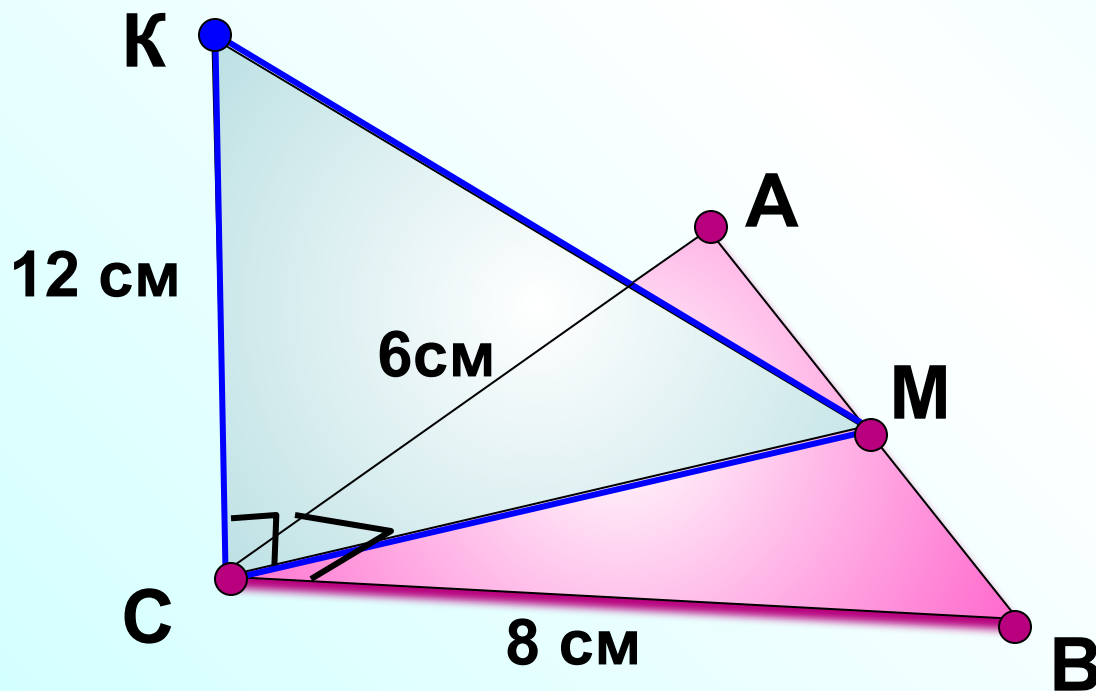
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB, \quad AD \perp OC$$



В треугольнике ABC дано: $\angle C = 90^\circ$, AC = 6 см, BC = 8 см, CM – медиана. Через вершину C проведена прямая CK, перпендикулярная к плоскости треугольника ABC, причем CK = 12 см. Найдите KM.

По опр.

