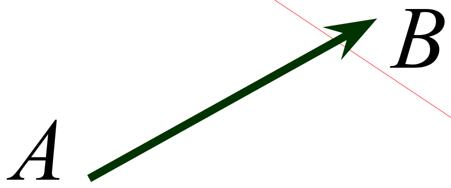
Векторы в пространстве

- Понятие вектора в пространстве
- Сложение и вычитание векторов
- Умножение вектора на число
- Компланарные векторы
- Прямоугольная система координат
- Координаты вектора
- Длина вектора
- Скалярное произведение векторов
- Угол между векторами
- Самостоятельная работа

Векторы

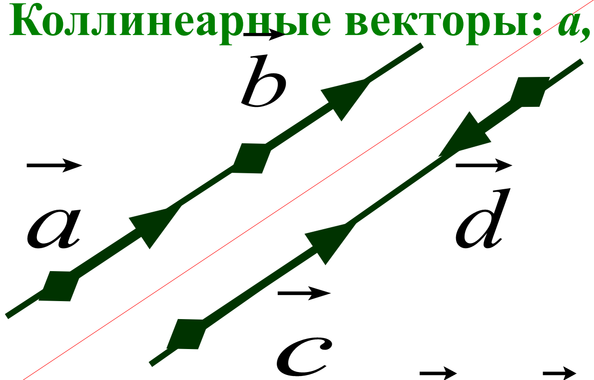
Вектор, его длина



$$\overrightarrow{AB}, \vec{a}, \left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\vec{a}\right|;$$

$$\overrightarrow{AA} = \vec{0}, \left|\vec{0}\right| = 0.$$

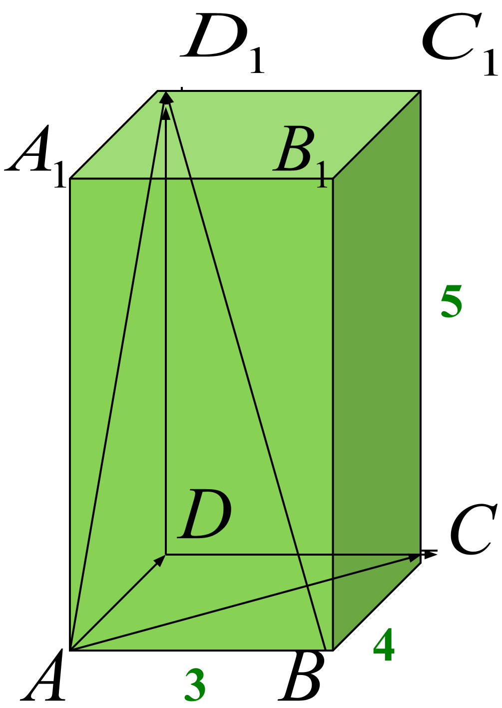
Коллинеарные векторы: ***a, b, c, d.***



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}, \vec{b} \uparrow\downarrow \vec{d}.$$

Равные векторы: $\vec{a} = \vec{b}$, если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right|.$

Векторы



$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед.

$AB = 3, BC = 4, CC_1 = 5.$

Назовите векторы, равные векторам

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}.$

Назовите длины векторов :

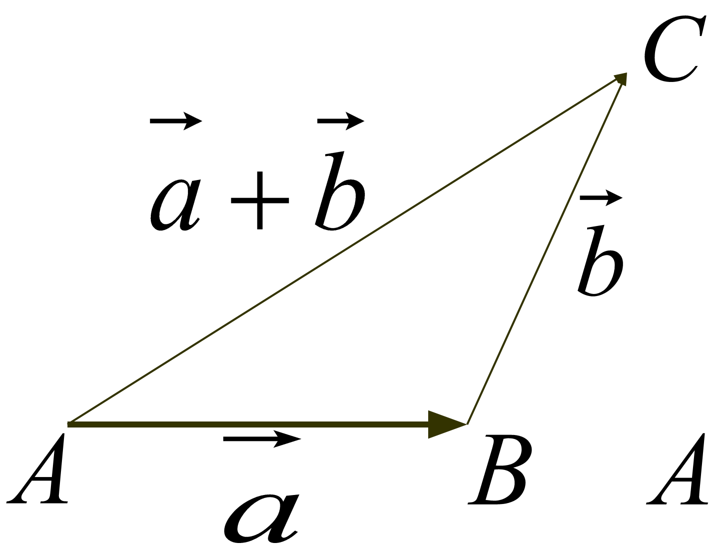
$\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD_1}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD_1}.$

