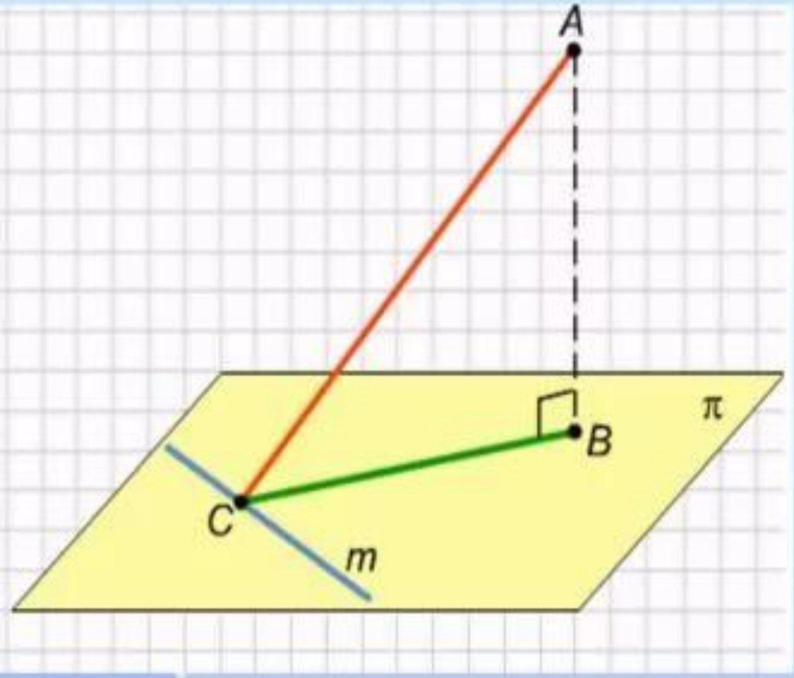
ПЕРПЕНДИКУЛЯР, НАКЛОННАЯ, ПРОЕКЦИЯ НАКЛОННОЙ И СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР К ОТРЕЗКУ

Теорема о трех перпендикулярах



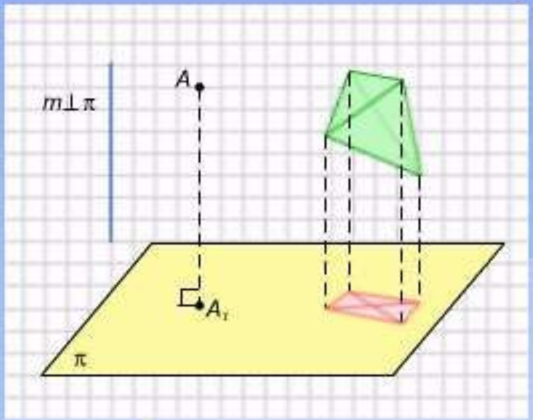
Перпендикуляр *AB к* плоскость pi*,* наклонная *AC и* прямая *m* в плоскости pi.

Прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна наклонной тогда и только тогда, когда она перпендикулярна ее ортогональной проекции.

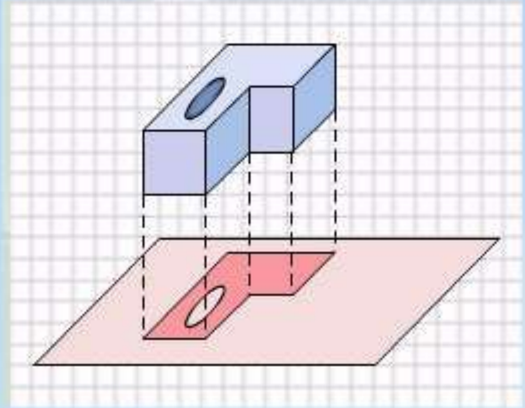
Доказательство.

Пусть даны плоскость pi, перпендикуляр AB на эту плоскость, наклонная AC, и прямая m в плоскости pi. Нам надо доказать два взаимно обратных утверждения. Первое утверждение: если прямая m перпендикулярна наклонной AC, то она перпендикулярна и ее ортогональной проекции BC. И обратно: если прямая m перпендикулярна ортогональной проекции BC, то она перпендикулярна и наклонной AC.

Ортогональная проекция



Ортогональная проекция точки и фигуры.



Ортогональная проекция детали.

