

Платоновы и Архимедовы тела



Выполнили:

Заковранова

Элеонора,

Ткачук Екатерина

Руководитель:

Еремина Людмила

*«Предмет математики
настолько серьезен, что
полезно не упускать случая
сделать его немного
занимательным»*

Блез Паскаль

Содержание:

- ♣ Основные понятия
- ♣ Платоновы тела
- ♣ Архимедовы тела
- ♣ Список используемой литературы

Основные понятия:

Многогранник – это геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми **гранями**.

Ребра – стороны граней многогранника, а концы ребер – **вершины многогранника**.

Многогранник называется выпуклым, если он весь расположен

Платон



428 – 347 гг. до

н. э.

Правильные
многогранники
изучали ученые,
ювелиры,
священники,
архитекторы. Этим
многогранникам
даже приписывали
магические
свойства.

Древнегреческий
ученый и философ
Платон (IV–V в до

н. э.) считал, что эти



В своем диалоге «Тимей»
Платон говорит,
что атом огня имеет
вид тетраэдра,
земли – гексаэдра (куба),

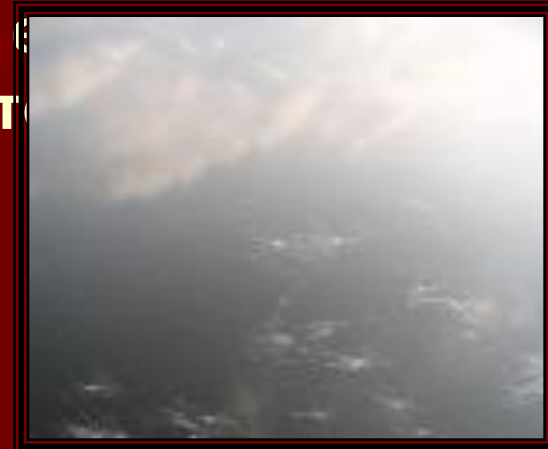


воздуха – октаэдра, воды – икосаэдра.

В этом соответствии не нашлось места только
додекаэдру и Платон предположил существование еще
одной, пятой сущности – эфира, атомы которого как раз и
имеют форму додекаэдра.



и Платона продолжили
в перечислении
Поэтому эти
многогранники
называют
платоновыми



Что такое правильный многогранник?

Многогранник называется правильным, если все его грани – равные между собой правильные многоугольники, из каждой его вершины выходит одинаковое число ребер и все двугранные углы равны.

Все правильные многогранники имеют разное число граней и названия получили по этому числу. Существует всего пять видов правильных многогранников:

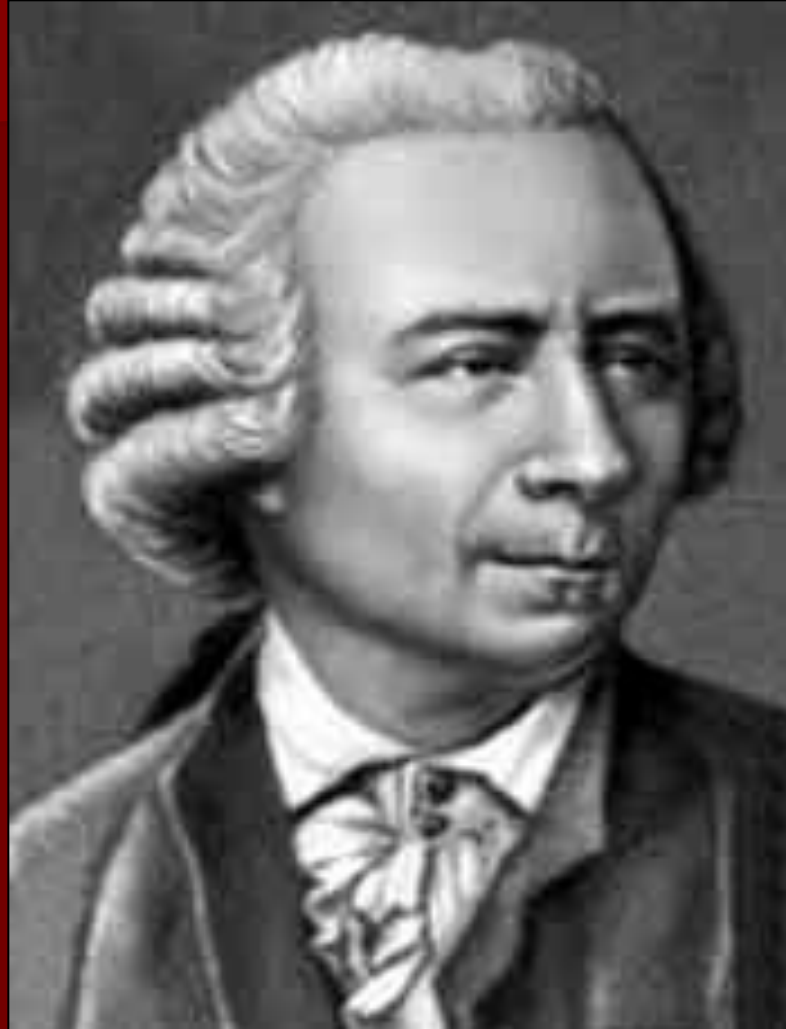
- Тетраэдр
- Гексаэдр
- Октаэдр
- Додекаэдр
- Икосаэдр

