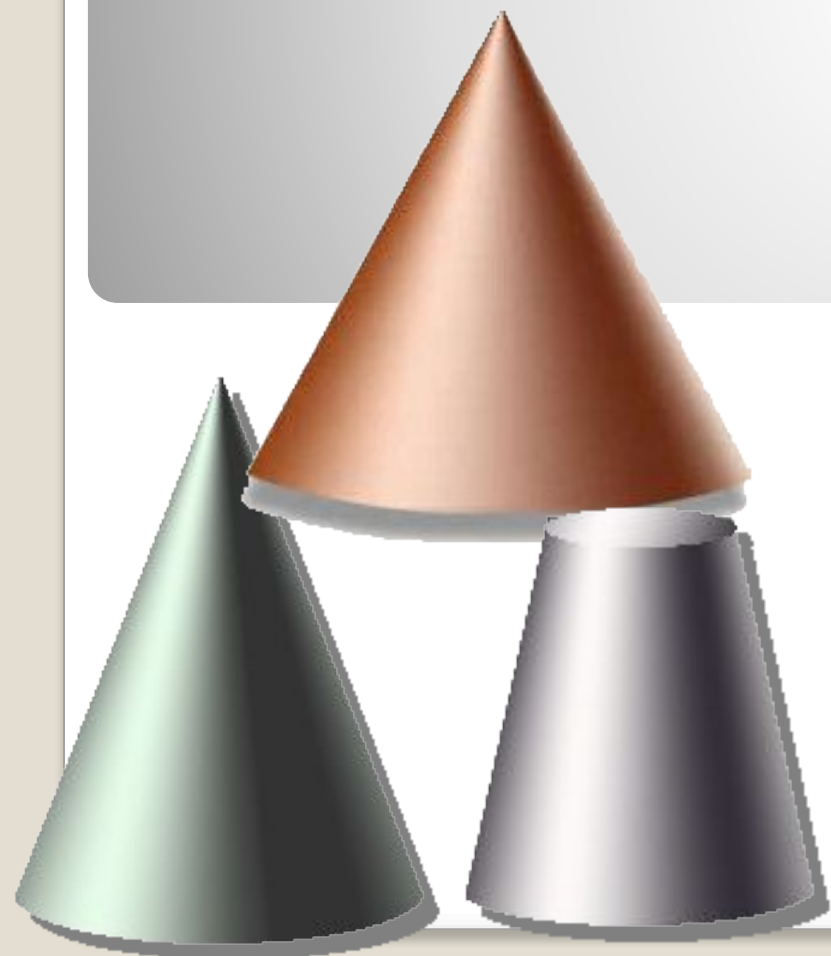


Конусы вокруг нас

«Пусть сюда не входит никто, не
знающий геометрии»

Платон



Работу подготовил
ученик 11- А класса
ГБОУ Гимназия № 5
г. Севастополя
Ткаченко Максим
Учитель: Мотуз Т.В.

Цель работы: исследовать, где встречается в г. Севастополе и его окрестностях геометрическое тело конус и составить задачи для использования в интерактивных средствах обучения школьников.

Задачи:

1. Рассмотрение вариантов применения конуса в отдельных архитектурных объектах нашего города.
2. Составление задач с использованием применяемых типов конусов
3. Решение составленных задач

Объекты исследования: архитектурные здания и строения, выставочные экспонаты г. Севастополя.

Предмет исследования: геометрическая фигура конус

Методы исследования:

1. Наблюдение (рассмотреть многообразие архитектурных сооружений города) .
2. Анализ (проанализировать литературу по исследуемой теме).
3. Сравнительно – описательный (показать в каких объектах встречается конус).
4. Моделирование.
5. Эксперимент.
6. Оформление результатов исследования.

Греческое слово κῶνος означает



“сосновая шишка”



“ Сосновый бор ”

С конусом люди знакомы с глубокой древности

Ученые, создавшие теории конуса

Евклид

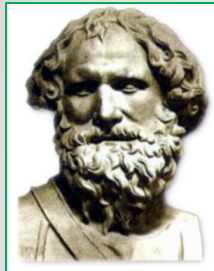
365—300 до н.э.



-счет Эратосфена
-геометрическая оптика
-монохорд

Архимед

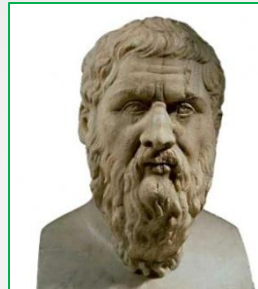
287-212 гг. до н.э.



В книге «О методе» приводится решение задачи об объеме общей части пересекающихся цилиндров

Платон (школа Платона) Пергский

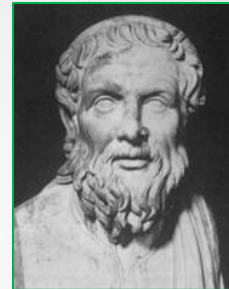
428-348 гг до н.э.



- исследование свойств конуса;
-изучение конических сечений

Апполоний Пергский

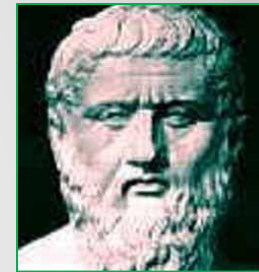
260-170 гг до н.э.



Трактат о конических сечениях

Евдокс Книдский

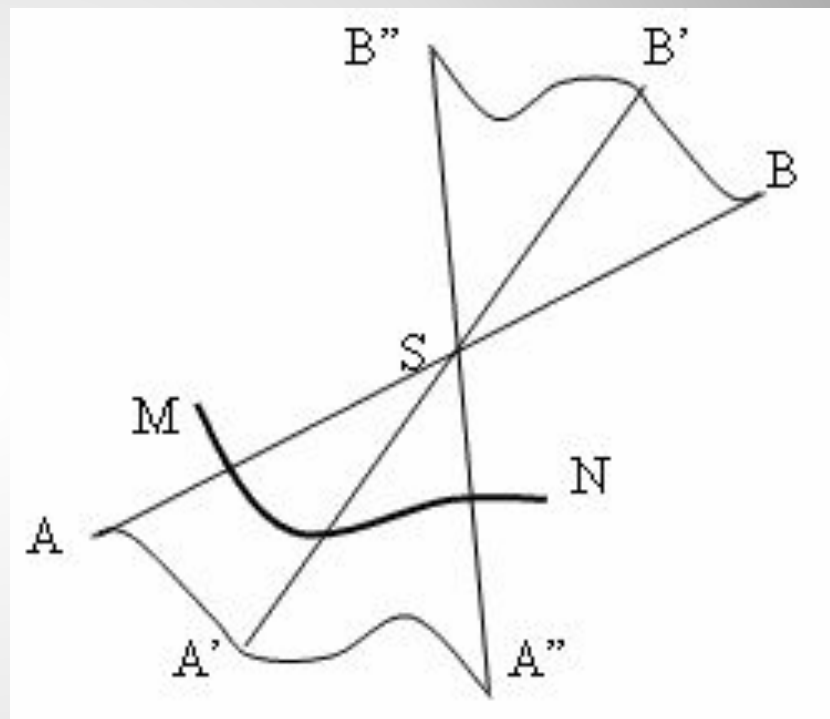
409-356 гг до н.э.



