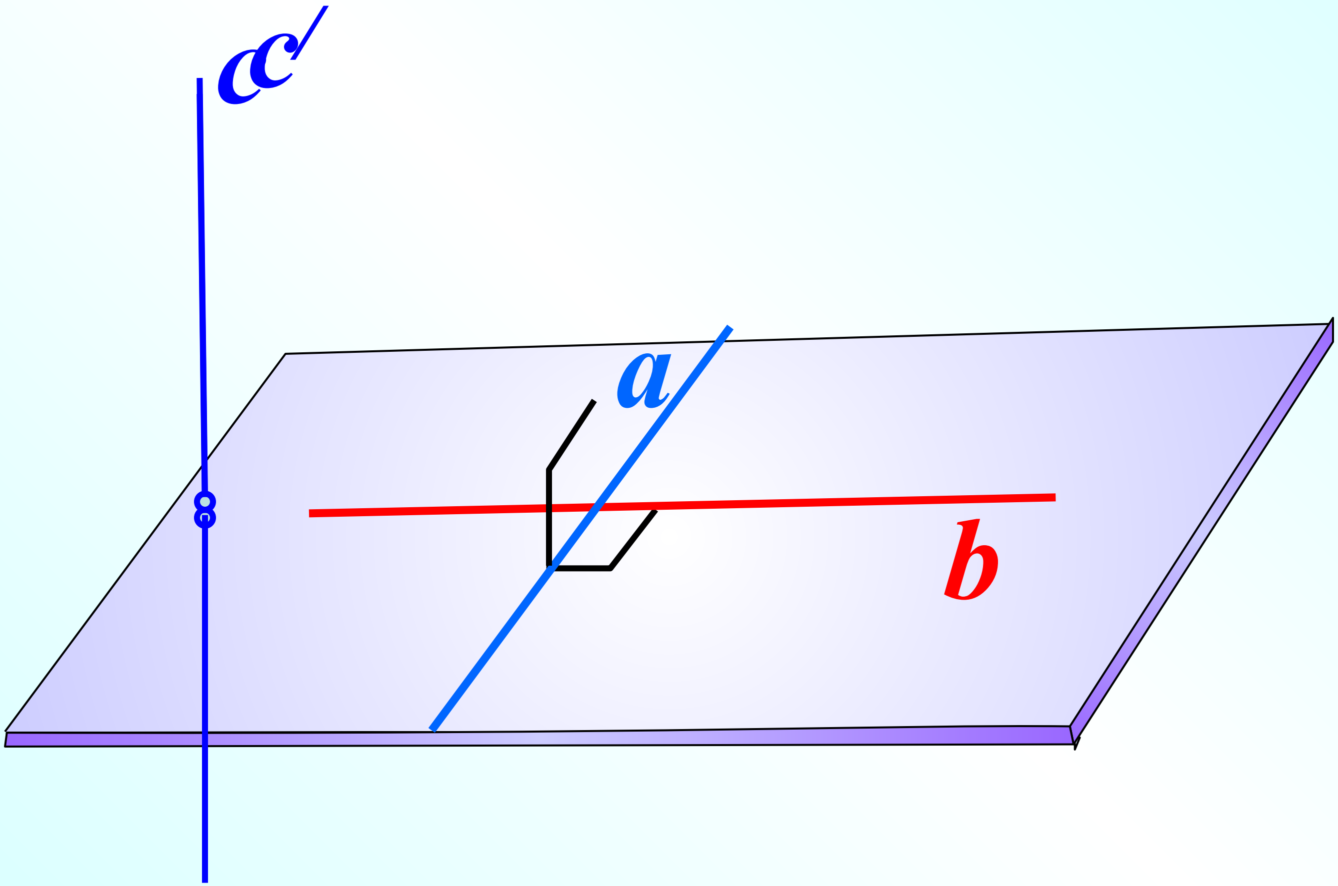
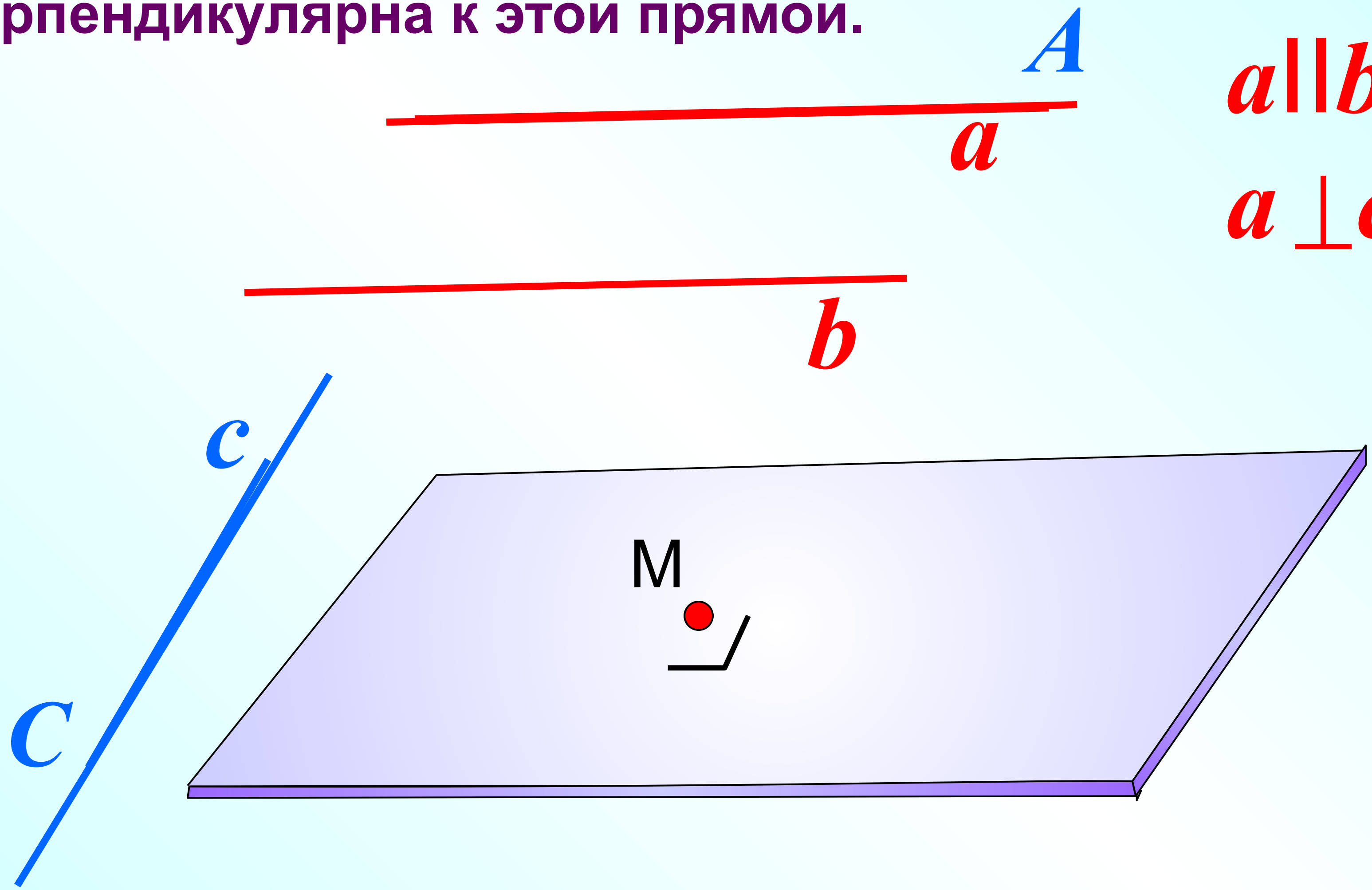
Перпендикулярность прямой и плоскости

Перпендикулярные прямые в пространстве.

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90^0.



