

Векторы в пространстве

Подготовила:
преподаватель математики
Котилевская Н.Н.

Величины, которые характеризуются не только числом, но еще и направлением, называются векторными величинами или просто векторами.

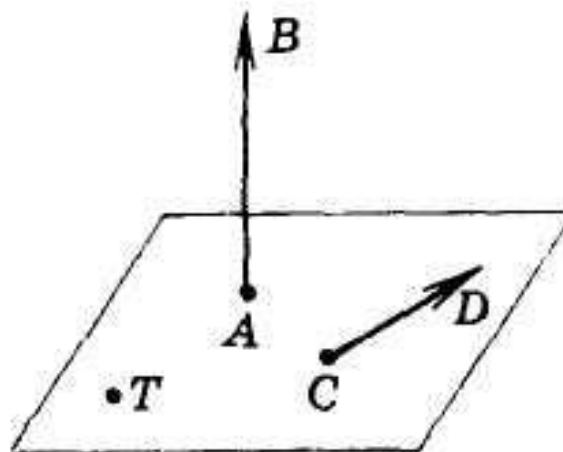
Скорость
Ускорение
Сила

Определение вектора.

Геометрически векторы изображаются направленными отрезками. *Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой – концом, называется вектором.*

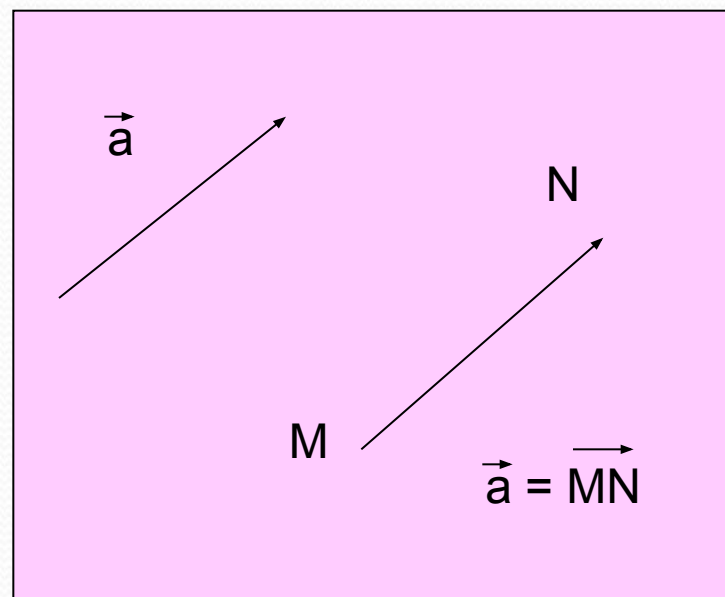
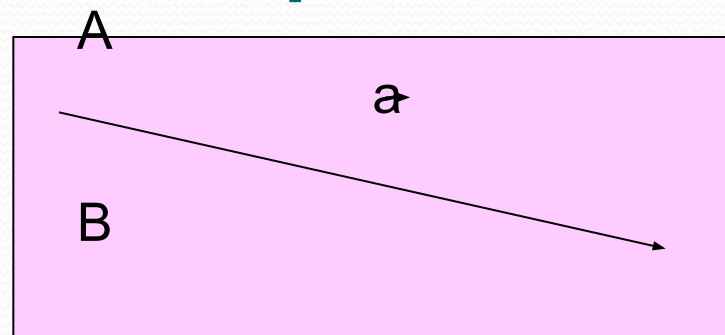
Вектор характеризуется следующими элементами:

1. начальной точкой (точкой приложения);
2. направлением;
3. длиной («модулем вектора»).



Обозначение вектора.