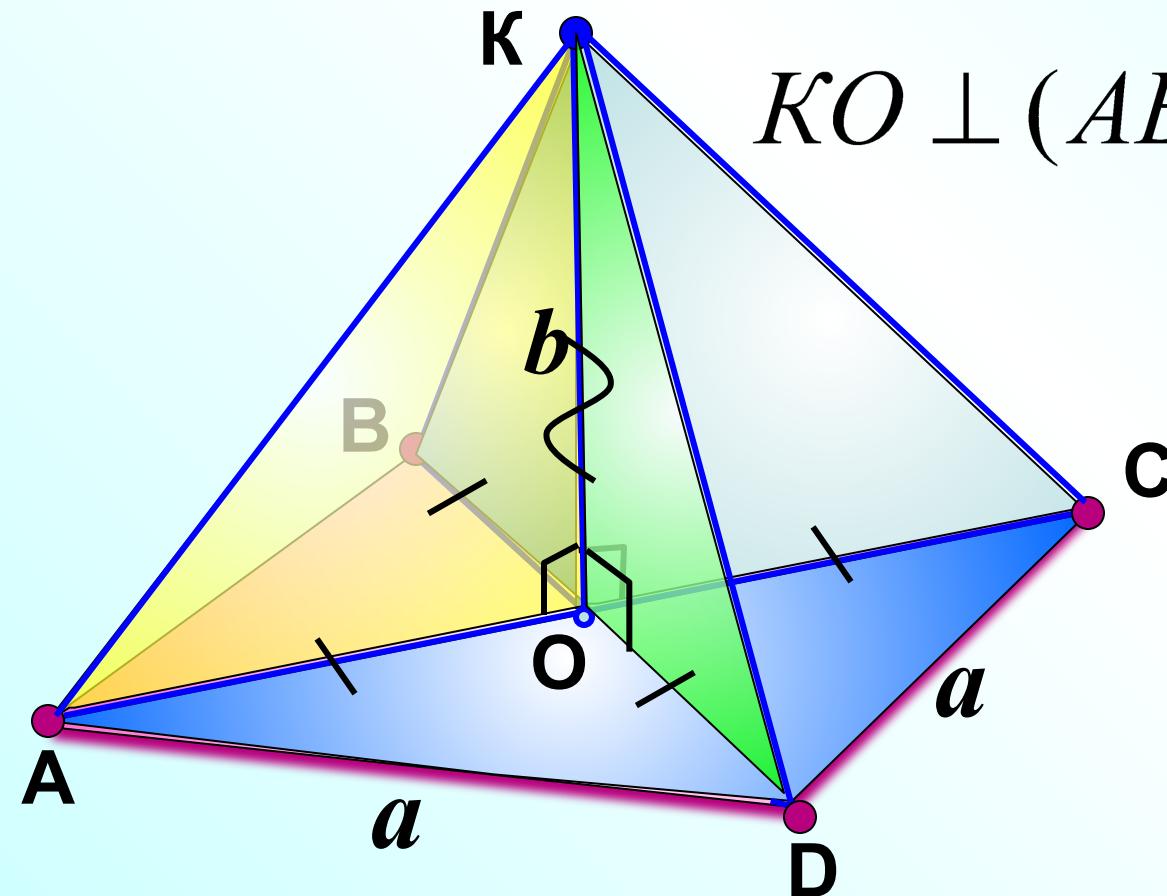
$$KC \perp (ABC) \Rightarrow KC \perp CM$$