Принадлежат теоремы, что объемы пирамиды и конуса равны трети объемов призмы и цилиндра тех же оснований и высот.

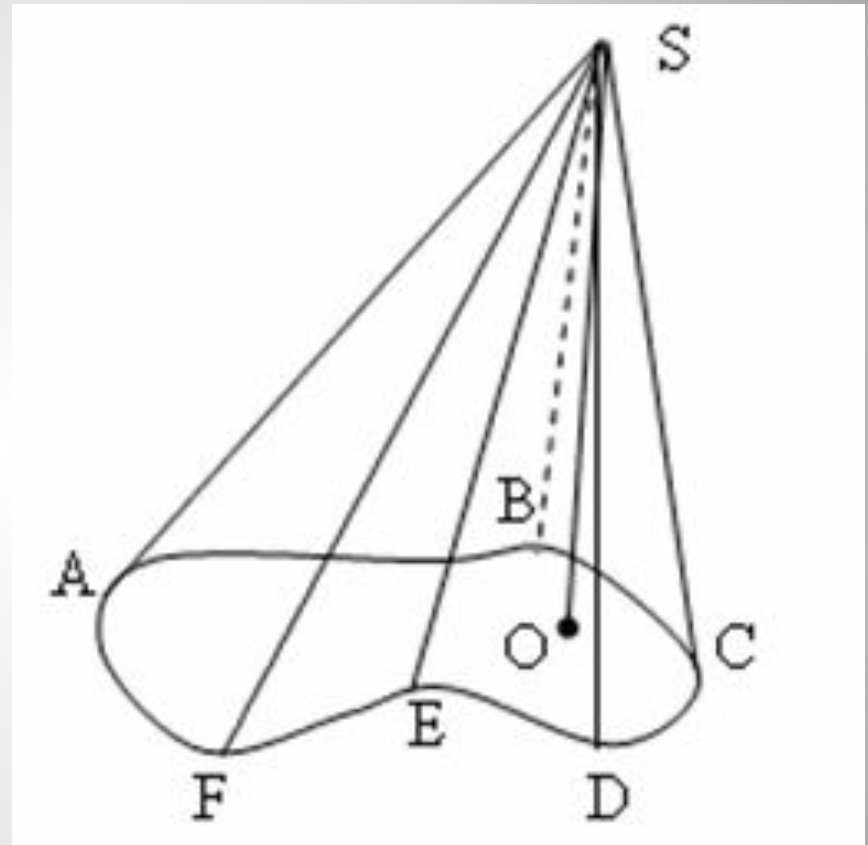
Конической поверхностью

называется поверхность, образуемая движением прямой AB , проходящей все время через неподвижную точку S и пересекающей данную линию MN .

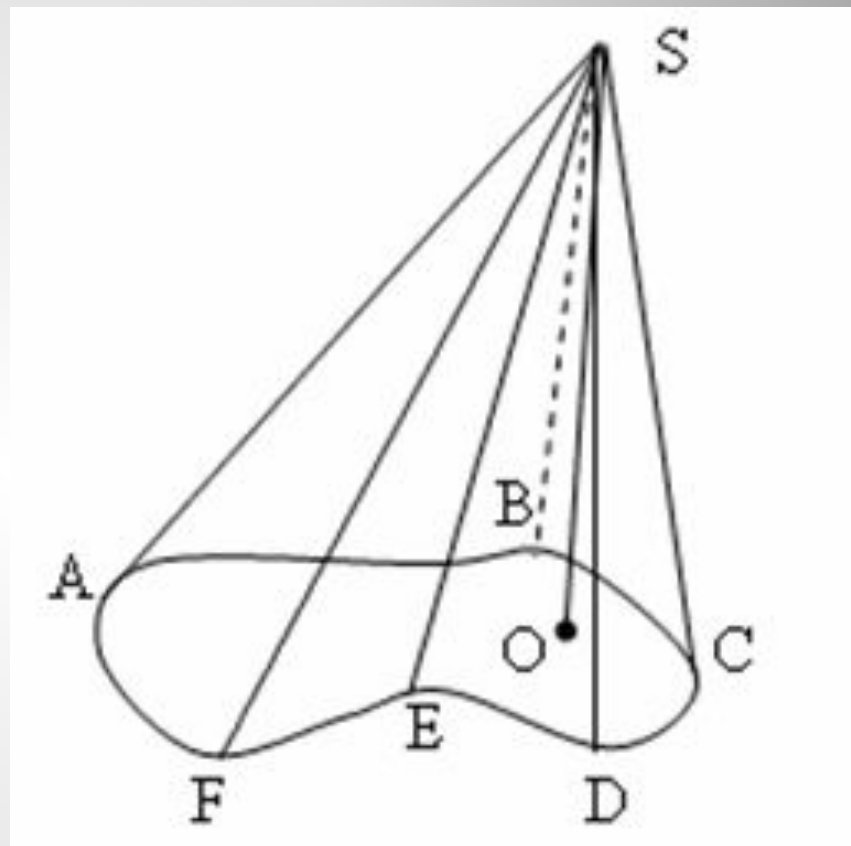


Конусом

называется тело, ограниченное одной полостью конической поверхности и пересекающей ее плоскостью $ABCDEF$, не проходящей через вершину S .



- Часть этой плоскости, лежащей внутри конической поверхности, называется **основанием** конуса.
- Перпендикуляр SO , опущенный из вершины на основание, называется **высотой** конуса.