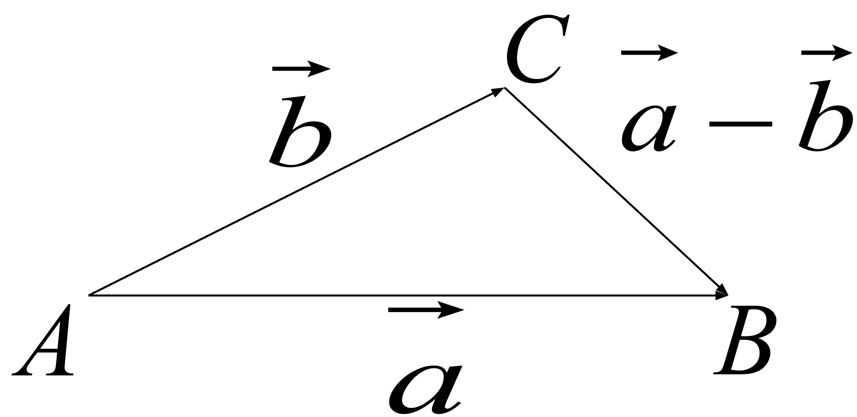
Назад

Сумма и разность векторов

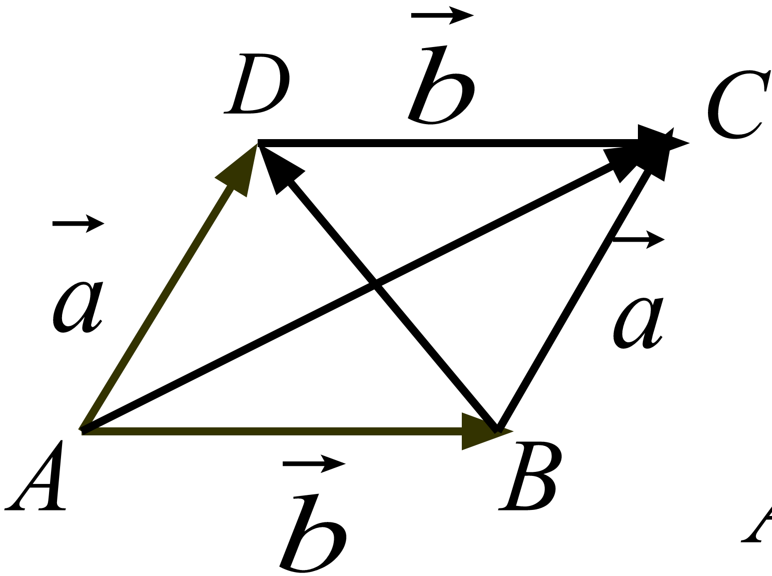
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$$