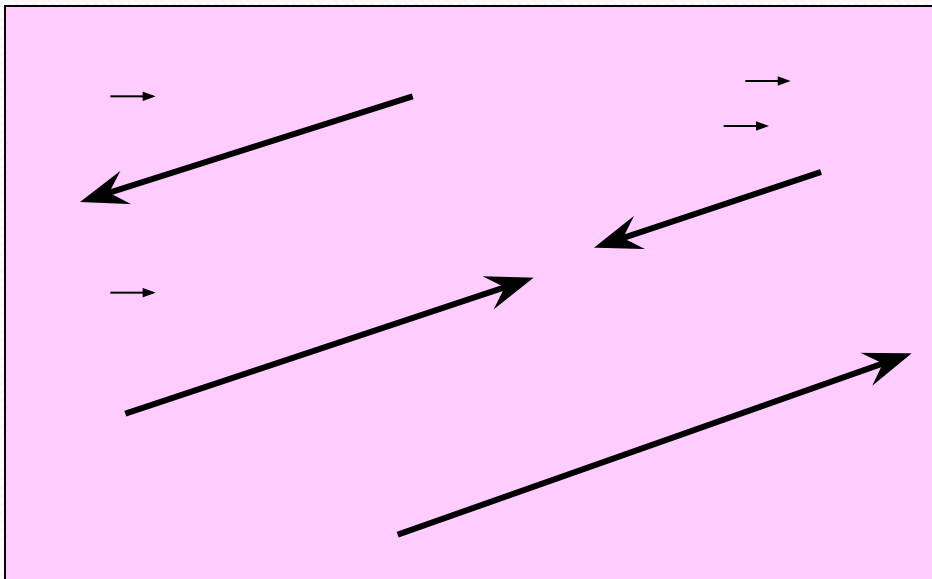
- Если начало вектора – точка A , а его конец – точка B , то вектор обозначается \overrightarrow{AB} или \vec{a} .
- От любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один, используя параллельный перенос.



Нулевой вектор – точка в пространстве. Начало и конец нулевого вектора совпадают, и он не имеет длины и направления. Обозначается: 0 .

Абсолютной величиной (длиной или модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор. Абсолютная величина вектора обозначается $|a|$.

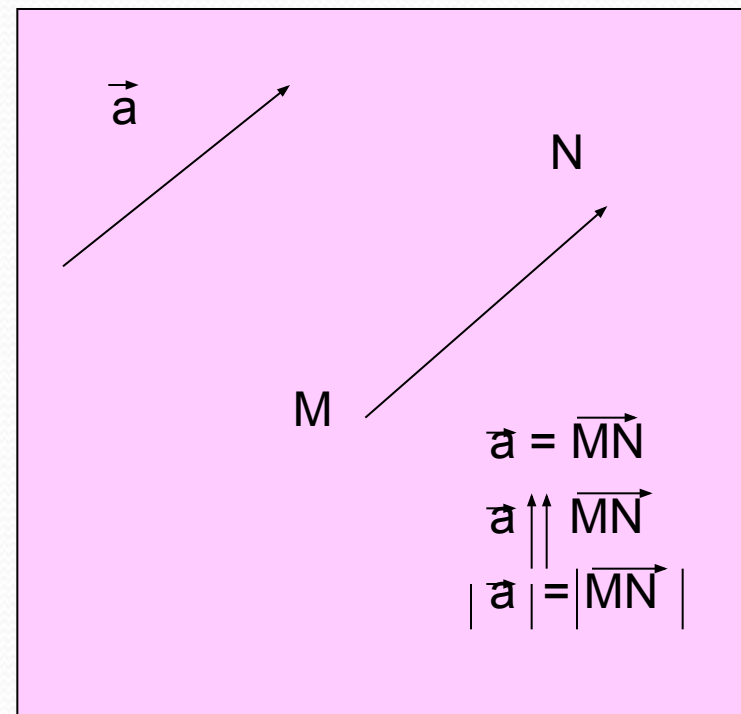
Коллинеарные векторы.



Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

- Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в одну сторону, то векторы называются **сонаправленными**.
 - Обозначаются : $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$.
- Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в разные стороны, то векторы называются **противоположно направленными**.
 - Обозначаются : $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{d}$.
- Нулевой вектор считают сонаправленным с любым.