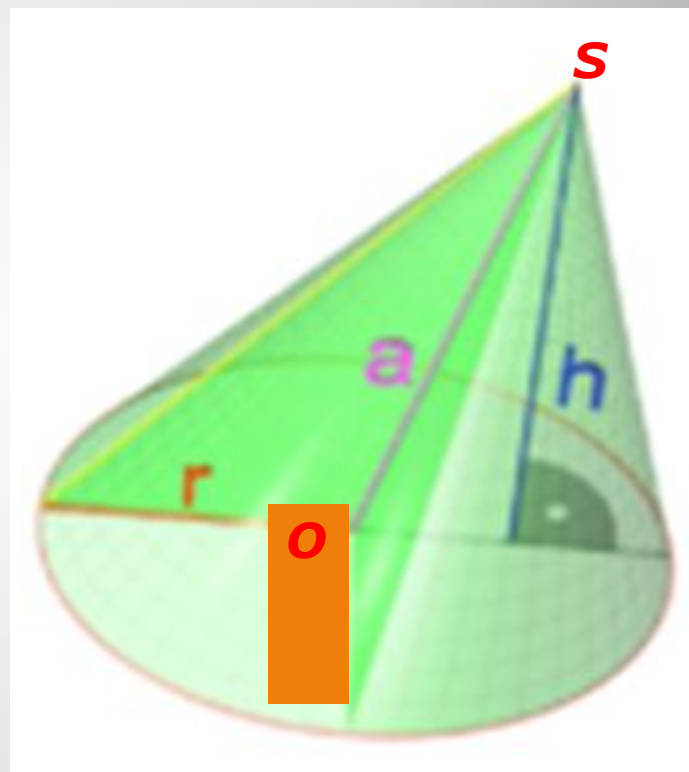


Виды конусов

Круговой конус

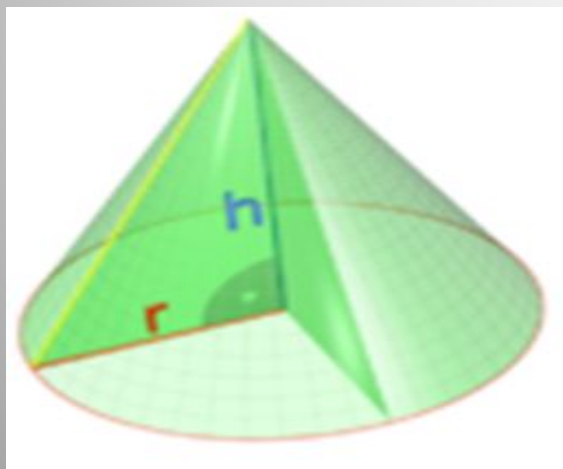
Конус называется *круговым*, если основание его - *круг*.

Прямая SO , соединяющая вершину конуса и центр основания, называется *осью конуса*.

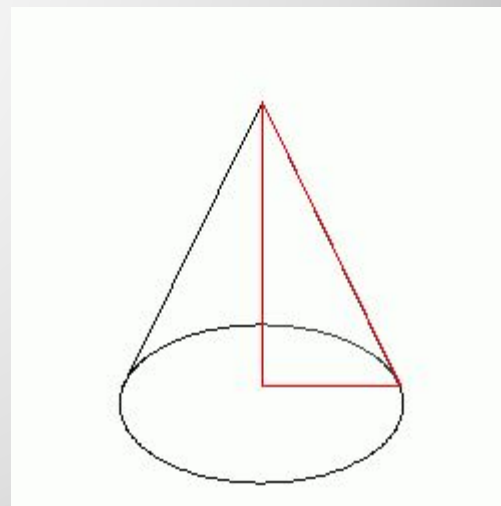


Круглый конус

Если высота кругового конуса падает в центр основания, он называется **круглым конусом**.



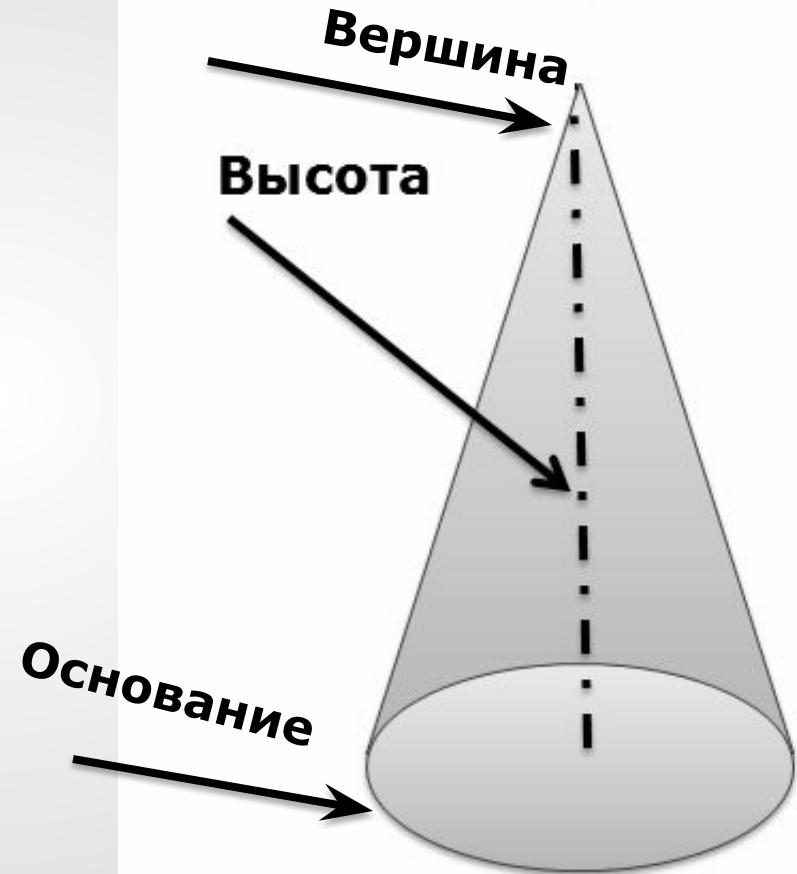
Конусом вращения называется круглый конус, полученный вращением прямоугольного треугольника около одного из катетов.



