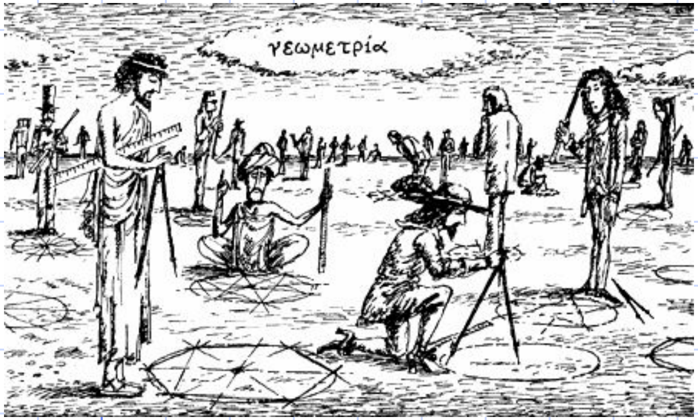
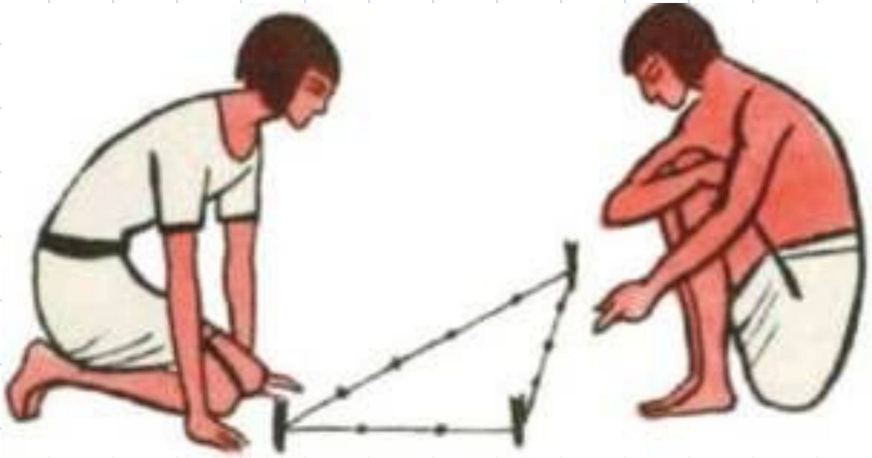
Задачи на построение

Исторические сведения:



И в Вавилоне, и в Древнем Египте в IV–II тысячелетиях до н.э. уже существовала практическая математика (в виде правил записи чисел, т.е. системы счисления, и правил различных вычислений), и практическая геометрия – геометрия в изначальном смысле слова: измерение земли. Но и при измерениях, и при строительных работах нужны были построения.



Инструменты для построения:

С помощью линейки выделить прямую из множества всех прямых:

1.произвольную прямую;

2.произвольную прямую, проходящую через заданную точку;

3.прямую, проходящую через две заданных точки;

С помощью циркуля выделить окружность из множества всех окружностей:

1.произвольную окружность;

2.произвольную окружность с центром в заданной точке;

3.произвольную окружность с радиусом, равным расстоянию между двумя заданными точками;

4.окружность с центром в заданной точке и с радиусом, равным расстоянию между двумя заданными точками.

2. План решения задач на построение

Анализ:

Предположить, что задача решена, сделать примерный чертеж искомой фигуры, отметить те отрезки и углы, которые известны из условия задачи, и стараться определить, к нахождению какой точки (прямой, угла) сводится решение задачи.

Построение:

Описать способ построения.

Доказательство:

Доказать, что множество точек , построенное описанным способом, действительно находится в заданном соотношении с исходным множеством точек.

Исследование:

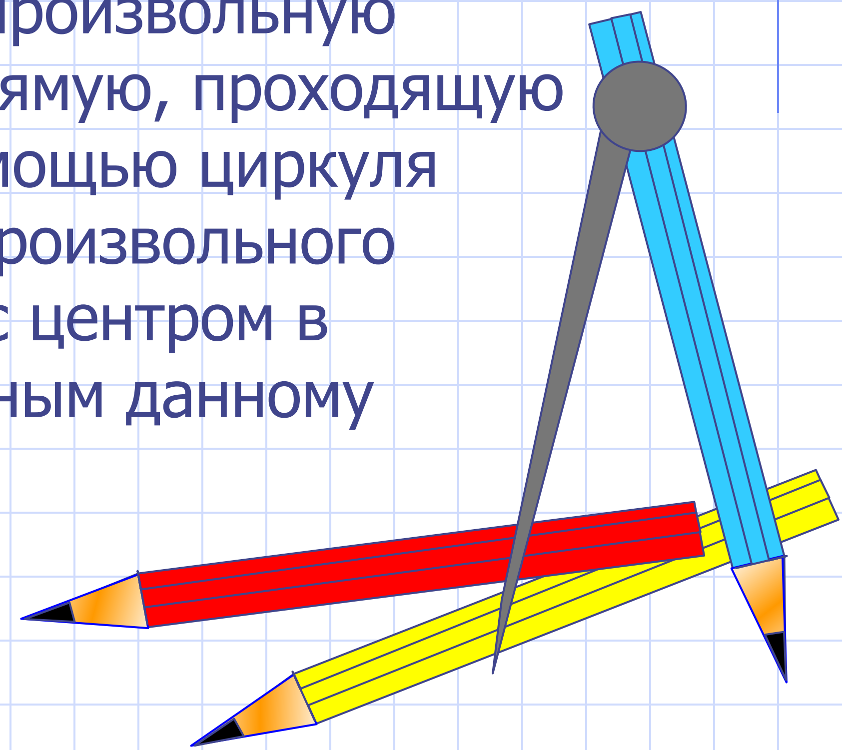
Выяснить, всегда ли (при любых ли данных) описанное построение возможно, нет ли частных случаев, в которых построение упрощается или делается невозможным.

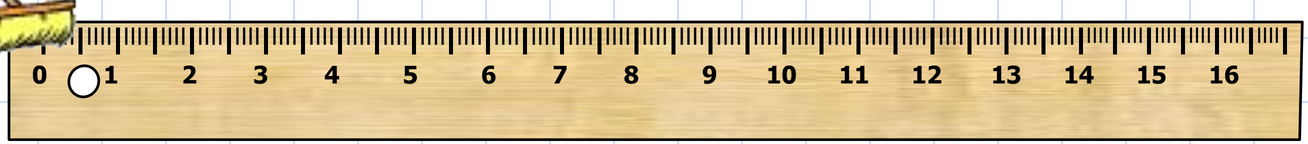
О происхождении некоторых геометрических терминов

- Название **«циркуль»** позднего происхождения – оно происходит от лат. circulus – *круг*.
- **«Линейка»** также происходит от лат. linea, linum – *лен, льняная нить*.
- Большинство же геометрических терминов, начиная с названия **«геометрия»** – греческого происхождения (ge – *земля*, metreo – *измеряю*).
- Аналогично **«стереометрия»** – от греч. stereos – *пространственный* (stereon – *объем*).
- А вот **«планиметрия»** – наименование смешанного происхождения: от греч. metreo и лат. planum – *плоская поверхность, плоскость*

В геометрии выделяют задачи на построение, которые можно решить только с помощью двух инструментов: циркуля и линейки без масштабных делений.

