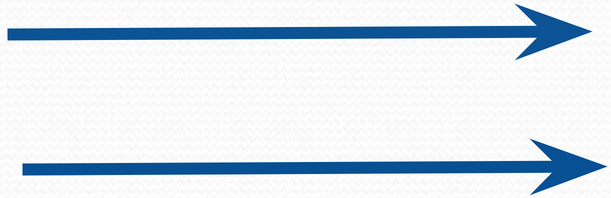
Математика 11 класс
Модуль «Геометрия»

«Угол между векторами. Скалярное произведение векторов»

Климова О.Н., учитель математики высшей квалификационной категории
МБОУ СОШ №108 г. Новосибирска

Угол между векторами

Рисунок 1



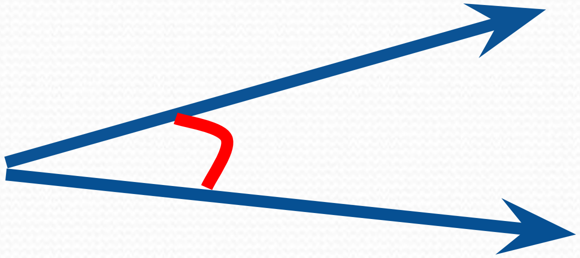
1. **Вектора называются** ,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,

2. Угол между векторами равен……..?

Угол между векторами

Рисунок 2

- Если векторы не являются сонаправленными, то лучи образуют угол

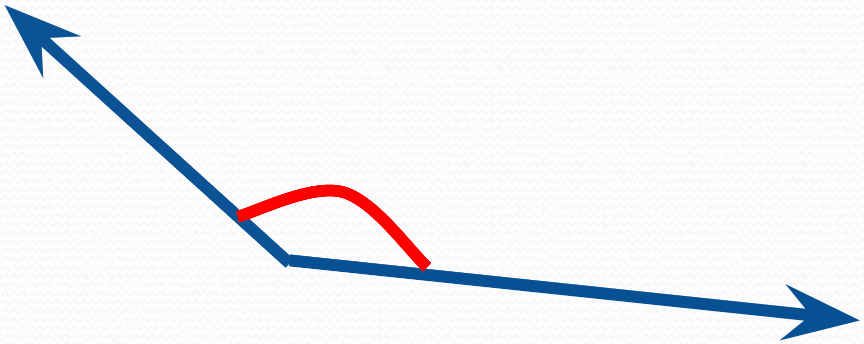


1. острый угол

Угол между векторами

Рисунок 2

- Если векторы не являются сонаправленными, то лучи образуют угол

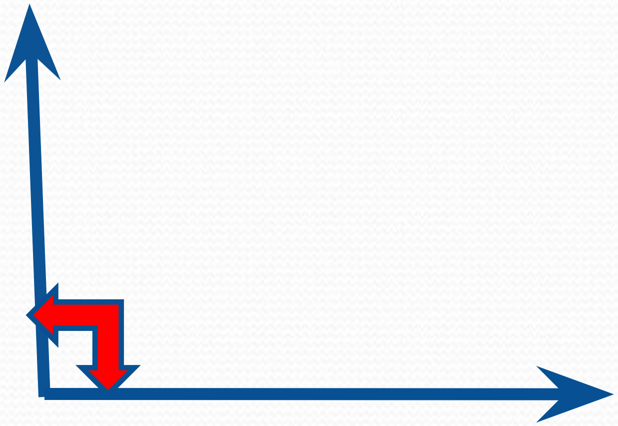


2. тупой угол

Угол между векторами

Рисунок 2

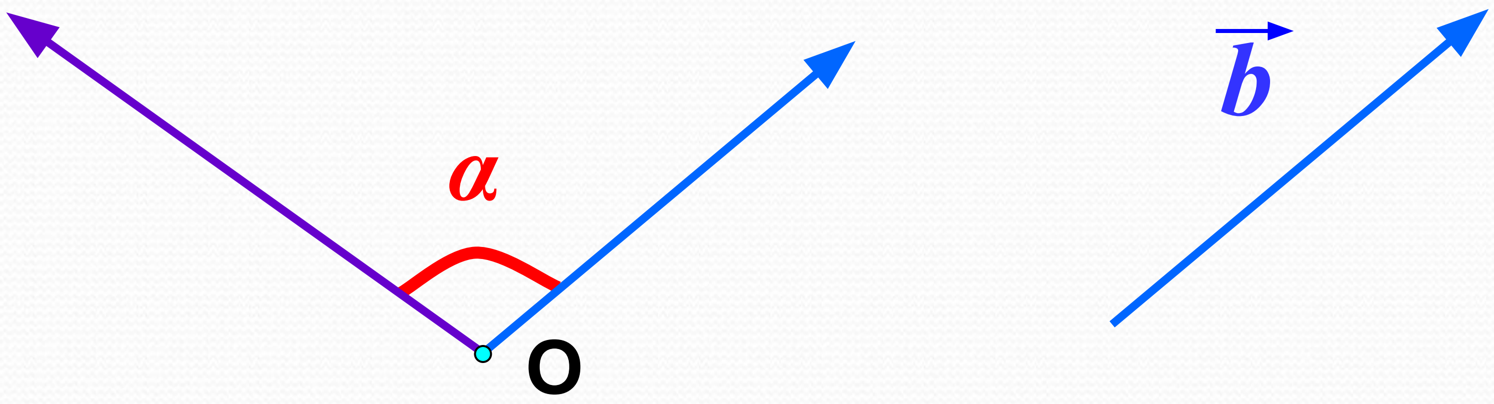
- Если векторы не являются сонаправленными, то лучи образуют угол