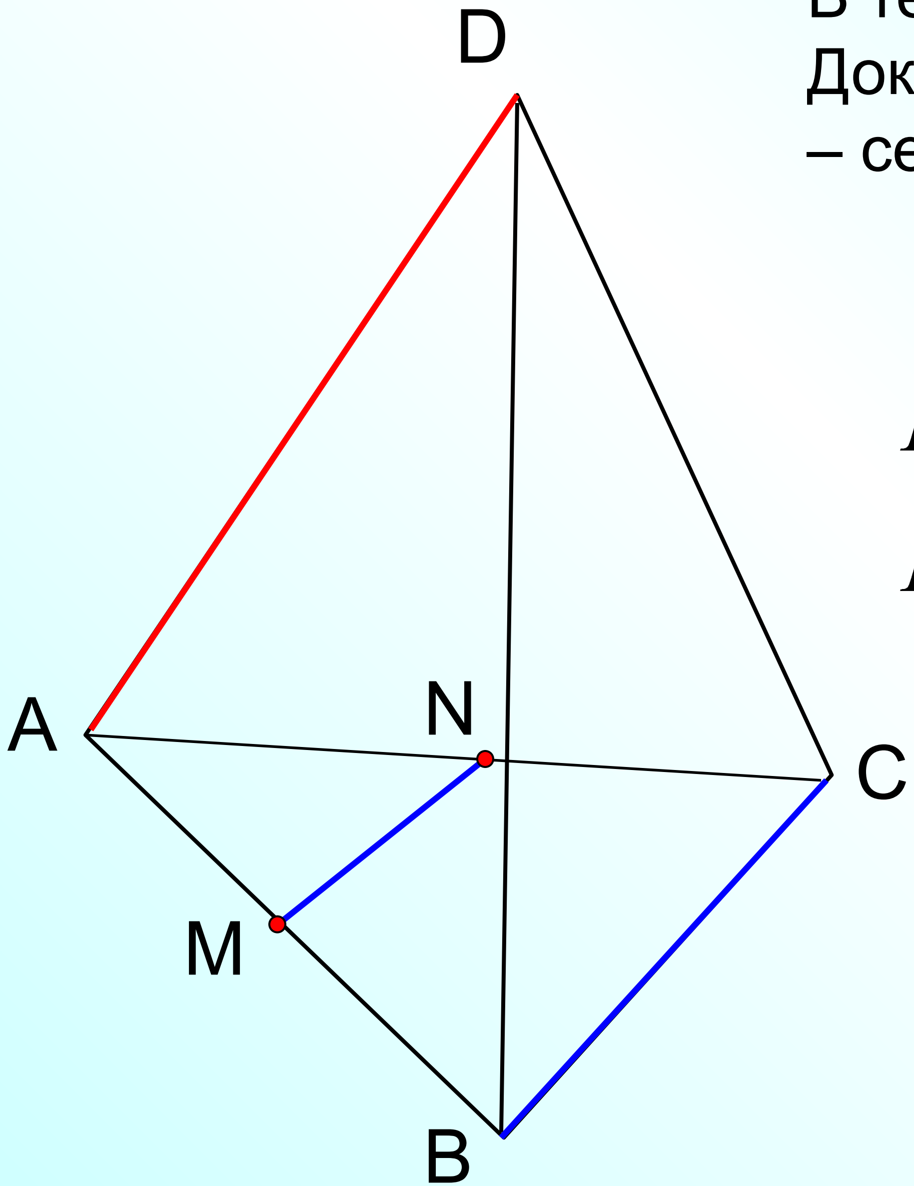
Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.



$a \parallel b,$

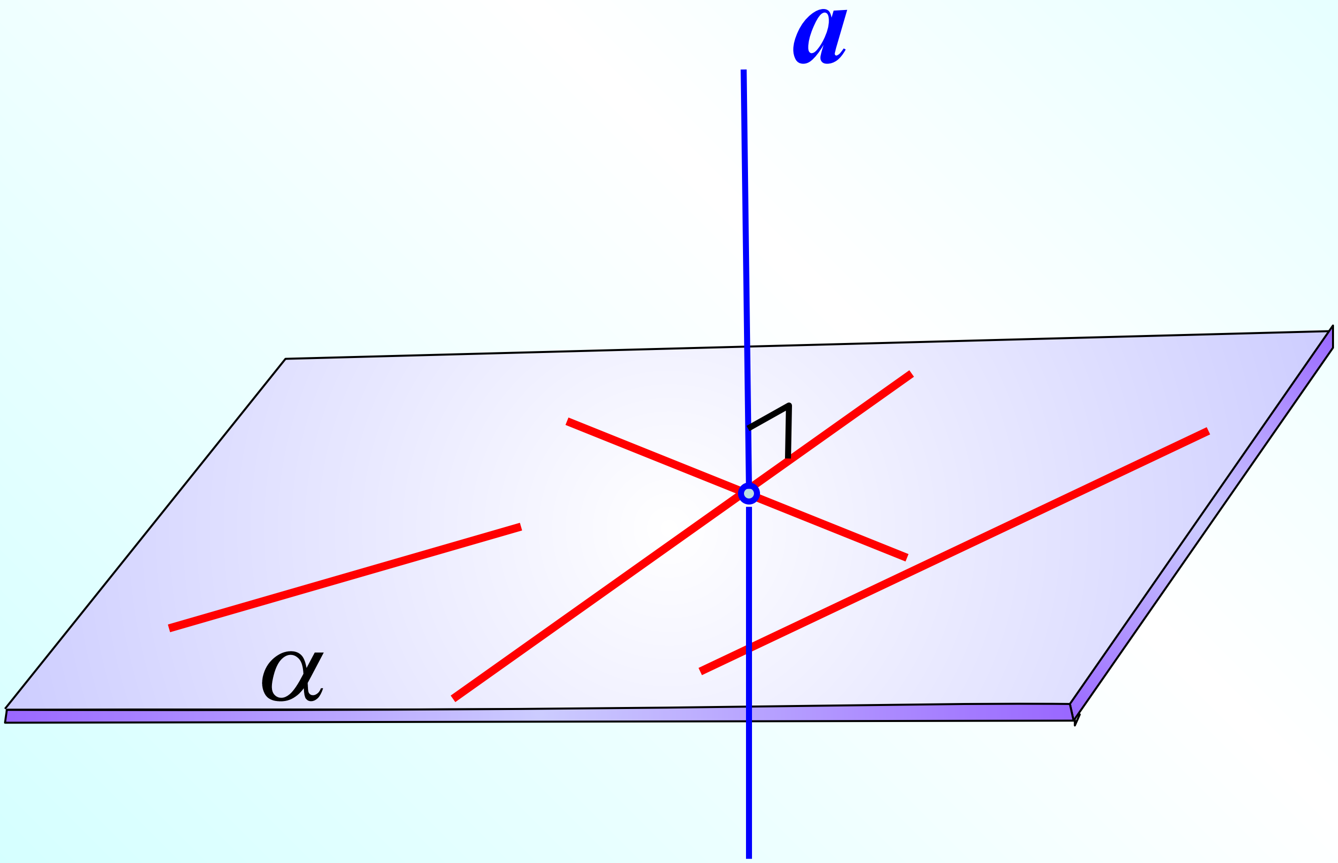
$a \perp c$

В тетраэдре ABCD $BC \perp AD$. Докажите, что $AD \perp MN$, где M и N – середины ребер AB и AC.