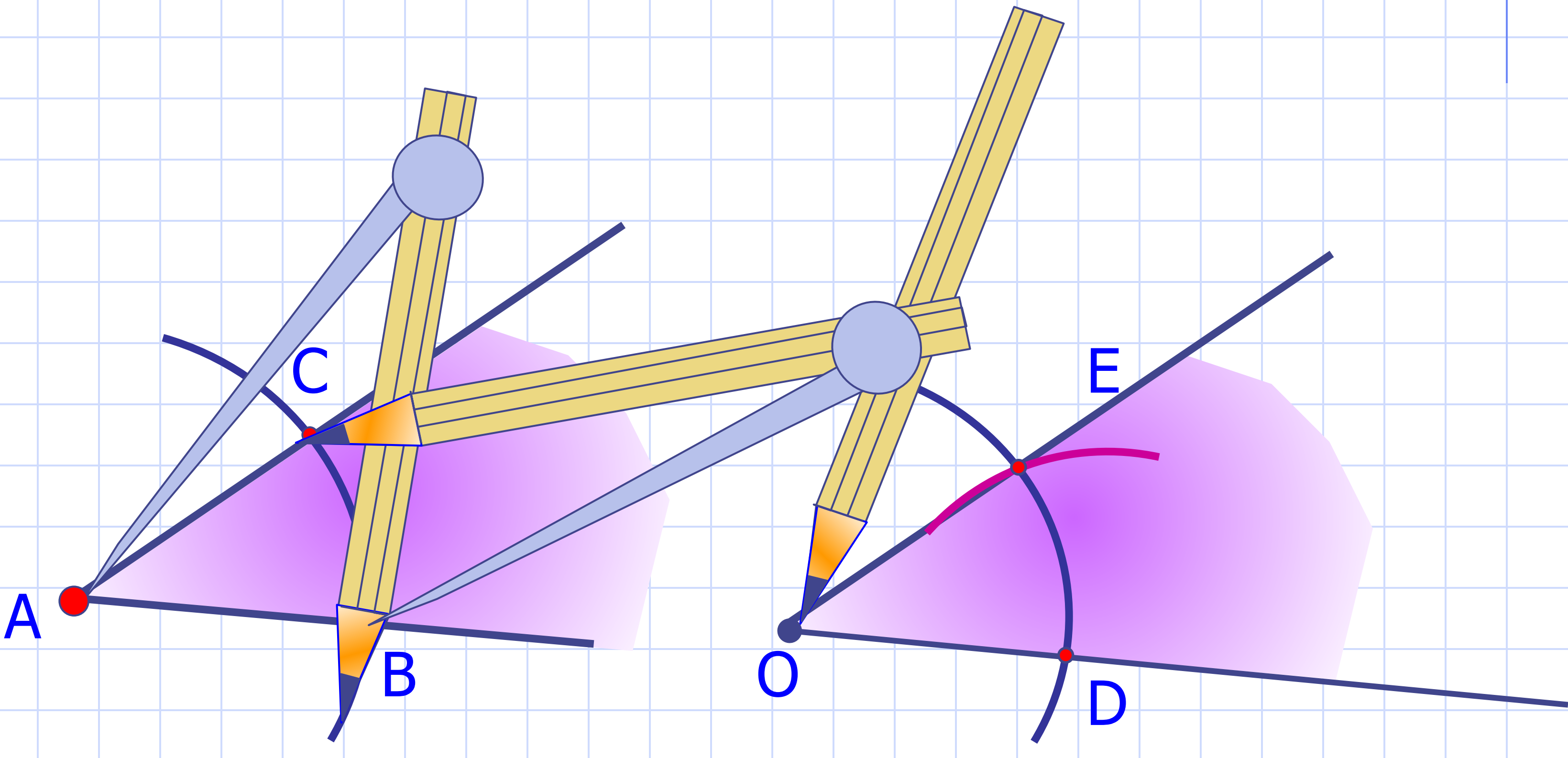
Линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки; с помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку.





Построение угла, равного данному.

Дано: угол А.

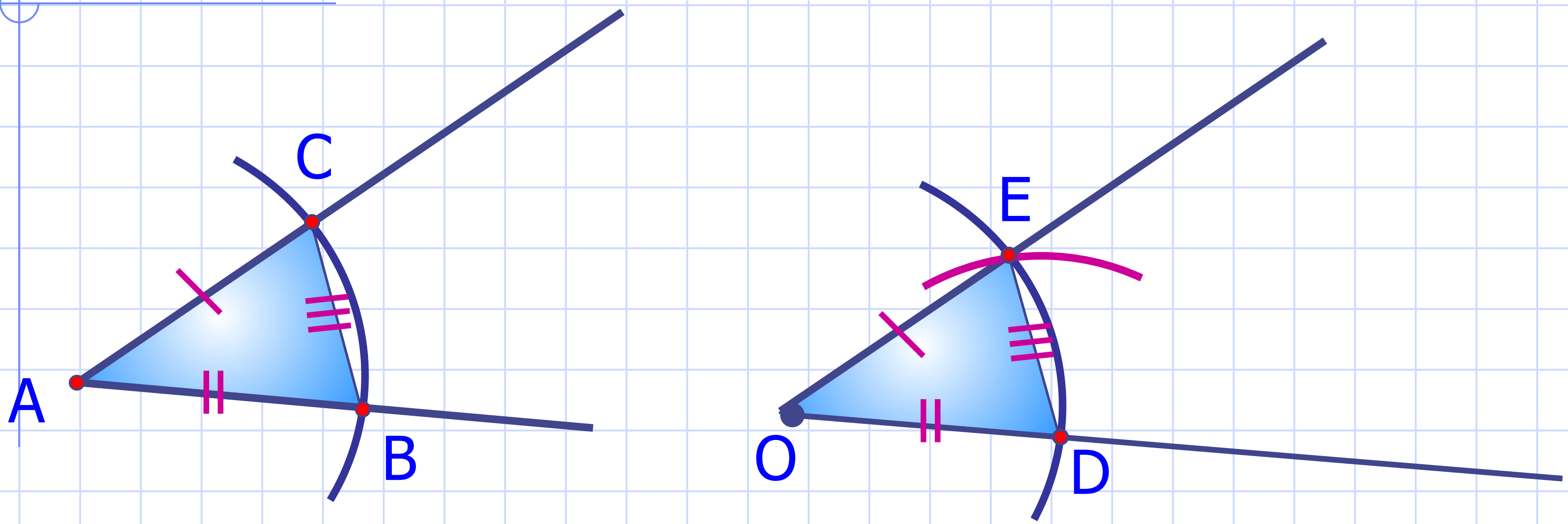


Теперь докажем, что построенный угол равен данному.

Построение угла, равного данному.

Дано: угол А.

Построили угол О.