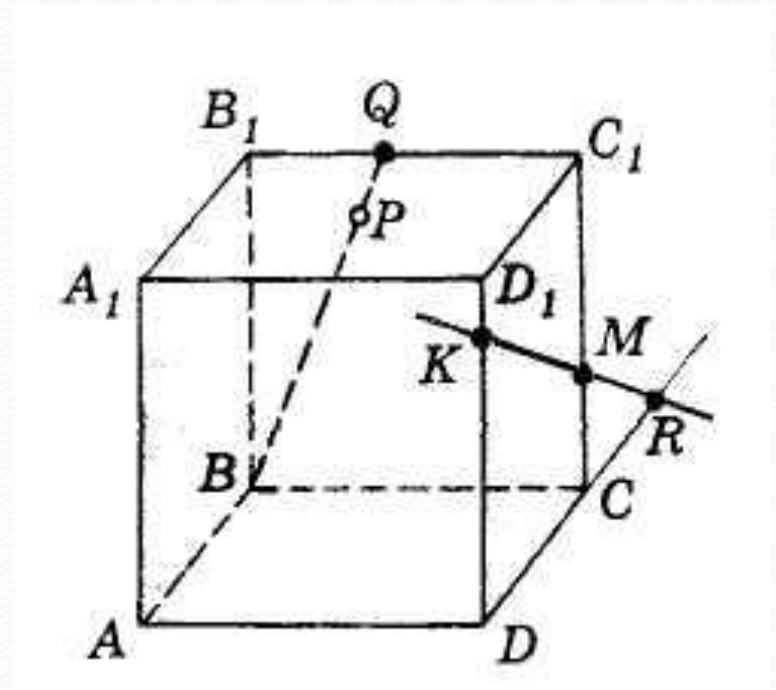
- Два вектора называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.



Задание

Привести примеры по чертежу куба с ребром 3 см:

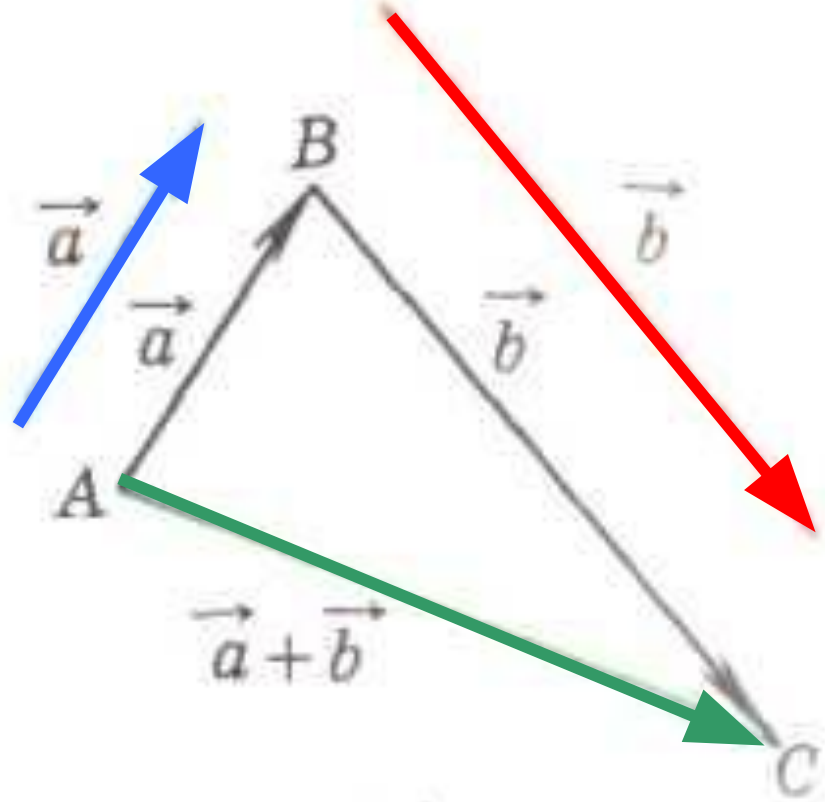
- коллинеарные векторы;
- сонаправленные векторы;
- равные векторы;
- найдите длину векторов \overrightarrow{AB} ; $\overrightarrow{AA_1}$; \overrightarrow{AC} ; $\overrightarrow{DB_1}$.



ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ.