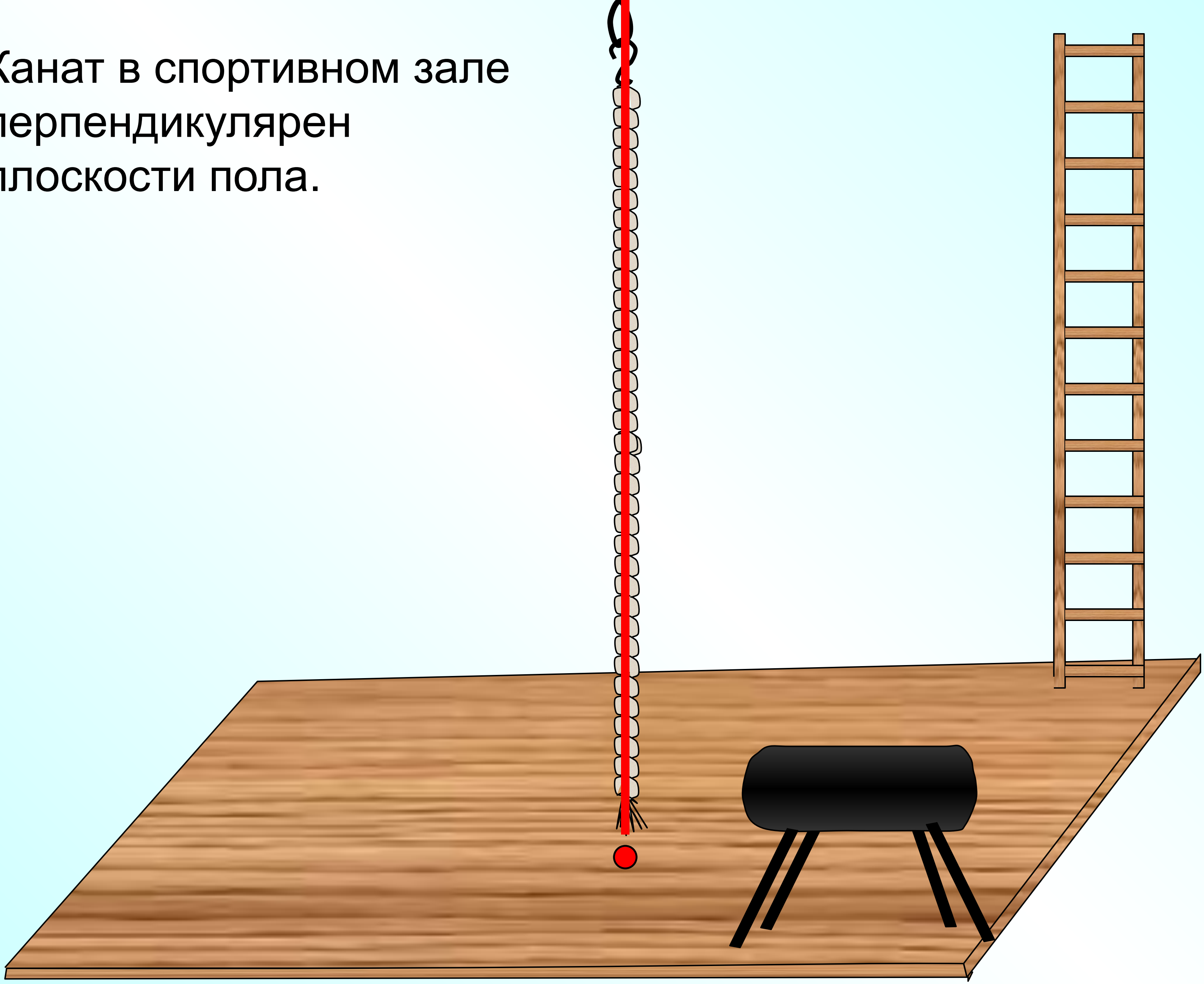
$$\left.\begin{array}{l} BC \perp AD \\ BC \parallel MN \end{array}\right\} \Rightarrow MN \perp AD$$

Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



$a \perp \alpha$

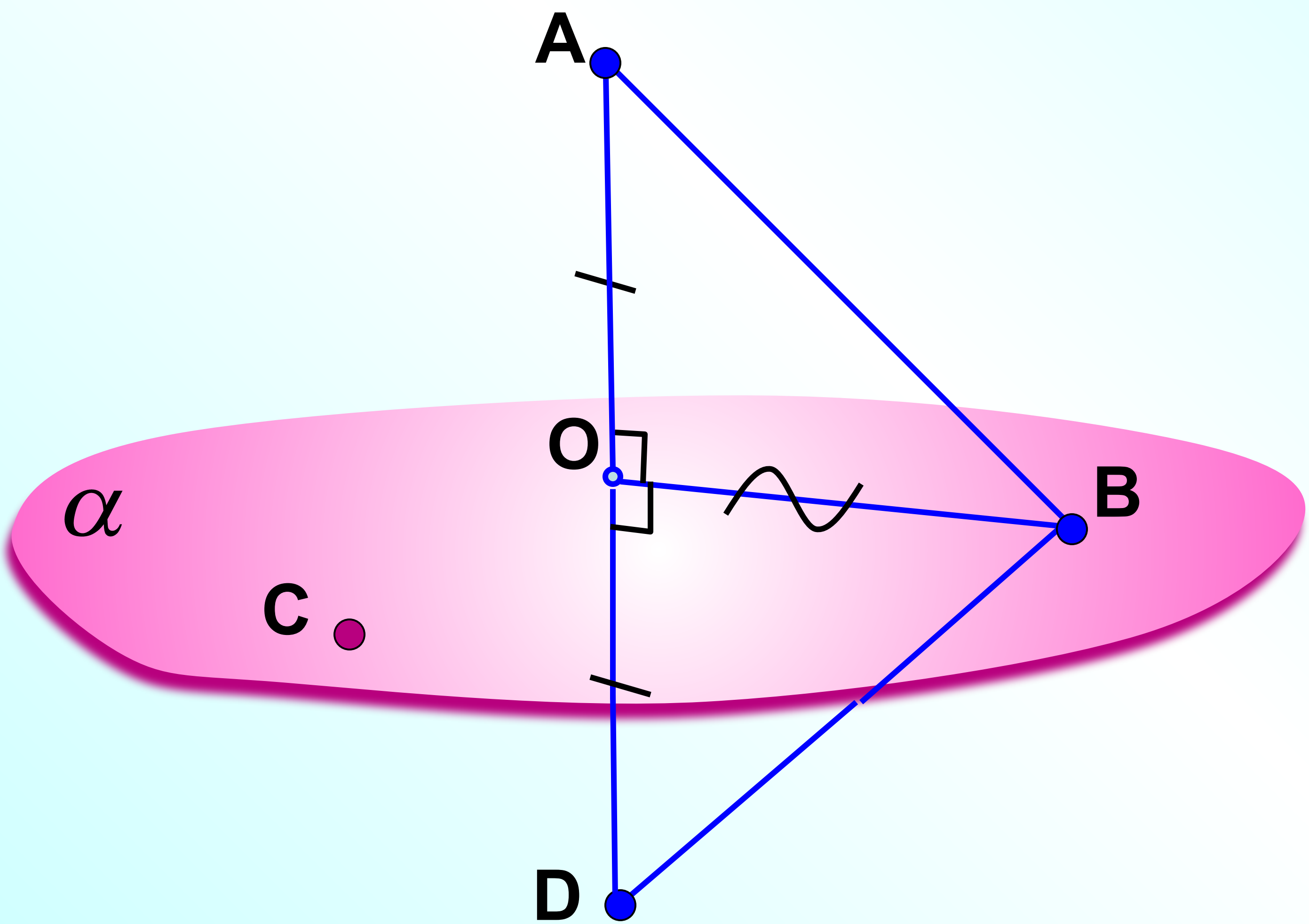
Канат в спортивном зале перпендикулярен плоскости пола.



Прямая OA$\perp$OBC. Точка O является серединой отрезка AD. Докажите, что AB = BD.

По опр.