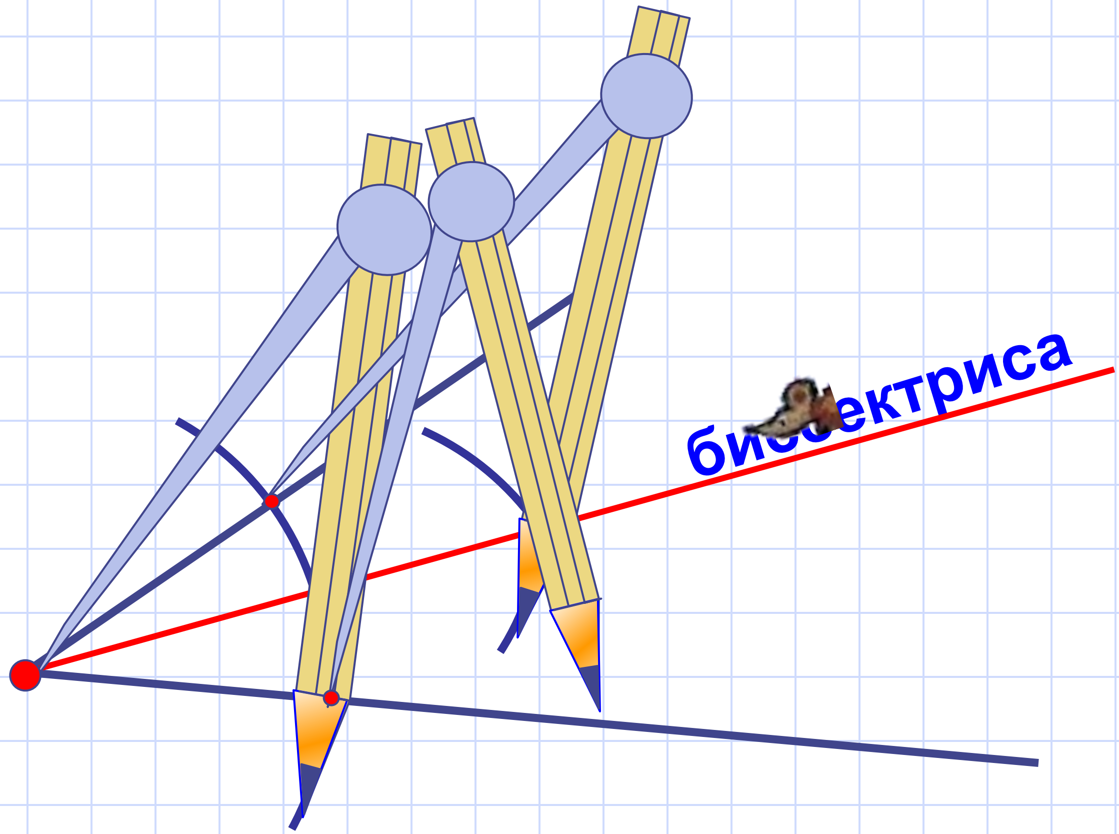
Доказать: $\angle A = \angle O$

Доказательство: рассмотрим треугольники ABC и ODE.

1. AC=OE, как радиусы одной окружности.
2. AB=OD, как радиусы одной окружности.
3. BC=DE, как радиусы одной окружности.

$\Delta ABC = \Delta ODE$ (3 приз.) $\Rightarrow \angle A = \angle O$

Построение биссектрисы угла.



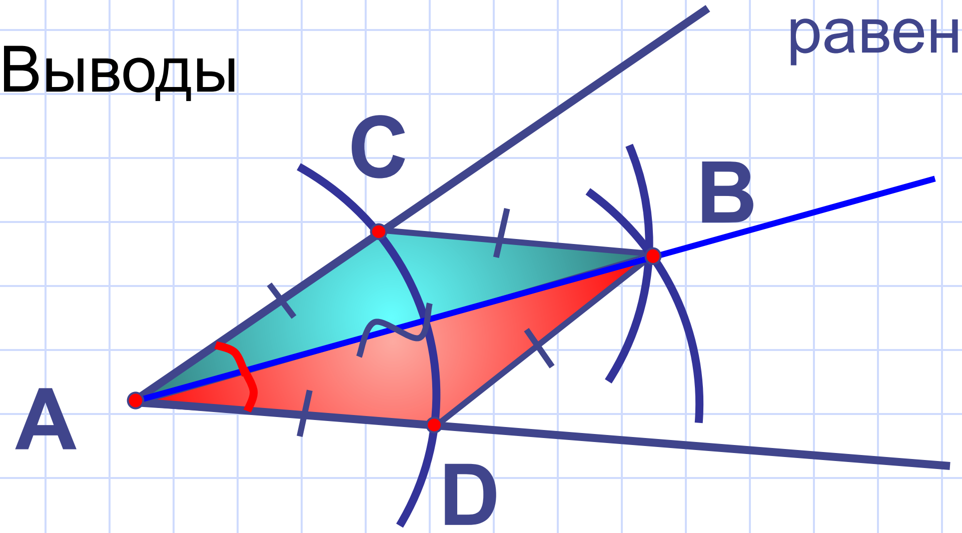
Докажем, что луч АВ – биссектриса $\angle$А

П Л А Н

1. Дополнительное построение.
2. Докажем равенство треугольников Δ ACB и Δ ADB.
   1. AC=AD, как радиусы одной окружности.
   2. CB=DB, как радиусы одной окружности.
   3. AB – общая сторона.