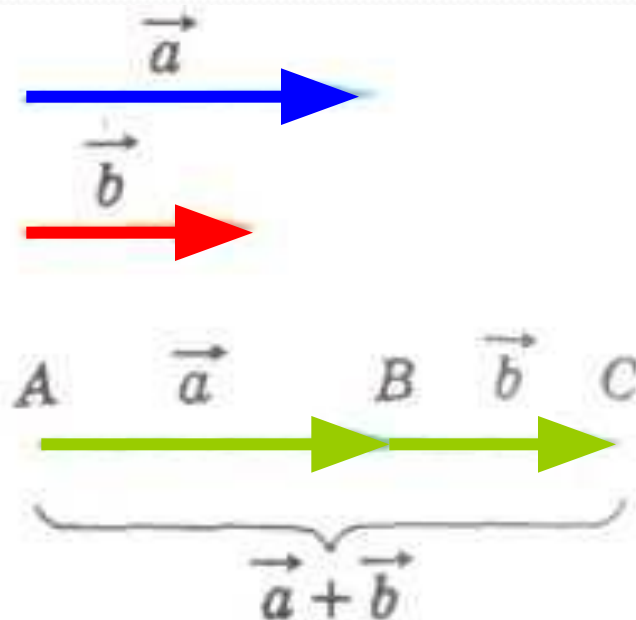
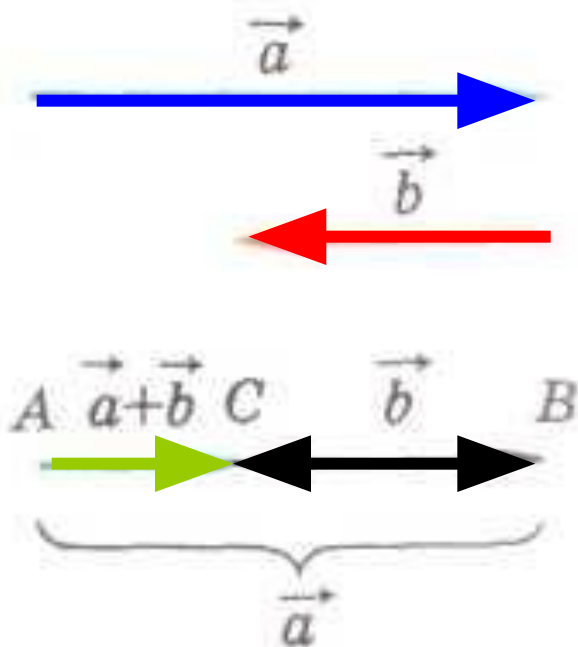
Сложение векторов.

- **Правило треугольника.**
(правило сложения двух произвольных векторов a и b). Отложим от какой-нибудь точки A вектор \vec{AB} , равный a . Затем от точки B отложим вектор \vec{BC} , равный b . Вектор \vec{AC} называется суммой векторов a и b : $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



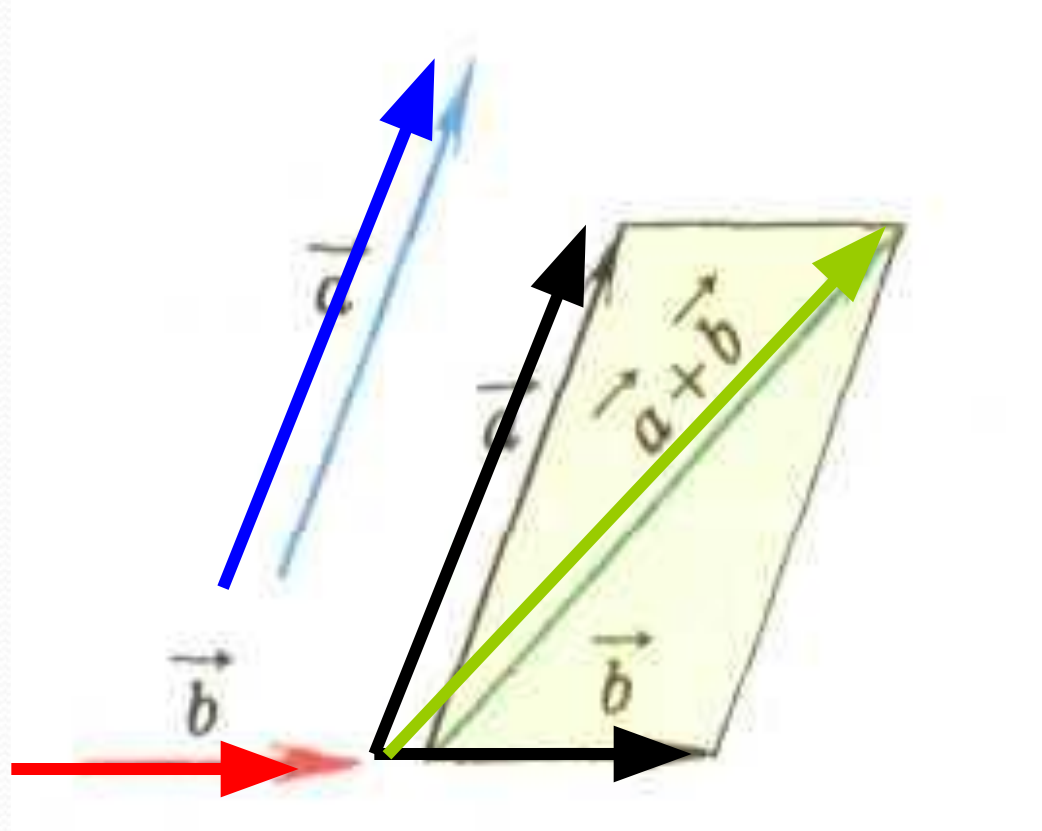
Сложение коллинеарных векторов.

