

# Платоновы и Архимедовы тела



***Выполнили:***

Заковранова

Элеонора,

Ткачук Екатерина

**Руководитель:**

Еремина Людмила

*«Предмет математики  
настолько серьезен, что  
полезно не упускать случая  
сделать его немного  
занимательным»*

***Блез Паскаль***

# Содержание:

- ♣ Основные понятия
- ♣ Платоновы тела
- ♣ Архимедовы тела
- ♣ Список используемой литературы

# Основные понятия:

**Многогранник** – это геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми **гранями**.

**Ребра** – стороны граней многогранника, а концы ребер – **вершины многогранника**.

**Многогранник называется выпуклым**, если он весь расположен

# Платон



428 – 347 гг. до

н. э.

Правильные  
многогранники  
изучали ученые,  
ювелиры,  
священники,  
архитекторы. Этим  
многогранникам  
даже приписывали  
магические  
свойства.

Древнегреческий  
ученый и философ  
Платон (IV–V в до

н. э.) считал, что эти



В своем диалоге «Тимей»  
Платон говорит,  
что атом огня имеет  
вид тетраэдра,  
земли – гексаэдра (куба),



воздуха – октаэдра, воды – икосаэдра.

В этом соответствии не нашлось места только  
додекаэдру и Платон предположил существование еще  
одной, пятой сущности – эфира, атомы которого как раз и  
имеют форму додекаэдра.



и Платона продолжили  
в перечислении перечисленных т

Поэтому эти  
многогранники  
называют  
*платоновыми*



*телами*

# *Что такое правильный многогранник?*

**Многогранник называется правильным, если все его грани – равные между собой правильные многоугольники, из каждой его вершины выходит одинаковое число ребер и все двугранные углы равны.**

Все правильные многогранники имеют разное число граней и названия получили по этому числу. Существует всего пять видов правильных многогранников:

