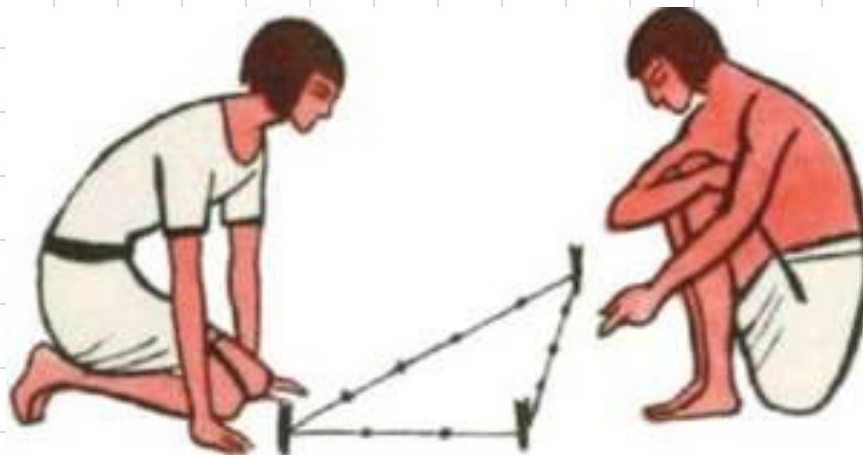


Задачи на построение

Исторические сведения:



И в Вавилоне, и в Древнем Египте в IV–II тысячелетиях до н.э. уже существовала практическая математика (в виде правил записи чисел, т.е. системы счисления, и правил различных вычислений), и практическая геометрия – геометрия в изначальном смысле слова: измерение земли. Но и при измерениях, и при строительных работах нужны были построения.



Инструменты для построения:

С помощью линейки выделить прямую из множества всех прямых:

- 1. произвольную прямую;*
- 2. произвольную прямую, проходящую через заданную точку;*
- 3. прямую, проходящую через две заданные точки;*

С помощью циркуля выделить окружность из множества всех окружностей:

- 1. произвольную окружность;*
- 2. произвольную окружность с центром в заданной точке;*
- 3. произвольную окружность с радиусом, равным расстоянию между двумя заданными точками;*
- 4. окружность с центром в заданной точке и с радиусом, равным расстоянию между двумя заданными точками.*



2. План решения задач на построение

5

Анализ:

Предположить, что задача решена, сделать примерный чертеж искомой фигуры, отметить те отрезки и углы, которые известны из условия задачи, и стараться определить, к нахождению какой точки (прямой, угла) сводится решение задачи.

Построение:

Описать способ построения.

Доказательство:

Доказать, что множество точек, построенное описанным способом, действительно находится в заданном соотношении с исходным множеством точек.

Исследование:

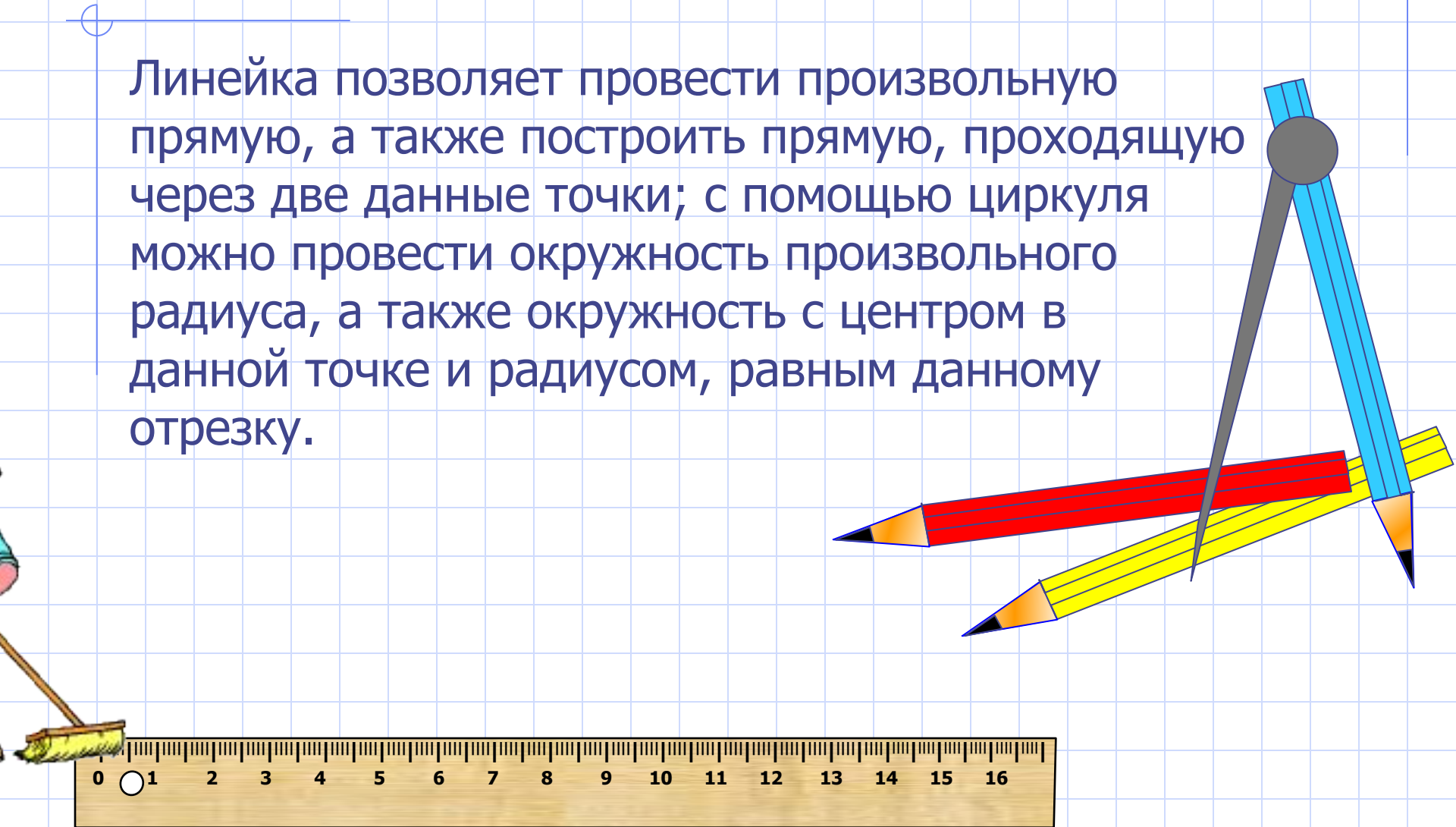
Выяснить, всегда ли (при любых ли данных) описанное построение возможно, нет ли частных случаев, в которых построение упрощается или делается невозможным.