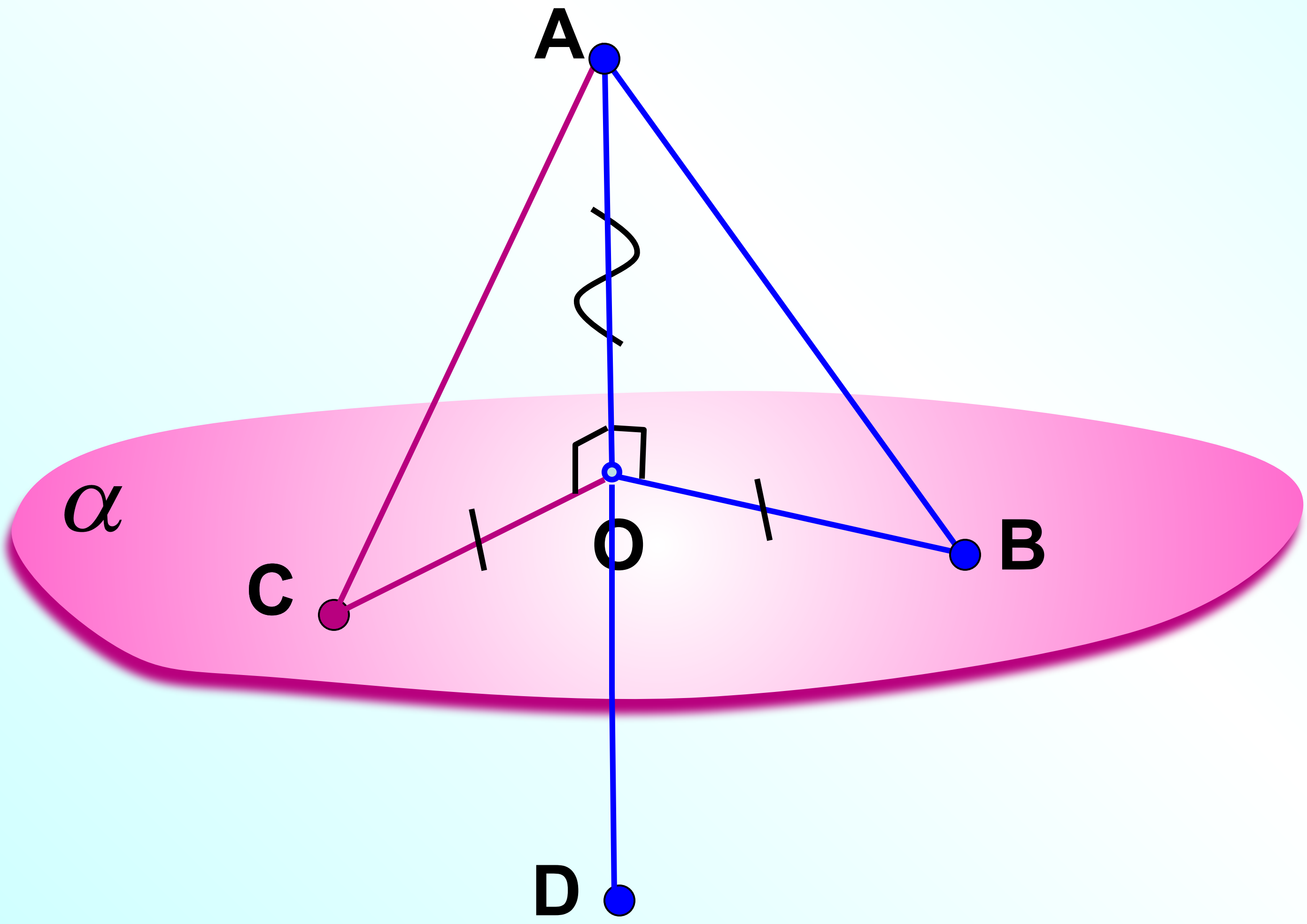
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB$$



Прямая OA ⊥ OBC. Точка O является серединой отрезка AD, OB = OC. Докажите, что AB = AC.

По опр.

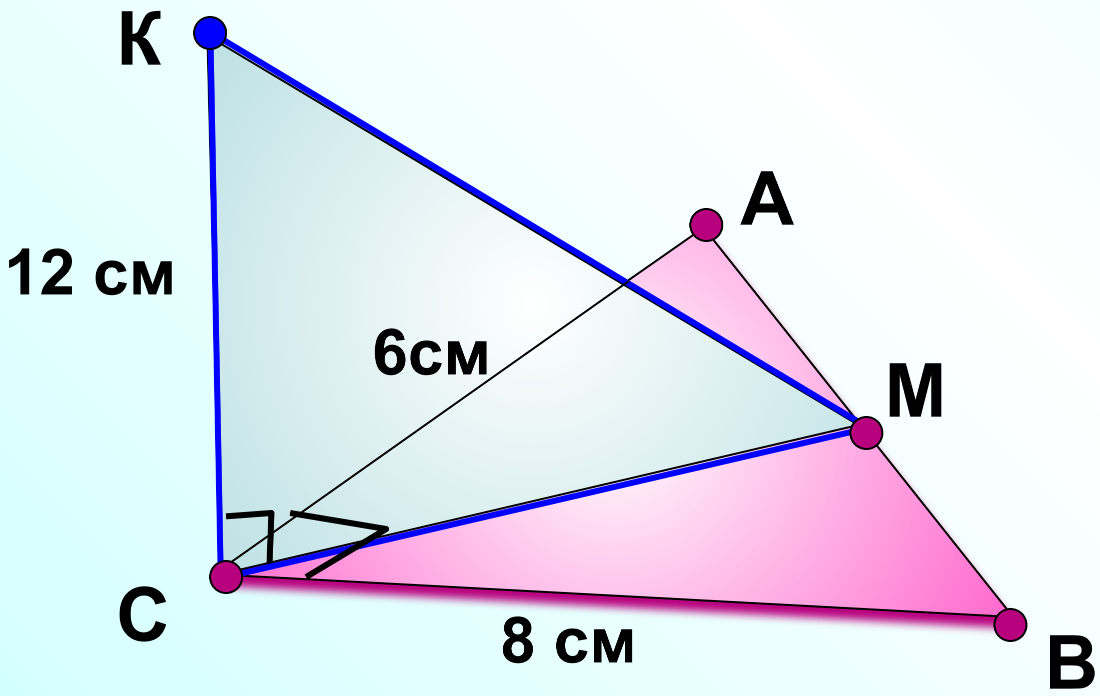
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB, \quad AD \perp OC$$