Ортогональной проекцией точки *А* на данную плоскость называется проекция точки на эту плоскость параллельно прямой, перпендикулярной этой плоскости. *Ортогональная проекция фигуры* на данную плоскость р состоит из ортогональных проекций на плоскость р всех точек этой фигуры. Ортогональная проекция часто используется для изображения пространственных тел на плоскости, особенно в технических чертежах. Она дает более реалистическое изображение, чем произвольная параллельная проекция, особенно круглых тел.

Свойства ортогональной проекции

Пусть из одной точки к плоскости проведены перпендикуляр и несколько наклонных. Тогда справедливы следующие утверждения.

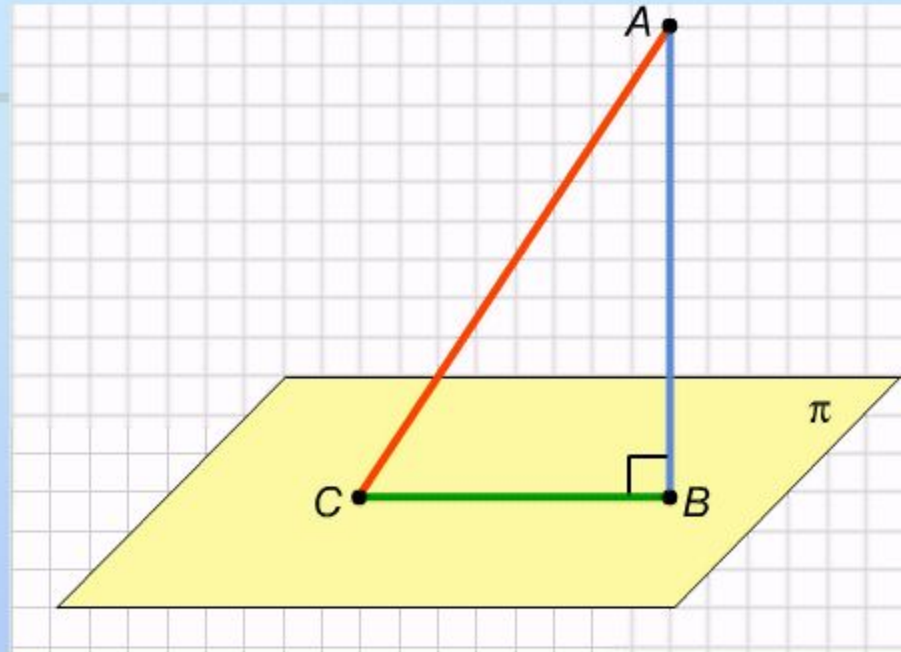
1. Любая наклонная длиннее как перпендикуляра, так и ортогональной проекции наклонной на эту плоскость.
2. Равные наклонные имеют и равные ортогональные проекции, и наоборот, наклонные, имеющие равные проекции, также равны.
3. Одна наклонная длиннее другой тогда и только тогда, когда ортогональная проекция первой наклонной длиннее ортогональной проекции второй наклонной.

Перпендикуляр и наклонная

- Перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную плоскость, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости.
- Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и не являющийся перпендикуляром к плоскости.
- Проекцией наклонной называется отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из одной и той же точки