- Тетраэдр
- Гексаэдр
- Октаэдр
- Додекаэдр
- Икосаэдр

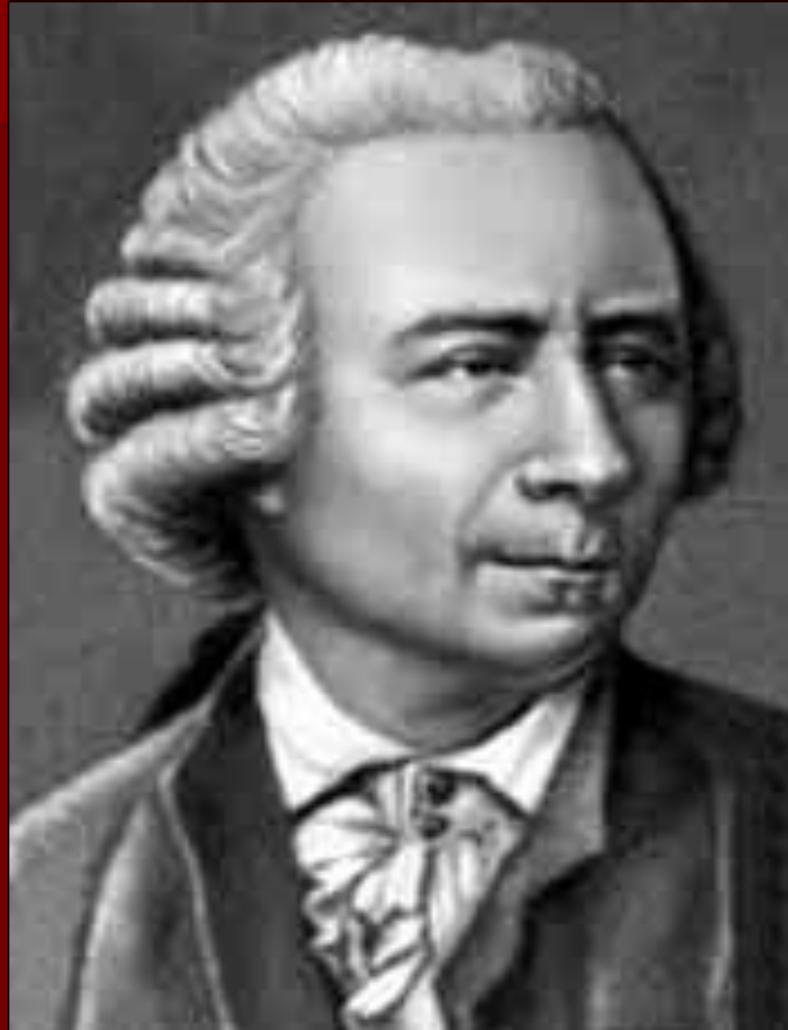


# Формула Эйлера.

Подсчитаем число вершин ( $V$ ), граней ( $\Gamma$ ) и ребер ( $P$ ) в платоновых телах.

Многогранник	Вершины	Грани	Рёбра	$V + \Gamma - P$
Тетраэдр	4	4	6	2
Гексаэдр	8	6	12	2
Октаэдр	6	8	12	2
Додекаэдр	20	12	30	2
Икосаэдр	12	20	30	2

# Леонард Эйлер



4(15).4.1707 – 7(18).9.1783

# Симметрия многогранников

<i>Многогранник</i>	<i>Оси симметрии</i>	<i>Плоскости симметрии</i>
Тетраэдр	3	6
Куб	9	9
Октаэдр	9	7
Додекаэдр	15	15
Икосаэдр	15	15

# Некоторые вычислительные формулы

## правильных многогранников

Многогранник	Радиус описанной сферы	Радиус вписанной сферы	Объём
Тетраэдр	$\frac{a\sqrt{6}}{4}$	$\frac{a\sqrt{6}}{12}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Куб	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$	$\frac{a}{2}$	$a^3$
Октаэдр	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$\frac{a\sqrt{6}}{6}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Додекаэдр	$\frac{a}{4}\sqrt{18+6\sqrt{5}}$	$\frac{a}{2}\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}$	$\frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$
Икосаэдр	$\frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{a}{12}(3+\sqrt{5})\sqrt{3}$	$\frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5})$

# Свойства

- Внутри каждого правильного многогранника существует точка, которая служит центром трех сфер: описанной сферы (проходящей через все вершины многогранника); вписанной сферы (касающейся всех его граней); полувписанной сферы (касающаяся всех его ребер).
- Для каждого правильного многогранника существует взаимный (двойственный) по отношению к данному многогранник.
- Центры граней правильного

# „Тайная вечеря“ С. Дали

Большой интерес к формам правильных многогранников проявляли также скульпторы, архитекторы, художники. Их всех поражало совершенство, гармония многогранников.

Леонардо да Винчи (1452 – 1519) увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах.

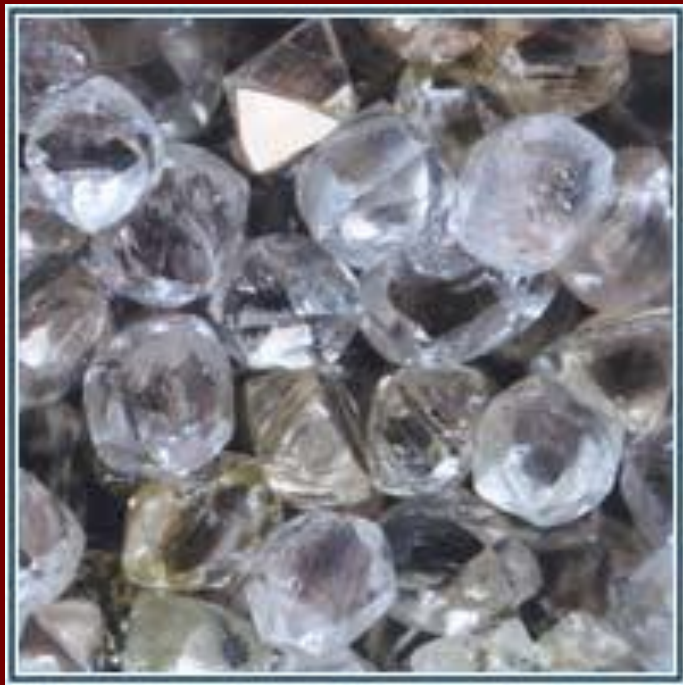
Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.