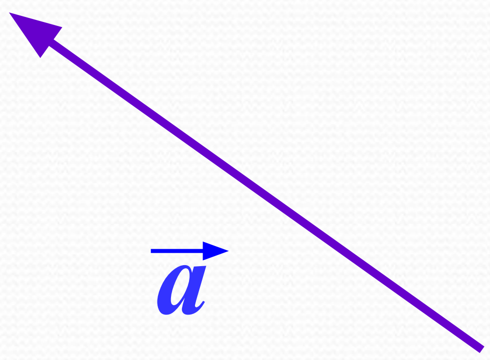


2. прямой угол

Вектора называются перпендикулярными

Построение угла между векторами

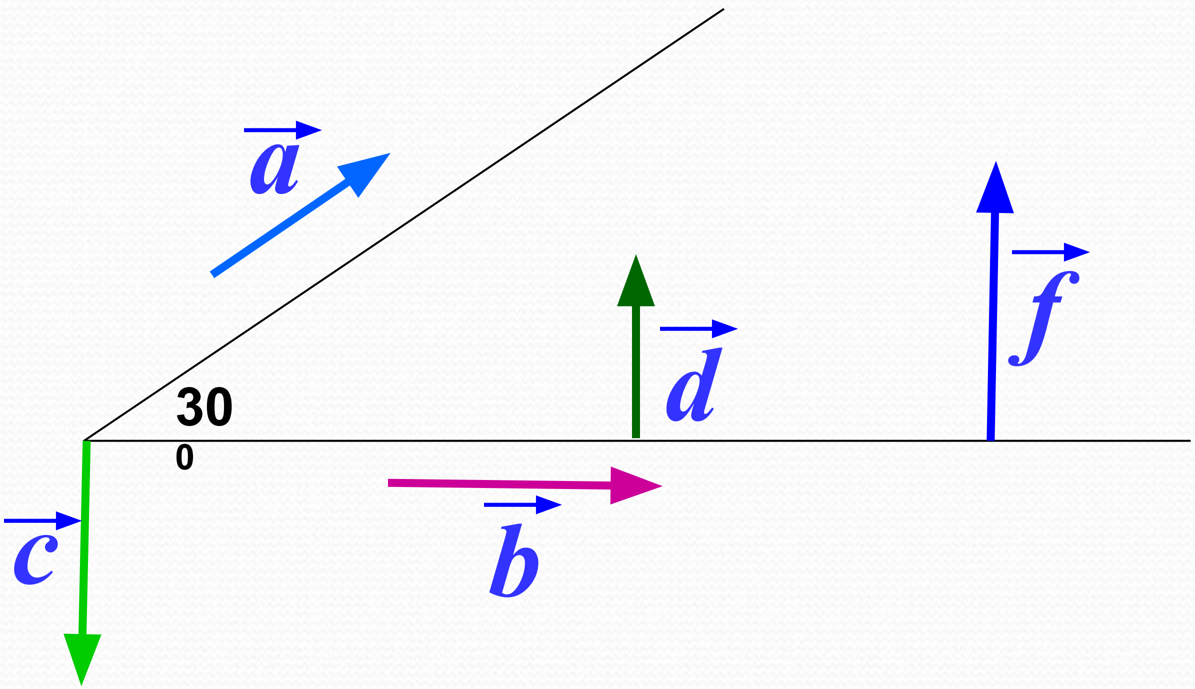




Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен α .

$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$\widehat{\vec{a}\ \vec{b}} = 30^0$

$\widehat{\vec{a}\ \vec{c}} = 120^0$

$\widehat{\vec{b}\ \vec{c}} = 90^0$

$\widehat{\vec{d}\ \vec{c}} = 180^0$

$\widehat{\vec{d}\ \vec{f}} = 0^0$

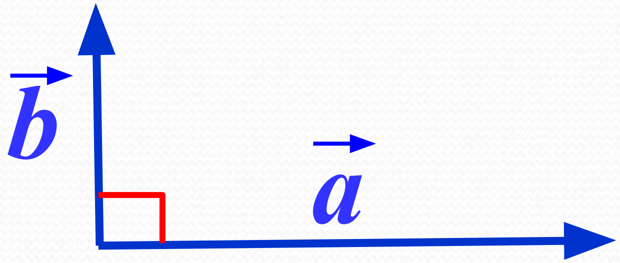
Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Угол между векторами