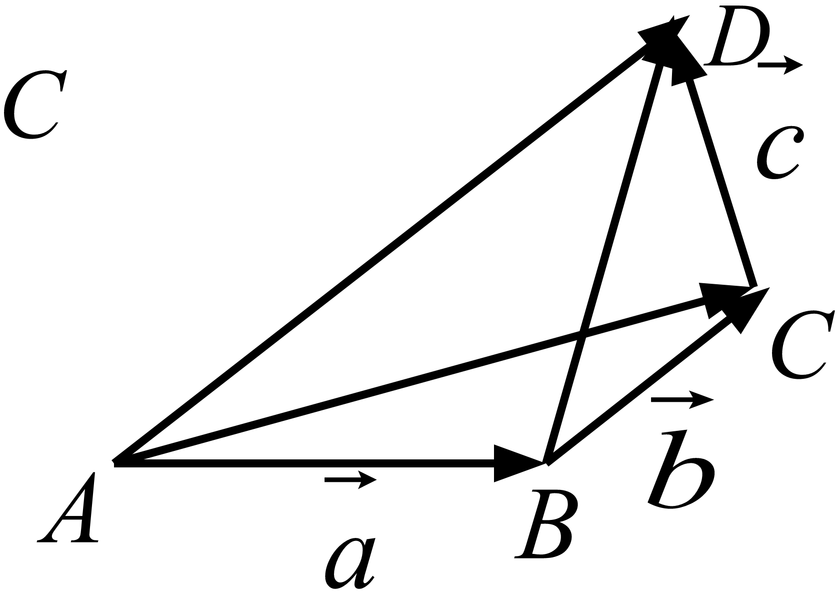
Законы сложения векторов



$$\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b},\ \overrightarrow{AC}=\vec{b}+\vec{a},$$

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}.$$

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН



$$\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b},\ \overrightarrow{AD}=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c},$$

$$\overrightarrow{BD}=\vec{b}+\vec{c},\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right),$$

$$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right).$$

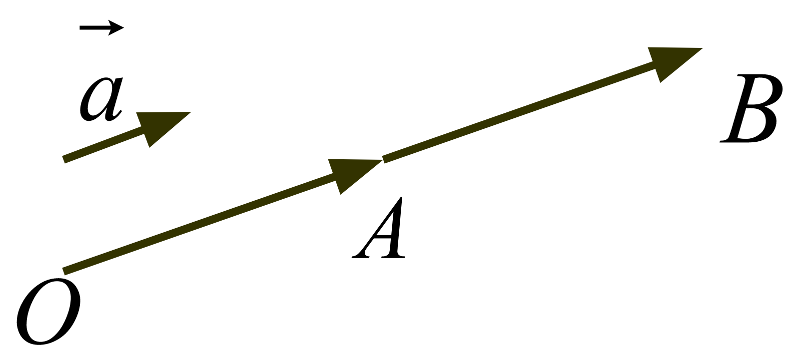
СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН

Назад

Умножение вектора на число

Сочетательный закон

$$(kl)\vec{a} = k\left(l\vec{a}\right)$$



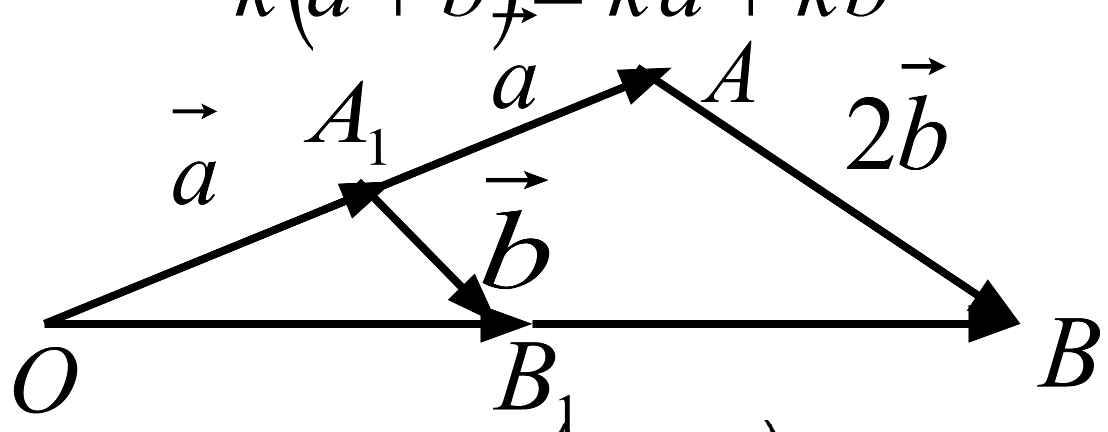
$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{a}, \overrightarrow{OB} = 6\vec{a}, \overrightarrow{OB} = 2 \cdot \overrightarrow{OA} = 2 \cdot \left(3\vec{a}\right)$$