# Сальвадор Дали «Тайная вечеря»





# Кристаллы

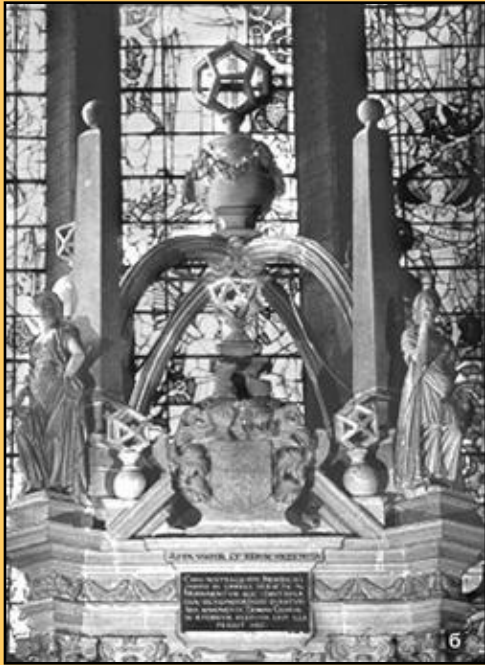


*Кристаллы* — тела, имеющие многогранную форму. Вот один из примеров таких тел: кристалл пирита (сернистый колчедан  $\text{FeS}$ ) — природная модель додекаэдра.

ПИРИТ (от греч. “пир” — огонь) — сернистое железо или серный колчедан. Размеры кристаллов пирита часто достигают нескольких сантиметров и являются хорошим коллекционным материалом.



*Впрочем, многогранники - отнюдь не только объект научных исследований. Их формы — завершенные и при-чудливые, широко используются в декоративном искусстве.*



Надгробный памятник  
в кафедральном соборе  
Солсбери

**Ярчайшим примером  
худо-жественного  
изображения  
многогранников в XX  
веке являются  
графические фан-  
тазии Маурица Эшера**

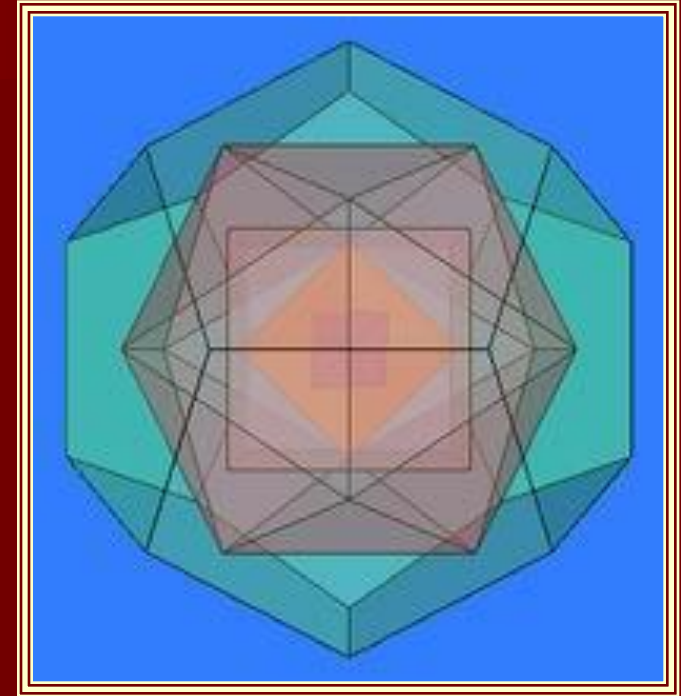
Мауриц Эшер в своих рисунках как бы открыл и интуитивно проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые властвуют над кристаллами, определяя и их внешнюю форму, и их атомную структуру, и их физические свойства.