- По этому же правилу складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении и не получается треугольника.

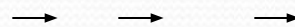


Сложение векторов.

- Для сложения двух неколлинеарных векторов можно пользоваться также **правилом параллелограмма**, известным из курса планиметрии.



Свойства сложения векторов.



Для любых векторов a , b и c справедливы равенства:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

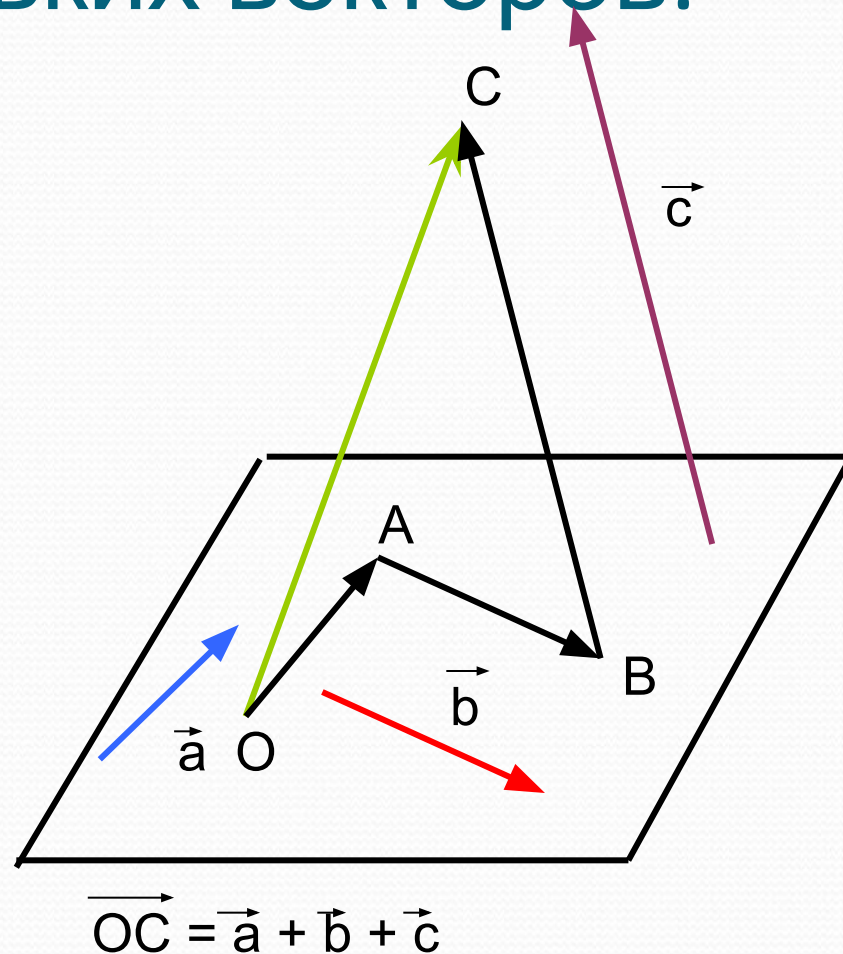
(переместительный закон);

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

(сочетательный закон).

Сложение нескольких векторов.