$$(2 \cdot 3)\vec{a} = 2 \cdot \left(3\vec{a}\right)$$

Умножение вектора на число

Первый распределительный закон

$$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$$



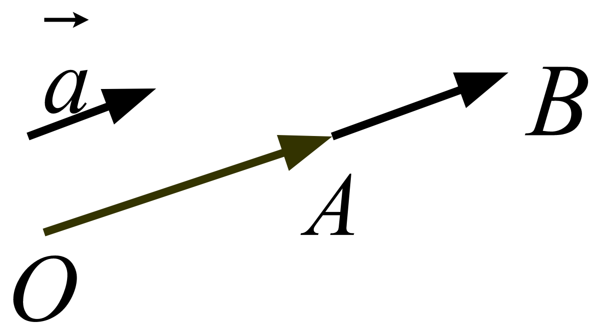
$$\overrightarrow{OB}=2\cdot\overrightarrow{OB_1}=2\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right),\ \overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB},$$

$$\overrightarrow{OB}=2\vec{a}+2\vec{b},\ 2\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=2\vec{a}+2\vec{b}$$

Умножение вектора на число

Второй распределительный закон

$$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$

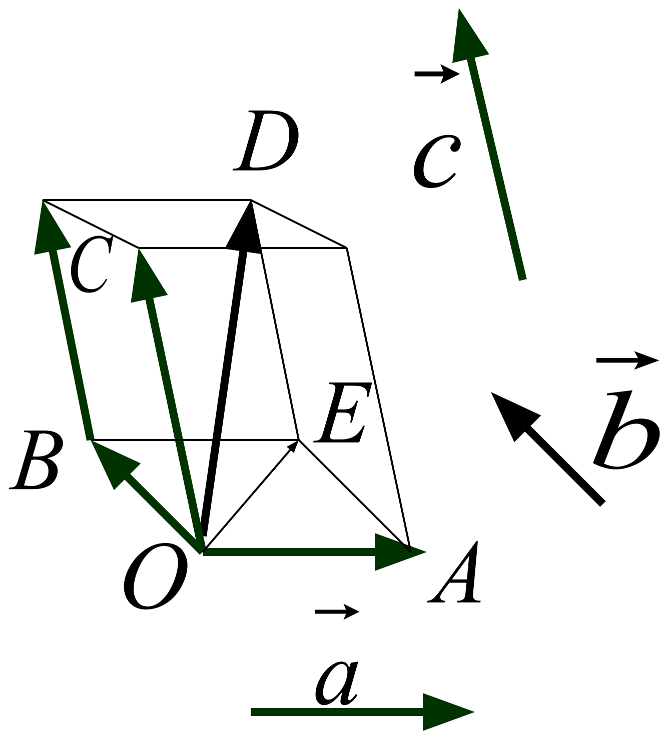


$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{a}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OB} = 3\vec{a} + 2\overleftarrow{a}, (3+2)\vec{a} = 3\vec{a} + 2\vec{a}$$

Назад

Компланарные векторы



Компланарные векторы

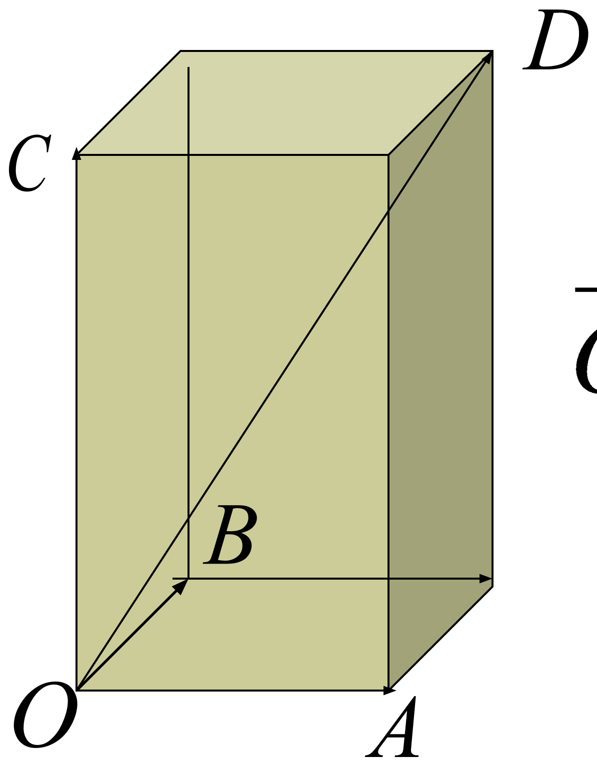
$\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{OD}$ и $\overrightarrow{OE}$.