Основные элементы конуса

Полный конус имеет:

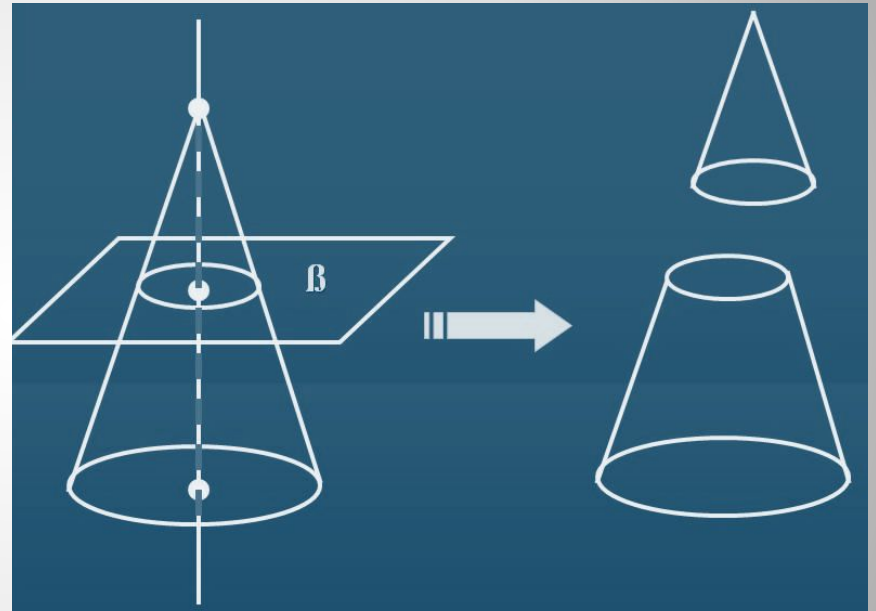
- основание;
- полную и боковую поверхности;
- вершину;
- высоту.

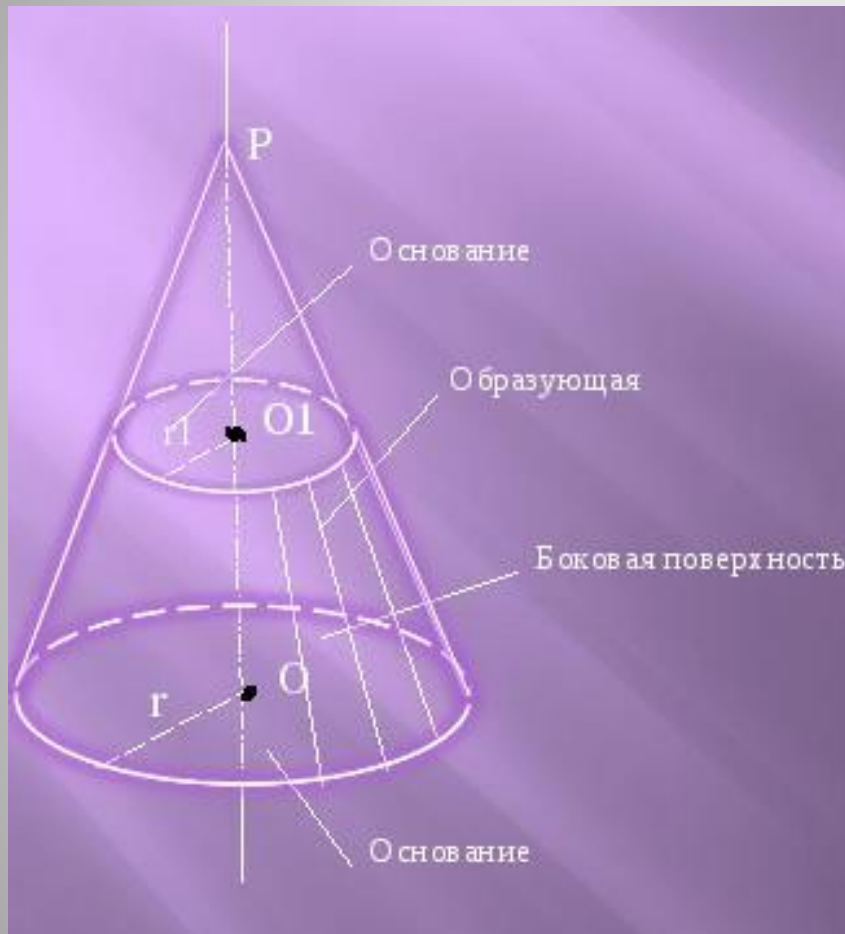


Усечённый конус

□ **Усеченным конусом** называется часть круглого конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

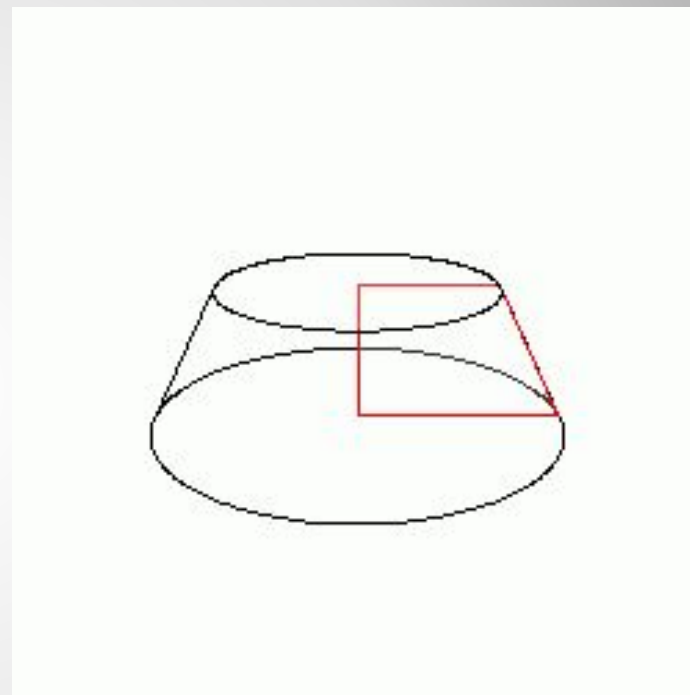
□ **Основаниями усеченного конуса** называются круги, лежащие в параллельных плоскостях