ΔACB = Δ ADB, по *III* признаку равенства треугольников

3. Выводы

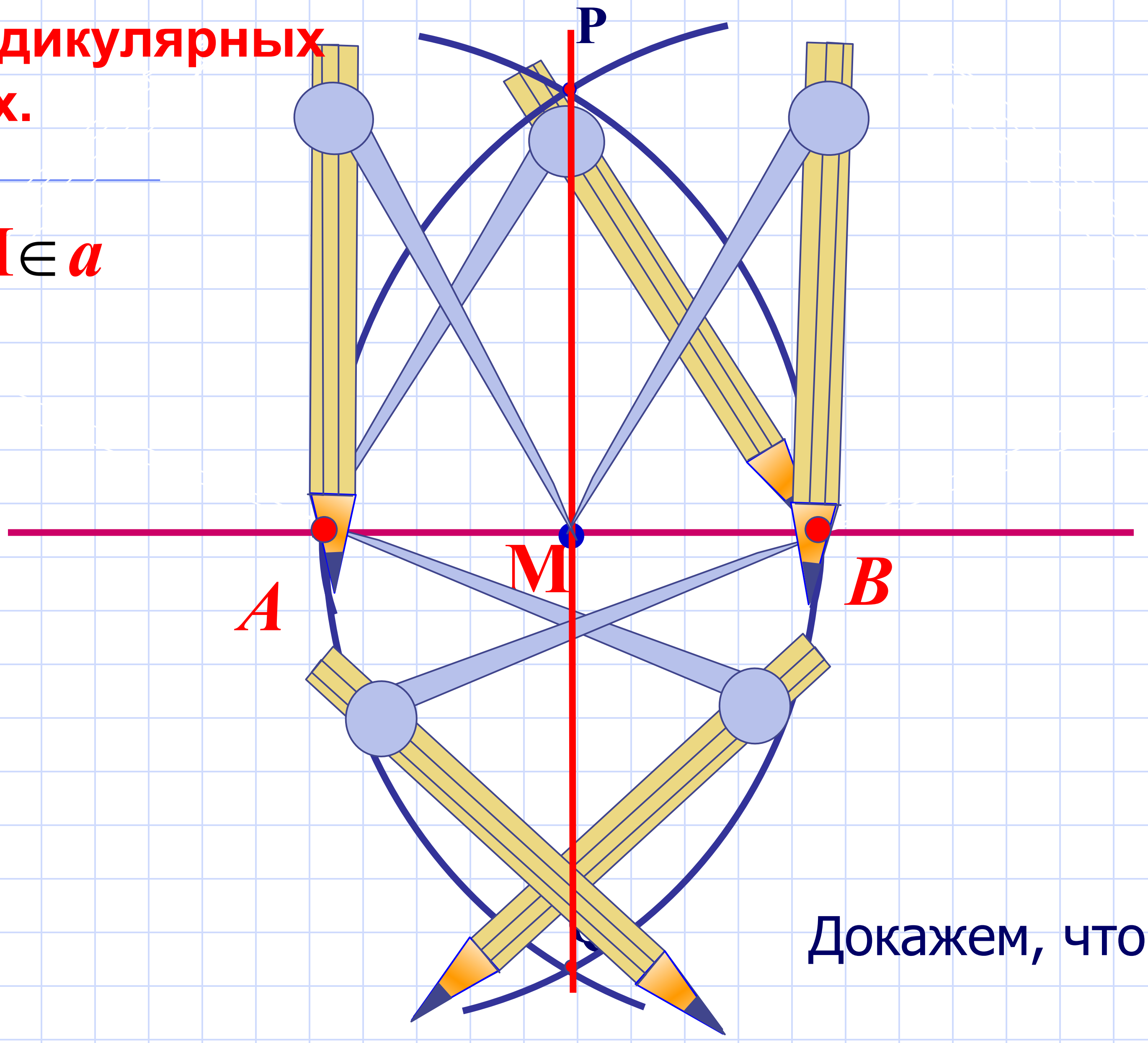


$$\angle CAB = \angle DAB$$

Луч АВ – биссектриса

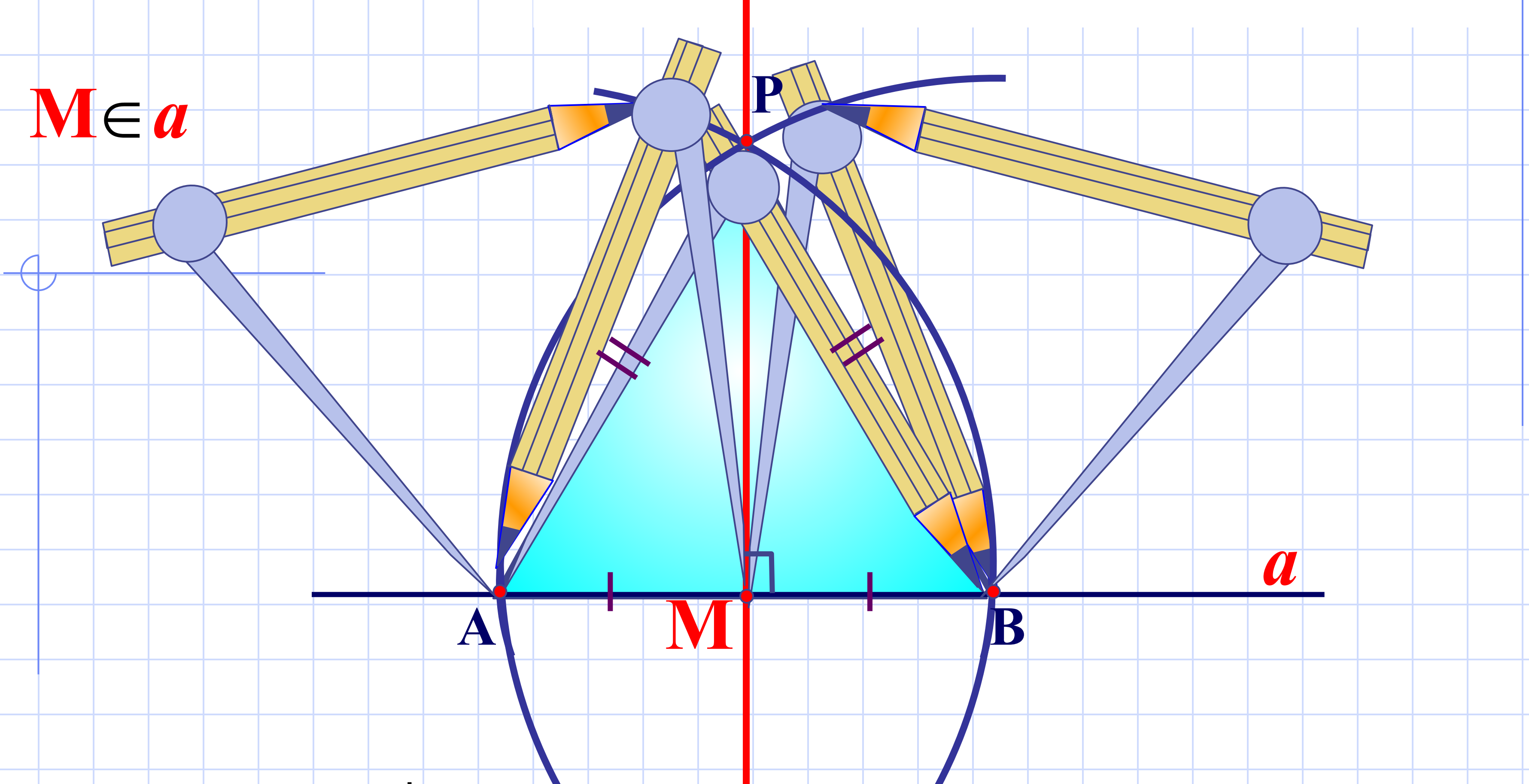
Построение перпендикулярных прямых.