Титульный лист книги  
Ж. Кузена  
«Книга о перспективе»

# Архимедовы тела

Кроме правильных многогранников существует 13 полуправильных многогранников, которые носят свое название «тел Архимеда», поскольку он первым их описал.



Это тела, составленные из многоугольников двух видов, причем в каждой вершине сходится одно и то же число многоугольников каждого вида. Примером такого многогранника

# Архимед



*287 - 212 гг. до н.*

**Э.**

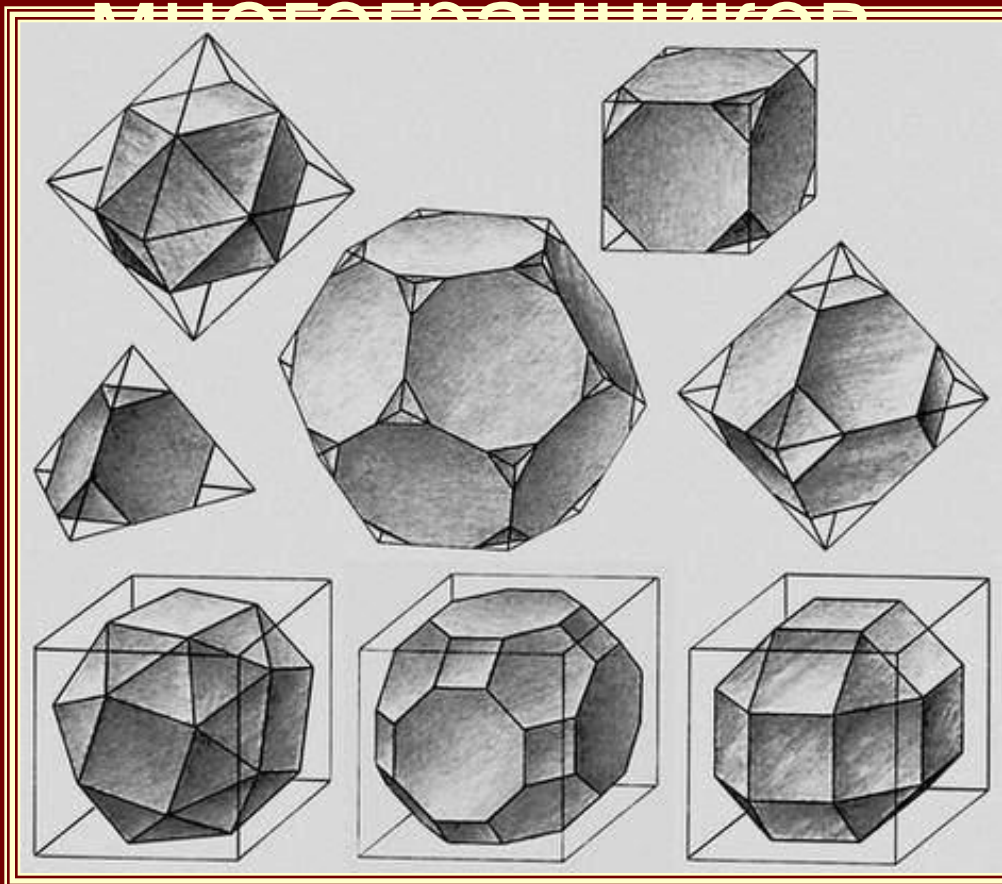
# Полуправильный многогранник – это...

выпуклый многогранник, обладающий двумя свойствами:

- все его грани являются правильными многоугольниками двух или более типов (если все грани — правильные многоугольники одного типа, это — правильный многогранник);
- все многогранные углы при вершинах конгруэнтны.

# Полуправильные многогранники

получаются в процессе усечения  
вершин правильных



# Существует *13* видов Архимедовых тел:

- Усеченный тетраэдр
- Усеченный куб
- Ромбокубооктаэдр
- Плосконосый додекаэдр
- Усеченный кубооктаэдр
- Кубооктаэдр
- Усеченный октаэдр
- Усеченный додекаэдр
- Ромбоикосододекаэдр
- Усеченный икосододекаэдр
- Икосододекаэдр
- Усеченный икосаэдр



# Усеченный тетраэдр

Усеченный тетраэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 4 треугольников и 4 шестиугольников. Имеет 12 вершин и 18 ребер.