Формула Эйлера.

Подсчитаем число вершин (V), граней (Γ) и ребер (P) в платоновых телах.

Многогранник	Вершины	Грани	Рёбра	$V + \Gamma - P$
Тетраэдр	4	4	6	2
Гексаэдр	8	6	12	2
Октаэдр	6	8	12	2
Додекаэдр	20	12	30	2
Икосаэдр	12	20	30	2

Леонард Эйлер



4(15).4.1707 – 7(18).9.1783

Симметрия многогранников

<i>Многогранник</i>	<i>Оси симметрии</i>	<i>Плоскости симметрии</i>
Тетраэдр	3	6
Куб	9	9
Октаэдр	9	7
Додекаэдр	15	15
Икосаэдр	15	15

Некоторые вычислительные формулы

правильных многогранников

Многогранник	Радиус описанной сферы	Радиус вписанной сферы	Объём
Тетраэдр	$\frac{a\sqrt{6}}{4}$	$\frac{a\sqrt{6}}{12}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Куб	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$	$\frac{a}{2}$	a^3
Октаэдр	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$\frac{a\sqrt{6}}{6}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Додекаэдр	$\frac{a}{4}\sqrt{18+6\sqrt{5}}$	$\frac{a}{2}\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}$	$\frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$
Икосаэдр	$\frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{a}{12}(3+\sqrt{5})\sqrt{3}$	$\frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5})$

Свойства

- Внутри каждого правильного многогранника существует точка, которая служит центром трех сфер: описанной сферы (проходящей через все вершины многогранника); вписанной сферы (касающейся всех его граней); полувписанной сферы (касающаяся всех его ребер).
- Для каждого правильного многогранника существует взаимный (двойственный) по отношению к данному многогранник.
- Центры граней правильного

„Тайная вечеря“ С. Дали

Большой интерес к формам правильных многогранников проявляли также скульпторы, архитекторы, художники. Их всех поражало совершенство, гармония многогранников.

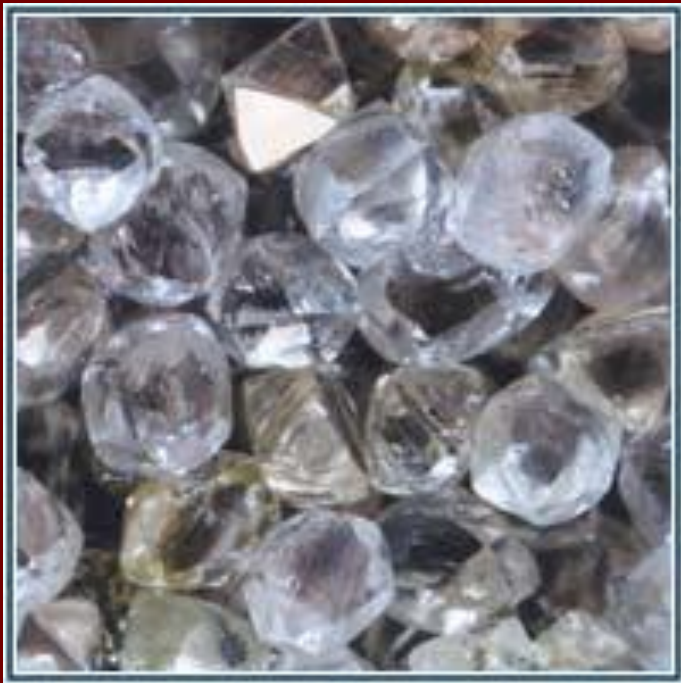
Леонардо да Винчи (1452 – 1519) увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах.

Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.

Сальвадор Дали «Тайная вечеря»



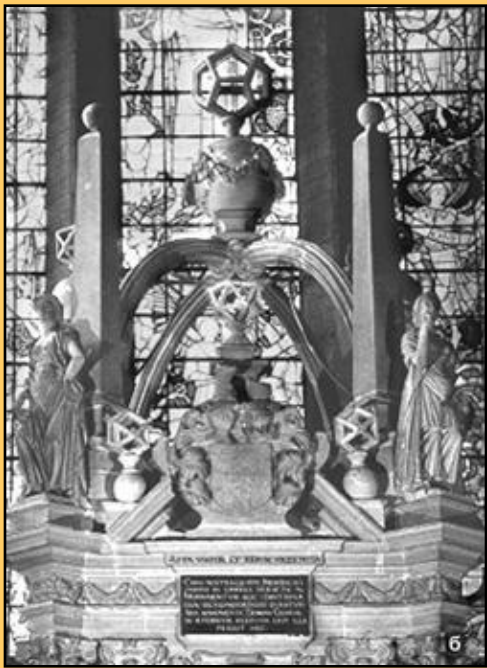
Кристаллы



Кристаллы — тела, имеющие многогранную форму. Вот один из примеров таких тел: кристалл пирита (сернистый колчедан FeS) — природная модель додекаэдра.

ПИРИТ (от греч. “пир” — огонь) — сернистое железо или серный колчедан. Размеры кристаллов пирита часто достигают нескольких сантиметров и являются хорошим коллекционным материалом.

Впрочем, многогранники - отнюдь не только объект научных исследований. Их формы — завершенные и при-чудливые, широко используются в декоративном искусстве.



Надгробный памятник
в кафедральном соборе
Солсбери

**Ярчайшим примером
худо-жественного
изображения
многогранников в XX
веке являются
графические фан-
тазии Маурица Эшера**

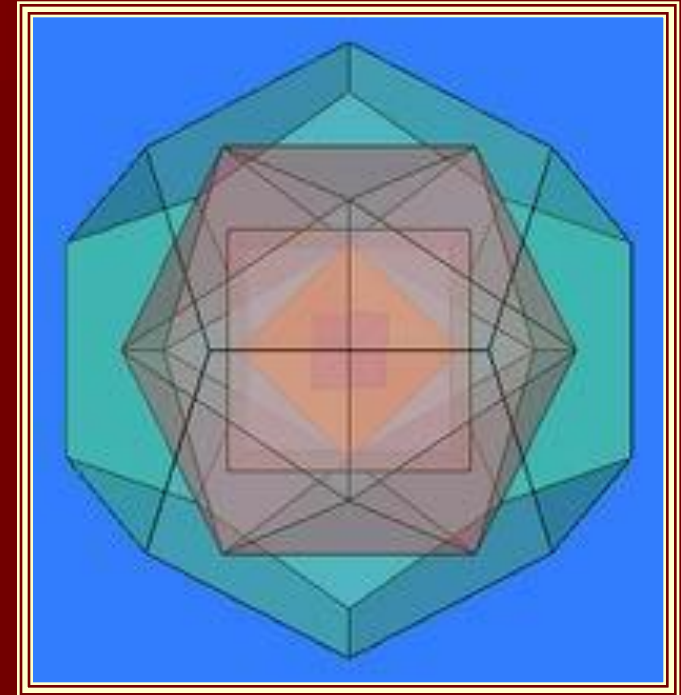
Мауриц Эшер в своих рисунках как бы открыл и интуитивно проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые властвуют над кристаллами, определяя и их внешнюю форму, и их атомную структуру, и их физические свойства.