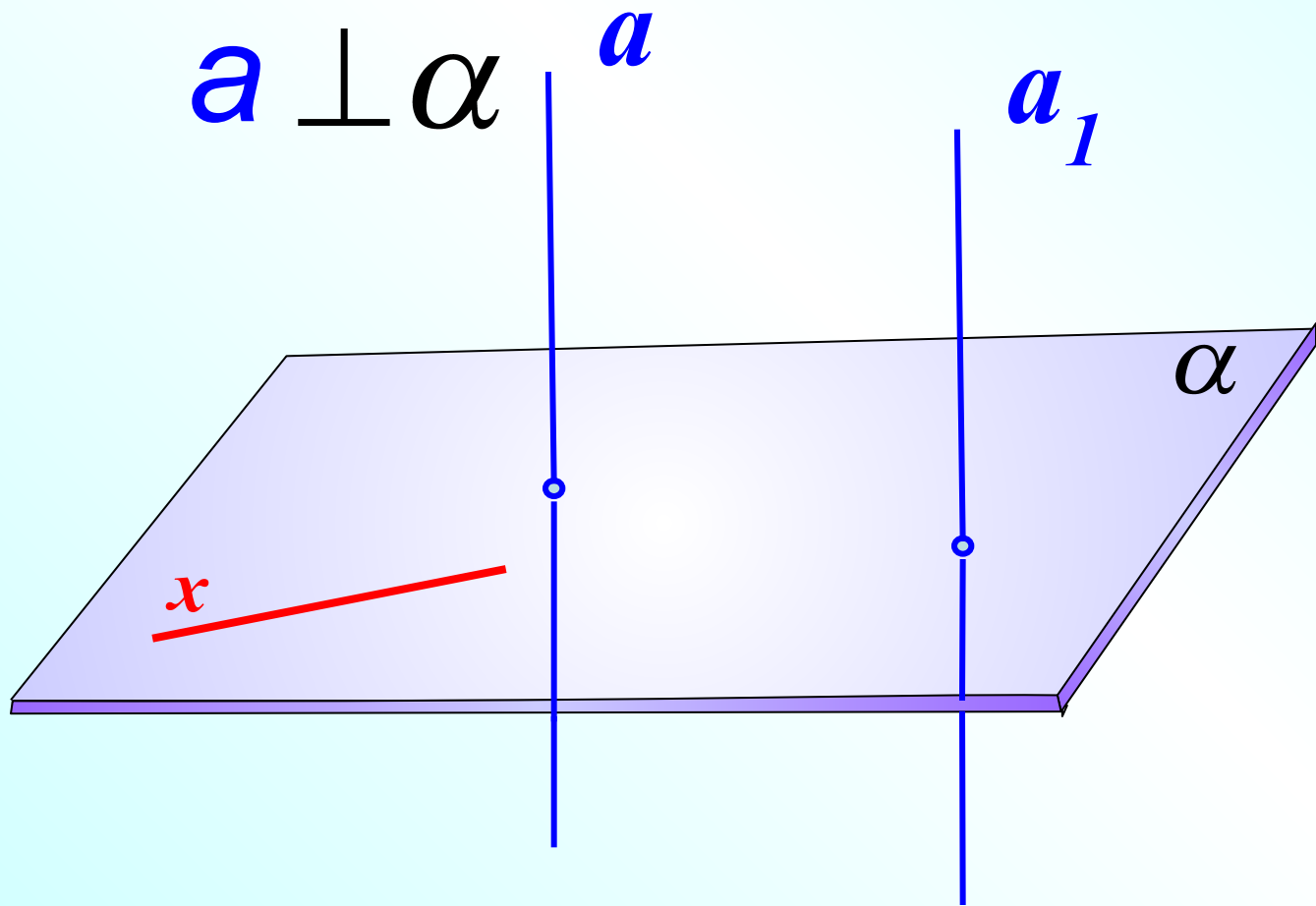
Через точку O пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна a , проведена прямая OK , перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки K до вершин квадрата, если $OK = b$.

По опр.