$M \in a$



Докажем, что $a \perp PM$

$M \in a$



Докажем, что $a \perp PM$

1. AM=MB, как радиусы одной окружности.
2. AP=PB, как радиусы одной окружности

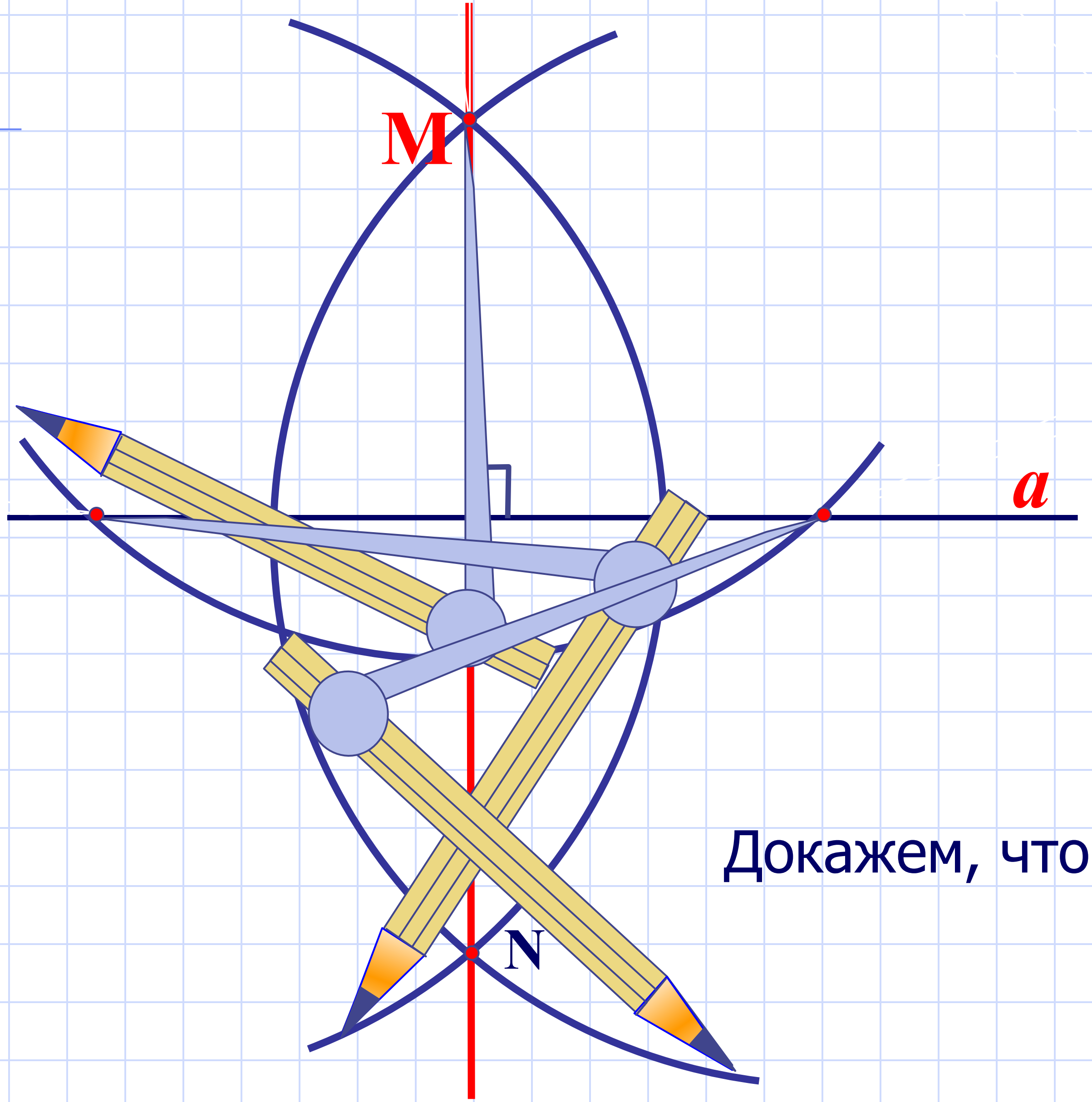
   APB р/б

3. PM медиана в р/б треугольнике является также ВЫСОТОЙ.

   Значит, $a \perp PM$.

Построение перпендикулярных прямых.

$M \notin a$



Докажем, что $a \perp MN$

Докажем, что $a \perp MN$

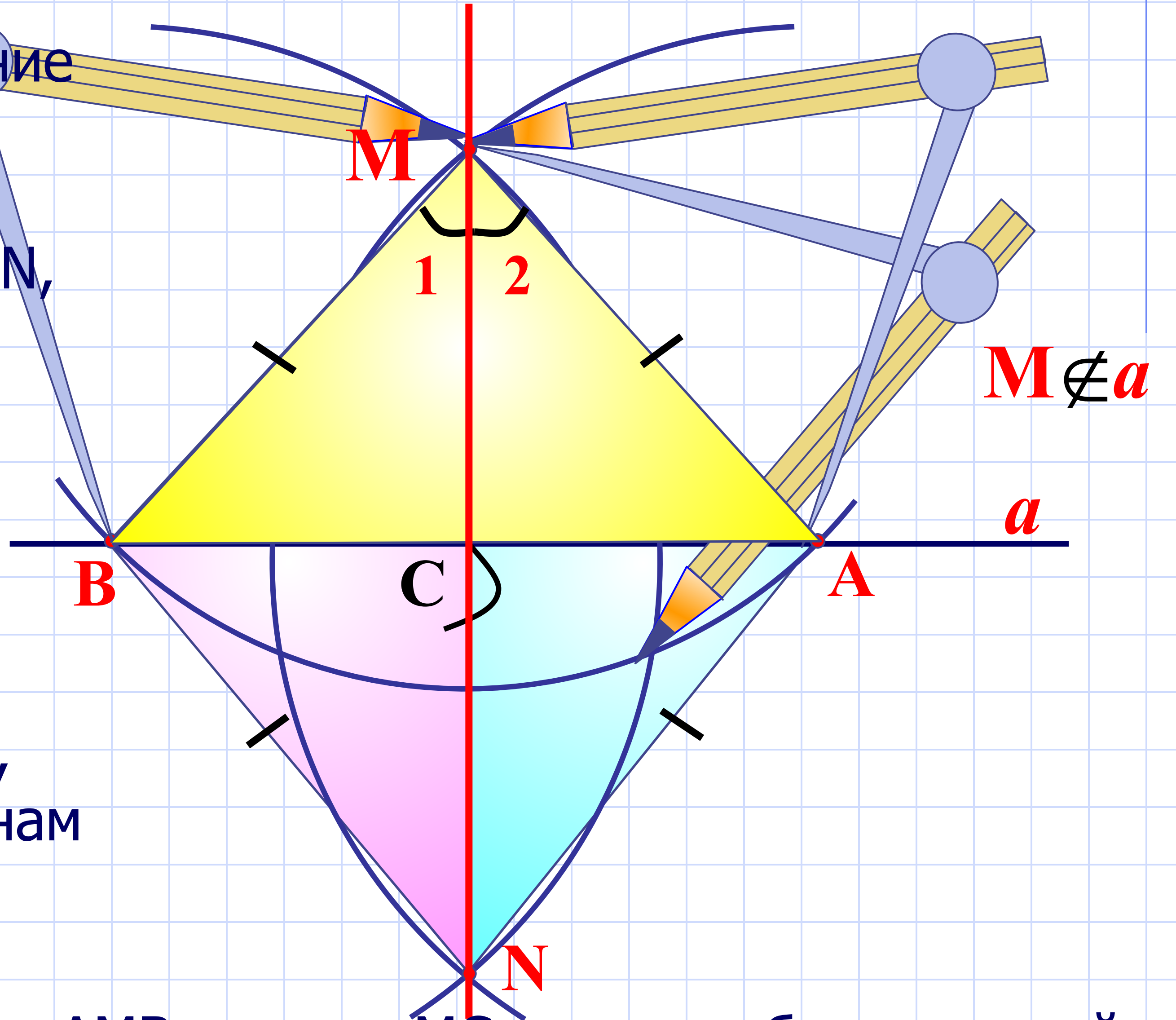
Посмотрим на расположение циркулей.

AM=AN=MB=BN, как равные радиусы.

MN-общая сторона.