Титульный лист книги
Ж. Кузена
«Книга о перспективе»

Архимедовы тела

Кроме правильных многогранников существует 13 полуправильных многогранников, которые носят свое название «тел Архимеда», поскольку он первым их описал.



Это тела, составленные из многоугольников двух видов, причем в каждой вершине сходится одно и то же число многоугольников каждого вида. Примером такого многогранника

Архимед



287 - 212 гг. до н.

э.

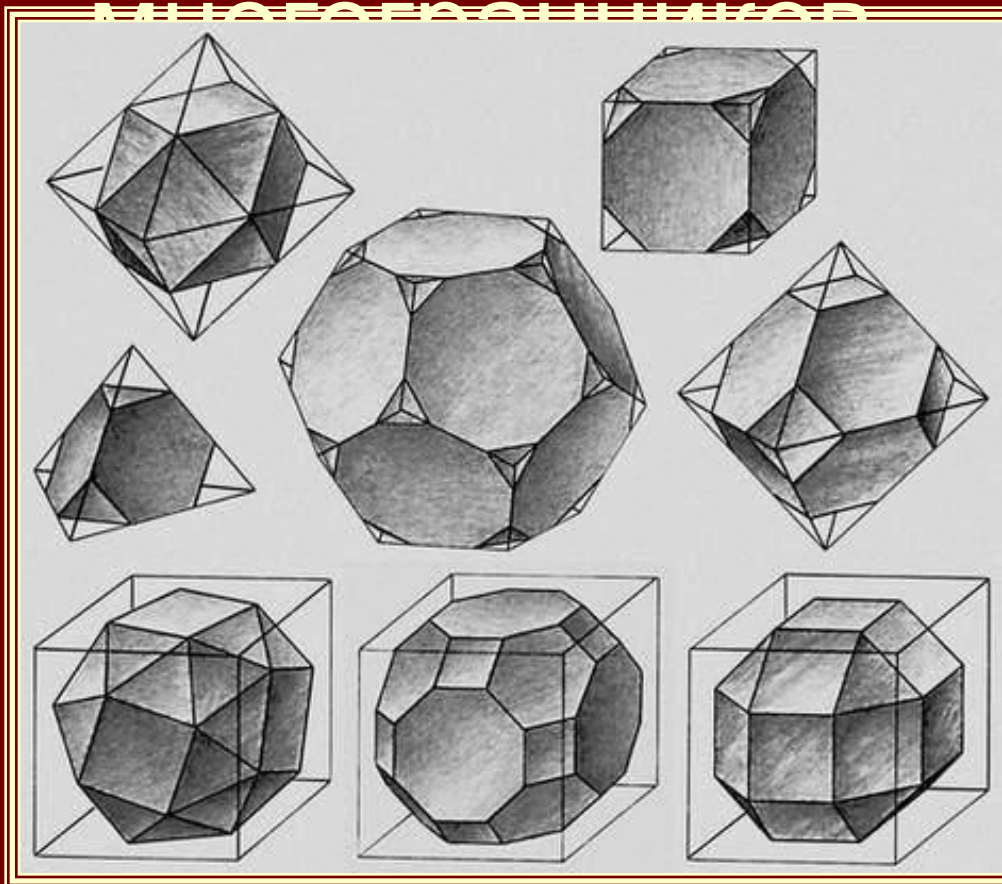
Полуправильный многогранник – это...

выпуклый многогранник, обладающий двумя свойствами:

- все его грани являются правильными многоугольниками двух или более типов (если все грани — правильные многоугольники одного типа, это — правильный многогранник);
- все многогранные углы при вершинах конгруэнтны.