Перпендикуляр и наклонная

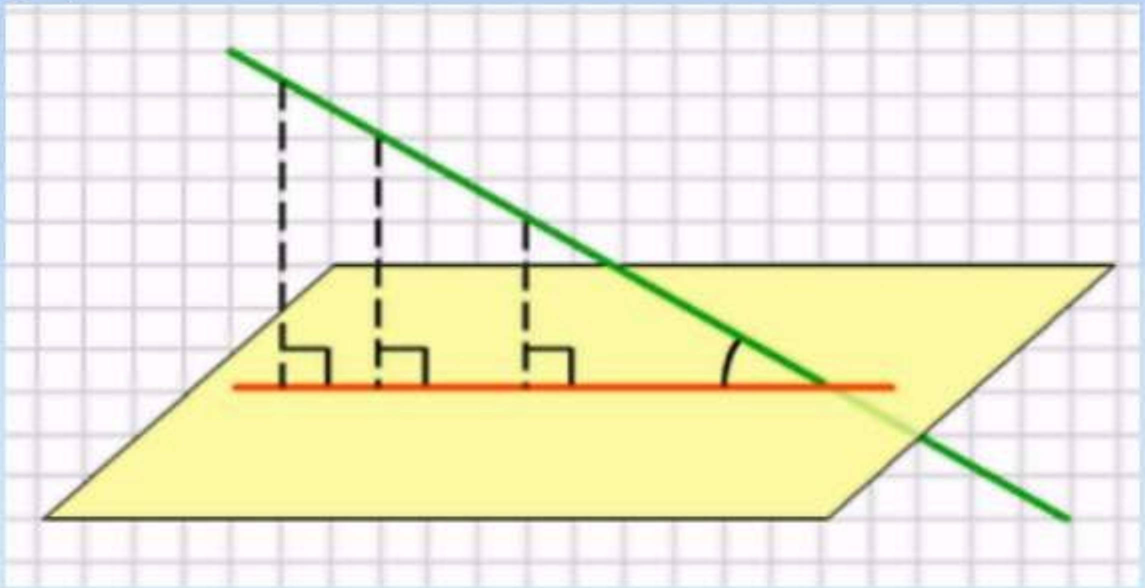
Пусть через точку *A,* не принадлежащую плоскости p, проведена прямая, перпендикулярная этой плоскости и пересекающая ее в точке B. Тогда отрезок *AB* называется *перпендикуляром,* опущенным из точки *A* на эту плоскость, а сама точка B — основанием этого перпендикуляра. Любой отрезок *AC,* где C — произвольная точка плоскости p, отличная от B, называется *наклонной* к этой плоскости.
Заметим, что точка B в этом определении является ортогональной проекцией точки *A,* а отрезок *AC* — ортогональной проекцией наклонной AB. Ортогональные проекции обладают всеми свойствами обычных параллельных проекций, но имеют и ряд новых свойств.



Перпендикуляр и наклонная.

Угол между наклонной и плоскостью

Пусть даны плоскость и наклонная прямая. *Углом между прямой и плоскостью называется угол между прямой и ее ортогональной проекцией на эту плоскость.* Если прямая параллельна плоскости, то угол между ней и плоскостью считается равным нулю. Если прямая перпендикулярна плоскости, то угол между ней и плоскостью прямой, т. е. равен 90°.



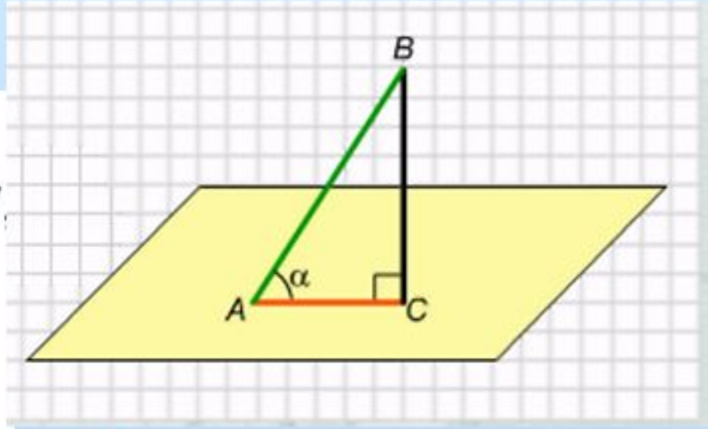
Угол между наклонной и ее ортогональной проекцией на плоскость.

Пусть точка A принадлежит плоскости, а наклонная AB образует с этой плоскостью угол α, тогда ортогональная проекция AC и перпендикуляр BC на эту плоскость связаны соотношениями:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2,$$

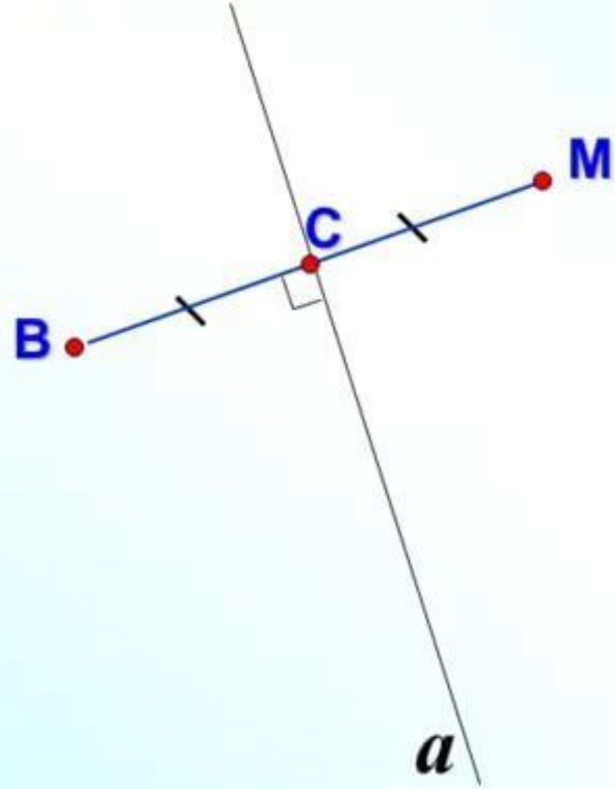
$$BC = AB \cdot \sin\alpha, \ AC = AB \cdot \cos\alpha.$$