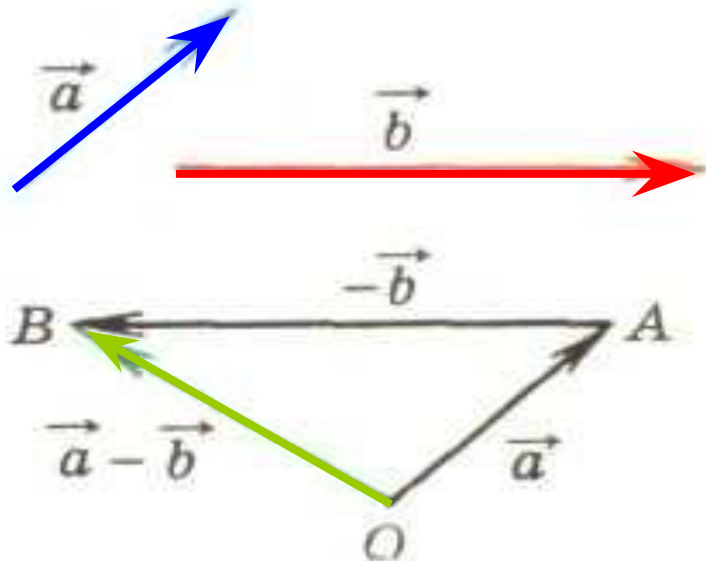
- Сложение нескольких векторов в пространстве выполняется так же, как и на плоскости: первый вектор складывается со вторым, затем их сумма — с третьим вектором и т. д. Из законов сложения векторов следует, что **сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.**



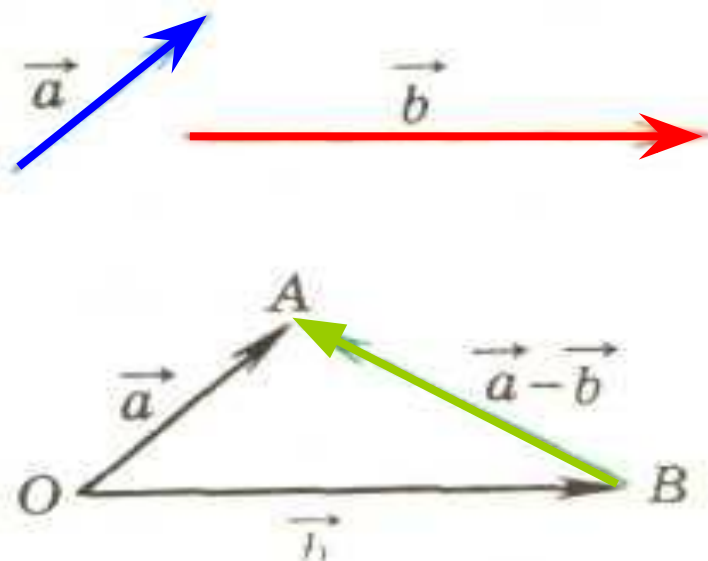
Разность векторов.

- Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называется такой вектор, сумма которого с вектором \vec{b} равна вектору \vec{a} . Разность $\vec{a} - \vec{b}$ векторов \vec{a} и \vec{b} можно найти по формуле:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) \rightarrow \rightarrow$$



$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{a}, & \vec{AB} &= -\vec{b} \\ \vec{OB} &= \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{a}, & \vec{OB} &= \vec{b} \\ \vec{BA} &= \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$

Умножение вектора на число.

- Произведением ненулевого вектора \vec{a} на число k называется такой вектор \vec{b} , длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причем векторы \vec{a} и \vec{b} сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k < 0$.
- Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.
- Произведение вектора \vec{a} на число k обозначается так: $k\vec{a}$.
- Для любого числа k и любого вектора \vec{a} векторы \vec{a} и $k\vec{a}$ коллинеарны.
- Произведение любого вектора на число ноль есть нулевой вектор.

Свойства умножения вектора на число.

- Отметим, что $(-1)\vec{a}$ является вектором, противоположным вектору \vec{a} , т.е.

$$(-1)\vec{a} = -\vec{a}.$$

- если вектор \vec{a} ненулевой, то векторы $(-1)\vec{a}$ и \vec{a} противоположно направлены.
- если векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует число k такое, что $\vec{b} = k\vec{a}$.

Правила умножения вектора на число.

Для любых векторов \vec{a} , \vec{b} и любых чисел k , f справедливы равенства:

$$(kf)\vec{a} = k(f\vec{a}) \text{ (сочетательный закон);}$$

$$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b} \text{ (первый распределительный закон);}$$

$$(k + f)\vec{a} = k\vec{a} + f\vec{a} \text{ (второй распределительный закон).}$$



Спасибо за внимание!