## Усеченный куб

Усеченный куб – это полуправильный многогранник, составленный из 8 треугольников

и 6 шестиугольников.



# Ромбокубооктаэдр

Ромбокубооктаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 8 треугольников и 18 квадратов. Имеет 24 вершины и 48 ребра.



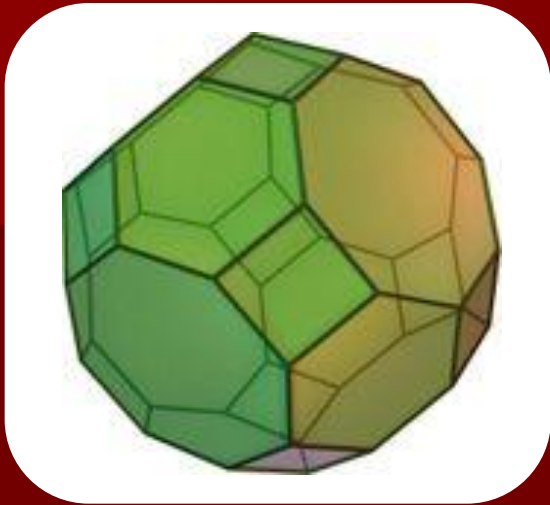
# Плосконосый додекаэдр

Плосконосый додекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 80 треугольников и 12 пятиугольников. Имеет 60





# Усеченный кубоктаэдр



Усеченный кубоктаэдр – это полу-правильный многогранник, составленный из 12 квадратов, 8 шестиугольников и 6

кубиков. Имеет 48 вершин и 72 ребра.

Кубоктаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 8 треугольников и 6 квадратов. Имеет 12 вершин и 24 ребра



# Усеченный октаэдр

Усеченный октаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 6 квадратов и 8



шестиугольников. Имеет 24 вершины и 36 ребер.

# Усеченный додекаэдр



Усеченный додекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 20 треугольников и 12 десятиугольников. Имеет

60 вершины и 90 ребер

# Ромбоикосододекаэдр

Ромбоикосододекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 20 треугольников, 30 квадратов и 12



пятиугольников. Имеет 60

## Усеченный икосододекаэдр

вершин и 120 ребер.



Усеченный икосододекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 30 квадратов, 20 шести-угольников и 12 десятиугольников. Имеет 120

# Икосододекаэдр



Икосододекаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 20 треугольников и 12 пятиугольников. Имеет 30 вершин и 60 ребер.

# Усеченный икосаэдр

Усеченный икосаэдр – это полуправильный многогранник, составленный из 12 пятиугольников и 20 шестиугольников. Имеет 60 вершин и 90 ребер.



# Плосконосый куб



Плосконосый  
куб – это  
полупра-  
вильный  
многогранник,  
составленный  
из 32  
треугольников и  
6 квадратов.  
Имеет 24