Некомпланарные векторы

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OC}$.

Назад

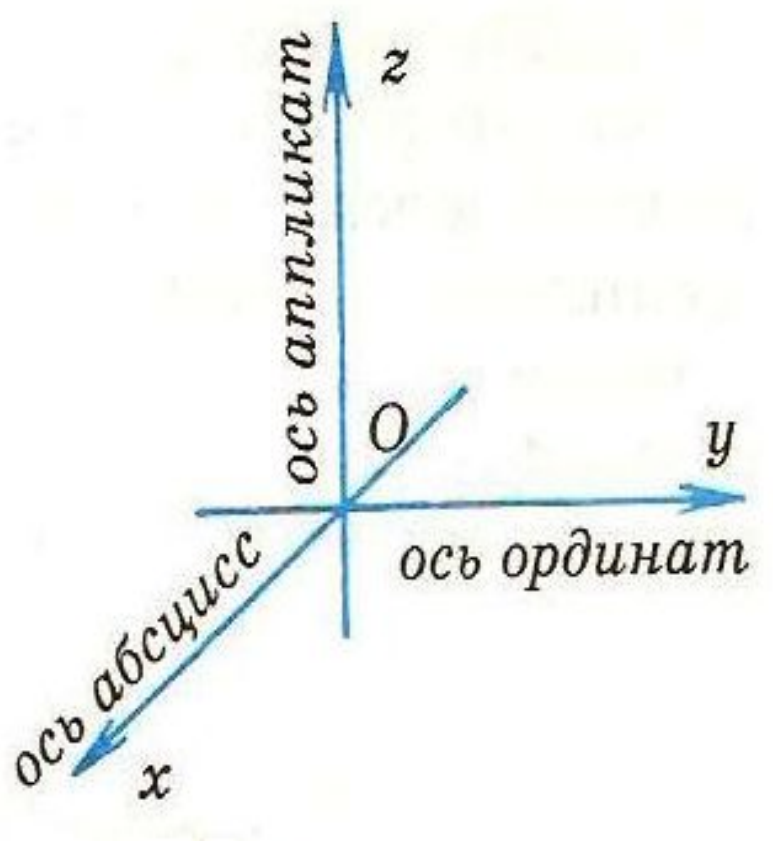
Правило параллелепипеда



$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

Назад

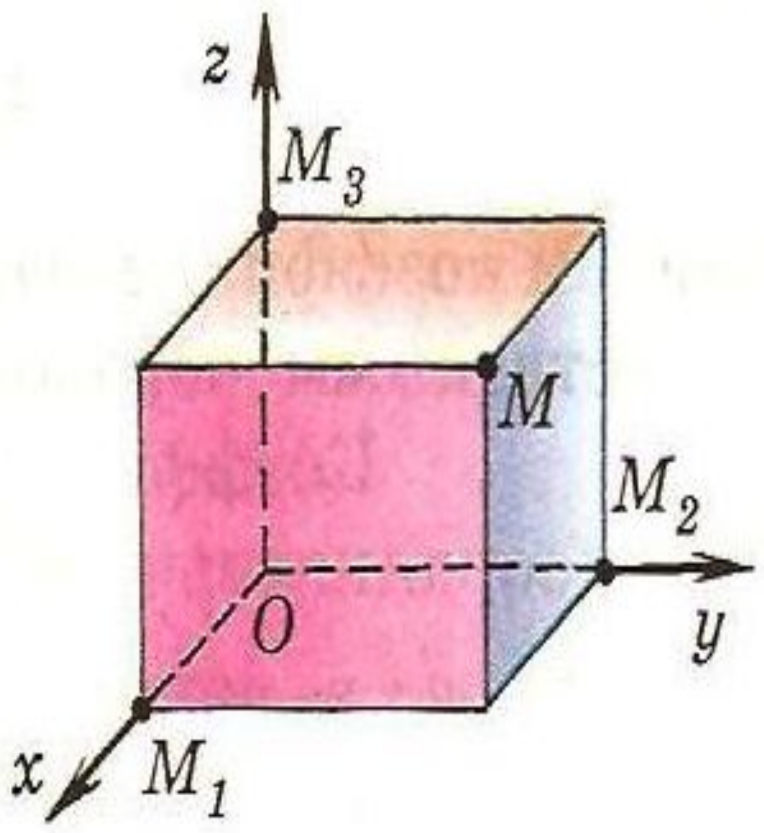
Прямоугольная система координат