О происхождении некоторых геометрических терминов

- Название **«циркуль»** позднего происхождения – оно происходит от лат. *circulus* – *круг*.
- **«Линейка»** также происходит от лат. *linea*, *linum* – *лен, льняная нить*.
- Большинство же геометрических терминов, начиная с названия **«геометрия»** – греческого происхождения (*ge* – *земля*, *metreo* – *измеряю*).
- Аналогично **«стереометрия»** – от греч. *stereos* – *пространственный* (*stereon* – *объем*).
- А вот **«планиметрия»** – наименование смешанного происхождения: от греч. *metreo* и лат. *planum* – *плоская поверхность, плоскость*

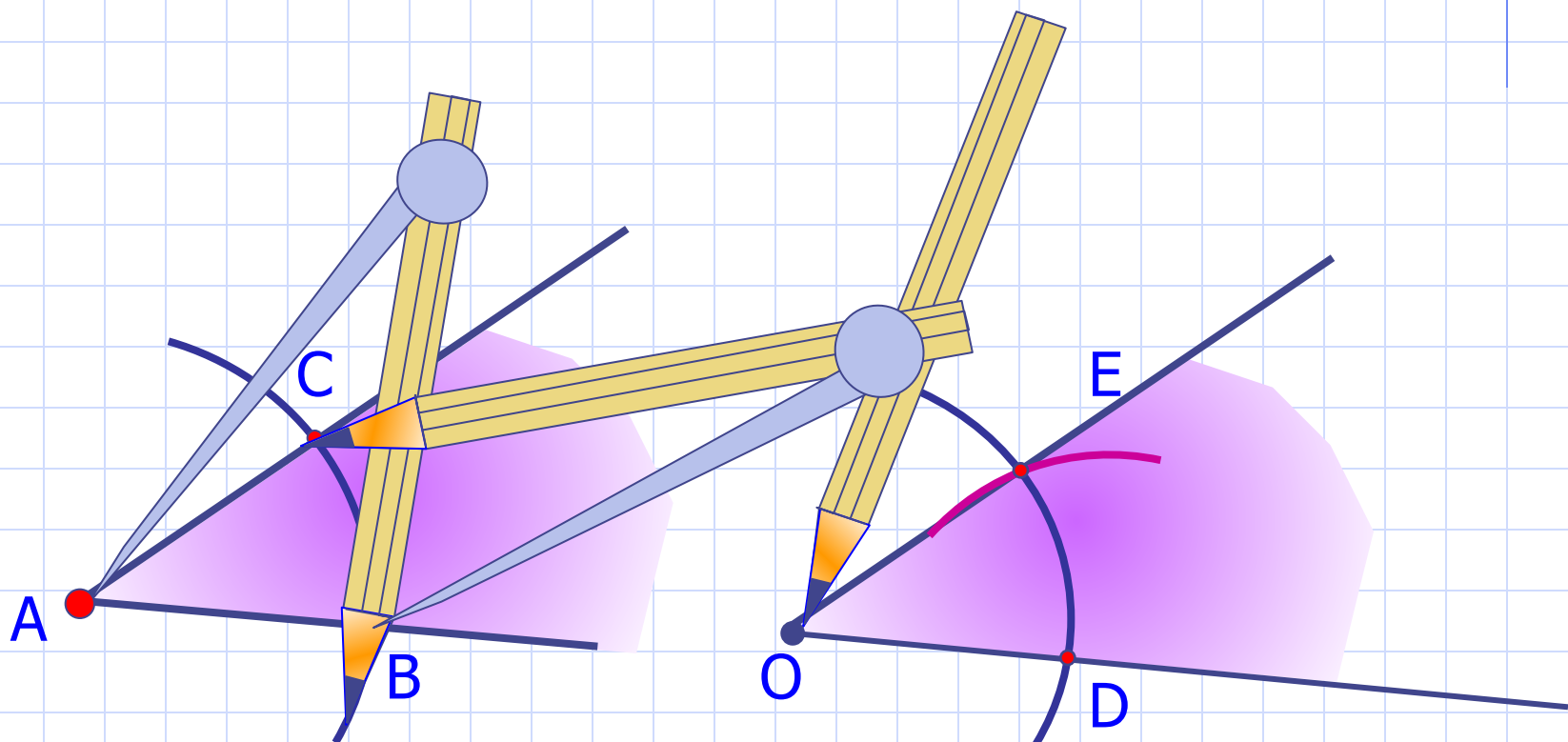
В геометрии выделяют задачи на построение, которые можно решить только с помощью двух инструментов: циркуля и линейки без масштабных делений.

Линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки; с помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку.



Построение угла, равного данному.

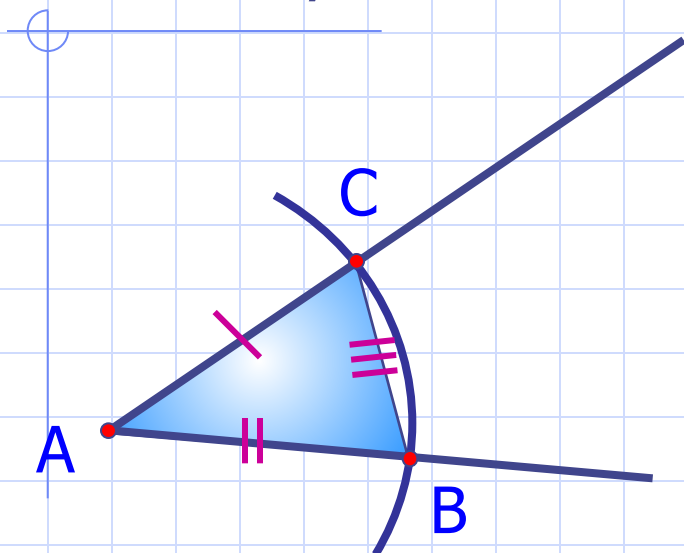
Дано: угол A.



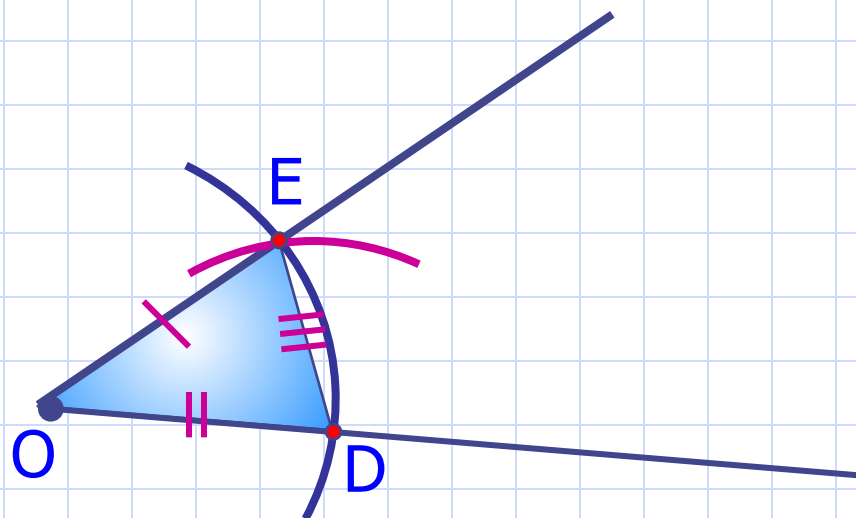
Теперь докажем, что построенный угол равен данному.

Построение угла, равного данному.

Дано: угол А.



Построили угол О.