Полуправильные многогранники

получаются в процессе усечения
вершин правильных



Существует *13* видов

Архимедовых тел:

- Усеченный тетраэдр
- Усеченный куб
- Ромбокубооктаэдр
- Плосконосый додекаэдр
- Усеченный кубооктаэдр
- Кубооктаэдр
- Усеченный октаэдр
- Усеченный додекаэдр
- Ромбоикосододекаэдр
- Усеченный икосододекаэдр
- Икосододекаэдр
- Усеченный икосаэдр

Усеченный тетраэдр

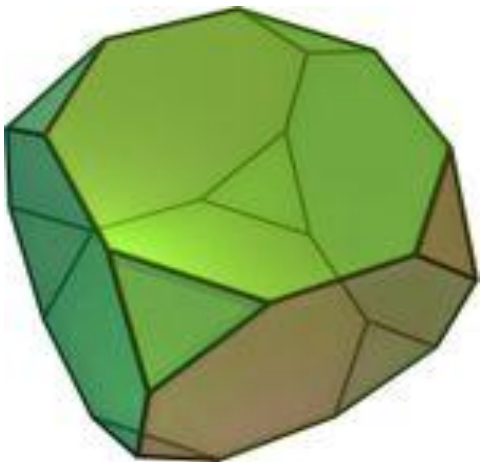
Усеченный тетраэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 4 треугольников и 4 шестиугольников. Имеет 12 вершин и 18 ребер.



Усеченный куб

Усеченный куб – это полуправильный многогранник, составленный из 8 треугольников

и 6 шестиугольников.



Ромбокубооктаэдр

Ромбокубооктаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 8 треугольников и 18 квадратов. Имеет 24 вершины и 48 ребра.



Плосконосый додекаэдр

Плосконосый додекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 80 треугольников и 12 пятиугольников. Имеет 60



Усеченный кубookтаэдр



Усеченный кубookтаэдр – это полу-правильный многогранник, составлен-ный из 12 квадратов, 8 шести-угольников и 6

Кубookтаэдр – это полупра-вильный многогранник, составлен-ный из 8

треугольников и 6 квадратов. Имеет 12 вершин и 24 ребра



Усеченный октаэдр

Усеченный октаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 6 квадратов и 8



шестиугольников. Имеет 24 вершины и 36 ребер.

Усеченный додекаэдр



Усеченный додекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 20 треугольников и 12 десятиугольников. Имеет

60 вершины и 90 ребер

Ромбоикосододекаэдр

Ромбоикосододекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 20 треугольников, 30 квадратов и 12



пятиугольников. Имеет 60

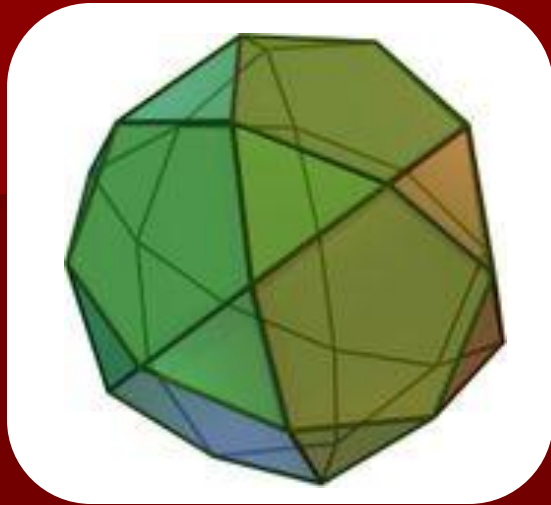
Усеченный икосододекаэдр

вершин и 120 ребер.



Усеченный икосододекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 30 квадратов, 20 шести-угольников и 12 десятиугольников. Имеет 120

Икосододекаэдр



Икосододекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 20 треугольников и 12 пятиугольников. Имеет 30 вершин и 60 ребер.

Усеченный икосаэдр

Усеченный икосаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 12 пятиугольников и 20 шестиугольников. Имеет 60 вершин и 90 ребер.



Плосконосый куб



Плосконосый
куб – это
полупра-
вильный
многогранник,
составленный
из 32
треугольников и
6 квадратов.
Имеет 24