- Тройка взаимно перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат.
- Впервые введена Р. Декартом (1596-1650)

Назад

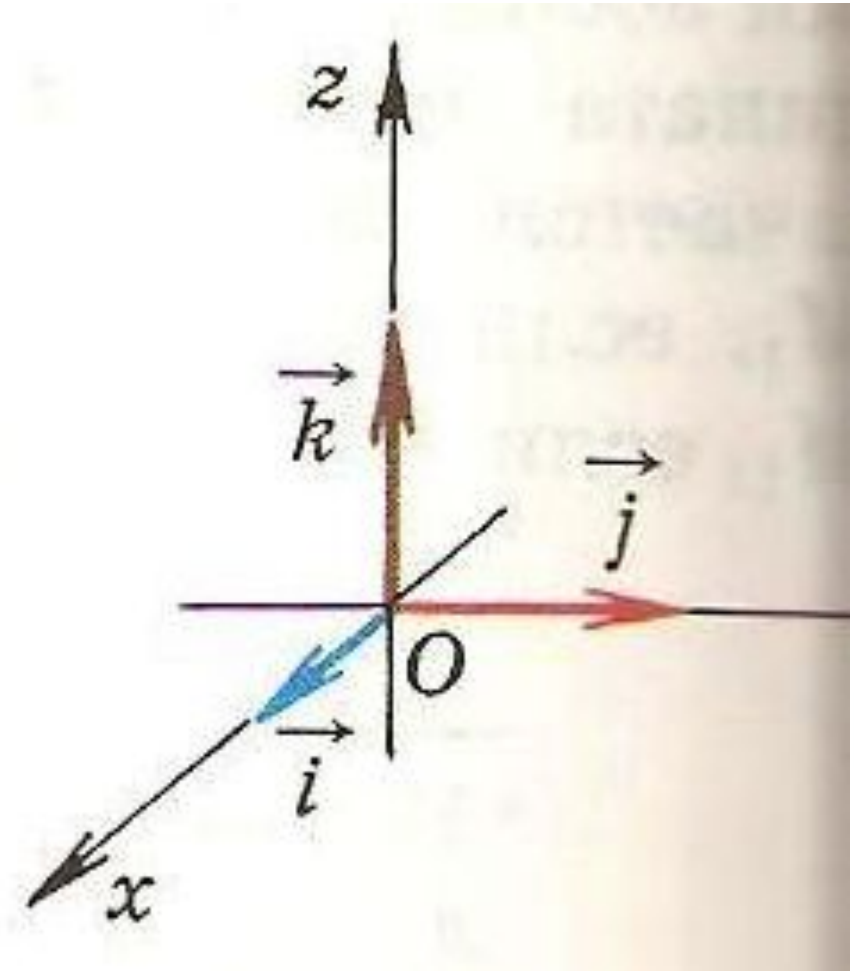
Координаты точки



- Каждая точка в пространстве задаётся тройкой чисел (x,y,z) называемых координатами точки в пространстве