$$KO \perp (ABC) \Rightarrow KO \perp OB$$

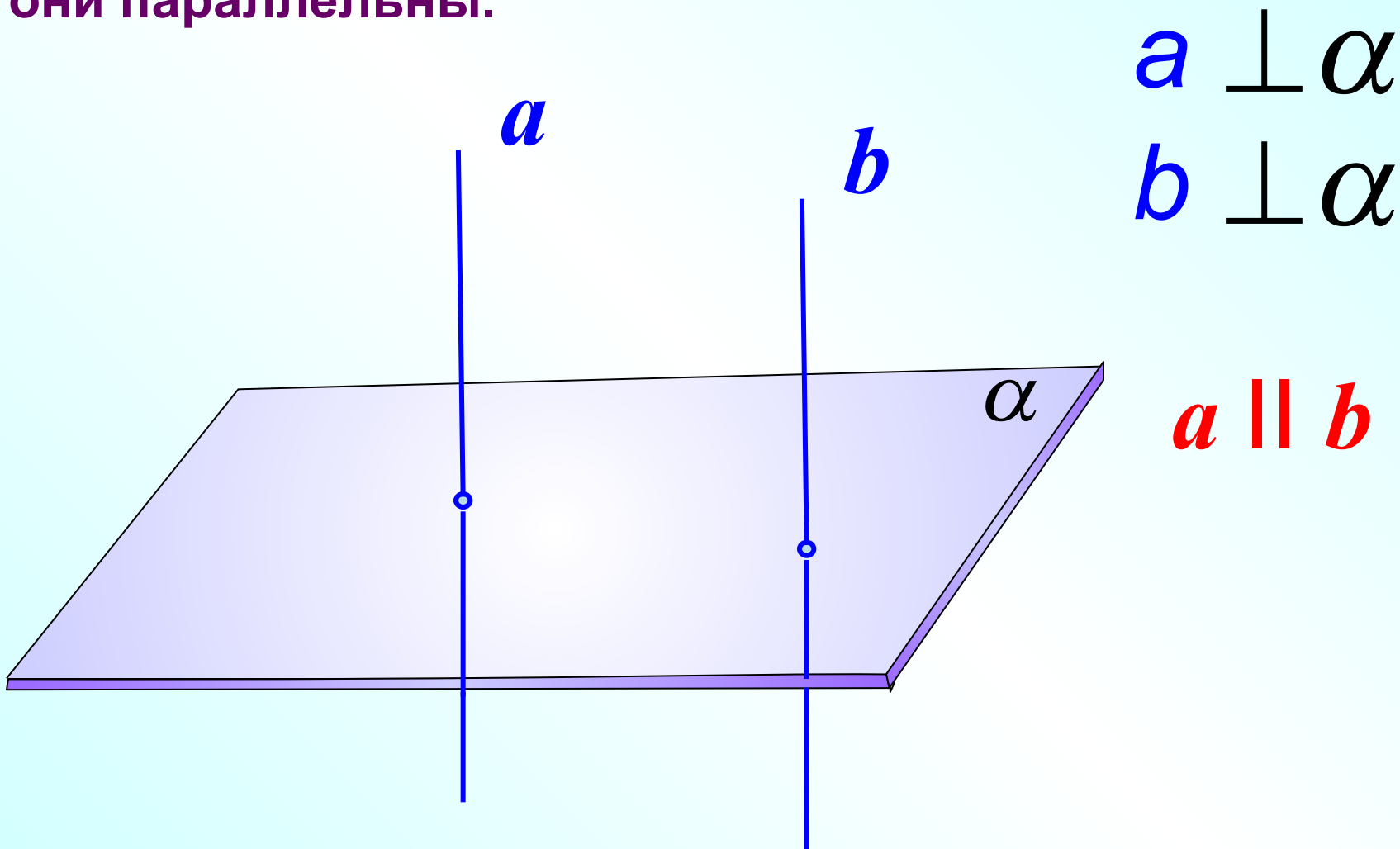


Теорема. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



Обратная теорема.