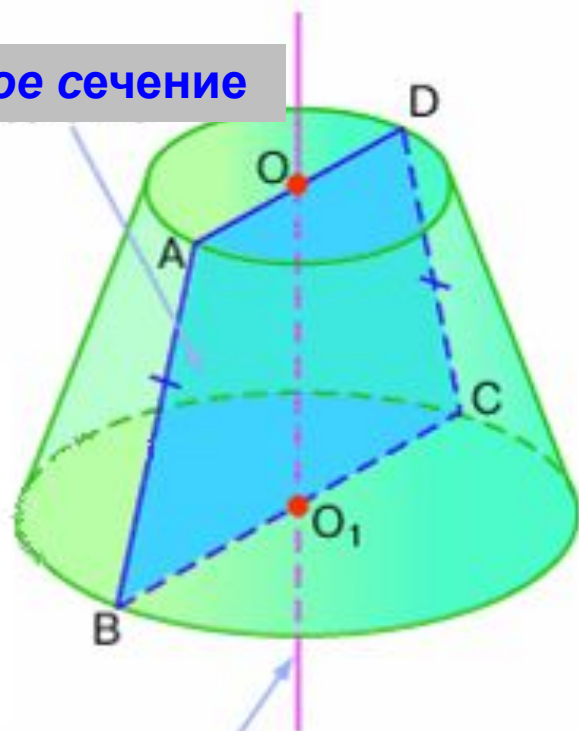


Образующей
усеченного конуса
называется часть
образующей пол-
ного конуса, заклю-
ченная между осно-
ваниями.

Усеченный конус можно рассматривать как тело, полученное при вращении прямоугольной трапеции вокруг боковой стороны, перпендикулярной основанию.



Осевое сечение



Ось усеченного конуса

$$AB=CD$$

Осью усеченного конуса называется прямая, соединяющая центры оснований.

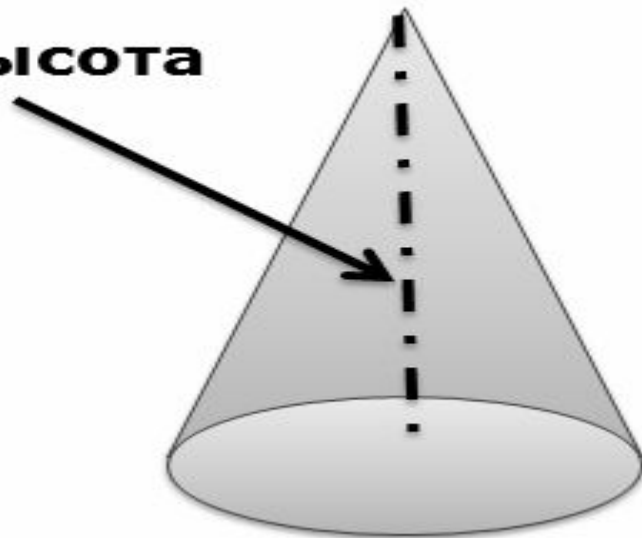
Осевое сечение – это сечение, проходящее через ось.

Осевое сечение является **равнобедренной трапецией**.

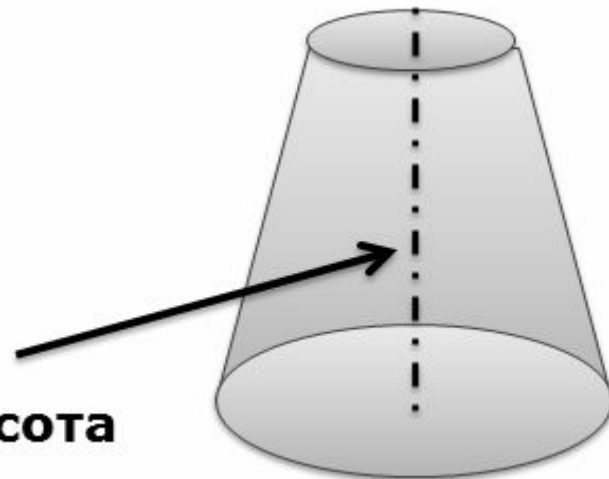
□ **Высота в конусе** – это отрезок, который соединяет вершину с центром круга (основания).

□ **Высота в усечённом конусе** – это отрезок, который соединяет центры кругов (нижнего и верхнего оснований).

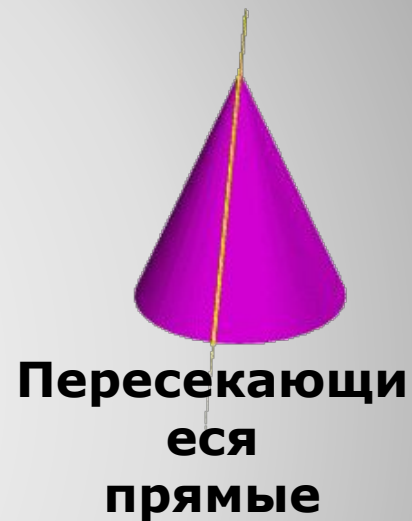
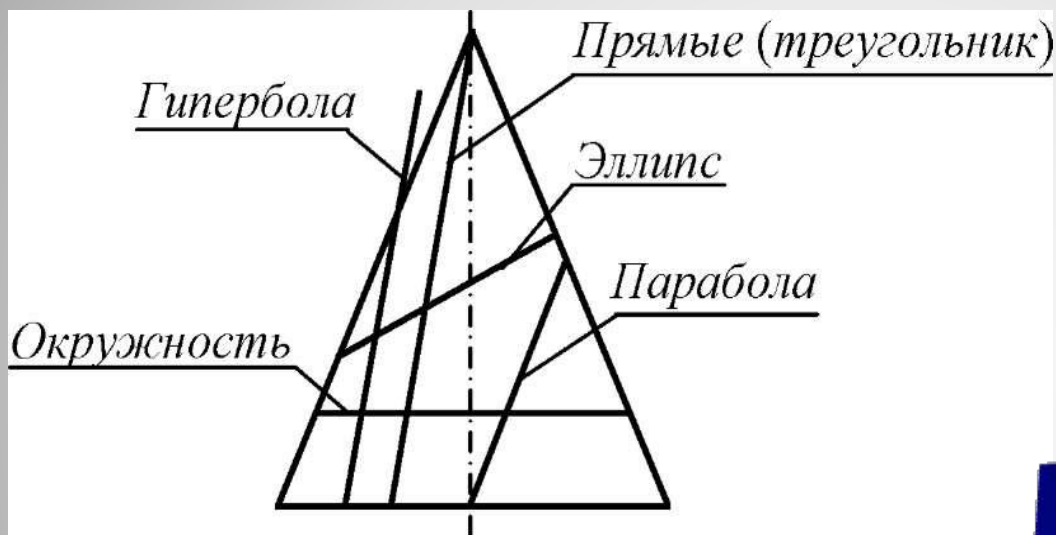
Высота