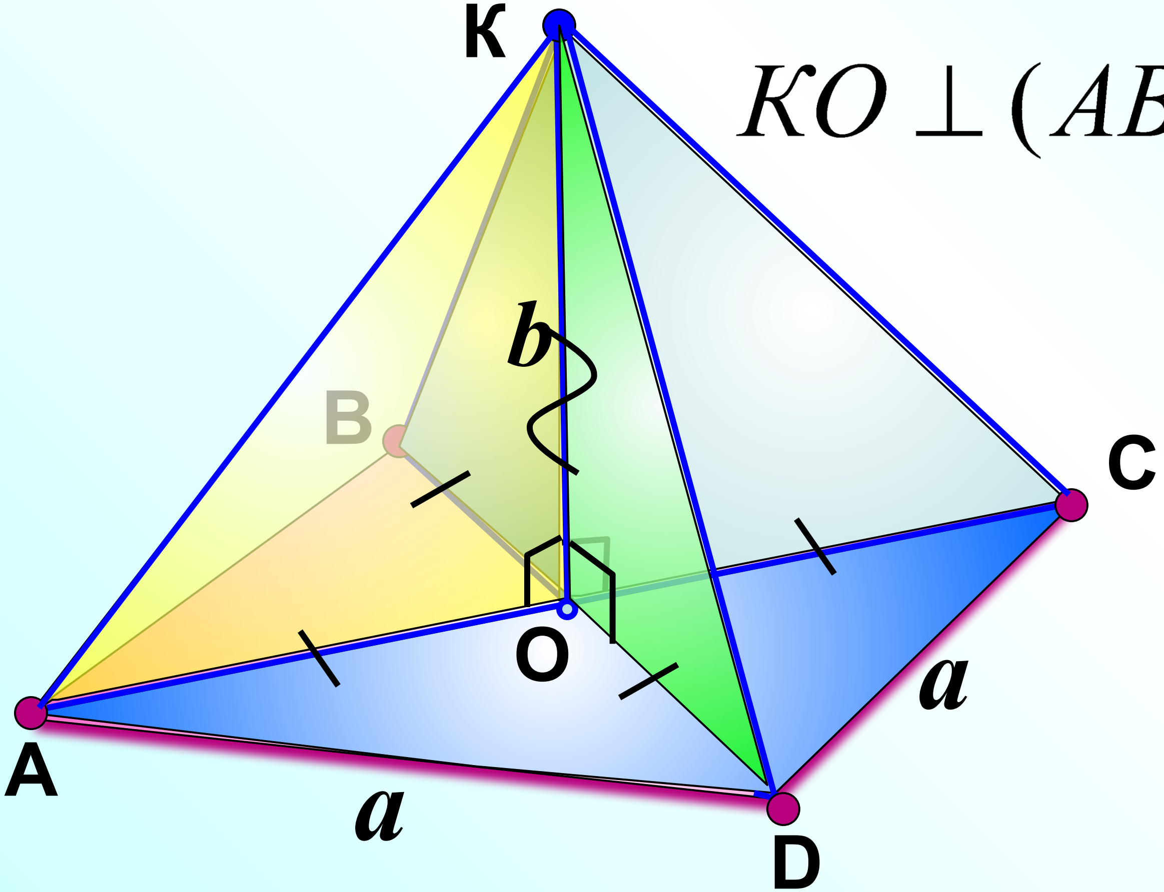
В треугольника ABC дано: $\angle C = 90^0$, AC = 6 см, BC = 8 см, CM – медиана. Через вершину C проведена прямая CK, перпендикулярная к плоскости треугольника ABC, причем CK = 12 см. Найдите KM.

По опр.

$$KC \perp (ABC) \Rightarrow KC \perp CM$$



Через точку О пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна a, проведена прямая ОК, перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки К до вершин квадрата, если ОК = b.

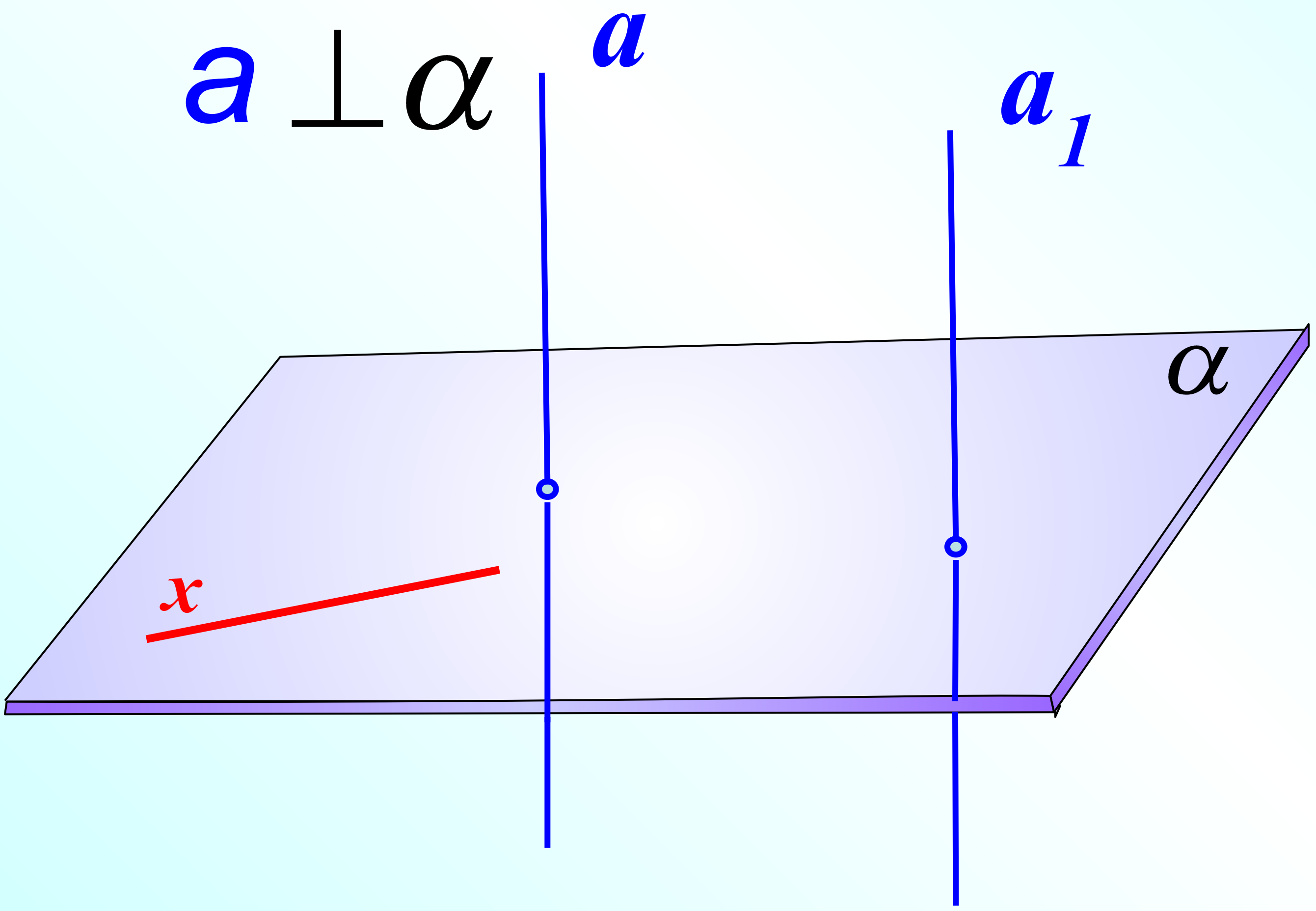


По опр.