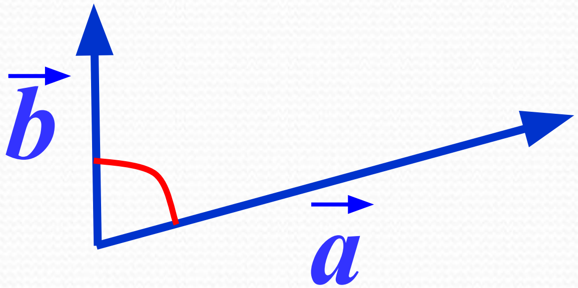
$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 90^0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 90^0 = 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}\perp\vec{b}$$

Угол между векторами



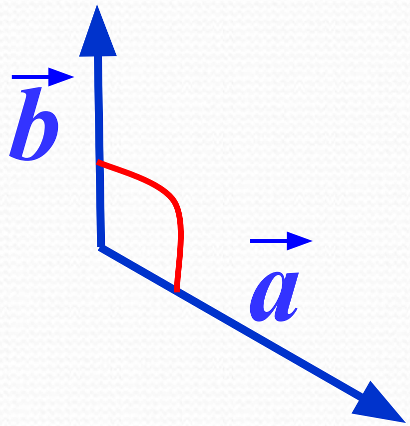
$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\alpha > 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый**.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

Угол между векторами



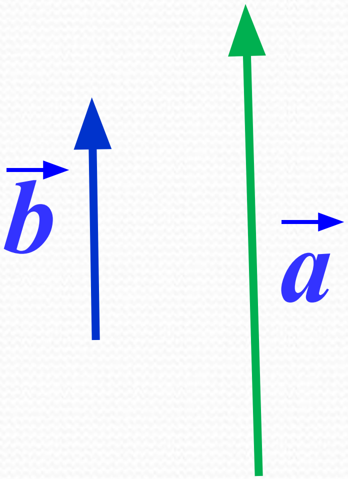
$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\alpha < 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

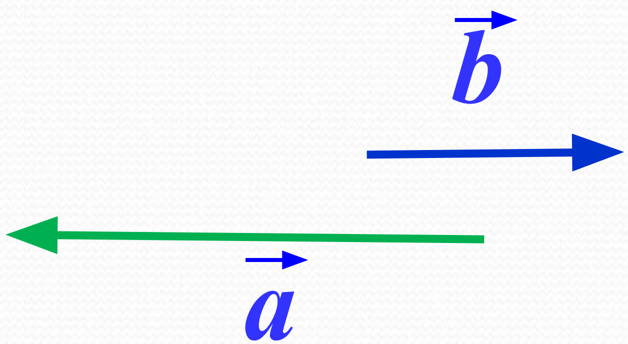
$$\vec{a}\cdot\vec{b} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

Угол между векторами



$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 0^0$ $\cos 0^0 = 1$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 0^0 = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$$



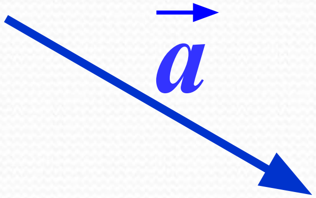
$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 180^0$

$\cos 180^0 = -1$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 180^0 = -|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$$

Угол между векторами

$$\widehat{\vec{a}\;\vec{a}} = 0^0$$



$$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cos 0^0 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = |\vec{a}|^2$$

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ называется **скалярным квадратом** вектора $\vec{a}$ и обозначают $\vec{a}^{\,2}$

Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\vec{a}^{\,2} = |\vec{a}|^2$$

Формула скалярного произведения векторов в пространстве.

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \qquad \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$$

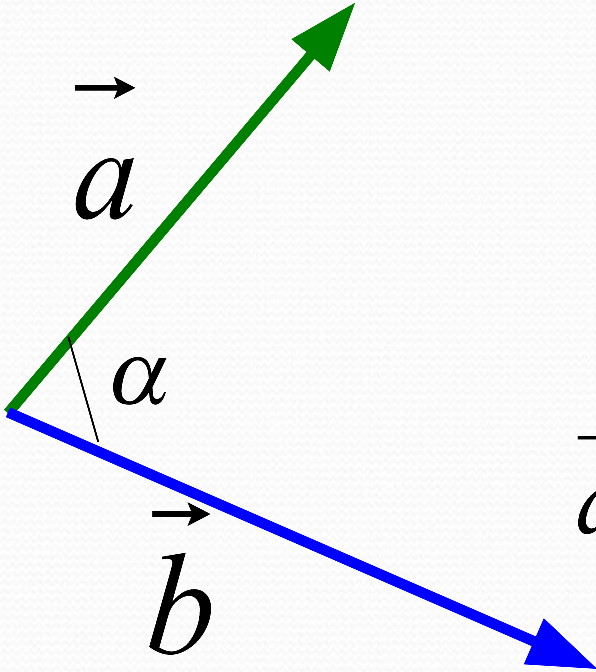
Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.

Косинус угла между ненулевыми векторами

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \qquad \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Скалярное произведение векторов



$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\alpha$$

$$\vec{a}\{x_1;y_1;z_1\}\quad \vec{b}\{x_2;y_2;z_2\}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

$$\cos\alpha=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$