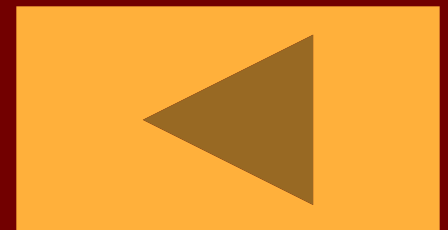
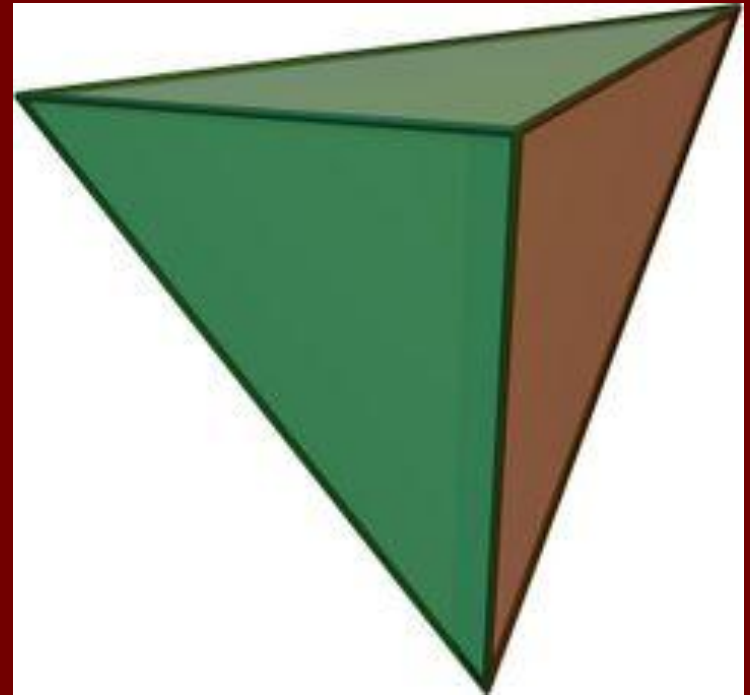
В основу формирования пространственной конструкции положена геометрия Платона и Архимеда, позволяющая создавать практически любые композиционные решения из правильных и полуправильных многогранников.



***!!! КОНЕЦ !!!***

# Тетраэдр

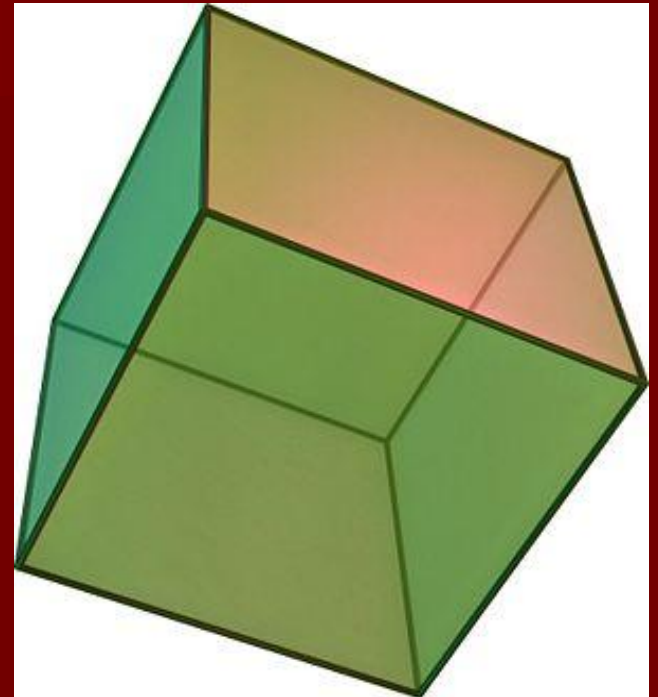
*Тетра́эдр* — многогранник с четырьмя треугольными гранями, в каждой вершине которого сходятся по 3 грани. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер.



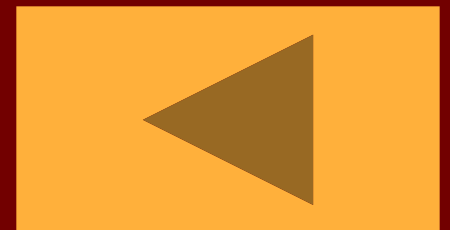


# Гексаэдр

*Гексаэдр* (куб, hexa – шесть) – правильный многогранник, все грани которого – квадраты, и из каждой вершины выходит три ребра.