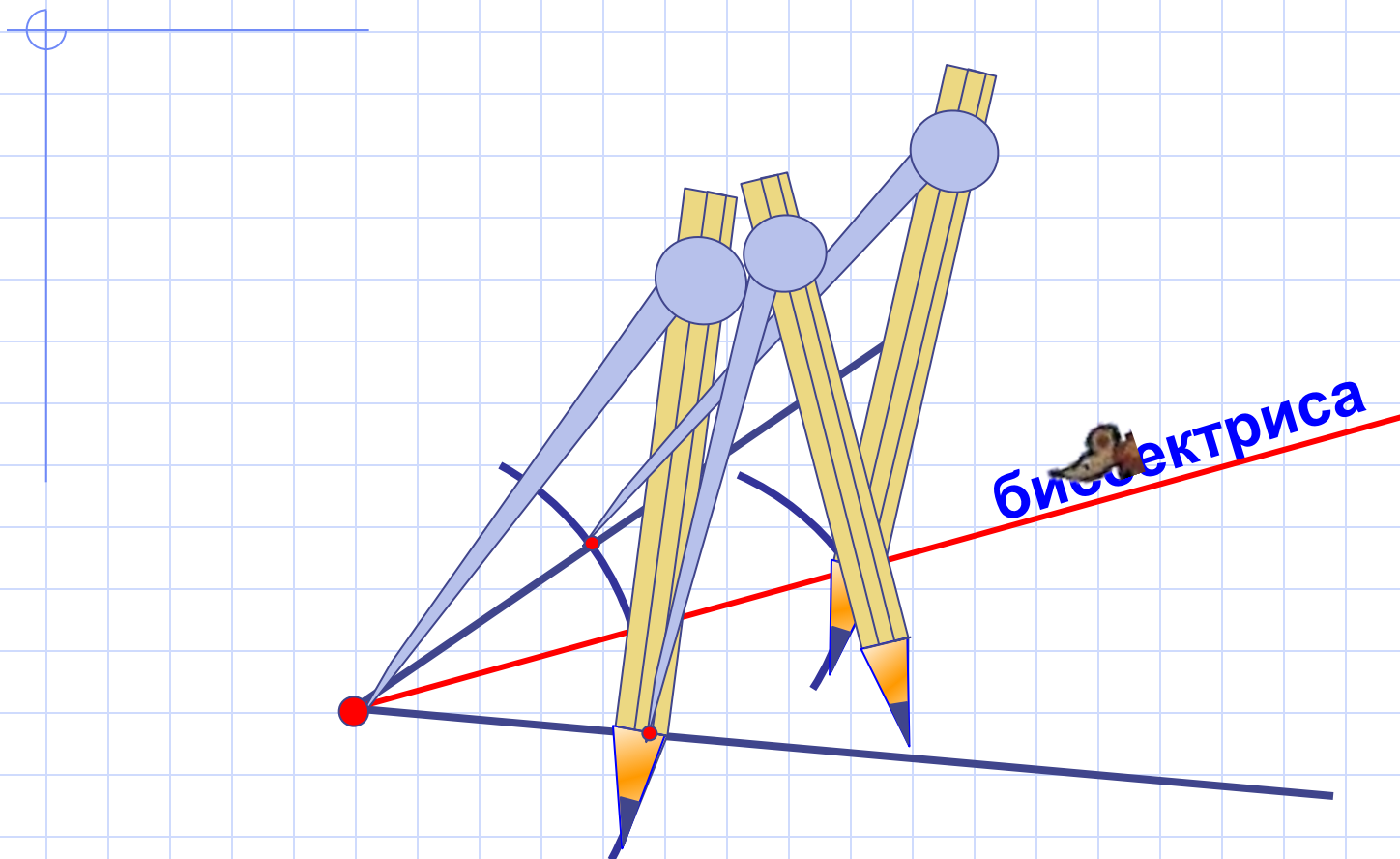
Доказать: $\angle A = \angle O$

Доказательство: рассмотрим треугольники ABC и ODE.

1. $AC = OE$, как радиусы одной окружности.
2. $AB = OD$, как радиусы одной окружности.
3. $BC = DE$, как радиусы одной окружности.

$$\triangle ABC = \triangle ODE \text{ (3 приз.)} \implies \angle A = \angle O$$

Построение биссектрисы угла.



Докажем, что луч AB – биссектриса $\angle A$

ПЛАН

1. Дополнительное построение.

2. Докажем равенство
треугольников $\triangle ACB$ и $\triangle ADB$.

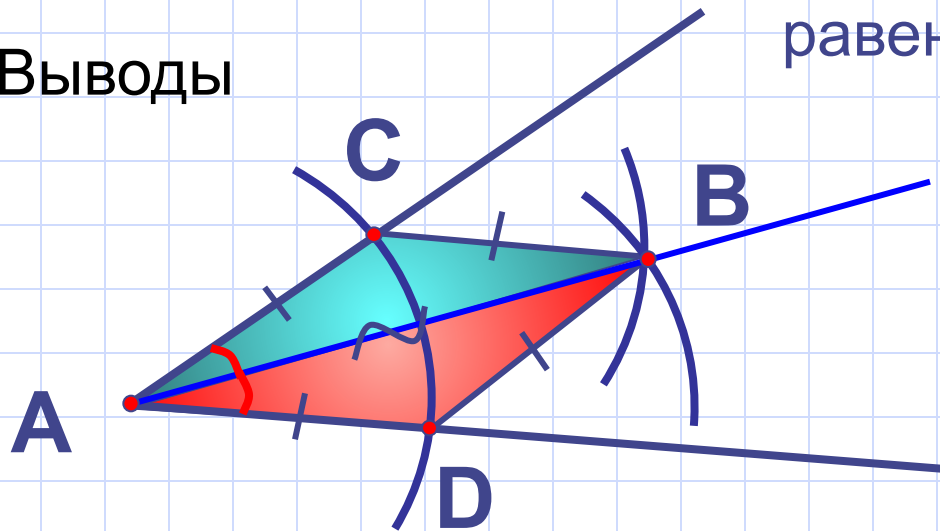
1. $AC=AD$, как радиусы одной окружности.

2. $CB=DB$, как радиусы одной окружности.