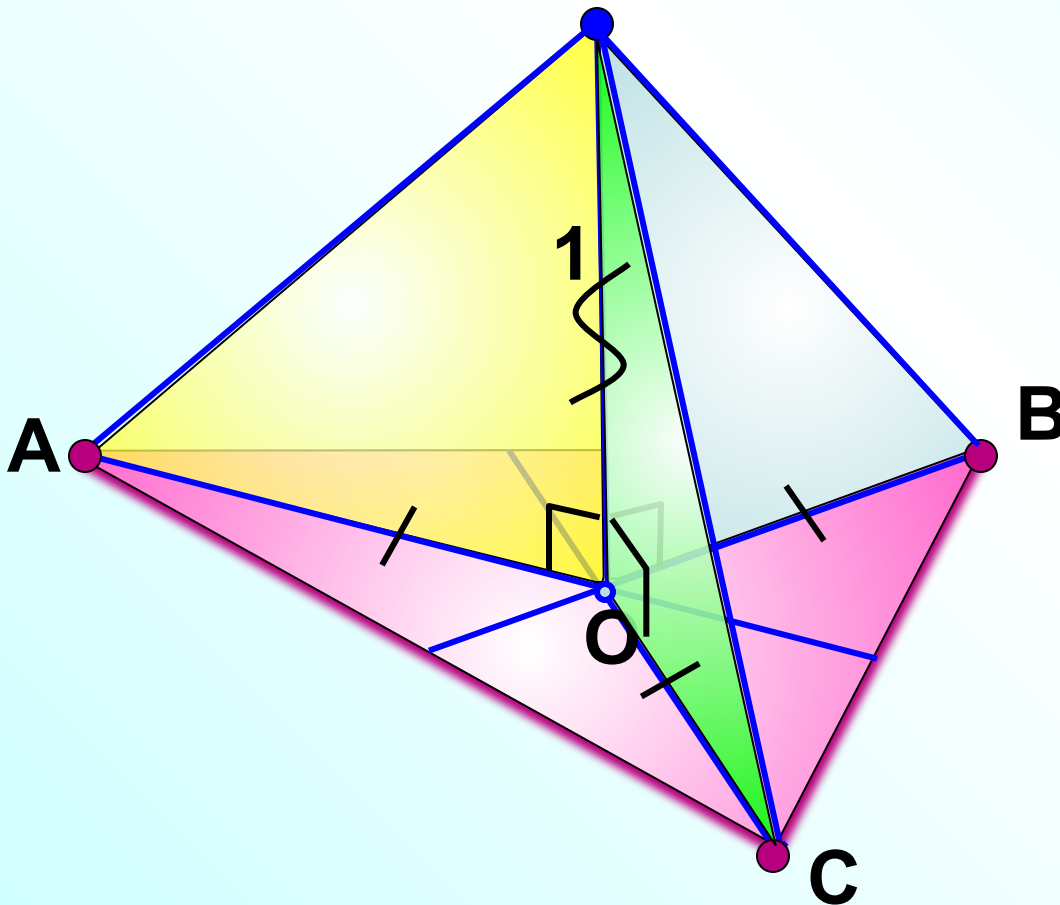
Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



ABC – произвольный треугольник. O – центр окружности, описанной около него, OM – перпендикуляр к плоскости ABC. Докажите, что расстояния от точки M до вершин треугольника одинаковы

По опр.