$$KO \perp (ABC) \Rightarrow KO \perp OB$$

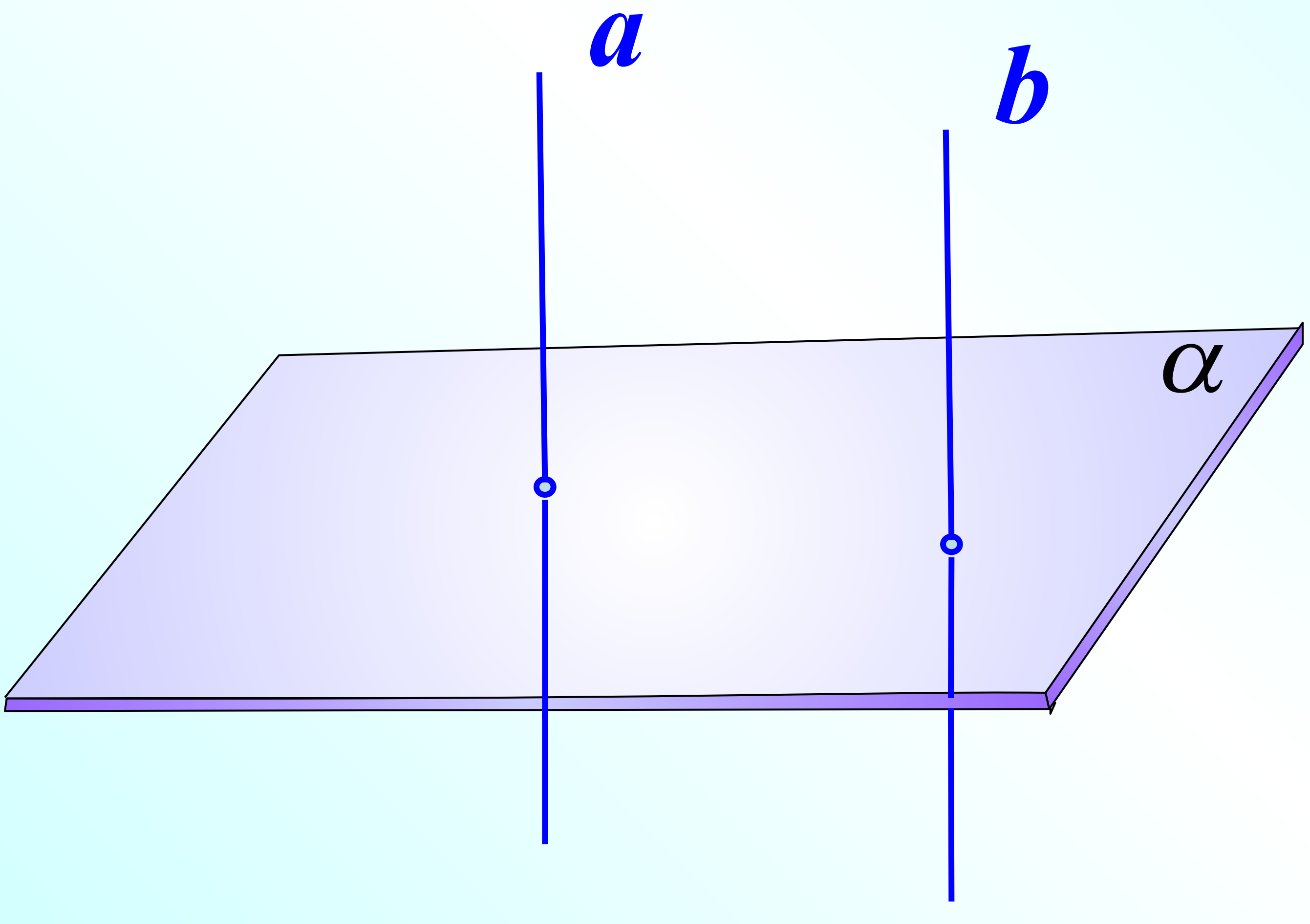
Теорема. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

$a \perp \alpha$



Обратная теорема.

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



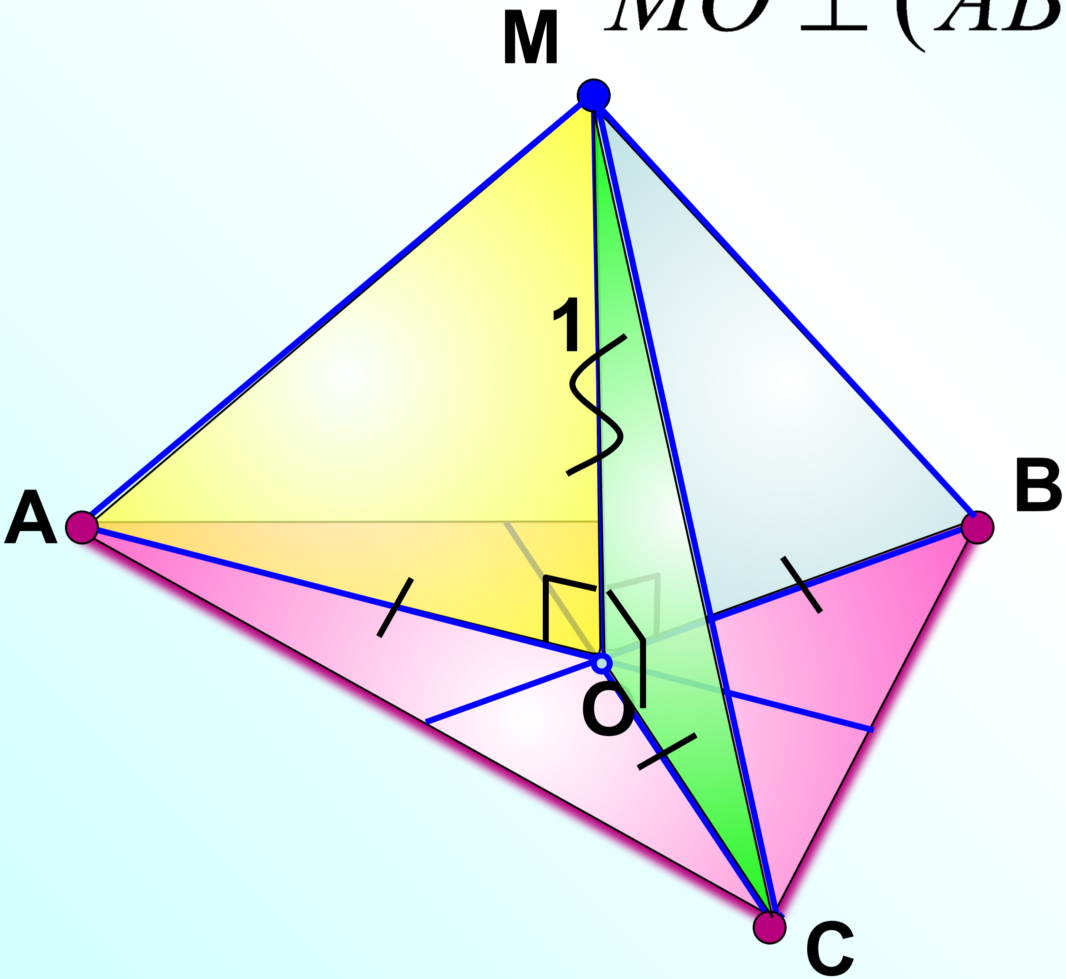
$$a \perp \alpha$$
$$b \perp \alpha$$

$$a \parallel b$$

АВС – произвольный треугольник. О –центр окружности, описанной около него, ОМ – перпендикуляр к плоскости АВС. Докажите, что расстояния от точки М до вершин треугольника одинаковы

По опр.