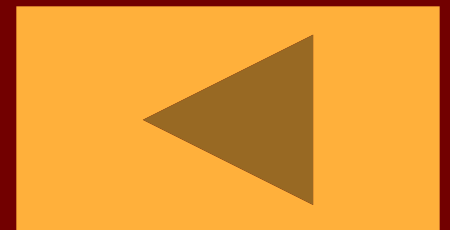
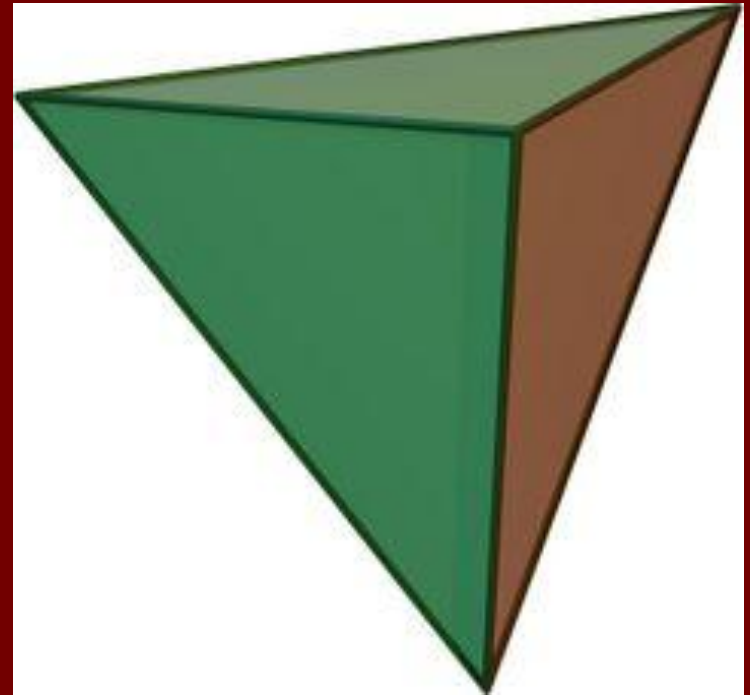
В основу формирования пространственной конструкции положена геометрия Платона и Архимеда, позволяющая создавать практически любые композиционные решения из правильных и полуправильных многогранников.



!!! КОНЕЦ !!!

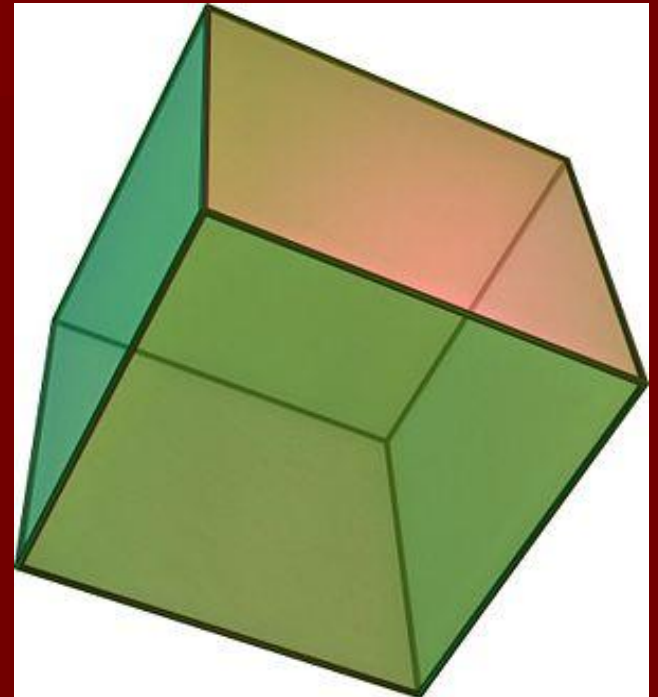
Тетраэдр

Тетра́эдр — многогранник с четырьмя треугольными гранями, в каждой вершине которого сходятся по 3 грани. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер.

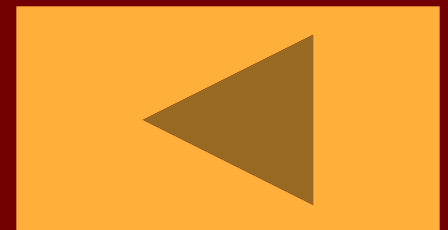


Гексаэдр

Гексаэдр (куб, hexa – шесть) – правильный многогранник, все грани которого – квадраты, и из каждой вершины выходит три ребра.