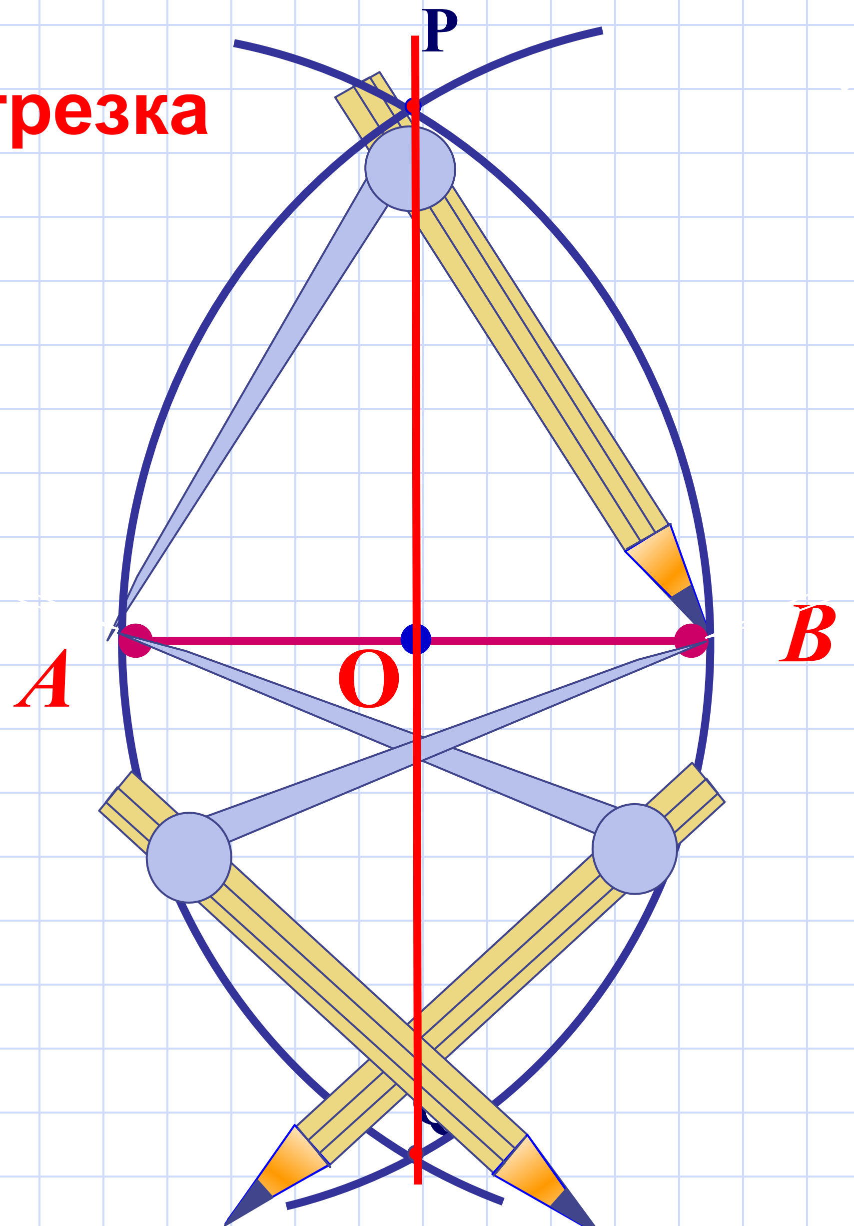
ΔMBN= ΔMAN, по трем сторонам

$\angle 1 = \angle 2$



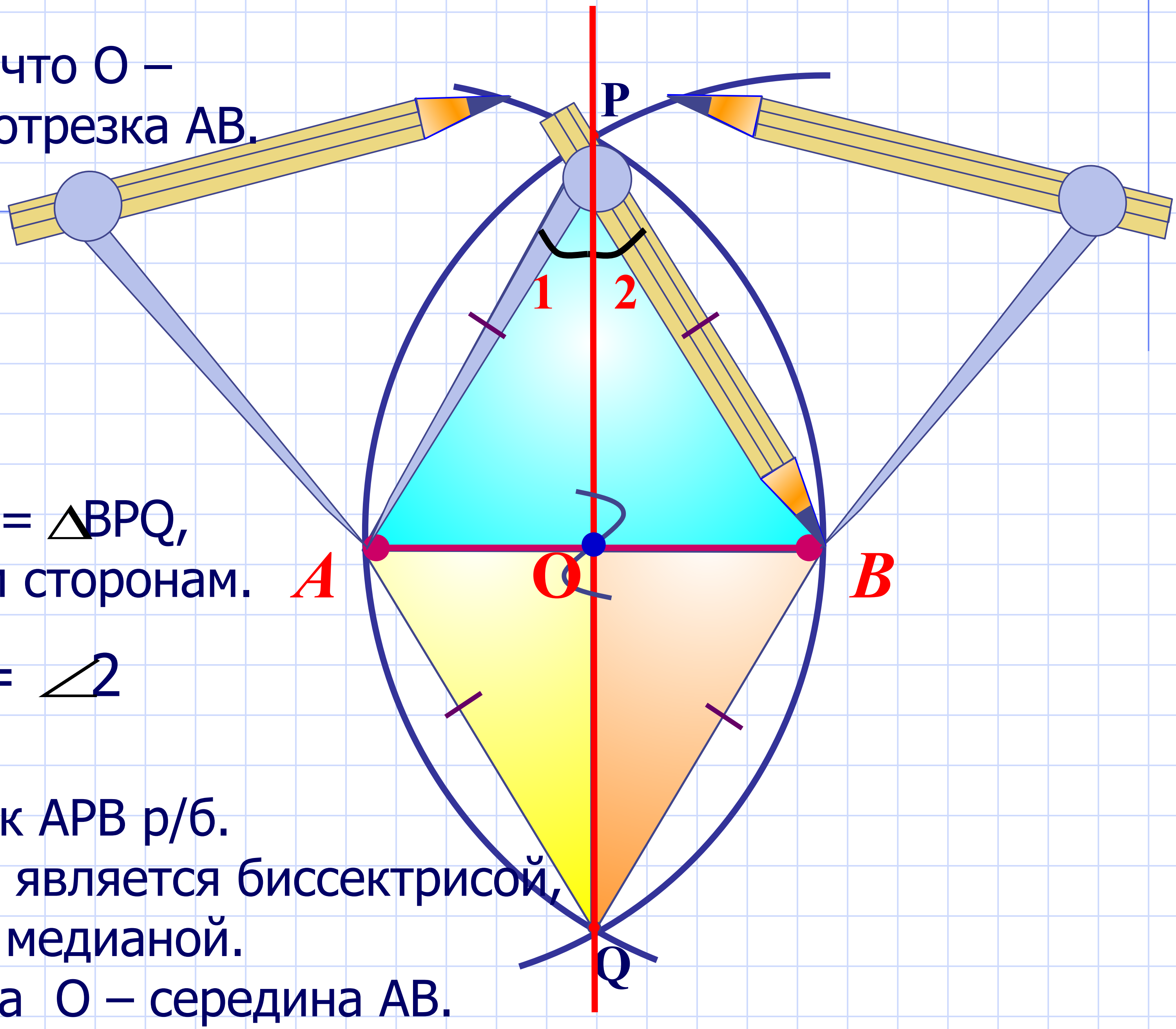
В р/б треугольнике АМВ отрезок МС является биссектрисой, а значит, и высотой. Тогда, $a \perp MN$.