$$MO \perp (ABC) \Rightarrow MO \perp OB$$



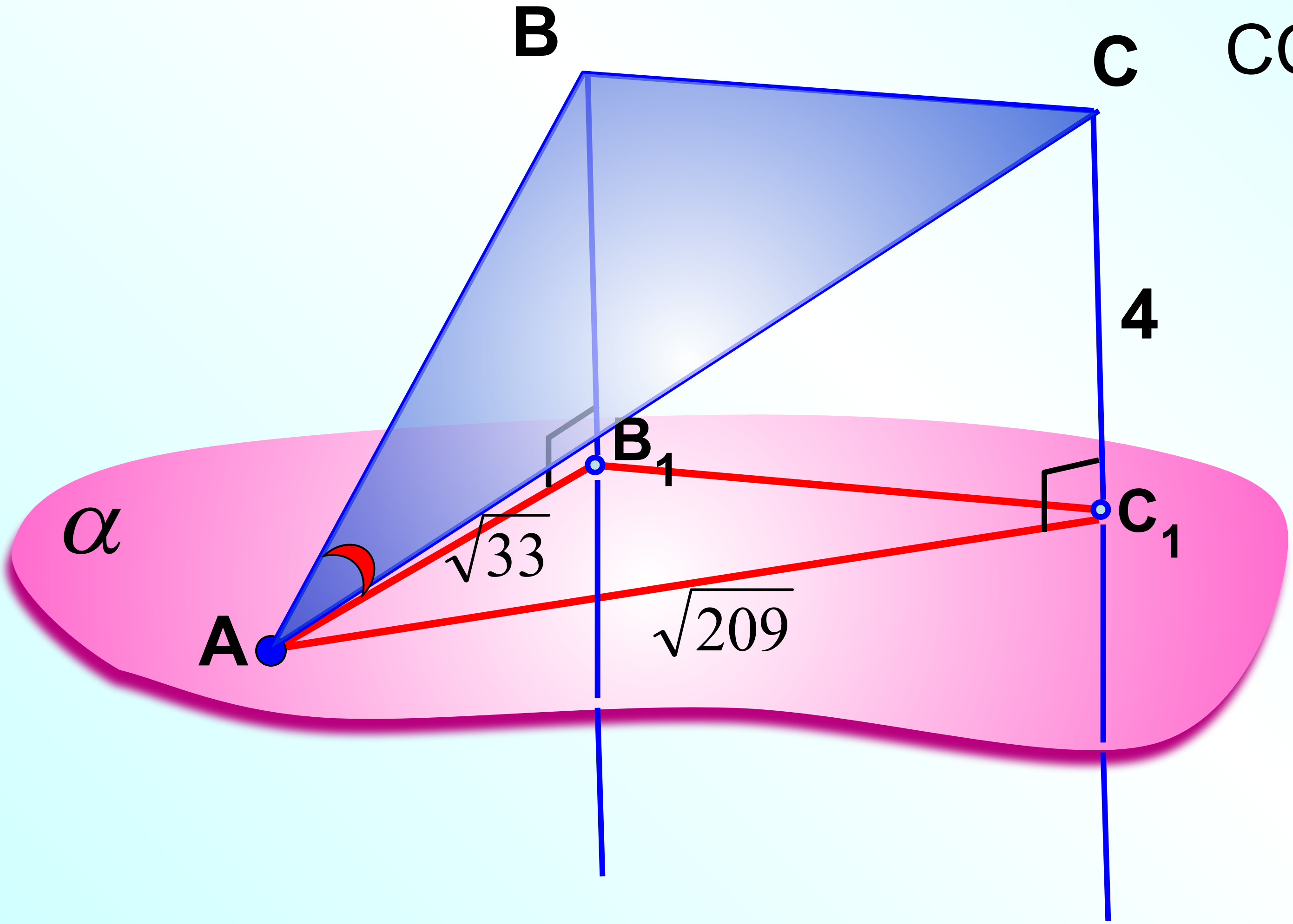
ВЫВОД:

Если <u>боковые ребра пирамиды равны</u>, то высота пирамиды проектируется в центр окружности, ОПИСАННОЙ около основания пирамиды

Через вершину A треугольника ABC проведена плоскость, параллельная BC, $BB_1 \perp \alpha$ и $CC_1 \perp \alpha$, $CC_1=4$, $AC_1=\sqrt{209}$
$AB_1=\sqrt{33}$, $\angle BAC = 60^0$. Найдите BC.

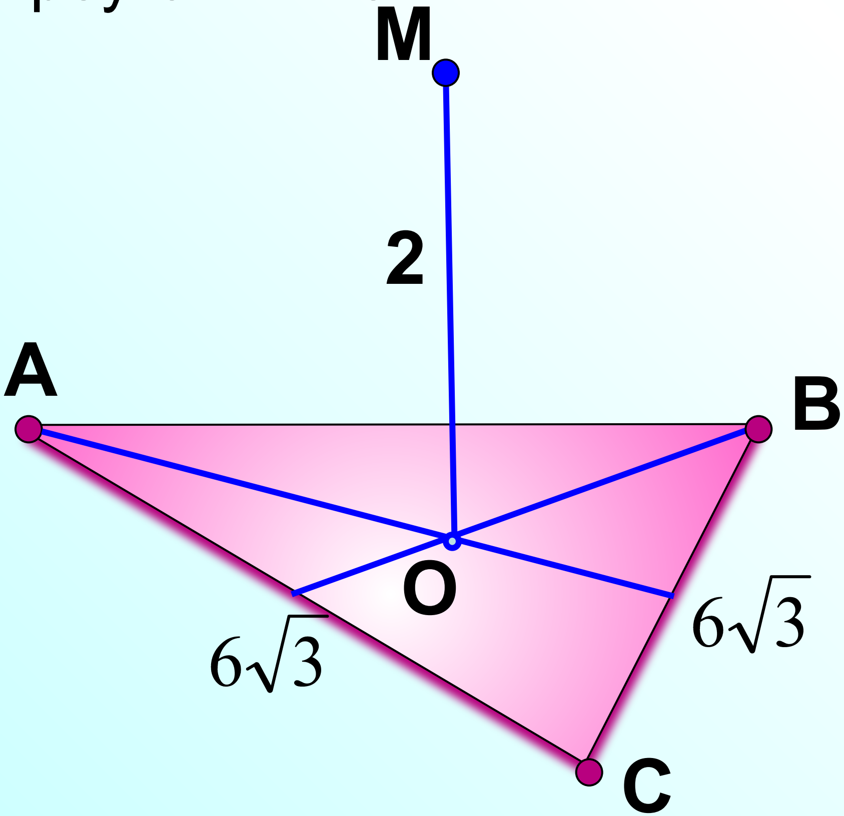
$BB_1 \perp \alpha$

$CC_1 \perp \alpha$



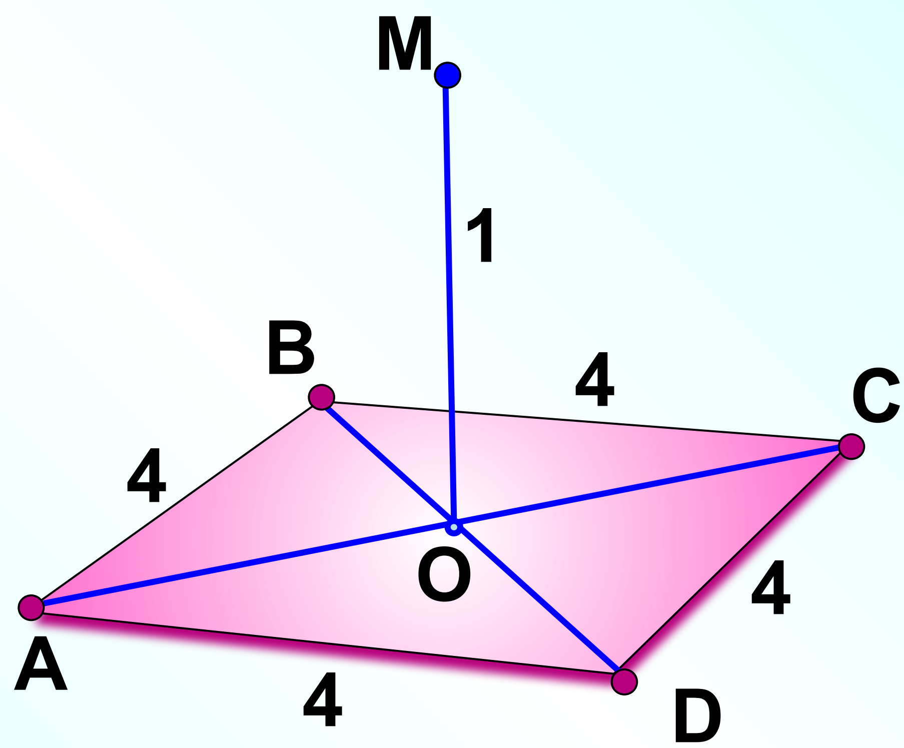
Дано: $OM \perp (ABC)$

ABC –равносторонний треугольник со стороной $6\sqrt{3}$ O – точка пересечения медиан. Найти расстояние от точки М до вершин треугольника.