3. AB – общая сторона.

$\triangle ACB = \triangle ADB$, по *III* признаку
равенства треугольников

3. Выводы



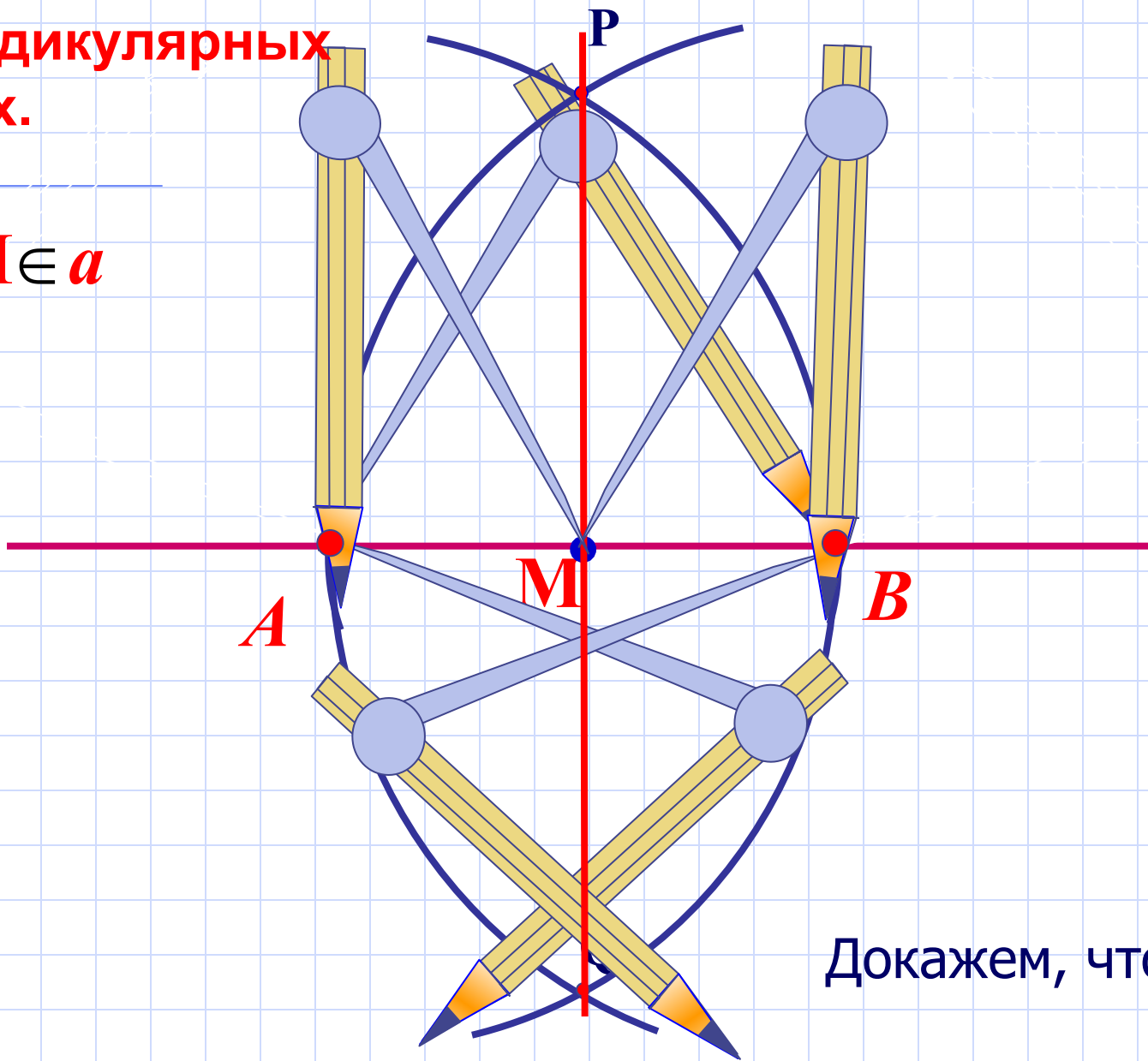
$$\angle CAB = \angle DAB$$

Луч AB – биссектриса

Построение перпендикулярных прямых.