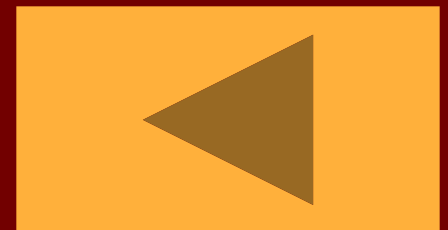
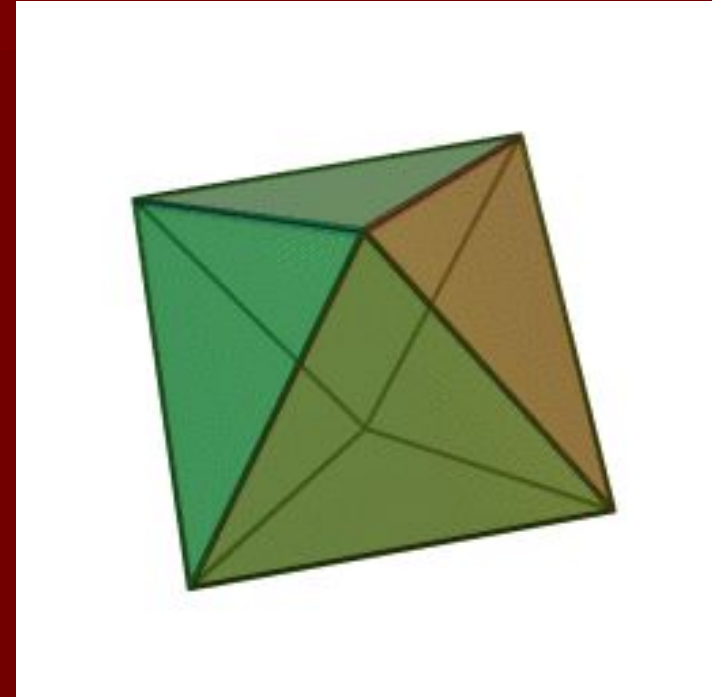


Иоганн Кеплер называл куб "родителем" всех правильных многогранников. На основе куба он смог построить все другие виды правильных многогранников.



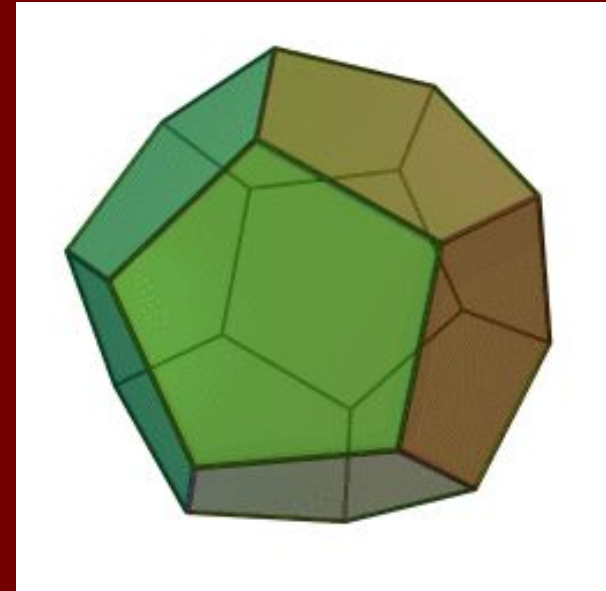
# Октаэдр

*Октаэдр* (греч. октаέδρον, от греч. окτώ, «восемь» и греч. έδρα - «основание») — один из пяти правильных многогранников, имеющий 8 граней (треугольных), 12 рёбер, 6 вершин (в каждой вершине сходятся 4 ребра).

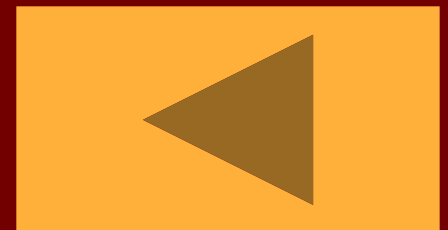


# Додекаэдр

*Додека́эдр* (от греч. *dodeka* — двенадцать и *hedra* — грань) — правильный многогранник, имеющий 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходятся 3 ребра). Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.



*Сумма плоских углов при каждой из 20 вершин равна  $324^\circ$ .*



# Икосаэдр

*Икоса́эдр* (от греч. *εικοσάς*, «двадцать» и греч. *-εδρον*, «грань») — правильный многогранник, двадцатигранник. Каждая из 20 граней представляет собой равносторонний треугольник. Число ребер равно 30, число вершин — 12.