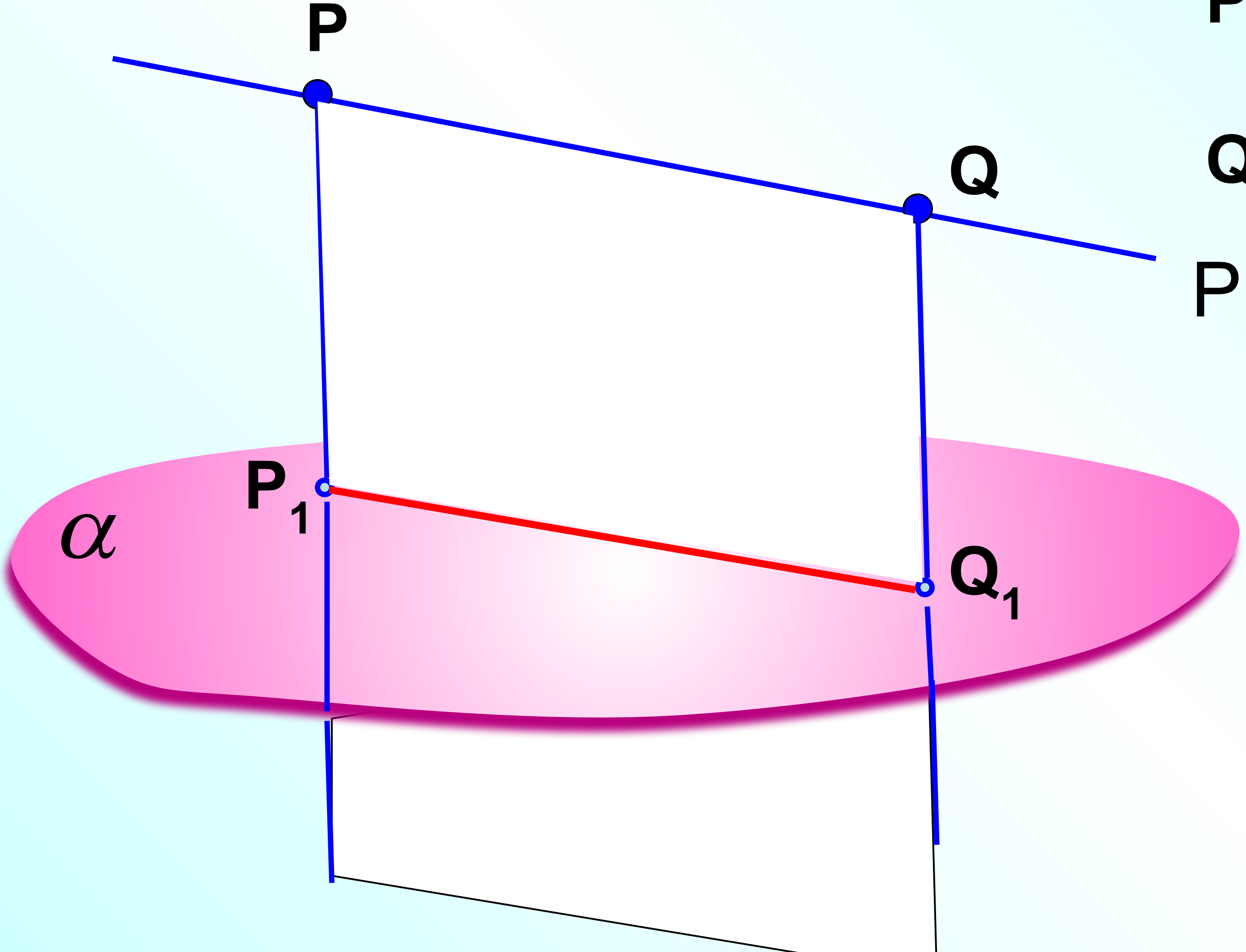


Дано: $OM \perp (ABC)$

ABCD – квадрат со стороной 4, O – точка пересечения диагоналей. Найти расстояние от точки М до вершин квадрата.



Прямая PQ параллельна плоскости α. Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.

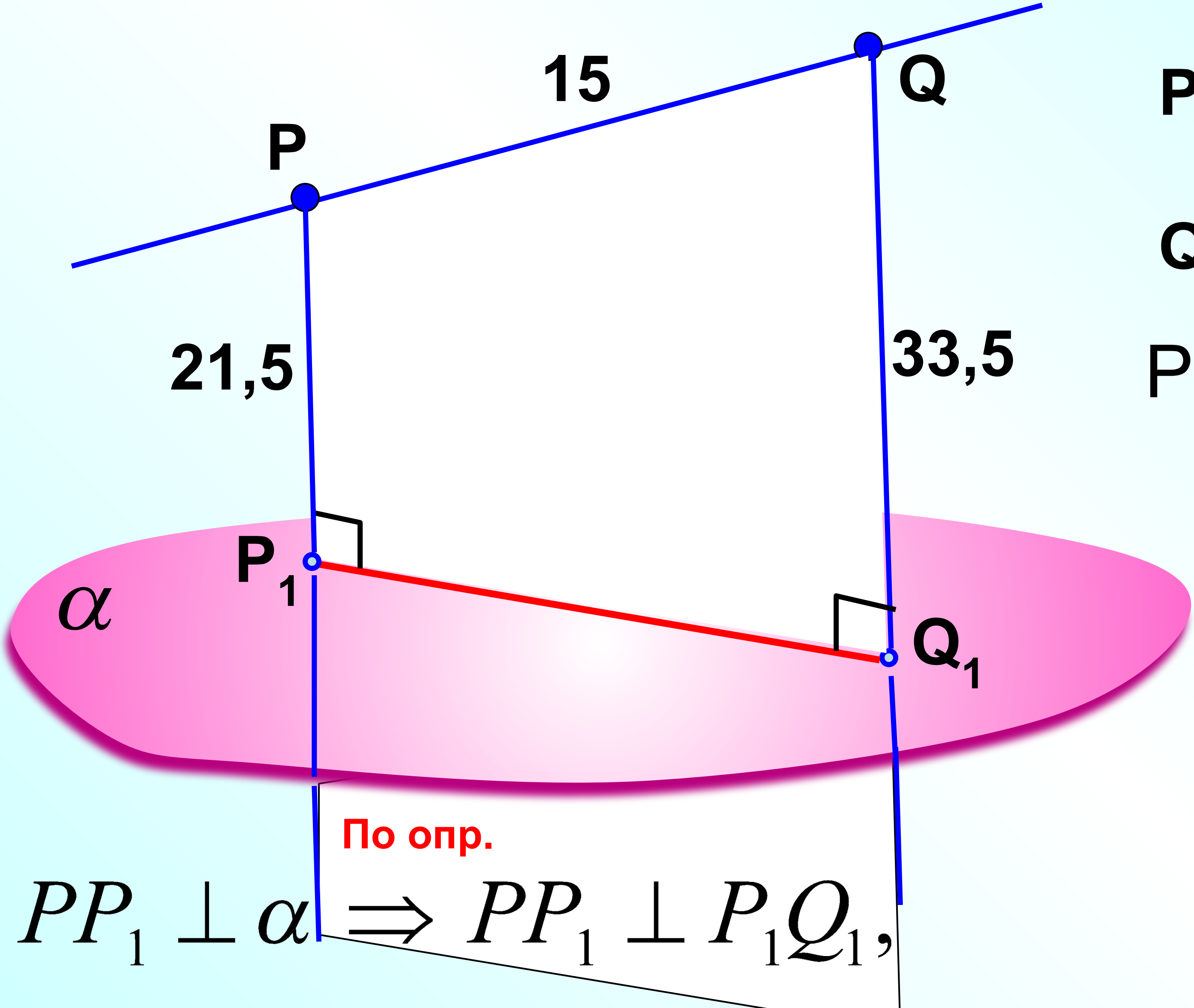


$PP_1 \perp \alpha$

$QQ_1 \perp \alpha$

$PP_1 \parallel QQ_1$

Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α , которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Найдите P_1Q_1.



$PP_1 \perp \alpha$

$QQ_1 \perp \alpha$

$PP_1 \parallel QQ_1$

По опр.

$$PP_1 \perp \alpha \Rightarrow PP_1 \perp P_1Q_1,$$