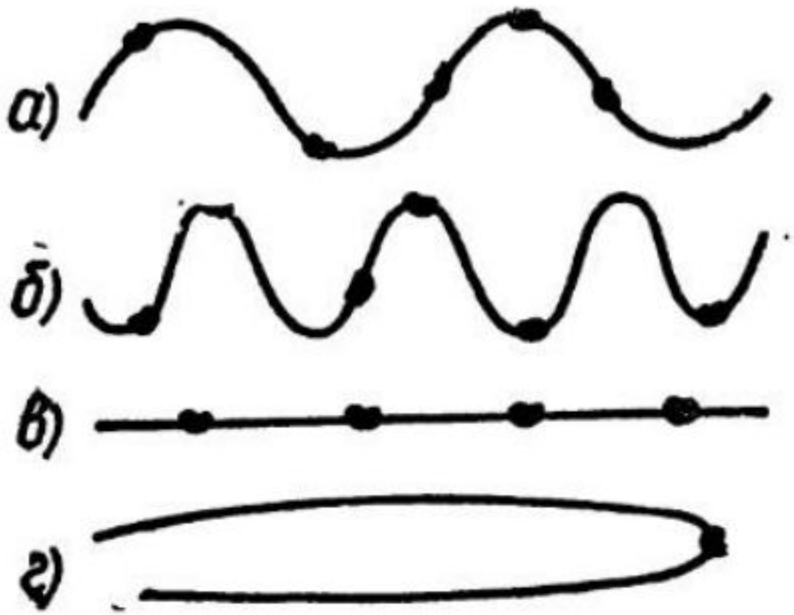
«Геометрия нитей»

Рассмотрим несколько нитей, у которых концы либо связаны в узел, либо свободны. На каждой из нитей имеется по нескольку узлов. Подсчитаем число узлов на этих нитях и число промежутков, на которые узлы делят нить.

Для нитей, концы которых свободны получим:



- Нить *а* имеет пять узлов и шесть промежутков;
- Нить *б* имеет шесть узлов и семь промежутков;
- Нить *в* имеет четыре узла и пять промежутков;
- Нить *г* имеет один узел и два промежутка.

Для нитей, концы которых связаны друг с другом, получим:

- Нить *а* имеет пять узлов и пять промежутков;
- Нить *б* имеет семь узлов и семь промежутков;
- Нить *в* имеет восемь узлов и восемь промежутков;
- Нить *г* имеет два узла и два промежутка.

Отсюда легко подметить следующую закономерность: в первом случае число узлов на единицу меньше числа промежутков, а во втором – число узлов равно числу промежутков.

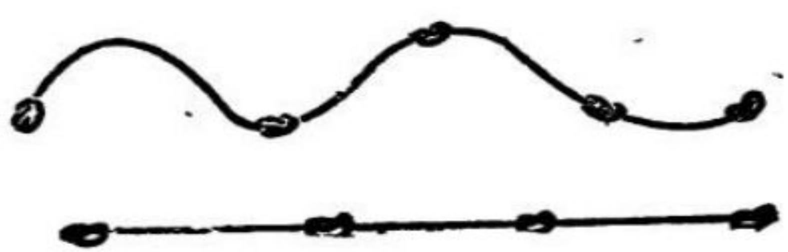
Если число промежутков обозначить буквой П, а число узлов буквой У, то эти зависимости можно записать так:

П-У=1 – для нити со свободными концами;

П-У=0 – для нити со связанными концами.

Для нитей со свободными концами, но на концах которых сделаны узлы получаем следующую формулу:

У-П=1



Задача 1

Сколько столбов нужно установить на расстоянии 2 км, если расстояние между столбами 50 м?

Решение этой задачи сводится к третьему случаю: У-П=1

П=2000:50=40

У-40=1

У=41 (столб)

Задача 2

Сколько кольев нужно для ограждения земельного участка прямоугольной формы, если длина участка равна 120 м, а ширина 60 м, причем колья нужно установить через каждые 3 м?

Прежде всего найдем периметр участка:

2(120+60)=360 (м).

Решение это задачи сводится к случаю

П-У=0

П=У=360:3=**120 (кольев)**

Многие из «нитяных» ситуаций можно изобразить на плоскости в виде особого схематичного рисунка, называемого графом. При этом узлы на нити изображаются точками (вершины графа), промежутки между узлами – дугами (ребра графа). Рассмотрим графы, показанные на рисунке. (Грань – число частей, на которые разбивается плоскость данным графом.)