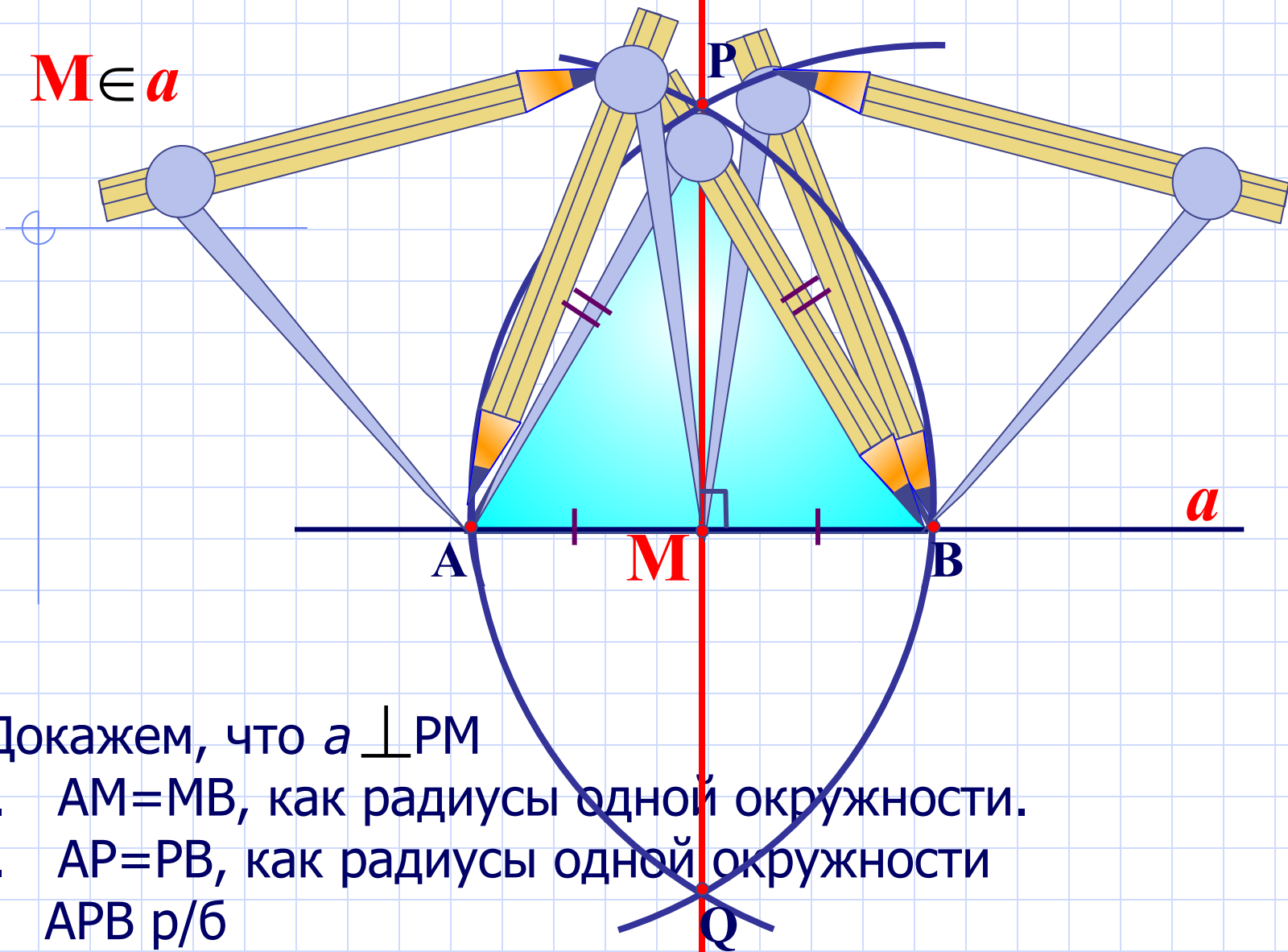


$M \in a$



Докажем, что $a \perp PM$

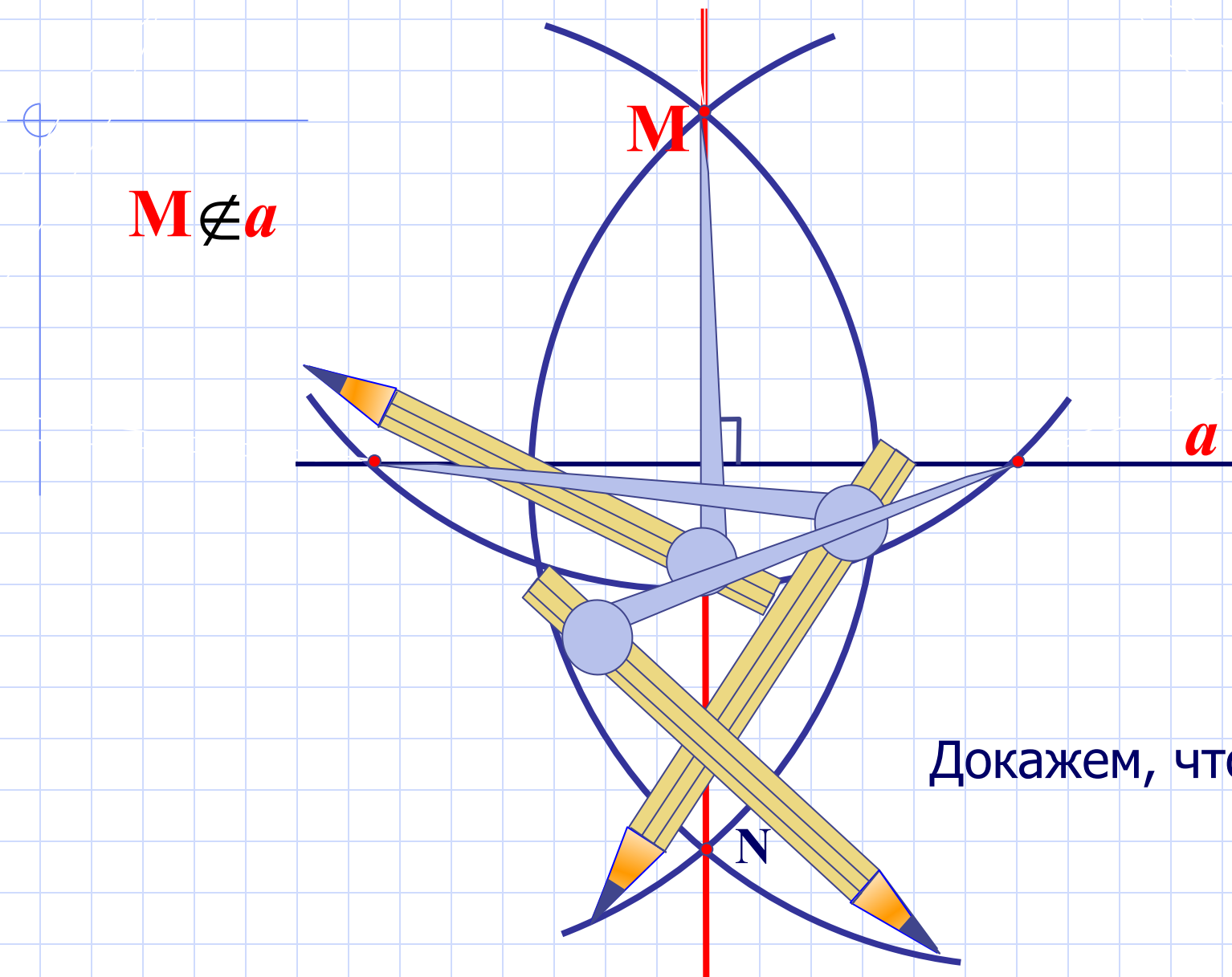
$M \in a$



Докажем, что $a \perp PM$

1. $AM=MB$, как радиусы одной окружности.
2. $AP=PB$, как радиусы одной окружности APB p/б
3. PM медиана в p/б треугольнике является также **ВЫСОТОЙ**.
Значит, $a \perp PM$.

Построение перпендикулярных прямых.



$M \notin a$

Докажем, что $a \perp MN$

Докажем, что $a \perp MN$

Посмотрим
на расположение
циркулей.

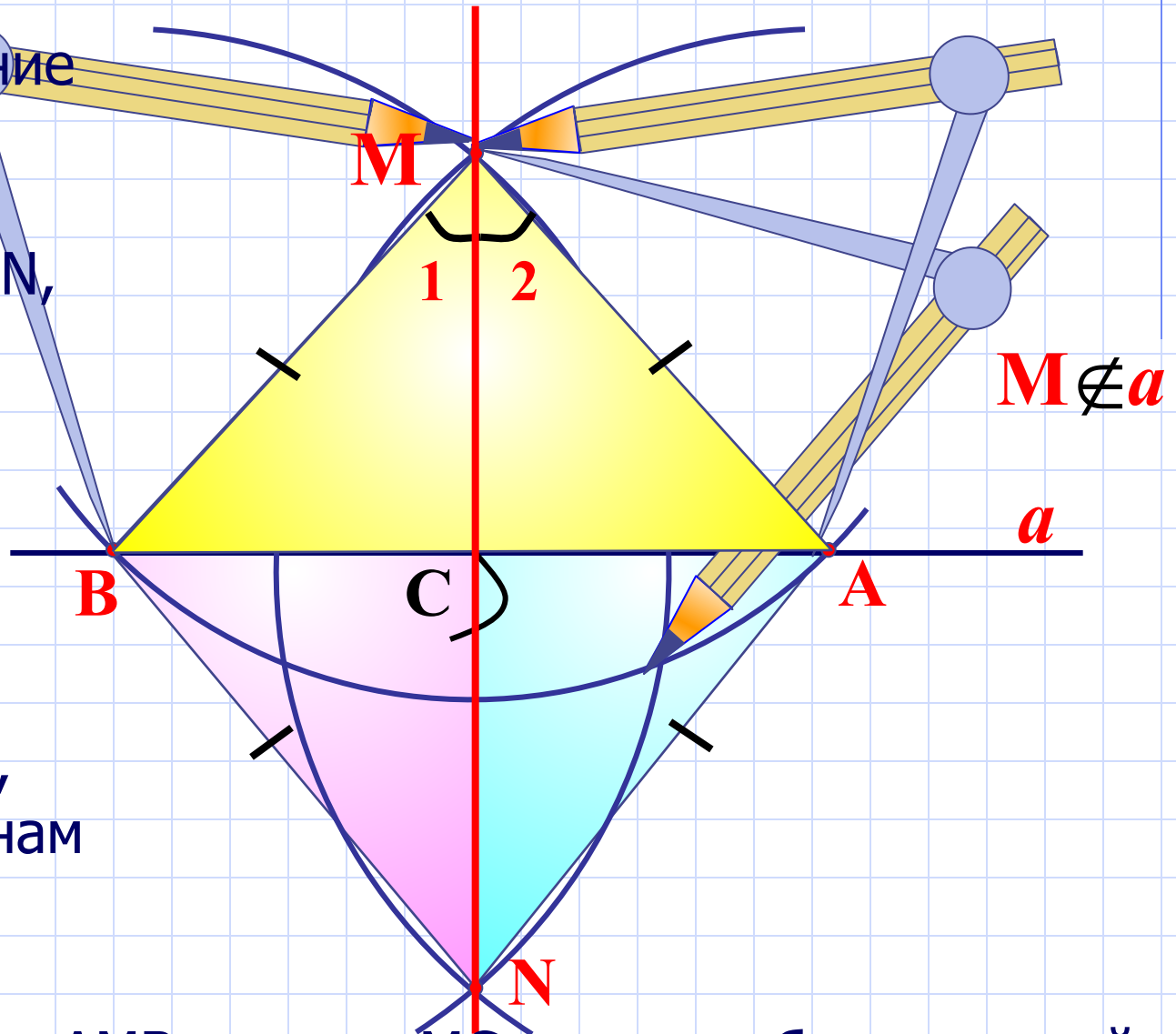
$AM=AN=MB=BN$,
как равные
радиусы.