Это следует из того, что ABC — прямоугольный треугольник и $\angle BAC=\alpha$. Последняя формула верна и для произвольного отрезка прямой, пересекающей плоскость.



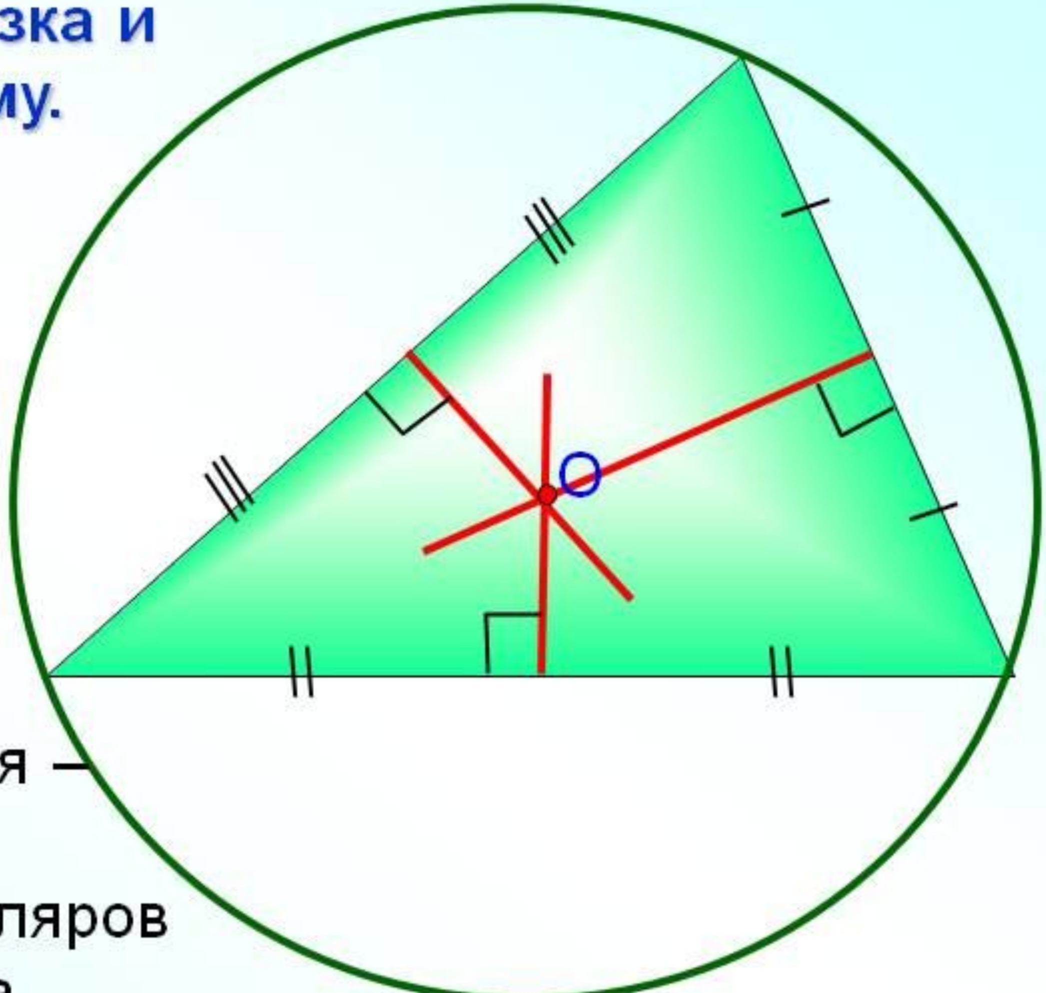
Перпендикуляр, наклонная и ее ортогональная проекци образуют прямоугольный треугольник.

Определение Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярно к нему.



Прямая a — серединный перпендикуляр к отрезку.

Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярно к нему.



Эта точка замечательная – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника является центром описанной окружности.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