$$M \quad MO \perp (ABC) \Rightarrow MO \perp OB$$



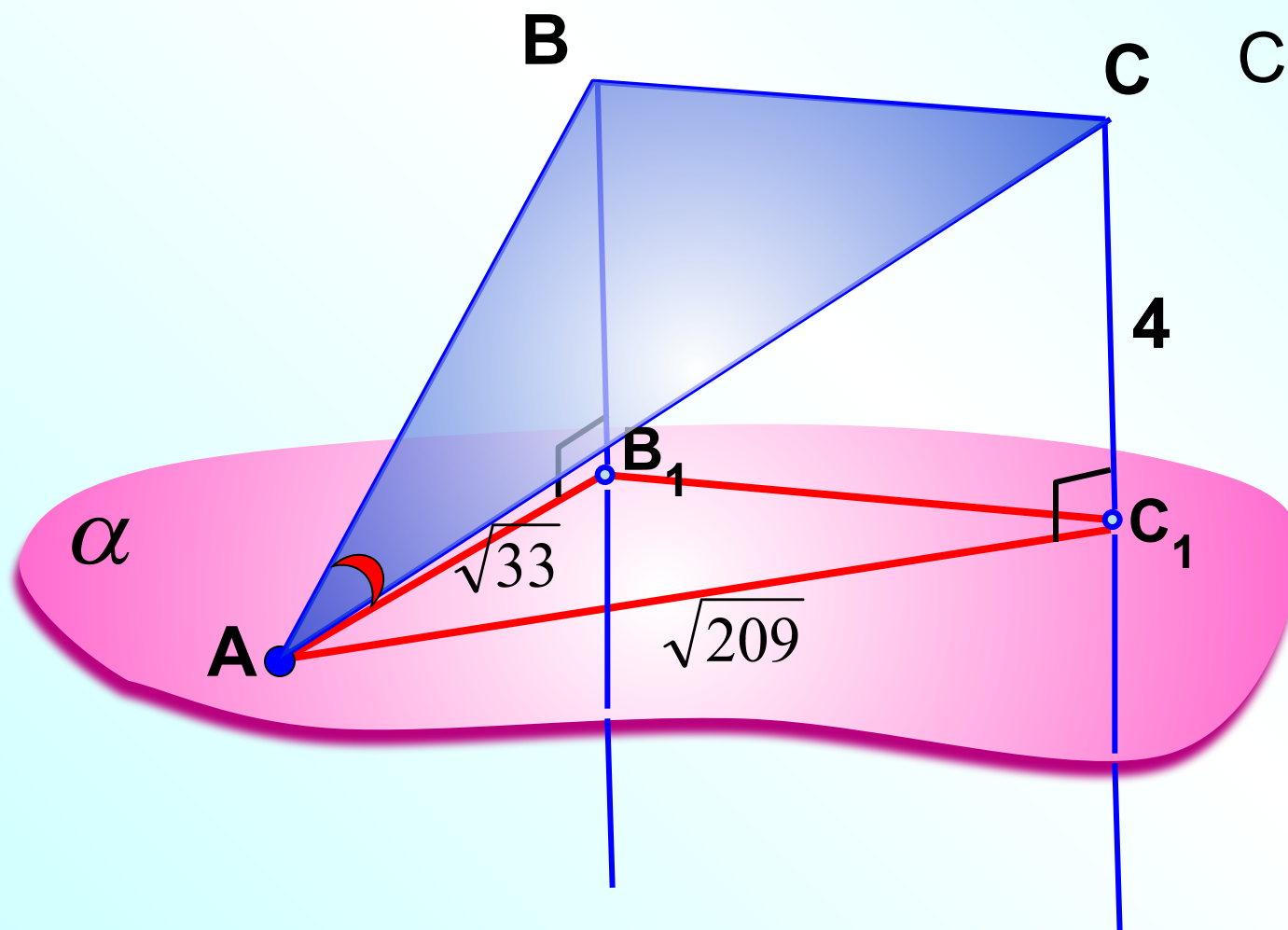
ВЫВОД:

Если боковые ребра пирамиды равны, то высота пирамиды проектируется в центр окружности, **ОПИСАННОЙ** около основания пирамиды

Через вершину A треугольника ABC проведена плоскость, параллельная BC , $BB_1 \perp \alpha$ и $CC_1 \perp \alpha$, $CC_1=4$, $AC_1=\sqrt{209}$, $AB_1=\sqrt{33}$, $\angle BAC = 60^\circ$. Найдите BC .