MN -общая
сторона.

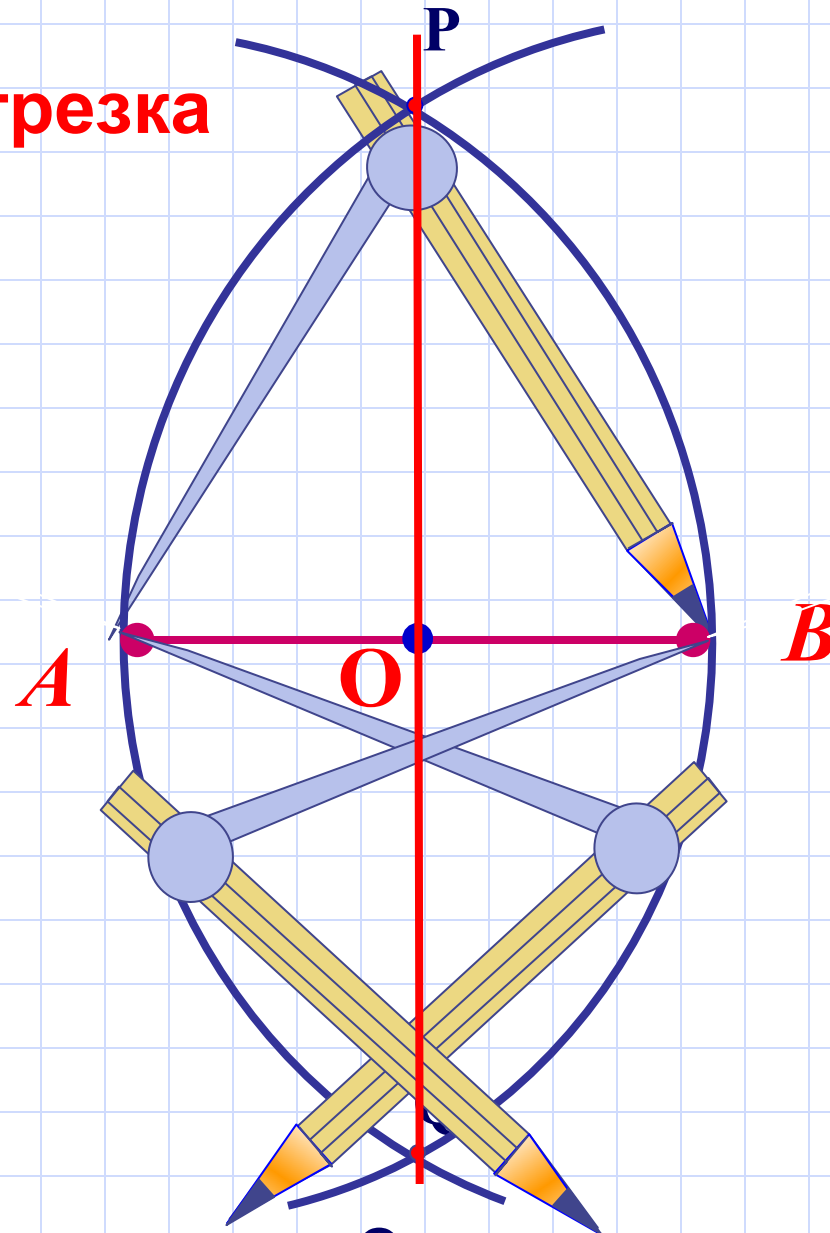
$\triangle MBN = \triangle MAN$,
по трем сторонам

$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$$

В р/б треугольнике AMB отрезок MC является биссектрисой,
а значит, и высотой. Тогда, $a \perp MN$.



Построение середины отрезка



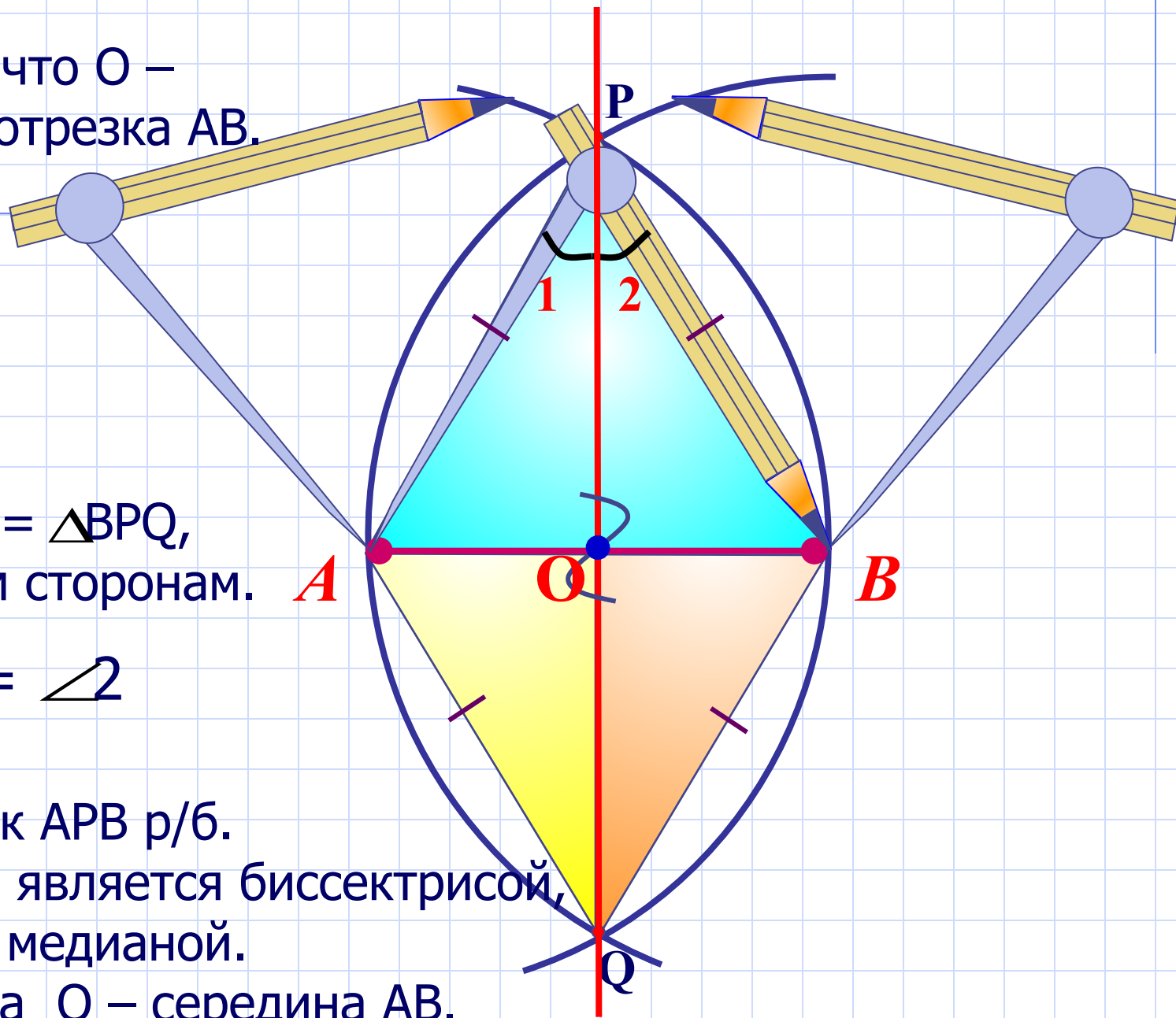
Докажем, что O – середина отрезка AB .