Назад

Координаты вектора



- Векторы (i. j. k) единичные векторы
- Любой вектор можно разложить по координатным векторам

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

[Назад](#)

Длина вектора

$$A_1(x_1, y_1, z_1),\ A_2(x_2, y_2, z_2)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

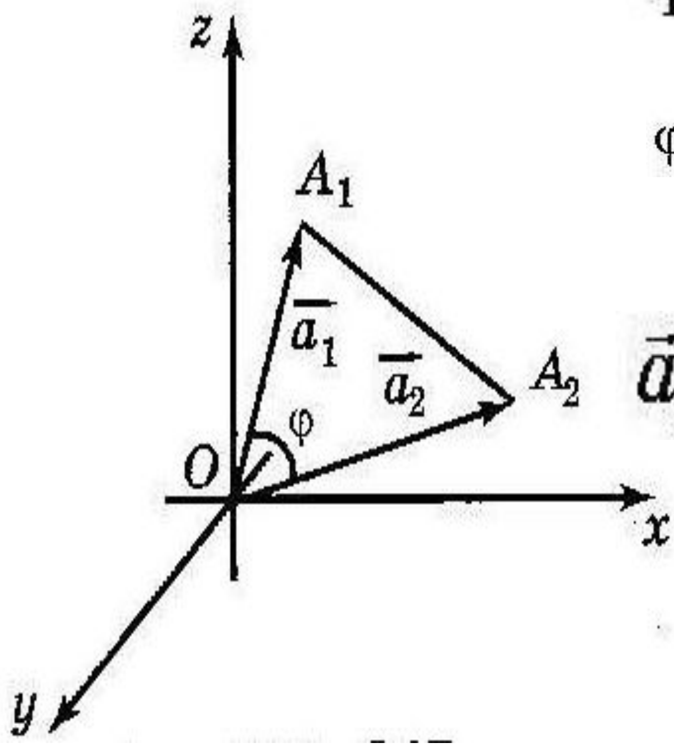
$$|\overrightarrow{A_1A_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Назад

Скалярное произведение векторов

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = |\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2| \cos \varphi,$$

φ — угол между векторами $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$.



$$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

[Назад]

Свойства скалярного произведения. Угол между векторами.

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.
2. $(t\vec{a}) \cdot \vec{b} = t(\vec{a} \cdot \vec{b})$.
3. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$.

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|}$$

Назад

Самостоятельная работа

1. Дан параллелепипед $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ разложите вектор $\overline{ВД_1}$ по векторам $\overline{ВА}$, $\overline{ВС}$, $\overline{ВВ_1}$

2. Дан тетраэдр АВСД. Найдите сумму векторов: а) $\vec{АВ} + \vec{ВД} + \vec{ДС}$ б) $\vec{АВ} + \vec{СД} + \vec{ВС} + \vec{ДА}$

3. Дан куб $А....Д_1$, ребро которого 1. Начало координат находится в точке В. Положительные лучи осей координат, соответственно ВА, ВС, $ВВ_1$. Назовите координаты всех остальных вершин куба.

4. Даны точки М(1,-2,-3), N(-2.3.1) и К(3,1,-2). Найдите периметр треугольника MNK.

5. Найдите координаты вектора $\vec{a} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{C} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$

6. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}(-1,2,3)$ и $\vec{c}(2,-1,0)$ и угол между ними.

Назад

Рене Декарт

- французский философ, математик, физик и физиолог. Заложил основы аналитической геометрии, дал понятия переменной величины и функции, ввел многие алгебраические обозначения.
- Декарту принадлежит заслуга создания современных систем обозначений: он ввел знаки переменных величин (x, y, z...), коэффициентов (a, b, c...), обозначение степеней (a2, x-1...).
- Декарт является одним из авторов теории уравнений: им сформулировано правило знаков для определения числа положительных и отрицательных корней, поставил вопрос о границах действительных корней и выдвинул проблему приводимости, т. е. представления целой рациональной функции с рациональными коэффициентами в виде произведения двух функций этого рода и многое другое..

Назад