Построение середины отрезка



Докажем, что О – середина отрезка АВ.

Докажем, что О – середина отрезка АВ.



$\triangle APQ = \triangle BPQ$, по трем сторонам.

$\angle 1 = \angle 2$

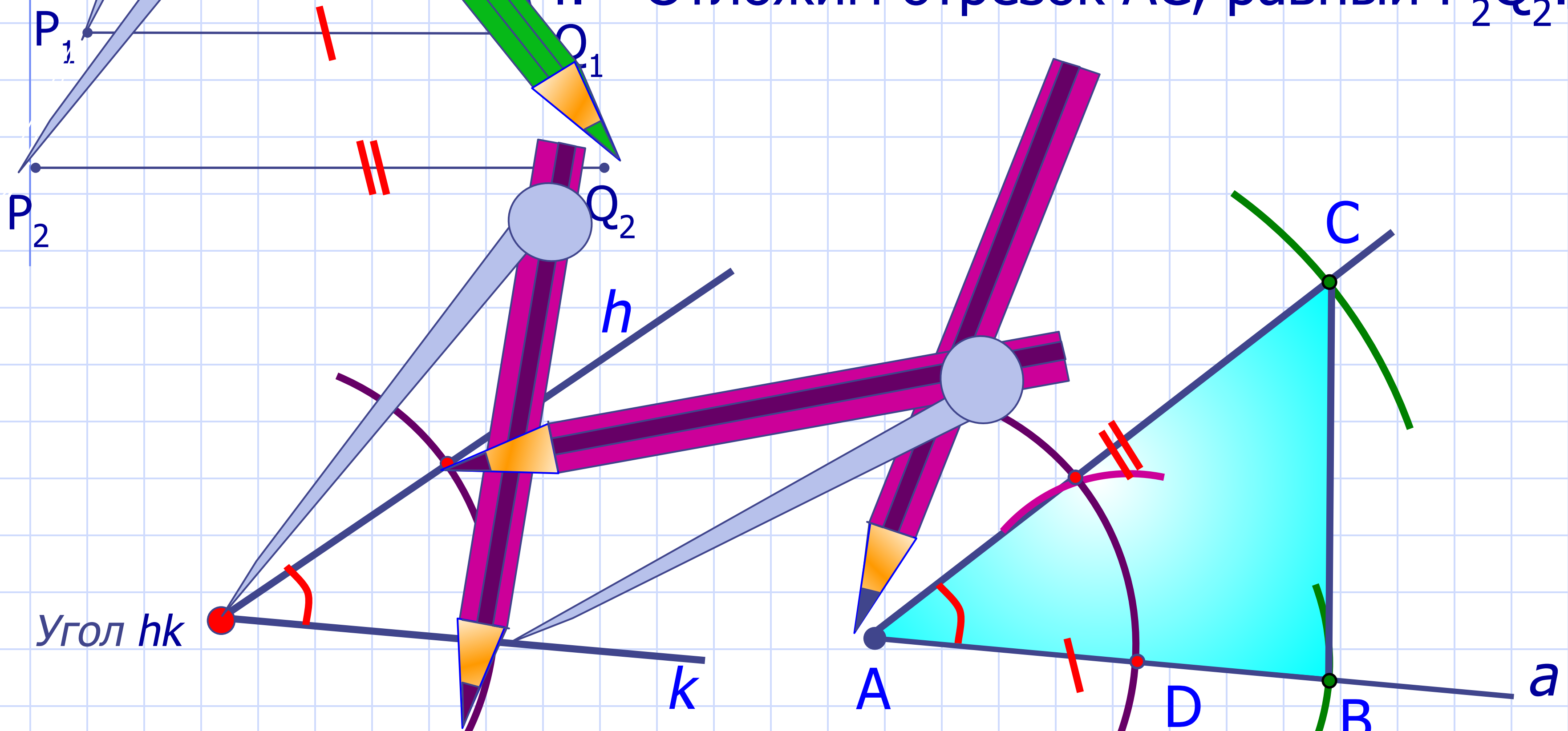
Треугольник АРВ р/б.
Отрезок РО является биссектрисой, а значит, и медианой.
Тогда, точка О – середина АВ.

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Дано:

Отрезки P_1Q_1 и P_2Q_2

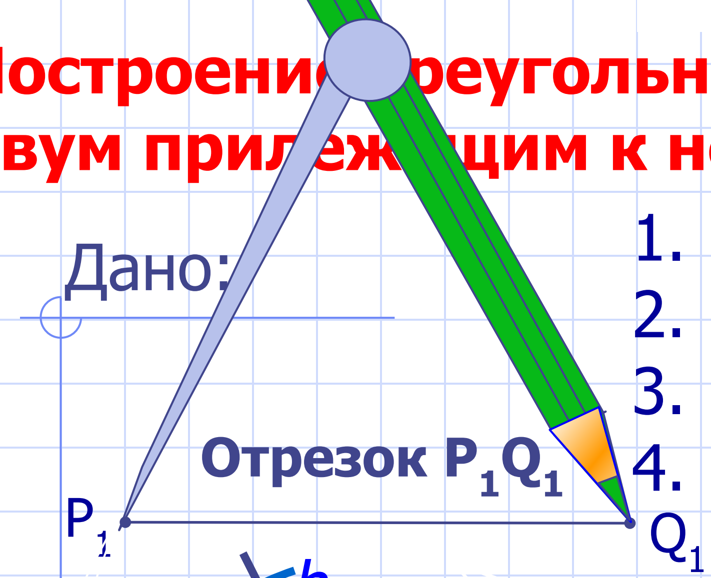
1. Построим луч *a*.
2. Отложим отрезок АВ, равный P_1Q_1.
3. Построим угол, равный данному.
4. Отложим отрезок АС, равный P_2Q_2.