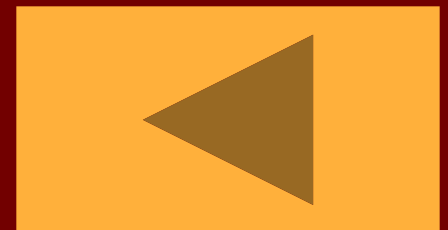
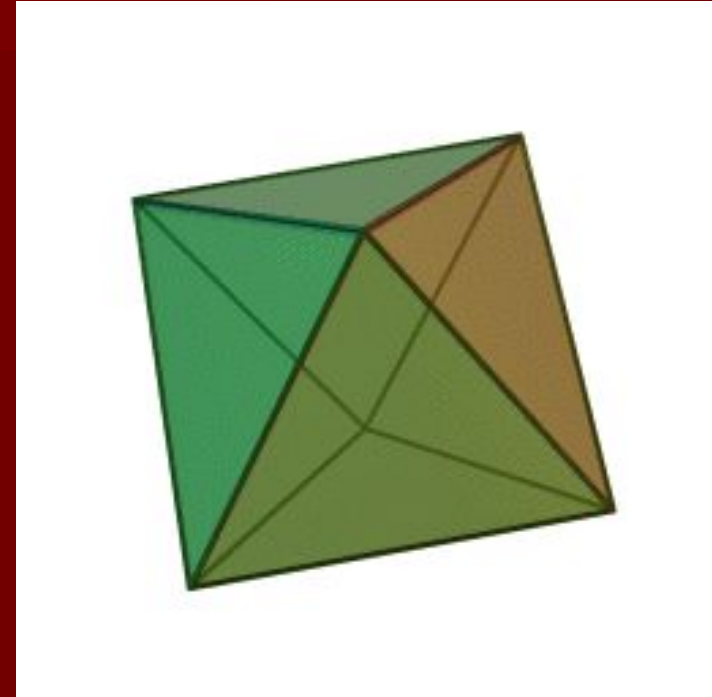


Иоганн Кеплер называл куб "родителем" всех правильных многогранников. На основе куба он смог построить все другие виды правильных многогранников.



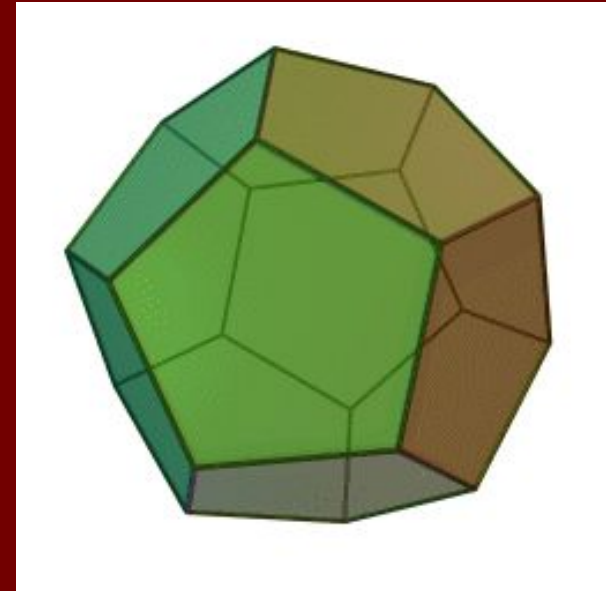
Октаэдр

Октаэдр (греч. октаέδρον, от греч. окτώ, «восемь» и греч. έδρα - «основание») — один из пяти правильных многогранников, имеющий 8 граней (треугольных), 12 рёбер, 6 вершин (в каждой вершине сходятся 4 ребра).

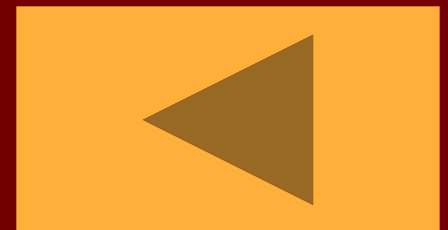


Додекаэдр

Додека́эдр (от греч. *dodeka* — двенадцать и *hedra* — грань) — правильный многогранник, имеющий 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходятся 3 ребра). Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.



Сумма плоских углов при каждой из 20 вершин равна 324° .



Икосаэдр

Икоса́эдр (от греч. *εἰκοσάς*, «двадцать» и греч. *-εδρον*, «грань») — правильный многогранник, двадцатигранник. Каждая из 20 граней представляет собой равносторонний треугольник. Число ребер равно 30, число вершин — 12.