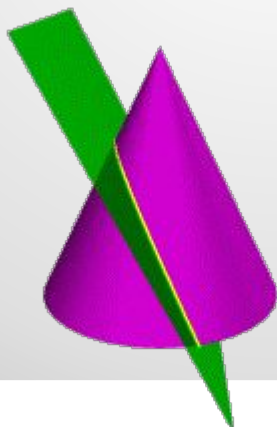
Высота



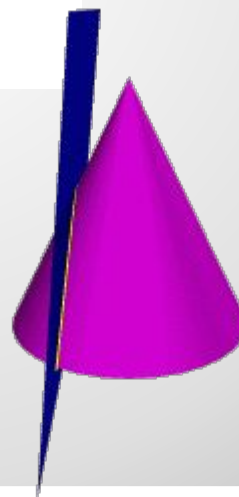
Линии, получающиеся при сечении прямого кругового конуса



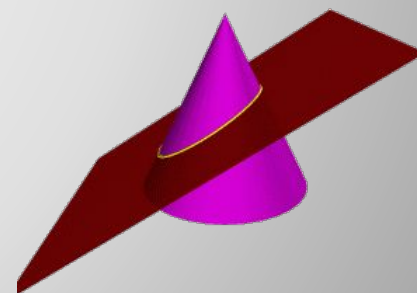
окружност
ть



парабо
ла



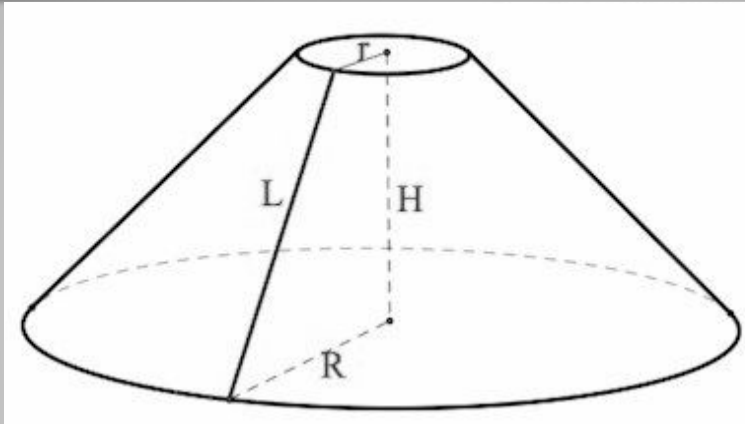
гипербо
ла



эллип
с

Расчетные формулы

Усечённый конус

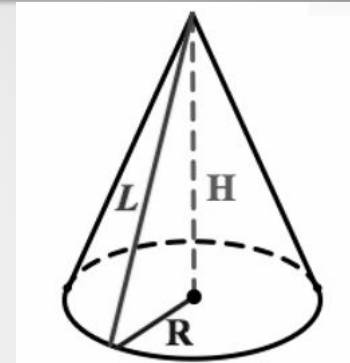


$$S_{\text{б.п.к.}} = \pi L(r + R)$$

$$S_{\text{п.п.к.}} = \pi(r^2 + (r + R)L + R^2)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi H(r^2 + r \cdot R + R^2)$$