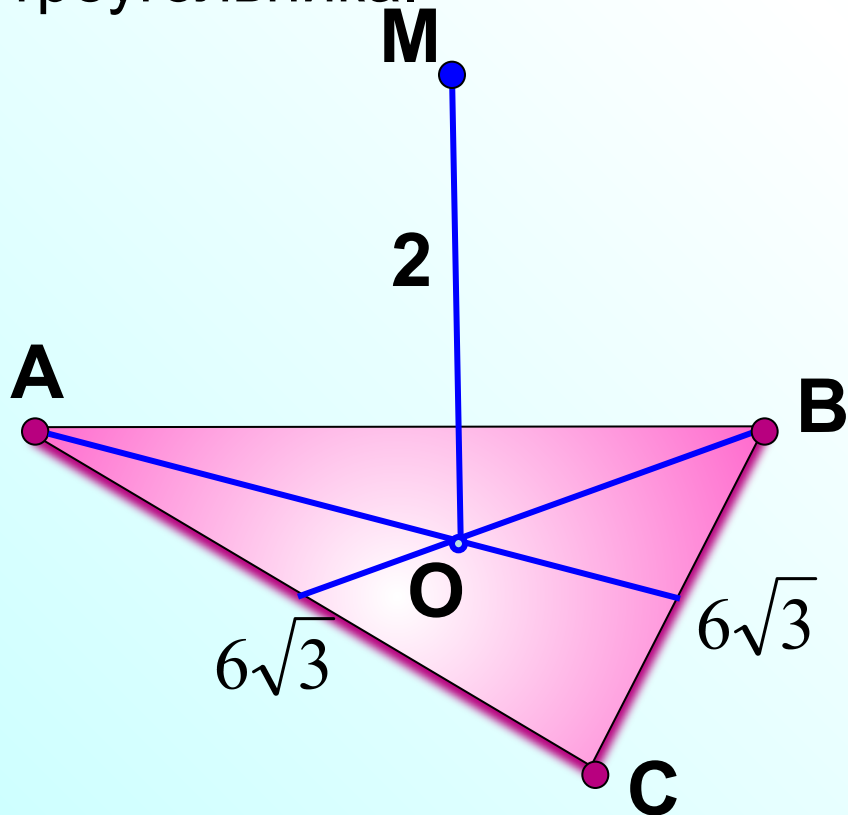
$$BB_1 \perp \alpha$$

$$CC_1 \perp \alpha$$



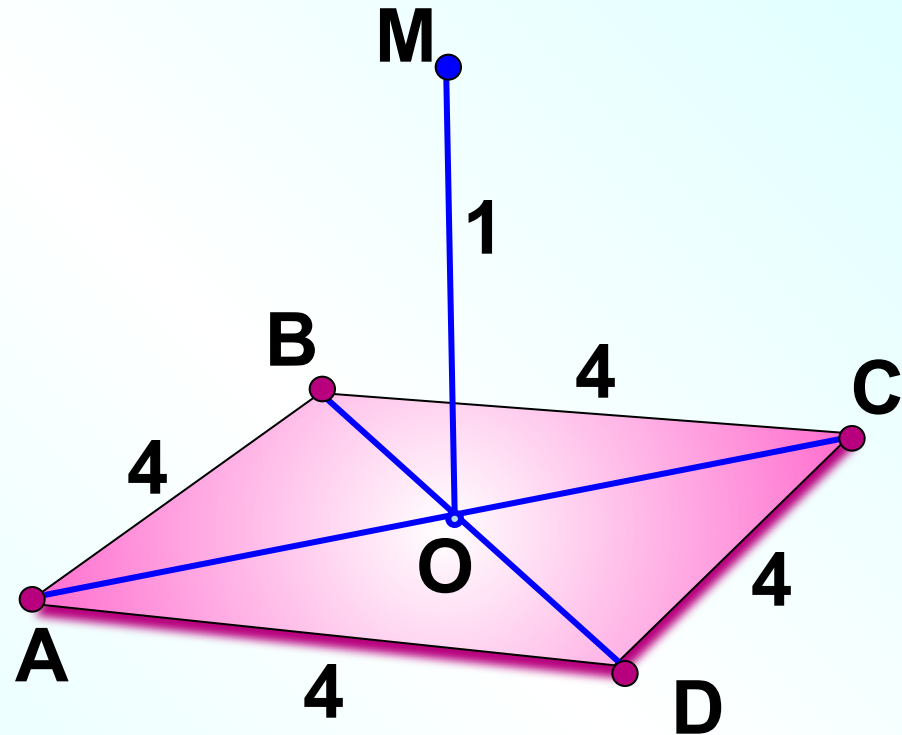
Дано: $OM \perp (ABC)$

ABC – равносторонний треугольник со стороной $6\sqrt{3}$
 O – точка пересечения медиан. Найти расстояние от точки M до вершин треугольника.