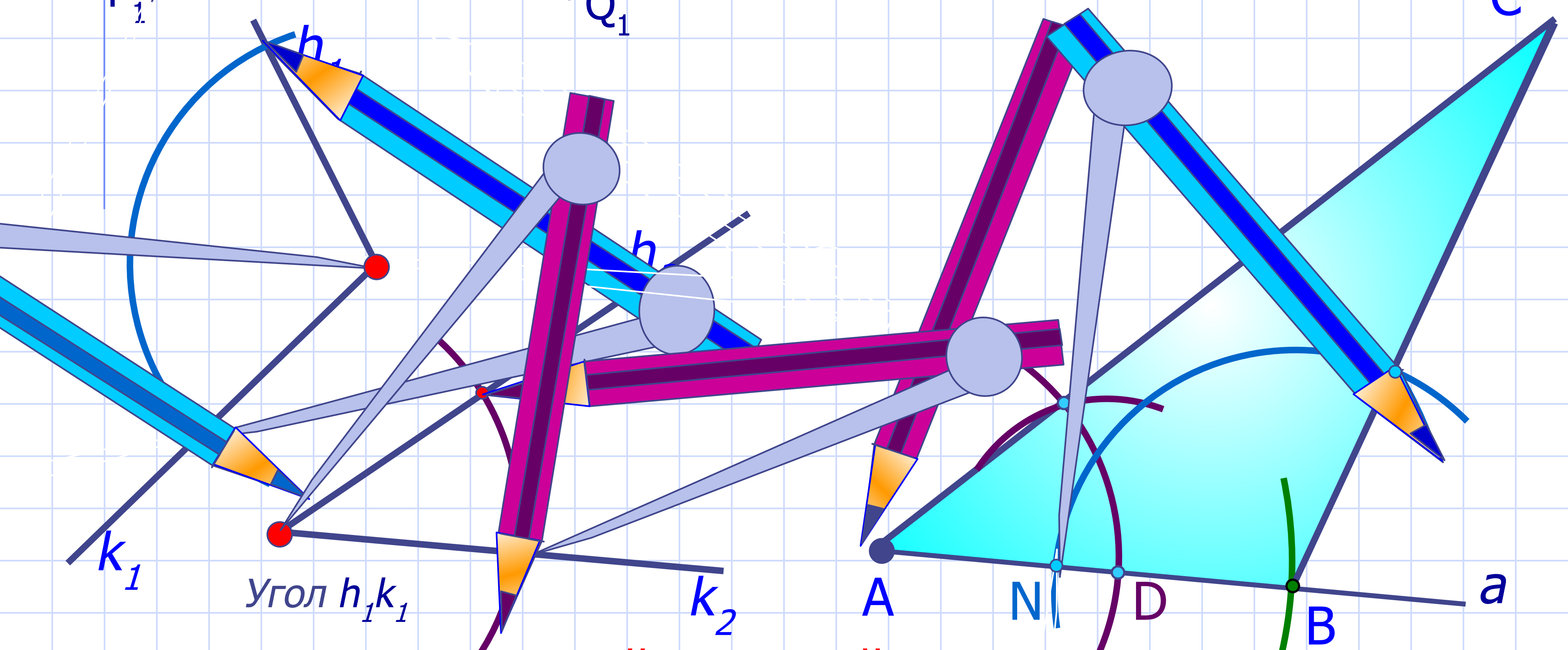
Треугольник АВС искомый. Обоснуй, используя I признак.

Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Дано:



1. Построим луч *a*.
2. Отложим отрезок АВ, равный P_1Q_1.
3. Построим угол, равный данному h_1k_1.
4. Построим угол, равный h_2k_2 .

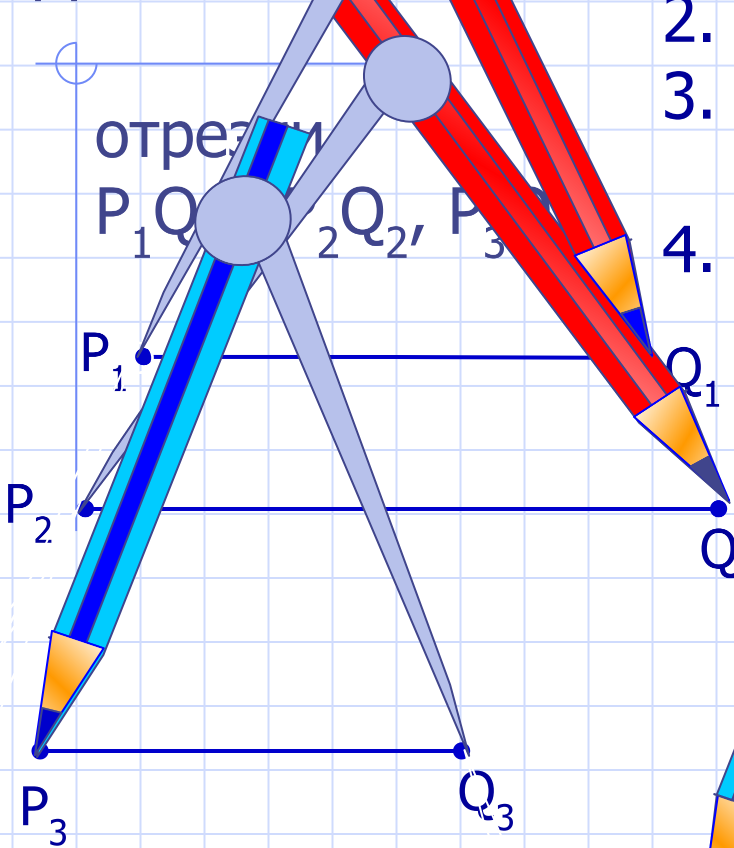


Треугольник АВС искомый. Обоснуй, используя II признак.

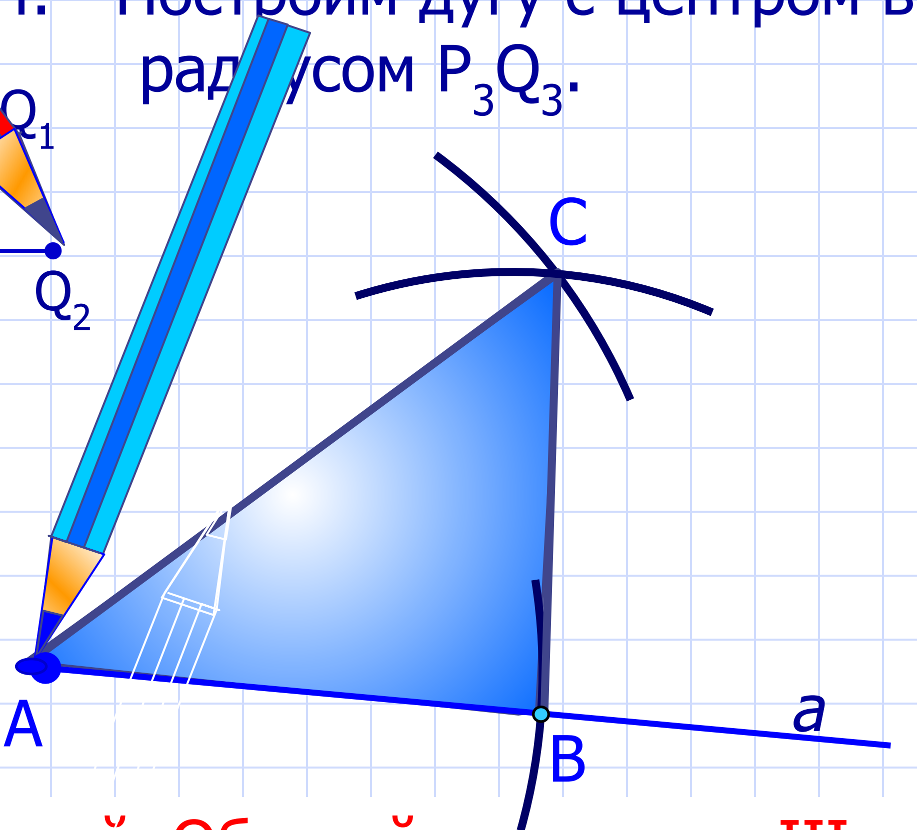
Построение треугольника по трем сторонам.

Дано:

отрезки P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3



1. Построим луч *a*.
2. Отложим отрезок АВ, равный P_1Q_1.
3. Построим дугу с центром в т. А и радиусом P_2Q_2.
4. Построим дугу с центром в т.В и радиусом P_3Q_3.



Треугольник АВС искомый. Обоснуй, используя III признак.