Круглый конус



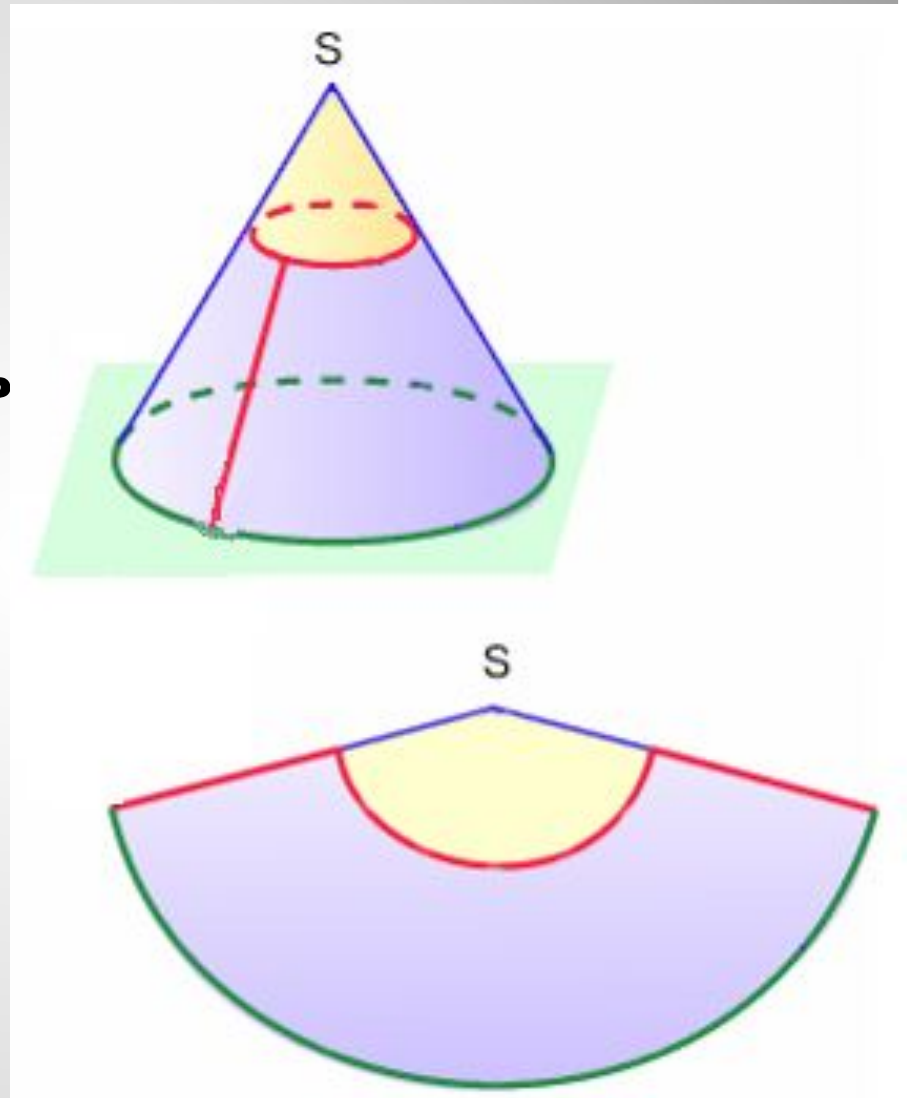
L - образующая

$$S_{\text{б.п.к.}} = \pi RL$$

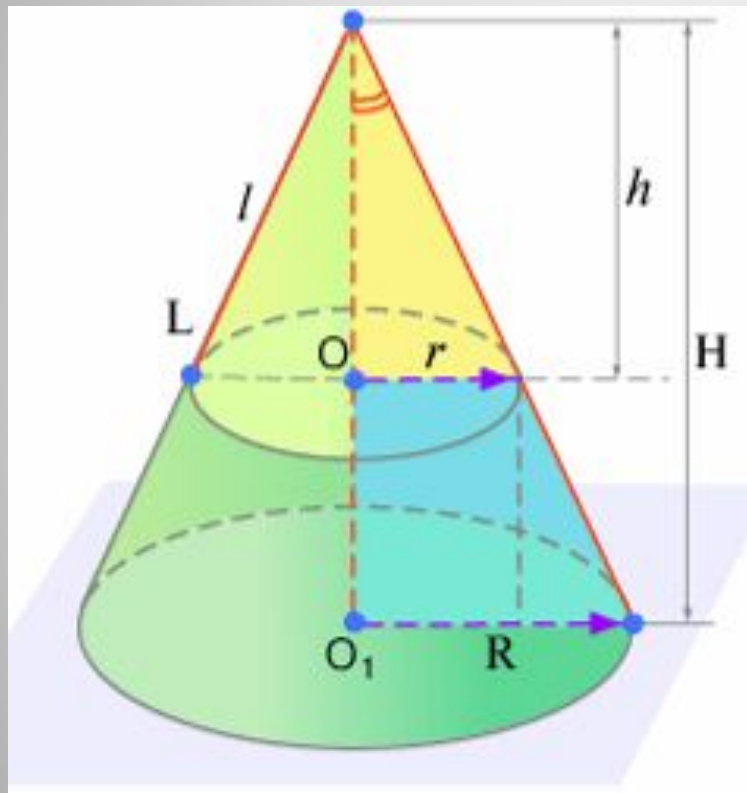
$$S_{\text{п.п.к.}} = \pi R^2 + \pi RL$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Площадь боковой поверхности усеченного конуса можно рассматривать как разность между площадями боковых поверхностей двух конусов. Поэтому развертка усеченного конуса – это часть круглого кольца.



Сечение, параллельное основанию конуса, отсекает от него малый конус, подобный большому



$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{l}{L}$$

$$\frac{V_{\text{мал. кон.}}}{V_{\text{больш. кон.}}} = \frac{r^3}{R^3} = \frac{h^3}{H^3}$$

$$\frac{S_{\text{мал. кон.}}}{S_{\text{больш. кон.}}} = \frac{2\pi r l}{2\pi R L} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{h^2}{H^2}$$

Праздничные конусы В Севастополе

Цветочные конусы в Севастополе



**День Св. Валентина
14 февраля 2014 г.**



**Бал хризантем
24 октября 2014 г.**

ЗАДАЧА 1

14 февраля 2014 г в Севастополе проходила выставка цветов, посвященная Дню влюбленных. Одной из главных композиций был конус, состоящий из вазонов с цветами. Высота конуса 2 м 15 см, диаметр основания равен 2 м 80 см. Площадь вазона с цветком равна 170 см². По окончании выставки цветы были подарены севастопольцам. Какое количество людей поздравили с праздником?



**Цветочный
конус**

Решение

1. Определение радиуса по формуле:

$$r = \frac{d}{2} \quad \text{см} \quad 280 / 2 = 140 (\quad)$$

2. Определение образующей по т. Пифагора

$$l^2 = (215)^2 + (140)^2$$

$$l = 257 \text{ (см)}$$

3. Определение площади боковой поверхности конуса:

$$S = \pi r l \quad S_{\text{б. п. к.}} = 3,14 \cdot 140 \cdot 257 = 112977 \text{ (см}^2\text{)}$$

4. Определение количества вазонов

$$n = \frac{S_{\text{б. п. к.}}}{S_{\text{вазона}}} \quad n = \frac{112977}{170} = 664$$

Ответ: 664 человека

ЗАДАЧА 2

Высота елки 12 м, образующая 15 м. Для симметрии бантики и снежинки размещались на расстоянии 1,5 м. Сколько снежинок понадобилось для украшения новогодней елки?

Решение

1. Определение радиуса елки по т.Пифагора

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$15^2 = 12^2 + r^2$$

$$r^2 = 15^2 - 12^2$$

$$r = \sqrt{15^2 - 12^2}$$

$$r = 9 \text{ (м)}$$

2. Определение боковой поверхности елки

$$S = \pi r l$$

$$S = 3,14 \cdot 9 \cdot 15 = 424 \text{ (м}^2 \text{)}$$

3. Определение количества игрушек

$$n = \frac{S_{\text{б. п. к.}}}{S_{\text{игрушки}}}$$

$$n = \frac{424}{1,5} = 283 \text{ (шт)}$$



**Новогодний конус
«Елочка»**

Ответ: 283 снежинки.

Конусы в исторической архитектуре

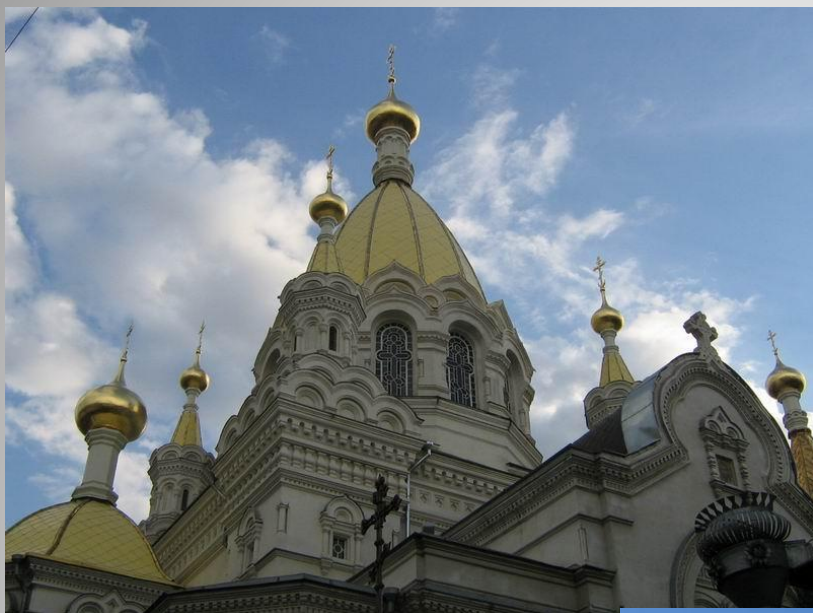
Усеченный конус



Панорама. Исторический бульвар Севастополя



Комплекс памятника Нахимову представляет собой усеченный двухуровневый конус, выполненный из гранита