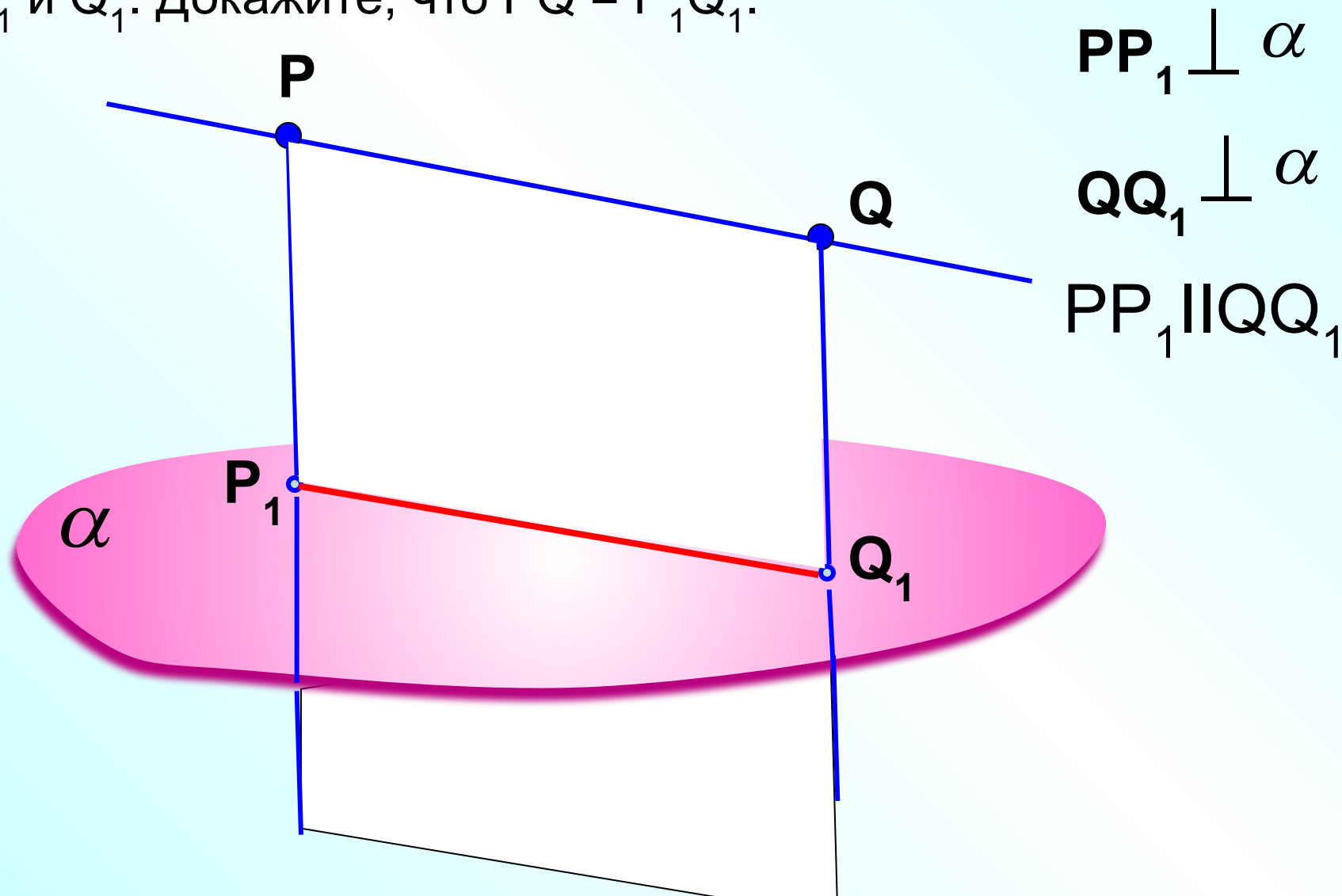


Дано: $OM \perp (ABCD)$

$ABCD$ – квадрат со стороной 4, O – точка пересечения диагоналей. Найти расстояние от точки M до вершин квадрата.



Прямая PQ параллельна плоскости α . Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α , которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1 . Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.



Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α , которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1 . Найдите P_1Q_1 .