а) б) в)

Рис а:
10 вершин
11 ребер
3 грани

Рис б:
5 вершин
9 ребер
6 граней

Рис в:
10 вершин
14 ребер
6 граней

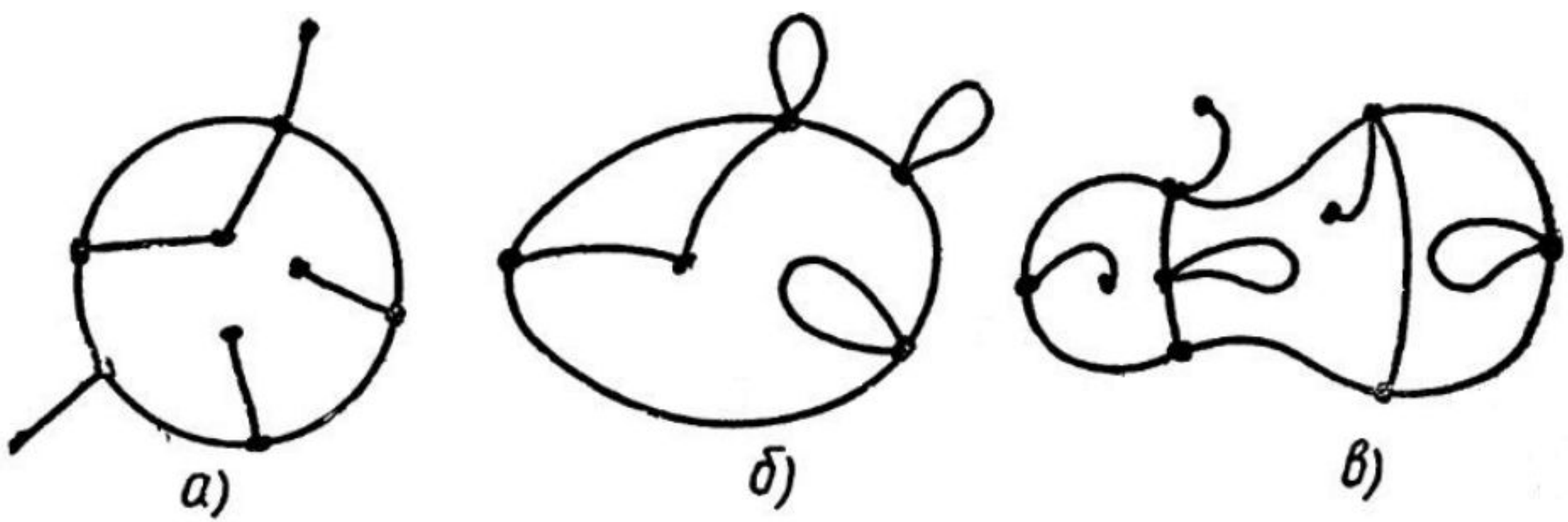
Нетрудно обнаружить интересную закономерность, связывающую число вершин (В) с числом ребер (Р) и числом граней (Г) графа:

10-11+3=2 для графа на рис. а

5-9+6=2 для графа на рис. б

10-14+6=2 для графа на рис. в.

Т.е. **В-Р+Г=2**



а) б) в)

Эта закономерность впервые также была обнаружена Леонардом Эйлером и получила название **формулы Эйлера**.

Задача 3

Окружность и квадрат, пересекаясь, могут разбить плоскость самое большее на 10 частей. Найти число ребер графа, образующегося при их пересечении.

По условию задачи Г=10. Рассчитаем число вершин этого графа. Т.к. каждая сторона квадрата пересекается с окружностью самое большее в двух точках, то В=4*2+4=12 (добавляются четыре вершины квадрата). Тогда по формуле Эйлера имеем: Р=20.

Задачи и упражнения

9. Между селами A и B, отстоящими друг от друга на расстоянии 5 км, провести телефонную линию. Сколько столбов для этого потребуется, если их следует установить по одному через каждые 50 м.

Решение этой задачи сводится к третьему случаю: У-П=1

П=5000:50=100

У-100=1

У=101 (столб)

10. Длина маршрута автобуса 15 км. Сколько нужно остановочных указателей, если среднее расстояние между двумя остановками равно 500 м?

Решение этой задачи сводится к третьему случаю: У-П=1

П=15000:500=30

У-30=1

У=31 (указатель).

11. Схема линий метрополитена делит лист бумаги, на котором она расположена, на 7 областей (граней). Определите, сколько станций имеет это метро, если число отрезков пути между станциями равно 77.

Число граней Г=7, Число отрезков пути (ребер) Р=77

В-Р+Г=2

В=2+Р-Г

В=2+77-7=**72 (станции).**

12. Между пунктами А и В нужно провести водопровод. Определите расстояние АВ, если для соединения трубопровода требовалось 50 муфт и длина каждого отрезка водопровода составляет 12 м.

Пусть число муфт это У=50. Сначала необходимо определить длину промежутков между муфтами.

П-У=1

П=51

Тогда расстояние между пунктами А и В АВ=51*12=**612 (м),** т.к. длина каждого промежутка 12 м.

13. Пассажир пожелал определить расстояние между двумя соседними станциями. С этой целью он подсчитал число ударов колес о стыки рельсов. Оно оказалось равным 1400. Зная, что длина каждого рельса 12 м, найдите расстояние между станциями.

Пусть число ударов о стыки рельсов – это количество узлов У=1400. Теперь определим количество промежутков за весь путь

П=1400+1=1401

Тогда расстояние между станциями равно S=1401*12=16 812 (м) = 16 км 812 м., т.к. длина каждого рельса 12 м.

14. Торт нужно разделить на 24 части. Каково наименьшее число попыток требуется для этого, если каждый раз торт делится только на две части?

Задача сводится к применению формулы

П-У=1, где число кусков П=24, тогда **число попыток У=23**, помощью которых можно разрезать торт на 24 равные части.