**Покровский собор в
Севастополе**



**Адмиральский собор святого
Владимира**



**Екатерининская миля на Северной
стороне**

ЗАДАЧА 3



Часовня во имя святого великомученика Георгия Победоносца расположена в мемориальном комплексе на Сапун-горе

Храм представляет собой усеченный конус, с диаметрами оснований 15 м и 3 м.

Высота купола-10 м. Сколько потребовалось краски при оформлении данной часовни, если известно, что на 1 м² расходуется 200 г бронзового покрытия.

Решение

1. Определение радиусов конуса

$$r_1 = d_1 / 2 = 15 / 2 = 7,5 \text{ ()}$$

$$r_2 = d_2 / 2 = 3 / 2 = 1,5 \text{ ()}$$

2. Определение образующей по т.Пифагора

$$l = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 11,5 \text{ (м)}$$

3. Определение боковой поверхности купола

$$S_{\text{б.п.к.}} = \pi \cdot l (r_1 + r_2)$$

$$S_{\text{б.п.к.}} = 3,14 \cdot 11,5 \cdot (7,5 + 1,5) = 325 \text{ (м}^2 \text{)}$$

4. Определение массы краски

$$m_{\text{к}} = S_{\text{б.п.к.}} \cdot 0,2 = 325 \cdot 0,2 = 65 \text{ (кг)}$$

Ответ: 65 кг

Конусы в быту

ЗАДАЧА 4

Озеро Сасык-Сиваш - самое большое в Крыму соленое озеро. Оно находится недалеко от Евпатории, и от Черного моря его отделяет дамба. Весной низины наполняют морской водой, за три месяца влага испаряется, а на пересохшем дне остается соль. Специальными ножами комбайн срезает пласт соли, который тут же дробит и по транспортной ленте подает в вагонетки. Одна вагонетка перевозит 15 м^3 соли. Хранят соль в виде конических соляных гор. Сколько вагонеток соли пришлось привезти, чтобы сформировать коническую гору, окружность которой 120 м. Длина образующих в круговую 44 м.



Решение

1. Определение длины образующей:

$$l = 2\ell / 2 \quad \ell = 44 / 2 = 22 \text{ (м)}$$

2. Определение длины радиуса:

$$c = 2\pi \cdot r \quad r = c / 2\pi = 120 / 6,28 = 19,1 \text{ (м)}$$

3. Определение высоты конуса:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{22^2 - 19^2} = 11 \text{ (м)}$$

4. Определение объема конуса:

$$V = 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = 1/3 \cdot 3,14 \cdot 19^2 \cdot 11 = 4156 \text{ (м}^3\text{)}$$

5. Определение количества вагонеток:

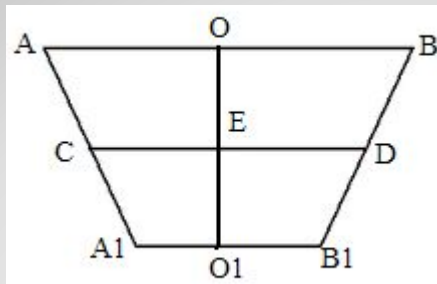
$$\frac{4156}{15} \text{ вагонеток} = 277 \text{ (вагонеток)}$$

Ответ: 277 вагонов



Сбор березового сока

В ведро, имеющее форму усеченного конуса с диаметрами 28 см и 20 см собрали 4 л березового сока, что составило половину высоты ведра. Сколько литров сока нужно еще собрать, чтобы заполнить ведро доверху?



ЗАДАЧА 5

Решение

1. Определение радиусов оснований

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = 28 / 2 = 14 \text{ ()}$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = 20 / 2 = 10 \text{ ()}$$

2. Определение средней линии трапеции

$$CD_{\text{ср.л.}} = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{14 + 10}{2} = 12 \text{ (см)}$$

$$V = 1/3 \cdot \pi \cdot h \cdot (r^2 + R^2 + rR)$$

3. Определение высоты трапеции EO₁

$$V_{A_1CDB_1} = \frac{\pi \cdot O_1E \cdot (O_1B_1^2 + ED^2 + O_1B_1 \cdot ED)}{3}$$

$$h_{\text{н}} = \frac{V_{A_1CDB_1} \cdot 3}{\pi \cdot (O_1B_1^2 + ED^2 + O_1B_1 \cdot ED)} = \frac{4000 \cdot 3}{3,14 \cdot (10^2 + 12^2 + 120)} \approx 10,5 \text{ ()}$$

$$V_{ABCD} = \frac{\pi \cdot O_1E \cdot (CD^2 + OB^2 + OB \cdot CD)}{3} = \frac{3,14 \cdot 10,5 \cdot (14^2 + 12^2 + 12 \cdot 14)}{3} \approx$$

5583 (л³) или 5,5 л

Ответ: 5,5 л сока

Источники

- Геометрические тела. Конус.- [Электронный ресурс]. - Режим доступа. - www.calc.ru/Geometricheskiye-Tela-Konus.html
- Конус.- [Электронный ресурс]. - Режим доступа.- www.tutoronline.ru
- ЕГЭ по математике - [Электронный ресурс]. - Режим доступа. -<http://uztest.ru/abstracts/?idabstract=523545>
- Атанасян Л.С. Геометрия / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др.- М.: Просвещение, 2014.-255 с.
- Геометрия в таблицах по новой программе 10-11 класс Роева Т.Г, Хроленко Р.Ф.
- Погорелов М.И «Геометрия 7-11» Просвещение 2001.