Докажем, что O –
середина отрезка AB .

$\triangle APQ = \triangle BPQ$,
по трем сторонам.

$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$$

Треугольник APB р/б.
Отрезок PO является биссектрисой,
а значит, и медианой.
Тогда, точка O – середина AB .

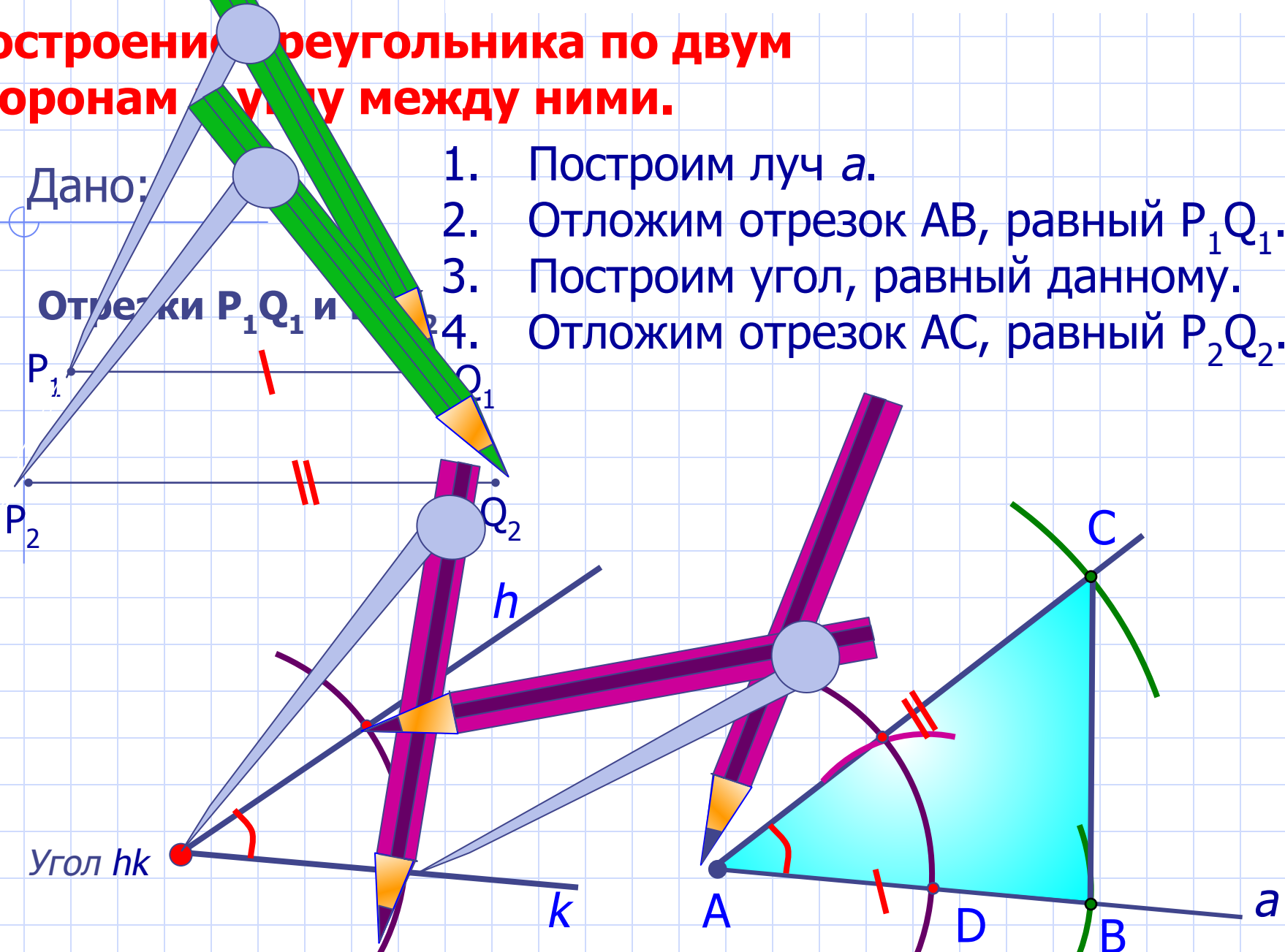


Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Дано:

Отрезки P_1Q_1 и P_2Q_2

1. Построим луч a .
2. Отложим отрезок AB , равный P_1Q_1 .
3. Построим угол, равный данному.
4. Отложим отрезок AC , равный P_2Q_2 .



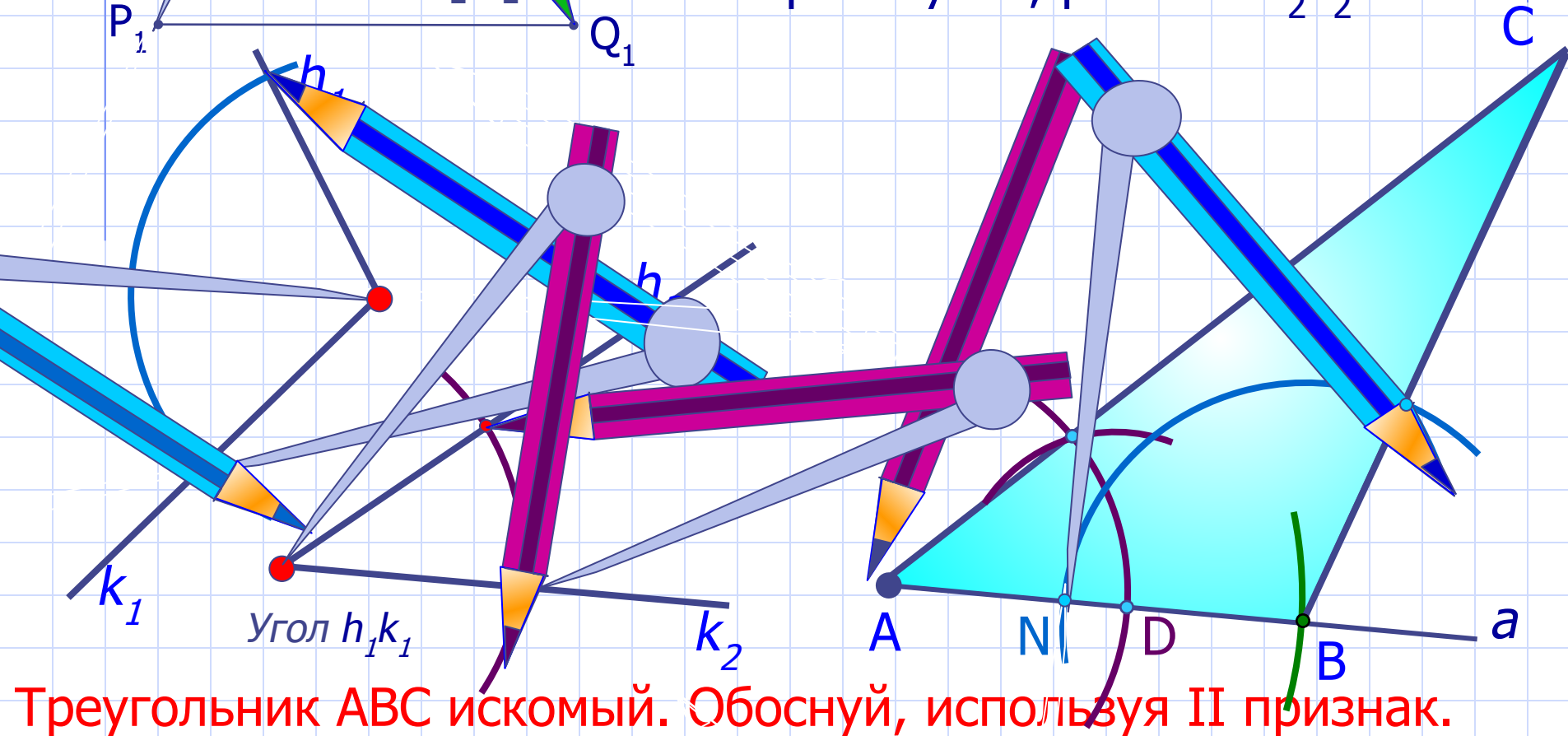
Треугольник ABC искомый. Обоснуй, используя I признак.

Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Дано:

Отрезок P_1Q_1

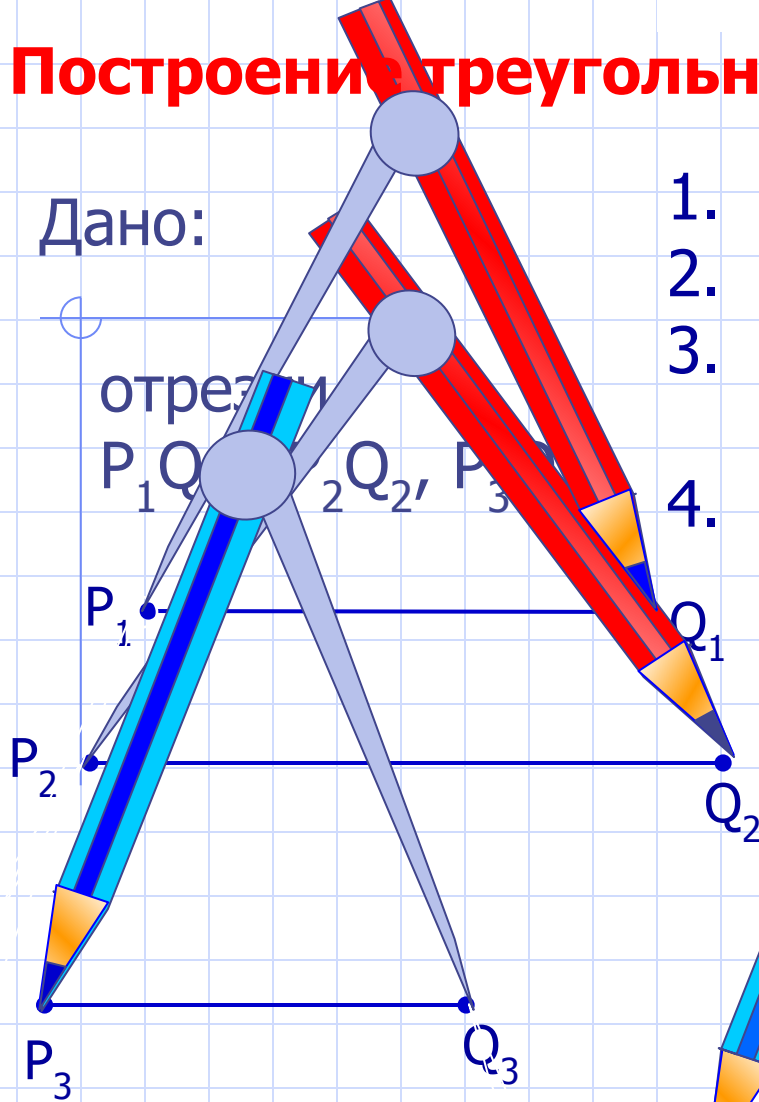
1. Построим луч a .
2. Отложим отрезок AB , равный P_1Q_1 .
3. Построим угол, равный данному h_1k_1 .
4. Построим угол, равный h_2k_2 .



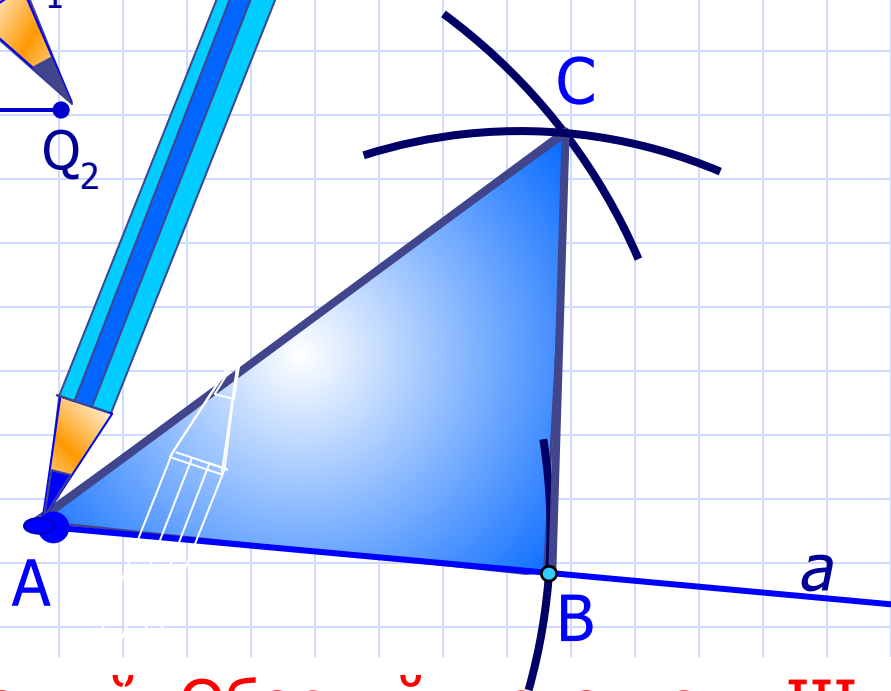
Треугольник ABC искомый. Обоснуй, используя II признак.

Построение треугольника по трем сторонам.

Дано:



1. Построим луч a .
2. Отложим отрезок AB , равный P_1Q_1 .
3. Построим дугу с центром в т. A и радиусом P_2Q_2 .
4. Построим дугу с центром в т. B и радиусом P_3Q_3 .



Треугольник ABC искомый. Обоснуй, используя III признак.